

PERAMALAN CURAH HUJAN DI KOTA YOGYAKARTA DENGAN MODEL FUNGSI TRANSFER MULTIVARIAT

¹Khrisna Yuli Siswanti dan ²Dhoriva Urwatul Wutsqa

Jurusan Pendidikan Matematika UNY

¹ *cla_ura@yahoo.com*

² *dhoriva@yahoo.com*

Abstrak

Model fungsi transfer merupakan gabungan dari karakteristik analisis regresi berganda dengan karakteristik deret berkala *ARIMA* (*Autoregressive Integrated Moving Average*). Dalam model ini, selain mengandung keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, juga keterkaitan yang sifatnya kausal dengan variable lain sebagaimana pada model regresi. Model fungsi transfer dengan variabel input lebih dari dua deret berkala disebut dengan model fungsi transfer multivariat. Prosedur pembentukan model fungsi transfer multivariat melalui dua tahap, yaitu pembentukan model fungsi transfer tunggal dari masing-masing input, baru dilakukan pembentukan model fungsi transfer secara simultan dari semua variabel. Di dalam makalah ini dipaparkan penerapan model fungsi transfer multivariat pada peramalan curah hujan di Yogyakarta. Data yang digunakan mulai dari tahun 2002 sampai 2009 dengan variabel input kelembaban udara, tekanan udara, temperatur dan kecepatan angin. Hasil penerapan merupakan model fungsi transfer curah hujan di Yogyakarta dengan input-input yang signifikan adalah variabel input selain kelembaban udara. Berdasarkan model fungsi transfer yang didapat, hasil ramalan curah hujan menunjukkan terjadinya penurunan curah hujan pada tahun 2010 dan peningkatan curah hujan pada tahun 2011. Curah hujan maksimum pada tahun 2010 terjadi pada bulan Maret, sedangkan pada tahun 2011 terjadi pada bulan April. Sebaliknya curah hujan minimum untuk kedua tahun tersebut terjadi pada bulan Juli.

Kata kunci : Fungsi Transfer, Multivariat, Curah hujan, Kota Yogyakarta,

PENDAHULUAN

Pemanasan global telah menyebabkan perubahan iklim di hampir semua belahan dunia, termasuk di Indonesia. Akibatnya pergantian musim hujan dan kemarau menjadi tidak menentu. Pada tahun 2010, hampir sepanjang tahun terjadi hujan secara terus menerus. Sebagai dampaknya, sektor pertanian banyak yang mengalami kerugian karena banjir atau tanaman yang membusuk. Efek dominannya, para ibu rumah tangga, pedagang produk pertanian, maupun pedagang makanan, banyak yang menjerit karena harga beras, sayur, cabe, dan produk pertanian yang melambung tinggi. Bidang yang juga sangat dipengaruhi oleh cuaca adalah transportasi, khususnya udara dan laut. Dengan demikian, adanya informasi tentang kapan terjadi banyak curah hujan atau sebaliknya menjadi hal yang sangat diperlukan untuk mengantisipasi kondisi cuaca yang tidak menentu.

Informasi yang berkaitan dengan kondisi di masa yang akan datang tidak dapat ditentukan secara pasti tetapi hanya bisa diprediksi atau diramalkan. Curah hujan termasuk dalam kategori data deret berkala, sehingga metode peramalan yang dapat digunakan adalah metode peramalan *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*, jika hanya melihat ketergantungannya pada data masa lalu, tanpa melibatkan ketergantungannya dengan variable lain. Kenyataannya ada beberapa faktor yang dapat mempengaruhi curah hujan sebagaimana dinyatakan oleh Wilson (1993:7), diantaranya kelembaban udara, temperatur, tekanan udara, dan kecepatan angin. Teori tentang curah hujan dan faktor-faktor yang mempengaruhi dibahas secara lengkap oleh Soewarno (2000) dan Suyono (1985). Adapun model yang dapat digunakan untuk memodelkan curah hujan dengan memperhatikan faktor-faktor lain sebagai variabel independennya adalah fungsi transfer. Model fungsi transfer merupakan salah satu model peramalan kuantitatif yang dapat digunakan untuk peramalan deret berkala yang multivariat. Model ini menggabungkan beberapa

karakteristik analisis regresi berganda dengan karakteristik deret berkala *ARIMA*. Konsep fungsi transfer terdiri dari deret input, deret output, dan seluruh pengaruh lain yang disebut dengan gangguan. Model ini dapat digunakan untuk mendapatkan penentuan ramalan kedepan berdasarkan beberapa variabel independen secara simultan. Oleh karena itu dalam penelitian ini digunakan model fungsi transfer untuk meramalkan curah hujan di kota Yogyakarta, dan karena faktor yang lain lebih dari satu maka modelnya adalah fungsi transfer multivariat.

PEMBAHASAN

Model Fungsi Transfer

Model fungsi transfer merupakan gabungan dari karakteristik analisis regresi berganda dengan karakteristik deret berkala *ARIMA*. Beberapa hal yang berkaitan dengan model fungsi transfer antara lain deret berkala output, disebut Y_t , yang diperkirakan akan dipengaruhi oleh deret berkala input, disebut X_t , dan input-input lain yang digabungkan dalam satu kelompok yang disebut gangguan (*noise*) N_t . Seluruh sistem tersebut adalah sistem yang dinamis, dengan kata lain deret input memberikan pengaruhnya kepada deret output melalui fungsi transfer. Bentuk umum model fungsi transfer tunggal adalah sebagai berikut (Makridakis, dkk:1999:448)

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t, \quad (1)$$

sedangkan bentuk umum model fungsi transfer multivariate adalah : (Wei, 1990:362)

$$y_t = \sum_{j=1}^m [\delta_j(B)]^{-1} \omega_j(B) B^{b_j} x_{jt} + [\phi(B)]^{-1} \theta(B) a_t \quad (2)$$

dengan

y_t = variabel dependen

x_{jt} = variabel independent ke-j

$\omega_j(B)$ = operator *moving average* order s_j untuk variabel ke-j

$\delta_j(B)$ = operator *autoregresi* order r_j untuk variabel ke-j

$\theta(B)$ = operator *moving average* order q

$\phi(B)$ = operator *autoregresi* order p

a_t = nilai gangguan acak

Jika deret input x_{it} dan x_{jt} tidak berkorelasi untuk $i \neq j$ maka analisis dan perhitungan sama seperti model fungsi transfer input tunggal sedangkan untuk deret multivariat x_{it} dan x_{jt} dengan $i \neq j$ yang saling berkorelasi maka dilakukan analisis korelasi silang (*cross correlation*) antar deret berkala untuk mengetahui deret mana yang harus dikeluarkan dari model.

