

## MENINGKATKAN PENALARAN SISWA MELALUI KONEKSI MATEMATIKA

Elly Susanti

Universitas Islam Darul ‘Ulum Lamongan

[Cellycantiq89@yahoo.co.id](mailto:Cellycantiq89@yahoo.co.id)

### Abstrak

*The Third International Mathematic and Science Study (TIMSS : 2007)* menyatakan bahwa untuk memahami isi matematika, siswa perlu menggunakan berbagai ketrampilan proses kognitif. Proses pertama siswa harus mengetahui fakta-fakta, prosedur dan konsep matematika, proses kedua berfokus pada kemampuan siswa dalam menerapkan pengetahuan dan pemahaman konseptual untuk memecahkan masalah, dan proses ketiga, penalaran dalam membuat langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah rutin dan kompleks. Penalaran adalah ketrampilan dasar dari matematika dan diperlukan untuk memahami konsep matematika, menggunakan gagasan matematis dan menjalankan prosedur secara fleksibel serta untuk merekonstruksi langkah-langkah dalam pemecahan masalah.

Penalaran siswa terhadap matematika dapat diperluas melalui eksplorasi terhadap keterkaitan di antara ide-ide matematika, sehingga siswa memandang matematika sebagai suatu kesatuan yang menyeluruh dan bukan sebagai kumpulan topik yang tidak saling berkaitan (harus ada proses koneksi dalam diri siswa). Koneksi matematika mengharuskan siswa untuk dapat memahami adanya hubungan internal matematika meliputi hubungan antar topik dalam matematika itu sendiri, sedangkan hubungan eksternal meliputi hubungan antara matematika dengan mata pelajaran lain dan hubungan dengan kehidupan sehari-hari.

Karakirik (2006) menyarankan langkah pertama dalam mengkomunikasikan dan mengkoneksikan ide-ide matematika adalah penggunaan manipulatif siswa dalam penjelasan penalaran matematika mereka. Langkah manipulatif dalam koneksi ini bertujuan agar siswa dapat mengembangkan jalur pemikiran atau argumen untuk mengintegrasikan sejumlah ide menjadi satu kesatuan yang lebih koheren. Menurut Ball dan Bass (2003) dua proses penting penalaran dalam proses pemecahan masalah, pertama, proses penalaran dalam langkah-langkah yang berbeda harus terhubung satu sama lain, kedua, dalam proses penalaran siswa harus mengetahui hubungan antar konsep dimana siswa harus dapat memberikan alasan dan mengerti bagaimana dan mengapa alasan itu digunakan untuk membentuk argumen dalam pemecahan masalah.

**Kata Kunci** : Penalaran matematis, kemampuan koneksi matematika.

### PENALARAN MATEMATIS

Penalaran dan bukti yang mendasar diperlukan oleh semua orang untuk menyelesaikan permasalahan dalam matematika. Bahkan penalaran dan bukti sedang dijadikan dasar dalam pembuatan kurikulum di banyak negara sebagai salah satu cara mengatasi hambatan dalam matematika. Penalaran dapat membangun pemahaman matematis untuk menjelaskan apa yang mereka lihat, mereka pikir dan mereka

---

simpulkan dalam menyelesaikan permasalahan matematika.

Penalaran digunakan oleh guru dan buku-buku pelajaran untuk menjelaskan kebenaran penarikan kesimpulan dalam matematika. Ketika siswa diminta untuk menunjukkan kebenaran jawaban dalam menjawab pertanyaan matematika, beberapa bentuk penalaran juga terlibat. Penalaran deduktif merupakan pemikiran logis melibatkan seuntai rantai konsep yang saling berhubungan. Sedangkan penalaran induktif digunakan ketika siswa menggeneralisasi hasil atau pengamatan dari beberapa kasus. Penalaran induktif ini biasanya berhubungan dengan berbagai jenis pola, mengidentifikasi pola dan memeriksa apakah itu berlaku untuk sejumlah kasus yang lain.

Proses matematika merupakan bagian integral dari pemecahan masalah. Siswa memperdalam pengetahuan dan pemahaman ketika mereka mengembangkan, memperbaiki, dan menggunakan proses-proses dalam melakukan matematika. Penalaran merupakan komponen utama dalam matematika, terutama dalam pemecahan masalah matematika. Ross (1988) menyatakan bahwa yang harus ditekankan sebagai pondasi dalam matematika adalah penalaran, jika kemampuan penalaran tidak dikembangkan pada siswa, maka matematika hanya menjadi masalah bagi siswa saat mengikuti serangkaian prosedur dan meniru contoh tanpa berpikir tentang mengapa matematika masuk akal.

