

**KENDALI OPTIMAL PADA PENURUNAN EMISI CO<sub>2</sub>  
DAN EFEK RUMAH KACA DI INDONESIA  
MENGUNAKAN METODE LANGSUNG DAN TIDAK LANGSUNG**

**Aprilia Dwi Handayani, Subchan**

*Pasca Sarjana Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya  
Email: handayani\_dwi\_aprilia@yahoo.com/subchan@matematika.its.ac.id*

**Abstrak**

Salah satu isu internasional yang dewasa ini banyak mendapat sorotan dari berbagai kalangan adalah pemanasan global yang disebabkan oleh gas rumah kaca, seperti karbon dioksida (CO<sub>2</sub>). Untuk mengurangi emisi CO<sub>2</sub> tanpa membatasi pertumbuhan ekonomi, beberapa langkah yang dapat dilakukan adalah perluasan kawasan hutan dengan cara reboisasi dan penerapan teknologi bersih. Mengingat keterbatasan sumber daya, investasi harus dilakukan secara optimal dengan cara yang efektif. Hubungan antara produksi CO<sub>2</sub> dengan luas area hutan dan Gross Domestic Product dimodelkan sebagai persamaan diferensial biasa. Permasalahan dapat dimodelkan sebagai permasalahan kendali optimal dimana fungsi objektifnya adalah penentuan biaya optimal reboisasi dan teknologi bersih. Solusi optimalnya diperoleh dengan menerapkan metode langsung dan tidak langsung untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal. Selanjutnya permasalahan kendali optimal ditransformasikan menjadi permasalahan Pemrograman Non Linear (Non Linear Programming) dimana hasil transformasinya dapat diselesaikan menggunakan NLP.

**Kata kunci:** Efek Rumah Kaca, Emisi CO<sub>2</sub>, Kendali Optimal, Pemodelan Matematika.

**PENDAHULUAN**

Selama beberapa dekade terakhir, berkembang kekhawatiran tentang isu-isu lingkungan seperti polusi udara, konservasi cadangan air dan pengurangan hutantropis (Caetano dkk., 2008). Pemanasan global (global warming) merupakan salah satu isu internasional yang dewasa ini banyak mendapat sorotan dari berbagai macam kalangan. Pemanasan global diartikan sebagai meningkatnya suhu bumi secara keseluruhan yang disebabkan oleh efek gas rumah kaca dan merupakan salah satu gejala dari pengelolaan sumber daya hutan yang tidak berkelanjutan. Kekhawatiran dunia sangat beralasan karena pengaruh global dapat berdampak kepada kehidupan dan kondisi bentang lahan dari semua negara baik negara penghasil Gas Rumah Kaca (GRK) maupun bukan (Widodo, 2010).

Negara penghasil gas rumah kaca adalah negara-negara industri yang menggunakan bahan bakar fosil sebagai sumber energinya. Indonesia juga merupakan salah satu negara emitor GRK khususnya yang berasal dari pembukaan hutan dan pengeringan gambut ((Widodo, 2010). Negara-negara lain memandang kebakaran hutan gambut yang kerap terjadi di Indonesia merupakan penyumbang CO<sub>2</sub> terbesar di dunia. Bahkan, Indonesia dituding menjadi negara ketiga yang menjadi penyumbang pemanasan global karena penebangan dan pembakaran hutan yang terjadi beberapa tahun belakangan ini (Susanta, 2007). Oleh karena itu, Indonesia menjadi salah satu bagian dari solusi terhadap pengurangan pemanasan global (Widodo, 2010).

Meningkatnya pemanasan global akibat GRK akan menimbulkan masalah terhadap pola adaptasi makhluk hidup pada suatu ekosistem dan terputusnya rantai makanan antar organisme yang berakibat pada menurunnya ketersediaan stok pangan dunia. Efek rumah kaca dapat berdampak keparusaknya ekosistem yang akhirnya akan memutus rantai makanan dan berpengaruh kepada seluruh kehidupan di muka bumi (Widodo, 2010). Mengingat dampak yang ditimbulkan oleh efek gas rumah kaca, maka perlu diadakan tindakan preventif untuk mengurangi peningkatan emisi CO<sub>2</sub>. Dua cara yang dapat dilakukan untuk mengurangi efek gas rumah kaca dan peningkatan emisi CO<sub>2</sub>