Prosedur untuk Menentukan Model Fungsi Transfer Multivariat

Secara garis besar ada dua tahap yang perlu dilakukan dalam penentuan model fungsi transfer multivariat, yaitu estimasi model fungsi transfer input tunggal untuk masing-masing deret input, dilanjutkan dengan estimasi model secara serentak untuk semua input. Tahap-tahap dalam pemodelan fungsi transfer tunggal untuk deret input (X_t) dan deret output (Y_t) adalah dengan cara mengidentifikasi deret input tunggal terlebih dahulu supaya mendapatkan order model *ARIMA*. Setelah didapatkan model *ARIMA* untuk deret input tunggal dan deret output selanjutnya dilakukan pemutihan dan dilanjutkan dengan perhitungan korelasi silang untuk masing-masing deret input dengan output yang berguna untuk menentukan nilai r, s, b . Sebagaimana Liu dan Hanssens (1982) menyarankan suatu prosedur identifikasi simultan yang menggunakan kuadrat terkecil umum untuk mengestimasi bobot respons impuls. Setelah estimasi bobot-bobot respons impuls diperoleh baru dapat mengidentifikasi bentuk model fungsi transfer dan *noise* gabungan. Berikut dipaparkan prosedur pemodelan fungsi transfer multivariat. (Makridakis, dkk:1999:450)

Tahap Pertama : Penentuan Model Fungsi Trasfer Input Tunggal

1. Penentuan Model ARMA deret input dan output

Bentuk persamaan matematis model ARMA (p,q) dapat dituliskan sebagai berikut : (Wei, 1990; Box *et al.*, 1994 dan Makridakis *et al.*, 1999)

$$\phi_p(B)Y_t = \theta_q(B)a_t, \quad (3)$$

dengan

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

dan B menyatakan operator mundur, yaitu $B^k Y_t = Y_{t-k}$. Jika deret berkala dibedakan dengan order d non musiman dan D musiman, serta memuat pola musiman maka model (3) menjadi model $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)^S$ (Bowerman, B.L. and O'Connell, R.T. 1993, Chatfield, 2004)

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t \quad (4)$$

dengan

$$\Phi_P(B^S) = (1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS})$$

$$\Theta_Q(B^S) = (1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_Q B^{QS})$$

Model ARIMA untuk deret input dan output ditentukan dengan melalui tahapan pada metode Box-Jenkins (1994) mulai dari identifikasi stasioneritas data melalui plot deret waktu dan fungsi autokorelasi atau *autocorrelation function* (ACF). Jika deret waktu tidak stasioner dalam variansi, maka dilakukan transformasi. Jika deret waktu tidak stasioner dalam rata-rata, maka dilakukan pembedaan. Berdasarkan deret waktu yang sudah stasioner ditentukan order model menggunakan plot fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsial. Langkah berikutnya adalah estimasi parameter dengan metode maksimum *likelihood*, dan diakhiri dengan cek diagnostik model apakah residual sudah *white noise*.

2. Pemutihan deret input dan deret output

Pemutihan deret input bertujuan untuk menjadikan deret input menjadi lebih dapat diatur dengan menghilangkan seluruh pola yang diketahui supaya yang tertinggal hanya *white noise*. Pemutihan deret input x_t dilakukan dengan membentuk model $ARMA(p_x, q_x)$, kemudian mengubah deret input x_t menjadi deret α_t sebagai berikut:

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t = \alpha_t \quad (5)$$

Apabila suatu transformasi pemutihan dilakukan untuk x_t maka transformasi yang sama juga harus diterapkan terhadap y_t supaya fungsi transfer dapat memetakan x_t kedalam y_t . Transformasi pada y_t tidak harus mengubah y_t menjadi *white noise*. Berikut merupakan deret y_t yang telah "diputihkan":

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t = \beta_t \quad (6)$$

3. Perhitungan korelasi silang dan autokorelasi deret input dan deret output yang telah diputihkan

Di dalam memodelkan *ARIMA* univariat koefisien autokorelasi merupakan statistik yang membantu menetapkan model. Sedangkan dalam memodelkan fungsi transfer, autokorelasi memegang peranan kedua setelah koefisien korelasi silang. Menurut Hanke dan Wichern (2005:60) koefisien autokorelasi sampel pada lag k dihitung dengan rumus

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (7)$$

Korelasi silang adalah ukuran kekuatan hubungan antar dua variabel. Korelasi silang antara X dan Y menentukan tingkat hubungan antar nilai X pada waktu t dengan nilai y pada waktu t+k (Makridakis,1999:456). Koefisien korelasi silang dari input x_t dan output y_t untuk lag ke-k didefinisikan sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 \sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}} \quad (8)$$

Rumus kesalahan standar berikut berguna untuk memeriksa apakah $r_{xy}(k)$ berbeda nyata dari nol dengan membandingkan nilai $r_{xy}(k)$ dengan kesalahan standar. (Wei,1990:330)

$$SE_{r_{xy}(k)} = \frac{1}{\sqrt{n-k}} \quad (9)$$

Di dalam model fungsi transfer multivariat perhitungan korelasi silang pada masing-masing input x terhadap output y digunakan untuk mengetahui nilai r,s,b yang diidentifikasi dari plot korelasi silang. Setelah didapatkan nilai r,s,b pada masing-masing input maka barulah dilakukan korelasi silang serentak antara nilai y terhadap seluruh variabel inputnya.

4. Penaksiran langsung bobot respon impuls

Langkah selanjutnya setelah perhitungan korelasi silang adalah penaksiran nilai bobot respon impuls. Bobot respon impuls ini berguna untuk menghitung deret *noise*. Untuk penaksiran bobot respon impuls secara langsung rumusnya adalah sebagai berikut:

$$v_k = r_{\alpha\beta}(k) \frac{S_\beta}{S_\alpha} \quad (10)$$

dengan

$r_{\alpha\beta}(k)$ adalah nilai dari korelasi silang lag ke-k

S_β adalah standar deviasi dari deret output yang telah diputihkan

S_α adalah standar deviasi dari deret input yang telah diputihkan

5. Penetapan (r,s,b) pada model fungsi transfer

Tiga parameter kunci dalam model fungsi transfer adalah (r,s,b) dimana r menunjukkan ordo fungsi $\delta(B)$, s menunjukkan ordo fungsi $\omega(B)$ dan b menunjukkan keterlambatan yang dicatat pada x_{t-b} pada persamaan