Penelitian Lithner (2000) menunjukkan bahwa dalam situasi bermasalah siswa cenderung bergantung pada pengalaman yang berasal dari situasi yang dibentuk disekolah, sehingga membuat kemampuan matematika mereka menjadi dangkal. Mereka jarang menggunakan strategi yang didasarkan pada konsep-konsep matematika yang relevan. Beberapa kasus, dimana siswa menggunakan penalaran matematika yang konsisten masih didominasi memori individu tentang gambar dan rutinitas sehari-hari. Ketika siswa menghadapi kesulitan semacam ini, seharusnya siswa dapat memilih strategi apa yang harus dilakukan dalam rangka memecahkan masalah matematika.

Berdasarkan penelitian tersebut pembelajaran disekolah harus dapat memberikan pengalaman belajar yang berdasarkan pada peningkatan dan pengembangan penalaran siswa. Peningkatan penalaran matematika dengan melibatkan pembentukan dan pengkomunikasian jalan antara satu ide atau konsep dengan konsep berikutnya dalam matematika. Ketika siswa membentuk jalur ini, mereka dapat menikmati matematika, memahami alasan mengapa ide-ide penalaran itu bekerja dan mengembangkan koneksi yang membentuk pengetahuan yang kuat. Bila siswa tidak terlibat dalam penalaran, mereka sering tidak tahu bahwa ada jalan yang menghubungkan antara ide-ide yang berbeda dalam matematika. Dengan demikian mereka menganggap matematika adalah seperangkat fakta terisolasi dan hapalan rumus yang menyesakkan kepala.

---

Karin Brodie (2010) telah mengunjungi ratusan ruang kelas diseluruh dunia dimana siswa diminta untuk menyelesaikan pertanyaan matematika dalam diam, tidak pernah berbicara tentang ide-ide, tidak diberi kesempatan dalam pembentukan antara ide-ide mereka. Akibatnya sebagian besar siswa menyukai matematika karena kecepatan mereka dalam menjawab dengan menggunakan cara yang telah dituliskan oleh guru atau contoh yang ada dibuku. Karin Brodie dalam bukunya menuliskan, siswa harus diberi kesempatan untuk melibatkan dan mengembangkan penalaran mereka pada saat menghadapi tantangan dan hambatan yang mereka lalui dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Pentingnya penalaran mengundang siswa untuk mengkomunikasikan pikiran dan membuat hubungan antara ide-ide antara konsep dalam matematika.

Menurut Ball dan Bass (2003), dua proses penting dalam penalaran pada saat mengintegrasikan sejumlah ide menjadi satu kesatuan yang koheren adalah pertama membuat langkah-langkah berbeda yang bergerak dibaris penalaran yang terhubung satu sama lain (tidak harus analitik atau deduktif); dan kedua membuat hubungan antara alasan-alasan mengapa satu gerakan mengikuti gerakan yang lain dan bagaimana sejumlah gerakan datang bersama-sama untuk membentuk suatu argumen dalam memecahkan masalah.

Lebih lanjut Douek (2005) menyatakan produk dari proses penalaran adalah teks, baik lisan maupun tulisan, menyajikan kesimpulan yang argumennya dapat diterima oleh masyarakat. Komunikasi merupakan bagian integral terpenting proses penalaran. Steen (1999) penalaran matematika adalah penalaran tentang obyek matematika, namun hubungan antara penalaran matematika dan matematika tidak jelas, sehingga diperlukan beberapa proses elaborasi.

Penalaran matematika menurut Ball dan Bass (2003) adalah ketrampilan dasar dari matematika dan diperlukan untuk beberapa tujuan, untuk memahami konsep matematika, menggunakan ide-ide matematika dan prosedur fleksibel, dan untuk merekonstruksi pemahaman tapi lupa pengetahuan matematikanya. Lebih lanjut Ball dan Bass menyampaikan Peserta didik yang belajar matematika melalui penalaran dapat menemukan matematika lebih bermakna, karena penalaran matematika memungkinkan peserta didik untuk membentuk hubungan antara pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya. Peserta didik dapat mengintegrasikan pengetahuan dan kemampuan akalnya untuk melihat aktifitas matematika sebagai sesuatu yang sangat berharga.