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \alpha_t \quad (11)$$

Berikut ini beberapa aturan yang dapat digunakan untuk menduga nilai r, s, b dari suatu fungsi transfer. (Wei,1994:324). Nilai b menyatakan bahwa y_t tidak dipengaruhi oleh x_t sampai periode t+b. Besarnya b dapat ditentukan dari lag yang pertama kali signifikan pada plot korelasi silang. Nilai ini merupakan yang paling mudah untuk ditentukan apabila korelasi silang diperoleh dari

- $r_{\alpha\beta}(0) = r_{\alpha\beta}(1) = r_{\alpha\beta}(2) = 0$ tetapi $r_{\alpha\beta}(3) = 0,5$ maka dapat ditentukan $b = 3$, dengan kata lain terdapat tiga periode sebelum deret berkala input α mulai mempengaruhi deret berkala output β
- Nilai s menyatakan seberapa lama deret y_t terus dipengaruhi $x_{t-b-1}, x_{t-b-2}, \dots, x_{t-b-s}$ sehingga dapat dikatakan bahwa nilai s adalah bilangan pada lag plot korelasi silang sebelum terjadinya pola menurun.
- Nilai r menyatakan bahwa y_t dipengaruhi oleh nilai masa lalunya y_{t-1}, \dots, y_{t-r}
 $r = 0$ bila ada beberapa lag plot pada korelasi silang yang terpotong.
 $r = 1$ bila plot pada korelasi silang menunjukkan suatu pola eksponensial menurun.
 $r = 2$ bila plot pada korelasi silang menunjukkan suatu pola eksponensial menurun dan pola sinus.

Berikut beberapa bentuk fungsi transfer yang umum digunakan dalam peramalan:

Tabel 1. Model Fungsi Transfer dengan berbagai nilai (r,s,b)

		Fungsi transfer		
(s,b)		r=1	r=2	r=3
(0,2)	$v(B)x_t = \omega_0 x_{t-2}$		$v(B)x_t = \frac{\omega_0}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	$v(B)x_t = \frac{\omega_0}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$
(1,2)	$v(B)x_t = (\omega_0 - \omega_1 B)x_{t-2}$		$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B)}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$
(2,2)	$v(B)x_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)x_{t-2}$		$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$

6. Penaksiran awal deret gangguan (n_t)

Bobot respon impuls diukur secara langsung dan ini memungkinkan dilakukannya perhitungan nilai taksiran dari deret gangguan n_t dikarenakan

$$n_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} B^b x_t = y_t - v_0 x_t - v_1 x_{t-1} - v_2 x_{t-2} - \dots - v_g x_{t-g} \quad (12)$$

7. Penetapan model ARIMA ($p_n, 0, q_n$) dari deret gangguan n_t

Sesudah menggunakan persamaan deret gangguan n_t nilai-nilai n_t dianalisis dengan cara ARIMA biasa untuk menentukan model ARIMA yang tepat sehingga diperoleh nilai p_n dan q_n . Dengan cara ini fungsi $\phi_n(B)$ dan $\theta_n(B)$ untuk deret gangguan n_t dapat diperoleh untuk mendapatkan persamaan

$$\phi_n(B)n_t = \theta_n(B)e_t \quad (13)$$

8. Penaksiran Parameter-parameter Model Fungsi Transfer

Langkah selanjutnya setelah mengidentifikasi bentuk model adalah penaksiran parameter-parameter model fungsi transfer input tunggal (10) yang meliputi estimasi parameter $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_r)'$, $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_s)'$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)'$ dan σ_a^2 . Persamaan (11) dapat ditulis kembali menjadi

$$\begin{aligned} \delta(B)\phi(B)y_t &= \phi(B)\omega(B)x_{t-b} + \delta(B)\theta(B)a_t \\ c(B)y_t &= d(B)x_{t-b} + e(B)a_t \end{aligned} \quad (14)$$

dengan

$$c(B) = \delta(B)\phi(B) = (1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r)(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\begin{aligned}
 &= (1 - c_1 B - c_2 B^2 - \dots - c_{p+r} B^{p+r}) \\
 d(B) &= \phi(B)\omega(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s) \\
 &= (d_0 - d_1 B - d_2 B^2 - \dots - d_{p+s} B^{p+s})
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 e(B) &= \delta(B)\theta(B) = (1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r)(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \\
 &= (1 - e_1 B - e_2 B^2 - \dots - e_{r+q} B^{r+q}).
 \end{aligned}$$

Jadi diperoleh

$$\begin{aligned}
 a_t &= y_t - c_1 y_{t-1} - \dots - c_{p+r} y_{t-p-r} - d_0 x_{t-b} + d_1 x_{t-b-1} + \dots + d_{p+s} x_{t-b-p-s} \\
 &\quad + e_1 a_{t-1} + \dots + e_{r+q} a_{t-r-q}
 \end{aligned}$$

dengan c_i , d_j , dan e_k adalah fungsi transfer dari δ_i , ω_j , ϕ_k dan θ_l . Metode penaksiran yang digunakan adalah *Conditional Maximum Likelihood*. Diasumsikan bahwa a_t adalah deret *white noise* berdistribusi normal $N(0, \sigma_a^2)$ sehingga didapatkan fungsi *likelihood*:

$$L(\delta, \omega, \phi, \theta, \sigma_a^2 | b, x, y, x_0, y_0, a_0) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=1}^n a_t^2\right] \quad (15)$$

Secara umum menurut Wei (1990:332) estimasi parameter model fungsi transfer dapat juga menggunakan metode *Conditional Least Squares* dan mengasumsikan residual a_t yang tidak diketahui sama dengan nol, maka estimasi parameter model fungsi transfer didapatkan dengan meminimumkan

$$S(\delta, \omega, \phi, \theta | b) = \sum_{t=t_0}^n a_t^2. \quad (16)$$

9. Cek Diagnosis Model Fungsi Transfer Input Tunggal

Kelayakan suatu model perlu dilakukan untuk mengetahui apakah model sudah memenuhi syarat *white noise*. Dalam model fungsi transfer disamping diperiksa syarat tidak ada autokorelasi residualnya juga perlu diperiksa syarat tidak ada korelasi silang antara nilai sisa dengan deret gangguan yang telah diputihkan. Statistik uji yang digunakan untuk menyelidiki adanya autokorelasi untuk nilai sisa adalah

$$Q = (n - r - s - b) \sum_{k=1}^m r_{a\alpha}^2(k) \quad (17)$$

dengan

- n = banyaknya pengamatan
- m = lag terbesar yang diperhatikan
- (r,s,b) = parameter model fungsi transfer
- $r_{a\alpha}(k)$ = autokorelasi residual untuk lag k

Statistik Q (17) berdistribusi Khi-kuadrat $\chi_{\alpha,df}^2$ dengan derajat bebas $m - p_n - q_n$ (p_n, q_n merupakan order *autoregressive* dan *moving average* dari deret *noise*).

Pengujian korelasi silang antara nilai sisa a_t dengan deret gangguan α_t yang telah diputihkan menggunakan statistik uji

$$Q = (n - n^*) \sum_{k=1}^m r_a^2(k) \quad (18)$$

dengan

- m = lag maksimum
- n^* = nilai $(s + b + p_x)$ dimana p_x adalah order *AR* dengan deret input (x_t)

Statistik (18) berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas $m - r - s$.

Tahap Kedua : Penentuan Model Fungsi Transfer Multivariat

Pemodelan fungsi transfer multivariat dilakukan dengan cara memodelkan secara serentak seluruh variabel yang sudah diidentifikasi sebelumnya. Tahapan yang dilakukan dalam model fungsi transfer multivariat sama dengan yang dilakukan pada model input tunggal. Tahap pertama dalam penentuan model fungsi transfer multivariate adalah dengan mengidentifikasi model fungsi transfer input tunggal. Pada tahap ini model fungsi transfer input tunggal ditentukan melalui korelasi silang antara variabel output curah hujan dengan masing-masing variabel inputnya yang menghasilkan bobot respon impuls dan nilai (r,s,b). Nilai (r,s,b) yang telah diidentifikasi dalam model fungsi transfer input tunggal digunakan untuk menentukan model fungsi transfer multivariat

$$y_t = \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{bj} x_{jt} + noise \quad (19)$$

Model (19) merupakan model dengan empat input, dan proses estimasi dilakukan serentak terhadap semua input dengan metode *conditional least square estimation*. Nilai *noise* gabungannya didapat dari rumus

$$n_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - \sum_{j=1}^k \hat{v}_j(B)x_{jt} \quad (20)$$

Berikutnya adalah menentukan model *ARIMA* dari deret *noise*, yaitu model

$$n_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (21)$$

Dengan menggabungkan model (19) dan (21), diperoleh model fungsi transfer multivariat

$$y_t = \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{bj} x_{jt} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (22)$$

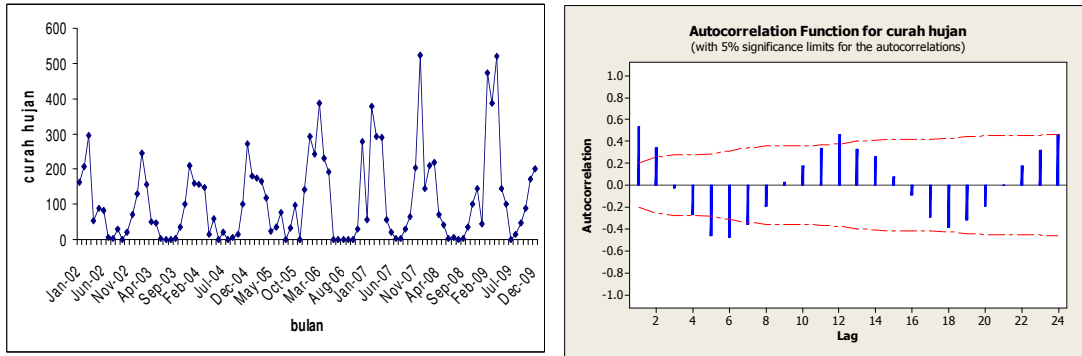
Estimasi model (22) dilakukan dengan metode penaksiran *conditional least square estimation*, yang proses perhitungannya dilakukan dengan program *SAS*. Tahapan selanjutnya adalah cek *diagnostic residual* dengan cara yang sama sebagaimana pada model fungsi transfer tunggal.

Model Fungsi Transfer Multivariat pada Data Curah Hujan di Kota Yogyakarta

Di dalam bagian ini akan dipaparkan tahap demi tahap pemodelan fungsi transfer multivariat sampai diperoleh model peramalan curah hujan di Kota Yogyakarta. Variabel input yang digunakan adalah tekanan udara, kelembaban udara, suhu udara dan kecepatan angin, dengan data yang digunakan bersumber dari BPS Kota Yogyakarta mulai dari periode Januari 2002 sampai Desember 2009. Peramalan akan diberikan untuk dua tahun yaitu tahun 2010 dan 2011, dengan menggunakan model fungsi transfer multivariat yang terbentuk pada tahap akhir dapat digunakan sebagai peramalan. Tahap pertama untuk pembentukan model fungsi transfer multivariat adalah melalui pembentukan model input tunggal yang kemudian dilakukan perhitungan serentak untuk memperoleh model fungsi transfer multivariat.

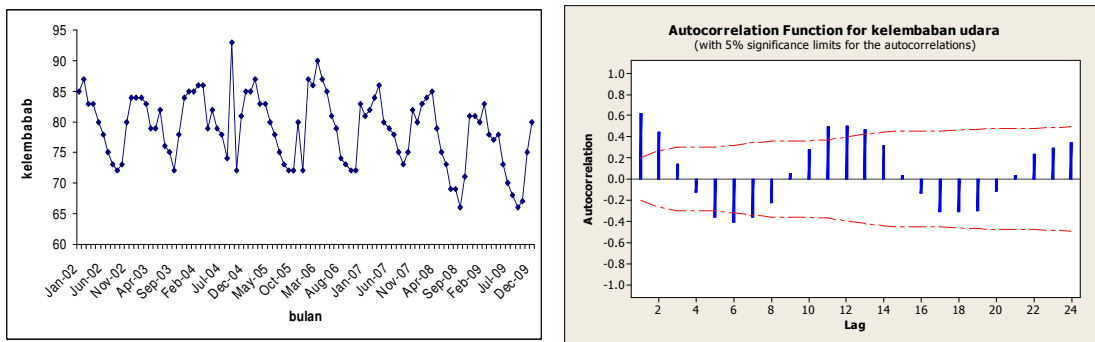
Tahap Pertama : Pembentukan Model Fungsi transfer Input Tunggal

Langkah pertama adalah menganalisis data deret berkala dengan plot *time series* dan plot *ACF* (nilai koefisien dihitung berdasarkan rumus (7)) data tersebut. Hal itu dilakukan untuk mengetahui apakah pada data terdapat pola musiman dan untuk mengetahui kestasioneran data dalam varians dan mean. Berikut adalah plot *time series* dan *ACF* deret output (curah hujan):