Kilpatrick et al. (2001) Penalaran adaptif adalah lem yang merekatkan segala sesuatu bersama-sama, artinya dengan penalaran adaptif dimungkinkan untuk menghubungkan konsep dan prosedur bersama-sama dengan cara masuk akal, menunjukkan kemungkinan dalam pemecahan masalah, dan memungkinkan adanya perbedaan pendapat yang harus diselesaikan dengan cara beralasan. Lebih lanjut

---

kilpatrick et.al. mengatakan bahwa penalaran matematika memungkinkan peserta didik untuk mengembangkan pemahaman konseptual dan disposisi produktif. Peserta didik dapat memanfaatkan konsep-konsep matematika dalam situasi lain dan mengalami matematika sebagai sesuatu yang bermakna.

### KONEKSI MATEMATIKA

Matematika adalah ilmu yang mempelajari tentang hubungan antara objek-objek baik nyata maupun abstrak dan merupakan disiplin ilmu yang berkaitan dengan setiap aspek kehidupan (NCTM, 2000). Salah satu bagian penting dari belajar matematika, adalah bagaimana peserta didik mampu membuat alasan matematis dalam setiap pemecahan masalah matematika. Dalam belajar matematika, siswa harus bisa mengkonstruksi pengetahuan matematika, dan mengembangkan kebiasaan berpikir tentang pemecahan masalah matematika.

Kebiasaan berpikir matematis mencakup ketrampilan dalam memberikan alasan secara matematis, bisa mengkomunikasikan matematika kepada orang lain, dan kemampuan membuat hubungan antar untaian konsep dalam matematika dan matematika dengan disiplin ilmu lain. NCTM (2000) menerbitkan prinsip siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan sebelumnya.

Apa yang dimaksud dengan koneksi matematika, Ma (1999) menggambarkan sebagai hubungan matematis antar konsep, bersama-sama dengan konsep-konsep kunci mendasari peserta didik untuk merepresentasikan ide-ide matematika. Konsep-konsep kunci ini merupakan paket pengetahuan yang saling berhubungan yang digunakan untuk memahami dan mengembangkan ide-ide matematika, konsep dan prosedur. Jadi koneksi matematika adalah jembatan dimana pengetahuan sebelumnya atau pengetahuan baru digunakan untuk membangun atau memperkuat pemahaman tentang hubungan antara atau diantara ide-ide matematika, konsep, alur, dan representasi.

Hiebert dan Carpenter (1992) menjelaskan koneksi matematika sebagai bagian dari jaringan mental yang terstruktur seperti sarang laba-laba. Titik-titik yang dalam jaringan laba-laba dianggap sebagai potongan-potongan informasi dan benang diantaranya adalah koneksi. Beberapa titik berhubungan langsung dengan titik yang lain, ada pula yang tidak berhubungan langsung tapi dihubungkan melalui titik yang lain. Semua titik pada akhirnya tersambung sesuai dengan alur koneksi yang dibuat. Jaring yang dibuat oleh laba-laba mungkin sangat sederhana menyerupai rantai linier, atau mungkin sangat kompleks dengan banyak koneksi yang berasal dari setiap titik.

Marshall (1995) bahwa koneksi matematika dapat digambarkan sebagai komponen dari skema yang terhubung dari struktur memori dalam jaringan mental, yang berkembang dari pengetahuan dan pengalaman individu terhadap lingkungan. Kekuatan dan kekompakan skema tergantung pada kegiatan koneksi setiap komponen dalam skema. Hal ini berarti belajar matematika melalui asimilasi dengan menghubungkan informasi baru kedalam jaringan mental, membentuk sambungan baru antara komponen pengetahuan yang ada dengan mengakomodasi atau reorganisasi

---

skema lama untuk mengatasi gangguan dalam struktur pengetahuan mereka untuk memperbaiki kesalahpahaman.

#### MENINGKATKAN PENALARAN MELALUI KONEKSI MATEMATIKA

Perkembangan anak pada aspek kognitif, nampak pada kemampuannya dalam menerima, mengolah, dan memahami informasi-informasi yang diterima. Proses kognisi mengacu pada terasimilasikannya isi pengalaman ke dalam struktur kognitif yang telah ada atau termodifikasinya struktur kognitif untuk mengakomodasikan isi pengalaman yang baru. Proses asimilasi kognitif terjadi apabila struktur kognitif yang telah ada mampu menampung isi pengalaman yang baru, sedangkan struktur akomodasi terjadi apabila isi pengalaman yang baru tidak dapat ditampung dalam struktur kognitif yang telah ada.