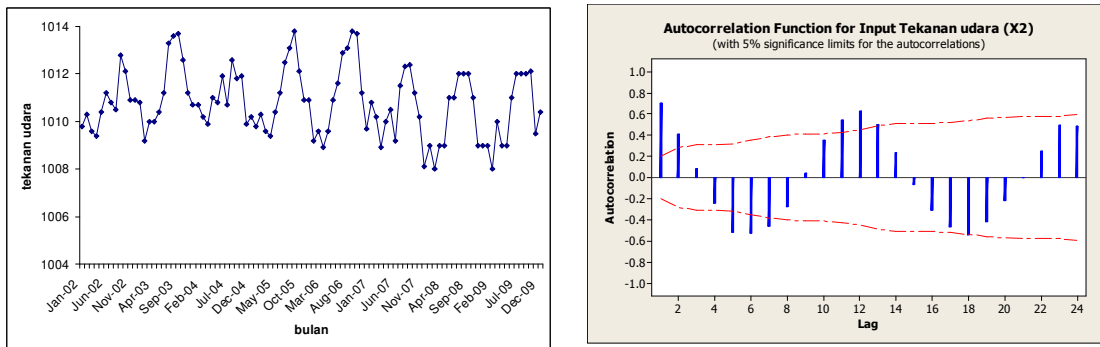


Gambar 1. Plot Time Series dan ACF Data Curah Hujan

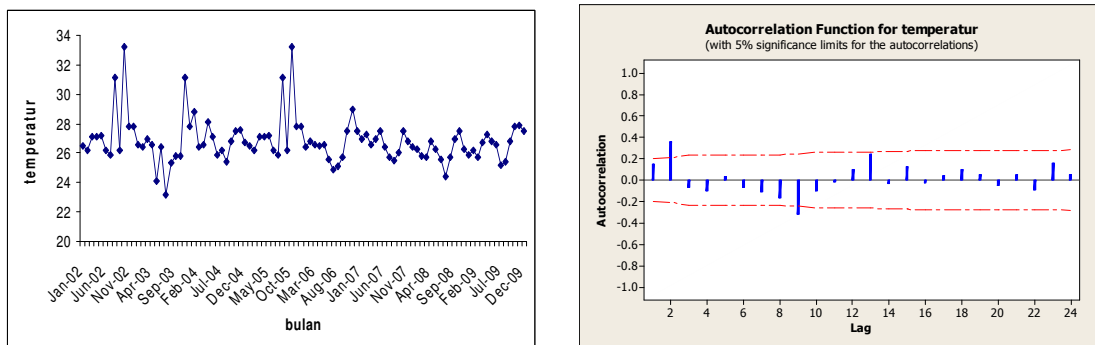
Gambar 1 menunjukkan plot deret berkala dari data curah hujan yang berfluktuasi cukup tajam, yang mengindikasikan ketidakstasioneran dalam varians. Pola musiman terlihat secara jelas baik dari plot deret berkala maupun plot ACF. Hal itu terjadi karena curah hujan memang merupakan fenomena musiman. Berdasarkan plot ACF menunjukkan data tidak stasioner dalam rata-rata pada pola musimannya, sehingga perlu pembedaan pada lag 12.



Gambar 2. Plot Time Series dan ACF Data Kelembaban Udara

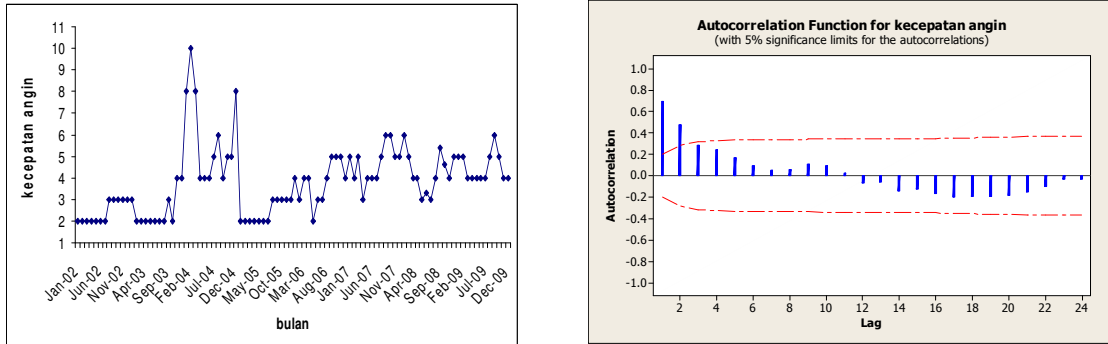


Gambar 3. Plot Time Series dan ACF Data Tekanan Udara



Gambar 4. Plot Time Series dan ACF Data Temperatur

Pada Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4 plot *time series* menunjukkan adanya ketidakstasioneran dalam varians, sedangkan bila dilihat pada plot *time series* Gambar 2 dan 3 menunjukkan pola yang hampir sama dengan data curah hujan sehingga memerlukan pembedaan pada lag 12. Untuk data temperatur plot *ACF* menunjukkan pola yang berbeda, akan tetapi untuk proses pemodelan pembedaan harus dilakukan dengan lag yang sama.



Gambar 5 Plot *Time Series* dan *ACF* Data Kecepatan Angin

Gambar 5 untuk data kecepatan angin menunjukkan data telah stasioner dalam varians, sedangkan pada plot *ACF* memperlihatkan data telah stasioner dalam rata-rata. Akan tetapi dalam pemodelan model fungsi transfer ini untuk mendapatkan nilai estimasi yang sesuai dengan model dan memenuhi *white noise* maka perlu disamakan banyak deretnya. Oleh sebab itu, perlu dilakukan pembeda duabelas agar deret input kecepatan angin dapat masuk dalam model fungsi transfer.

Tabel 2. Model *ARIMA* Deret Input

Deret input	Model <i>ARIMA</i>	Penduga Parameter	p-value
Kelembaban udara	$(2,0,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1 = 0,25820$	0,0190
		$\phi_2 = 0,25266$	0,0225
		$\Theta_1 = 0,90054$	0,0001
Tekanan Udara	$(1,0,1)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1 = 0,78800$	0,0001
		$\theta_1 = 0,47137$	0,0190
		$\Theta_1 = 0,64816$	0,0001
Temperatur	$(0,0,2)(2,0,0)^{12}$	$\theta_2 = -0,62572$	0,0001
		$\Phi_1 = -0,50689$	0,0001
		$\Phi_2 = -0,49954$	0,0001
Kecepatan Angin	$(1,0,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1 = 0,79874$ $\Theta_1 = 0,94537$	0,0001 0,0001

Berdasarkan analisis kestasioneran deret input dan ouput, pada semua data dilakukan pembedaan lag 12, tetapi tidak dilakukan transformasi, meskipun data menunjukkan ketidakstasioneran dalam variansi. Hal ini dilakukan dengan pertimbangan bahwa proses transformasi ternyata tidak mempengaruhi hasil plot *ACF* maupun *PACF* setelah proses pembedaan. Tabel 2. di atas menyajikan model *ARIMA* musiman (model (4)) yang didapat setelah pembeda duabelas.

Analisis residual untuk keempat model dilakukan dengan menggunakan statistik (17) , dan hasilnya diberikan pada Tabel 3., yang menunjukkan tidak ada autokorelasi pada residual sampai lag 12.

Tabel 3. Hasil analisis uji autokorelasi residual model ARIMA deret input

lag	p-value			
	Kelembaban udara	Tekanan Udara	Temperatur	Kecepatan Angin
6	0,8716	0,0572	0,2374	0,2335
12	0,9318	0,2573	0,3153	0,4006
18	0,8919	0,6082	0,2530	0,4588
24	0,9387	0,4813	0,3086	0,6589

Pemutihan deret input dan output

Pemutihan deret input (5) dan deret output (6) ini dilakukan setelah diperoleh model ARIMA untuk masing-masing variabel inputnya. Dari model ARIMA yang dihasilkan (Tabel 2) , pemutihan deret input dan outputnya sebagai berikut:

Pemutihan deret input kelembaban udara

$$\alpha_{1t} = x_{1t} - x_{1t-12} - 0,2582x_{1t-1} + 0,2582x_{1t-13} - 0,25266x_{1t-2} + 0,25266x_{1t-14} + 0,90054\alpha_{1t-12}$$

Pemutihan deret output pada kelembaban udara

$$\beta_{1t} = y_{1t} - y_{1t-12} - 0,2582y_{1t-1} + 0,2582y_{1t-13} - 0,25266y_{1t-2} + 0,25266y_{1t-14} + 0,90054\beta_{1t-12}$$

Pemutihan deret input tekanan udara

$$\alpha_{2t} = x_{2t} - x_{2t-12} - 0,78800x_{2t-1} + 0,78800x_{2t-13} + 0,64816\alpha_{2t-12} + 0,47137\alpha_{2t-1} - 0,30552\alpha_{2t-13}$$

Pemutihan deret output pada tekanan udara

$$\beta_{2t} = y_{2t} - y_{2t-12} - 0,78800y_{2t-1} + 0,78800y_{2t-13} + 0,64816\beta_{2t-12} + 0,47137\beta_{2t-1} - 0,30552\beta_{2t-13}$$

Pemutihan deret input temperatur

$$\alpha_{3t} = x_{3t} + 0,50689x_{3t-12} + 0,49954x_{3t-24} - x_{3t-12} - 0,50689x_{3t-24} - 0,49954x_{3t-36} - 0,62572\alpha_{3t-2}$$

Pemutihan deret output pada temperatur

$$\beta_{3t} = y_{3t} + 0,50689y_{3t-12} + 0,49954y_{3t-24} - y_{3t-12} - 0,50689y_{3t-24} - 0,49954y_{3t-36} - 0,62572\beta_{3t-2}$$

Pemutihan deret input kecepatan angin

$$\alpha_{4t} = x_{4t} - 0,79874x_{4t-1} - x_{4t-12} + 0,79874x_{4t-13} + 0,94537\alpha_{4t-12}$$

Pemutihan deret output pada kecepatan angin

$$\beta_{4t} = y_{4t} - 0,79874y_{4t-1} - y_{4t-12} + 0,79874y_{4t-13} + 0,94537\beta_{4t-12}$$

Penentuan nilai (r,s,b) pada model fungsi transfer

Penentuan nilai r,s,b didasarkan pada hasil analisis korelasi silang (mengggunakan rumus (18)) antara deret input dan output yang telah diputihkan. Hasil dari korelasi silang tersebut juga bermanfaat untuk memperoleh bobot respon impuls yang digunakan untuk menghasilkan deret noise.

Berikut adalah nilai r,s,b yang signifikan pada model fungsi transfer input tunggal:

Tabel 4. Hasil estimasi penentuan (r,s,b)

Variabel input	r	s	b
Kelembaban udara (X ₁)	0	0	3
Tekanan udara (X ₂)	0	0	0
Temperatur (X ₃)	0	0	4
Kecepatan angin (X ₄)	0	0	12

Penaksiran Parameter Model Fungsi Transfer Tunggal

Penentuan parameter model fungsi transfer ini didasarkan pada nilai (r,s,b) dengan meminimumkan fungsi (16) dan perhitungannya dikerjakan dengan menggunakan program SAS 9.1.3 Berikut hasil estimasi parameter model fungsi transfer input tunggal yang telah signifikan

Tabel 5. Hasil estimasi parameter variabel input model fungsi transfer

Deret input	Parameter	t-value	p-value	Lag	Shift
Kelembaban udara	$\phi_1 = 0,28935$	2,62	0,0106	1	0
	$\Theta_1 = 0,64501$	5,67	0,0001	12	0
	$\omega_0 = -5,14654$	-2,04	0,0446	0	3
Tekanan udara	$\theta_1 = -0,34937$	-3,30	0,0014	1	0
	$\Phi_1 = -0,72107$	-6,77	0,0001	12	0
	$\omega_0 = -34,4439$	-3,62	0,0005	0	0
Temperatur	$\phi_1 = 0,34422$	3,19	0,0021	1	0
	$\Theta_1 = 0,68455$	6,30	0,0001	12	0
	$\omega_0 = -12,651$	-2,24	0,0280	0	4
Kecepatan angin	$\theta_1 = -0,32070$	-2,72	0,0083	1	0
	$\Phi_1 = -0,71050$	-6,00	0,0001	12	0
	$\omega_0 = -13,09831$	-2,11	0,0387	0	12

Cek Diagnostik Model Fungsi Transfer Input Tunggal

Diagnostik model dilakukan untuk mengetahui kelayakan suatu model apakah telah memenuhi asumsi *white noise* atau belum. Caranya adalah dengan memeriksa nilai autokorelasi dan korelasi silang residualnya. Berikut adalah hasil diagnostik model fungsi transfer input tunggal:

Tabel 6. Hasil analisis uji autokorelasi residual pada masing-masing model fungsi transfer

lag	p-value dari uji Box			
	Kelembaban udara	Tekanan Udara	Temperatur	Kecepatan Angin
6	0,3976	0,1873	0,5472	0,1498
12	0,6780	0,4939	0,7435	0,5041
18	0,5885	0,7401	0,8170	0,6886
24	0,7341	0,8353	0,9062	0,7248

Pemeriksaan autokorelasi residual pada masing-masing model dapat dilihat pada Tabel 6. Nilai p-value untuk semua lag lebih dari alpha 0,05 yang berarti bahwa autokorelasi residual dari model *noise* tidak signifikan atau tidak terdapat korelasi antar lag sehingga dapat disimpulkan residual memenuhi asumsi *white noise*.