Berdasarkan laporan dari *The Third International Mathematic and Science Study* (TIMSS : 2007) menyatakan bahwa untuk memahami isi matematika, siswa perlu menggunakan berbagai ketrampilan proses kognitif. Proses pertama siswa harus mengetahui fakta-fakta, prosedur dan konsep matematika, proses kedua berfokus pada kemampuan siswa dalam menerapkan pengetahuan dan pemahaman konseptual untuk memecahkan masalah, dan proses ketiga, penalaran dalam membuat langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah rutin dan kompleks.

Penalaran siswa terhadap matematika dapat diperluas melalui eksplorasi terhadap keterkaitan di antara ide-ide matematika, sehingga siswa memandang matematika sebagai suatu kesatuan yang menyeluruh dan bukan sebagai kumpulan topik yang tidak saling berkaitan. Kutz (dalam Yusepa, 2002, 25) menyatakan bahwa koneksi matematika mengharuskan siswa untuk dapat memahami adanya hubungan internal matematika meliputi hubungan antar topik dalam matematika itu sendiri, sedangkan hubungan eksternal meliputi hubungan antara matematika dengan mata pelajaran lain dan hubungan dengan kehidupan sehari-hari.

NCTM (2000) menyatakan bahwa berpikir matematis melibatkan mencari koneksi, dan membuat koneksi membangun pemahaman matematika. Beberapa penelitian terdahulu tentang koneksi, dalam sebuah penelitian ditemukan bahwa siswa sering mampu mendaftar konsep-konsep matematika yang terkait dengan masalah riil, tetapi hanya sedikit siswa yang mampu menjelaskan mengapa konsep tersebut digunakan dalam aplikasi itu (Lembke dan Reys, 1994 dikutip Bergeson, 2000:38). Karakirik (2006) menyarankan langkah pertama dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika adalah penggunaan cara manipulatif dalam penjelasan penalaran siswa terhadap matematika.

Ketika kemampuan koneksi matematika siswa baik, maka siswa akan dapat mengembangkan dan menerapkan ketrampilan penalaran mereka (misalnya pengakuan hubungan, generalisasi melalui penalaran induktif, penggunaan contoh salah dalam penyanggahan bukti). Dalam membuat dugaan matematika, menilai dugaan dan membenarkan kesimpulan, merencanakan dan membangun argumen matematika yang terorganisir, semua dapat dilakukan dengan baik. Siswa akan menunjukkan bahwa

mereka akan dapat merefleksikan dan memantau pemikiran mereka untuk membantu memperjelas pemahaman mereka dalam menyelidiki atau memecahkan masalah matematika dengan menggunakan koneksi matematika. Siswa akan menjadi pemecah masalah yang baik ketika mereka secara teratur dan sadar merenungkan dan memonitor dalam proses berpikir koneksi mereka sendiri.

Koneksi membantu siswa membuat hubungan dan mengembangkan fleksibilitas matematika dalam penalaran mereka ketika membuat skema dalam pikiran. Literatur menunjukkan ada dua kunci yang terlibat dalam penalaran matematika, yaitu pembenaran serta generalisasi dan proses dalam matematika seperti melambangkan, mewakili, berkomunikasi dan koneksi (Ball dan Bass 2003; Davis dan Maher 1997; triandafilidis dan Potari 2005). Pembenaran adalah kunci matematika yang memungkinkan peserta didik membuat hubungan/koneksi antara berbagai gagasan dan mengembangkan ide-ide matematika baru.

Russel (1999), penalaran matematika pada dasarnya merupakan perkembangan, pembenaran, dan penggunaan generalisasi matematika. Lebih lanjut generalisasi ini adalah membuat jaringan atau koneksi yang menghubungkan antar pengetahuan matematika. Russel melihat matematika sebagai jaringan ide-ide (koneksi) yang saling terkait (koneksi sebagai jaring laba-laba) dan merupakan hasil baik dari penekanan pada penalaran matematika dan dasar bagi penalaran selanjutnya. Russel juga memperkenalkan gagasan memori matematika yang merupakan memori dasar dari koneksi matematika yang memungkinkan peserta didik untuk merekonstruksi penalaran tentang konsep, prosedur dan prinsip-prinsip dalam matematika.

#### KESIMPULAN

Siswa memperdalam pengetahuan dan pemahaman ketika mereka mengembangkan, memperbaiki dan menggunakan proses-proses dalam melakukan matematika. Penalaran merupakan komponen utama dalam mengikuti serangkaian prosedur dalam matematika. Peningkatan penalaran matematika dengan cara melibatkan pembentukan dan pengkomunikasian jalan antara satu ide atau konsep dengan konsep berikutnya dalam matematika. Ketika siswa membentuk jalur ini, mereka dapat menikmati matematika, mamahami alasan mengapa ide-ide penalaran itu bekerja pada saat memngembangkan koneksi.

Dua proses penting dalam penalaran pada saat mengintegrasikan sejumlah ide menjadi satu kesatuan yang kohern, pertama membuat langkah-langkah berbeda yang bergerak dibaris penalaran yang terhubung satu sama lain; kedua membuat hubungan antara alasan-alasan mengapa satu gerakan mengikuti gerakan yang lain dan bagaimana sejumlah gerakan datang bersama-sama untuk membentuk suatu argumen dalam memecahkan masalah.

Dengan memperkuat koneksi sebagai jaringan mental yang tersruktur seperti sarang laba-laba, penalaran sebagai ketrampilan dasar dari matematika dapat ditingkatkan saat merekonstruksi penyelesaian permasalahan matematika. Semakin kompleks jaring yang dibuat semakin tinggi tingkat penalaran siswa. Dalam hal ini

koneksi merupakan jembatan dimana pengetahuan sebelumnya atau pengetahuan baru digunakan untuk membangun atau memperkuat pemahaman tentang hubungan antara ide-ide, konsep, alur dan representasi dalam matematika.

Koneksi sebagai komponen skema yang terhubung dari struktur memori dalam jaringan mental yang berkembang dari pengetahuan dan pengalaman individu terhadap lingkungan, menghubungkan informasi baru dengan informasi lama kedalam penalaran. Melalui koneksi ini, proses asimilasi mental membentuk sambungan baru antara pengetahuan yang ada dengan mengakomodasi atau reorganisasi skema lama untuk mengatasi gangguan dalam struktur pengetahuan mereka untuk memperbaiki kesalahpahaman. Hal ini memungkinkan peserta didik untuk merekonstruksi penalaran tentang konsep, prosedur dan prinsip-prinsip dari matematika.

## DAFTAR PUSTAKA

Adapted from “Mathematics Cognitive Domain”. *TIMSS 2007 Mathematics Framework* [[http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/T07\\_AF\\_chapter1.pdf](http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/T07_AF_chapter1.pdf)]

Ball DL, Bass H (2003). *Making mathematics reasonable in school*. In: Kilpatrick J, Martin WG, Shifter DE (eds) *A research companion to principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, pp 27–44.

Brodie, K (2003). *Being a facilitator and a mediator in mathematics classrooms: A multidimensional task*. In: Jaffer S, Burgess L (eds) *Proceedings of the 9th national congress of the association for mathematics education of South Africa*. University of Cape Town, Cape Town, pp 135–146.

Douek, N (2005). *Communication in the mathematics classroom: Argumentation and development of mathematical knowledge*. In: Chronaki A, Christiansen IM (eds) *Challenging perspectives on mathematics classroom communication*. Information Age Publishing, Greenwich, CT, pp 145–172.

Eli, J.A., & Schroeder, M.J. (2009, April). *An exploratory study of prospective middle PROFESSIONAL PRESENTATIONS grades teachers' mathematical connections while completing tasks in geometry*. Paper presented at the American Educational Research Association (AERA) Conference, San Diego, CA.

Susanti, E. (2012). *Pemahaman konsep melalui koneksi matematika*.

Mousley, J. (2004). *an aspect of mathematical understanding: the notion of “connected knowing”*. Doctoral thesis, LaTrobe University, Australia.

NCTM. 2000. *Principle and Standard for school Mathematics*. Reston: The National Council of Teacher Mathematics.

---

Steen, LA (1999). *Twenty questions about mathematical reasoning*. In: Stiff LV (ed) *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA Kilpatrick J, Swafford J, Findell B (eds) (2001) *Adding it up: helping children learn mathematics*. National Academy Press, Washington, DC.