Untuk pemeriksaan korelasi silang residualnya dapat dilihat pada Tabel 7. Nilai p-value untuk semua variabel lebih dari dari $\alpha = 0,05$ atau dengan membandingkan nilai Q yang kurang dari $\chi^2_{\alpha,df}$, sehingga dapat disimpulkan korelasi antara model *noise* dengan deret input tidak signifikan atau deret input α_{it} dengan residual a_{it} memenuhi asumsi *white noise*.

Tabel 7. Hasil analisis uji korelasi silang residual pada masing-masing model fungsi transfer

lag	p-value dari uji Box			
	Kelembaban udara	Tekanan Udara	Temperatur	Kecepatan Angin
6	0,7698	0,1080	0,7130	0,2413
12	0,6241	0,2298	0,5233	0,5130
18	0,7718	0,5554	0,4924	0,5907
24	0,8483	0,2511	0,7250	0,7058

Tahap Kedua : Penentuan Model Fungsi Transfer Multivariat

Pemodelan fungsi transfer multivariat dilakukan setelah model fungsi transfer input tunggal telah terbentuk. Kunci dari model fungsi transfer multivariat adalah dengan cara melakukan korelasi silang secara serentak dan memodelkan secara serentak nilai r,s,b seluruh variabel yang telah diidentifikasi sebelumnya. Korelasi silang dan pemodelan secara serentak nilai r,s,b menghasilkan penduga parameter model fungsi transfer multivariat yang dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 8. Hasil Estimasi Parameter Fungsi Transfer Multivariat

Parameter	Penduga parameter	p-value	Lag	Variabel	Shift
θ_1	-0,36175	0,0037	1	y	0
Φ_1	-0,86989	0,0001	12	y	0
ω_0	-2,33515	0,2375	0	x1	3
ω_0	-41,9214	0,0001	0	x2	0
ω_0	-10,3447	0,0235	0	x3	4
ω_0	-13,3880	0,0156	0	x4	12

Hasil estimasi parameter model fungsi transfer multivariat perlu dikaji signifikansinya. Tabel 8 menunjukkan adanya variabel yang tidak signifikan dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ yaitu variabel input kelembaban udara. Hal itu karena kelembaban udara berkorelasi dengan variabel lain, sehingga perlu dikeluarkan dari model. Setelah variabel pertama dikeluarkan dari model maka didapat estimasi parameter sebagai berikut

Tabel 9. Hasil Estimasi Parameter Akhir Fungsi Transfer Multivariat

Parameter	Penduga parameter	p-value	Lag	Variabel	Shift
θ_1	-0,34972	0,0044	1	y	0
Φ_1	-0,88011	0,0001	12	y	0
ω_0	-43,2291	0,0001	0	x2	0
ω_0	-10,3913	0,0233	0	x3	4
ω_0	-13,6313	0,0135	0	x4	12

Berdasarkan Tabel 9. dapat disimpulkan bahwa setelah variabel pertama dikeluarkan dalam model, parameter tekanan udara, temperatur, kecepatan angin dan deret *noise* dari model fungsi transfer multivariat menjadi signifikan. Hal itu terlihat dari nilai *pvalue* masing-masing parameter kurang dari 0,05. Model fungsi transfer multivariat akhir yang didapatkan untuk output curah hujan adalah sebagai berikut:

$$(1 - B^{12})Y_t = -43,22914(1 - B^{12})(X_2)_t - 10,39131(1 - B^{12})(X_3)_{t-4} - 13,6313(1 - B^{12})(X_4)_{t-12} + \frac{(1 + 0,34972B)}{(1 + 0,88011B^{12})}a_t \quad (23)$$

Setelah dilakukan estimasi parameter dan nilai parameter telah signifikan maka tahap selanjutnya adalah pemeriksaan diagnostik model multivariat. Untuk mengetahui kelayakan suatu model perlu dilakukan pengujian terhadap kesesuaian deret *noise* dan ada tidaknya autokorelasi antara residual dengan variabel inputnya. Berikut hasil pemeriksaan autokorelasi untuk residual model:

Tabel 10. Hasil analisis uji autokorelasi residual pada Model Fungsi Transfer Multivariat

<i>Autocorrelation Check of Residuals</i>				
To Lag	Chi-Square	df	$\chi^2_{\alpha,df}$	Pr > ChiSq
6	4,66	4	9,49	0,3238
12	13,24	10	18,31	0,2108
18	17,49	16	26,30	0,3546
24	22,42	22	33,92	0,4348

Terlihat pada Tabel 10 bahwa *p-value* > 0,05 atau $Q_{hit} < \chi^2_{\alpha,df}$ hal ini berarti autokorelasi antara residual dengan variabel inputnya tidak signifikan. Residual fungsi transfer multivariat untuk semua lag telah memenuhi asumsi *white noise*. Selanjutnya adalah pemeriksaan korelasi silang untuk deret input dengan nilai residual. Hal ini berguna untuk mengetahui apakah korelasi antara deret input dengan deret *noise* signifikan atau tidak. Pemeriksaan ini dilakukan untuk masing-masing variabel input. Berikut hasil pemeriksaan korelasi silang residualnya:

Tabel 11. Hasil analisis uji korelasi silang residual pada Model Fungsi Transfer Multivariat

lag	<i>p-value</i>		
	Tekanan Udara	Temperatur	Kecepatan Angin
6	0,2346	0,1076	0,5385
12	0,1154	0,2279	0,8571
18	0,4048	0,1786	0,8651
24	0,2628	0,3670	0,8079

Berdasarkan Tabel 11. *p-value* masing-masing variabel lebih dari taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ sehingga dapat disimpulkan korelasi antara model *noise* dengan deret input tidak signifikan. Oleh karena model telah memenuhi *white noise* maka model fungsi transfer multivariat layak digunakan.

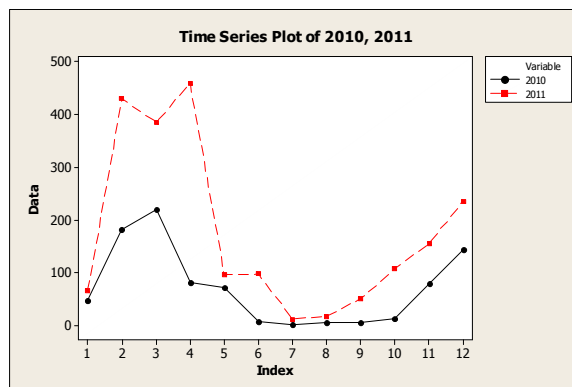
Peramalan dengan Penggunaan Model Fungsi Transfer Multivariat

Hasil estimasi model fungsi transfer multivariat menghasilkan parameter yang dapat digunakan untuk meramalkan suatu nilai ke depan. Berikut merupakan hasil peramalan curah hujan di Kota Yogyakarta dari tahun 2010 sampai 2011 dengan menggunakan model fungsi transfer multivariat:

Tabel 12. Hasil Ramalan Curah Hujan dengan Model Transfer Multivariat

tahun bulan	2010 (dalam satuan mm)	2011 (dalam satuan mm)
Januari	46,32	65,09
Februari	182,26	428,93
Maret	218,88	384,54
April	80,07	458,59
Mei	71,73	96,69
Juni	6,41	97,01
Juli	0,37	11,69
Agustus	4,99	17,21
September	5,74	50,48
Oktober	13,23	107,13
November	78,08	154,37
Desember	142,51	235,24

Untuk lebih jelasnya berikut disajikan hasil ramalan curah hujan tahun 2010 dan 2011 dalam bentuk plot *time series* .



Gambar 6. Plot Time Series Hasil Ramalan Tahun 2010-2011

Pada tahun 2011 nampak terjadi peningkatan curah hujan khususnya pada bulan Februari, Maret dan April. Pada bulan-bulan selanjutnya banyaknya curah hujan juga mengalami peningkatan akan tetapi ada juga yang nilainya mendekati yakni pada bulan Januari, Mei, Juli dan Agustus. Berdasarkan model fungsi transfer yang terbentuk menunjukkan bahwa banyaknya curah hujan selain dipengaruhi oleh ketiga variabel input juga dipengaruhi oleh banyak curah hujan itu sendiri pada tahun-tahun sebelumnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut: Model peramalan banyaknya curah hujan di Kota Yogyakarta tahun 2010 sampai 2011 dengan menggunakan model fungsi transfer multivariat yang melibatkan variabel input tekanan udara, temperatur dan kecepatan angin adalah sebagai berikut:

$$Y_t = -0,88Y_{t-12} + Y_{t-12} + 0,88Y_{t-24} - 43,229(X_2)_t - 38,04(X_2)_{t-12} + 43,229(X_2)_{t-12} \\ + 38,04(X_2)_{t-24} - 10,39(X_3)_{t-4} - 9,14(X_3)_{t-16} + 10,39(X_3)_{t-16} + 9,14(X_3)_{t-28} \\ - 13,63(X_4)_{t-12} - 11,99(X_4)_{t-24} + 13,63(X_4)_{t-24} + 11,99(X_4)_{t-36} + a_{t-1} + 0,349a_{t-1}$$

Model fungsi transfer multivariat di atas menunjukkan bahwa ramalan curah hujan pada waktu ke-t dipengaruhi oleh banyaknya curah hujan pada duabelas bulan sebelumnya dan duapuluh empat bulan sebelumnya (Y_{t-12} , Y_{t-24}), kelembaban udara pada waktu duabelas bulan sebelumnya dan duapuluh empat bulan sebelumnya ($(X_2)_t$, $(X_2)_{t-12}$, $(X_2)_{t-24}$, $(X_3)_{t-4}$), temperatur pada enambelas bulan sebelumnya dan duapuluh delapan bulan sebelumnya ($(X_3)_{t-16}$, $(X_3)_{t-28}$), serta dipengaruhi oleh kecepatan angin pada duabelas, duapuluh empat dan tigapuluh enam bulan sebelumnya ($(X_4)_{t-12}$, $(X_4)_{t-24}$, $(X_4)_{t-36}$). Terjadinya pengaruh pada bulan-bulan tertentu tersebut dikarenakan curah hujan merupakan fenomena musiman sehingga banyaknya curah hujan pada bulan t hampir sama dengan banyak curah hujan pada duabelas bulan sebelumnya sampai duapuluh empat bulan sebelumnya.

Peningkatan curah hujan terjadi hampir pada setiap bulannya. Akan tetapi peningkatan yang signifikan terjadi pada bulan Februari, April dan Oktober. Curah hujan maksimum pada tahun 2010 adalah 218,88mm terjadi pada bulan Maret, sedangkan pada tahun 2011 adalah 458,59mm terjadi pada bulan April. Curah hujan minimum untuk kedua tahun terjadi pada bulan Juli yaitu 0,37mm untuk tahun 2010 dan 11,69mm pada tahun 2011. Rata-rata curah hujan pada tahun 2010 adalah 70,88mm dan pada tahun 2011 adalah 175,58mm.

DAFTAR PUSTAKA

- Bowerman, B.L. and O'Connell, R.T. 1993. *Forecasting and Time Series: An Applied Approach*, 3rd edition, Belmont, California: Duxbury Press.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., and Reissel, G.C. 1994. *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 3rd edition. Englewood Cliffs : Prentice Hall.
- BPS Kota Yogyakarta. 2009. *Kota Yogyakarta dalam Angka*. Yogyakarta: BPS Yogyakarta
- Chatfield, C. 2004. *The Analysis of Times Series An Introduction*. Florida: CRC Press Company.
- Hanke, J.E dan Wicheren DW. 2005. *Business Forcadting*. 8th edition. Fngewood: Cliffs Prentice Hall
- Makridakis Spyros, Wheel Wright Steven C, dan Victor E, McGEE. 1993. *Metode Dan Aplikasi Peramalan*. Edisi Ke-2. Jakarta: Erlangga
- Soewarno. 2000. *Hidrologi Operasional*. Jilid kesatu. Bandung: Citra Aditya Bakti
- Suyono Sosrodarsono. 1985. *Hidrologi*. Jakarta: PT Pradnya Paramita
- Wei, W.S William. 1990. *Univariate and Multivariate Methods*. California. Addison Wesley Publishing Company
- Wilson, E.M. 1993. *Hidrologi Teknik*. Edisi ke-4. Jakarta : Erlangga

Khrisna Yuli Siswanti / Peramalan Curah Hujan