di lapisan troposfer adalah dengan mengelola sumber daya hutan dan menerapkan teknologi bersih. Semakin banyak luasan vegetasi dan luasan hutan maka akan semakin banyak jumlah CO<sub>2</sub> yang bisa diambil oleh permukaan daun untuk proses fotosintesa dan salah satu produk akhirnya adalah O<sub>2</sub> yang dimanfaatkan oleh makhluk hidup pada saat respirasi. Teknologi bersih atau 'clean technology' adalah teknologi yang berprinsip pada optimasi penggunaan sumber-sumber daya demi mengurangi emisi yang bersifat negative terhadap manusia dan lingkungan (Krisna, 2007).

Sebuah laporan dari UNEP menunjukkan bahwa antara tahun 1972 sampai tahun 1999, rata-rata pendapatan tahunan meningkat 13% di Afrika, 72% di Asia dan 35% di Amerika Latin dan Karibia. Di sisi lain, Afrika kehilangan sekitar 0.7% total area hutan, per tahun selama tahun 1990 sampai tahun 2000. Dalam periode yang sama, Asia Pasifik kehilangan 0.1% dan Amerika Latin dan Karibia kehilangan 0.5% dari total area hutan per tahun. Penipisan hutan akan berdampak pada peningkatan emisi CO<sub>2</sub>. Selain itu, masalah utama yang dihubungkan dengan perkembangan ekonomi adalah kebutuhan energi, yaitu bahan bakar fosil sebagai sumber utama (Caetano dkk., 2008). Penggunaan bahan bakar fosil ini juga menyebabkan peningkatan emisi CO<sub>2</sub>. Laju pelepasan gas-gas berbahaya di atmosfer terutama gas CO<sub>2</sub> diperparah dengan laju pertumbuhan ekonomi yang berkorelasi positif dengan laju pertumbuhan industri. Hubungan antara Gross Domestic Product (GDP) dan pemanasan global berkaitan dengan pengaruh inisiatif makroekonomi tertentu pada penurunan emisi CO<sub>2</sub> (Caetano dkk., 2008). Sebagai contoh, konsumsi yang berhubungan dengan kebijakan karbon untuk menurunkan emisi CO<sub>2</sub> sebanyak 50% akan menurunkan GDP sebanyak 4% di Amerika Utara, 1% di Eropa dan 19% di beberapa negara penghasil minyak.

Menurut berbagai uraian di atas, upaya penurunan tingkat emisi CO<sub>2</sub> terkait dengan luas area hutan dan pertumbuhan ekonomi suatu negara (GDP). Oleh karena itu, untuk menurunkan emisi CO<sub>2</sub> tanpa membatasi pertumbuhan ekonomi, perlu dilakukan manajemen kontrol sumber daya yang optimal. Dalam penelitian ini dideskripsikan model matematis yang menggambarkan hubungan dinamis emisi CO<sub>2</sub> dengan investasi pada reboisasi dan penerapan teknologi bersih serta ditentukan kendali optimal untuk mengurangi emisi CO<sub>2</sub> dan efek rumah kaca.

## METODOLOGI PENELITIAN

### Penyelesaian Kendali Optimal

Untuk menyelesaikan kendali optimal dengan metode langsung dilakukan mengikuti langkah-langkah Prinsip Maksimum Pontryagin. Prosedur menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin adalah sebagai berikut (Naidu, 2002):

Diberikan persamaan plant:  $\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$

Diberikan indeks performansi:  $J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t) dt$

Dan kondisi batas  $x(t_0) = x_0$  dan  $x(t_f) = x_f$  bebas.

Maka langkah-langkah penyelesaiannya adalah:

1. Bentuk fungsi Pontryagin  $H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda'(t) f(x(t), u(t), t)$
2. Minimumkan  $H$  terhadap semua vektor kontrol  $u(t)$ :

$$\left( \frac{\partial H}{\partial u} \right)_* = 0 \text{ dan diperoleh } u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

3. Gunakan hasil dari langkah 2 ke dalam langkah 1 dan tentukan  $H^*$  yang optimal.

$$H^*(x^*(t), h(x^*(t), \lambda^*(t), t), \lambda^*(t), t) = H^*(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

4. Selesaikan sekumpulan  $2n$  persamaan  $\dot{x}^*(t) = \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_*$  dan  $\dot{\lambda}^*(t) = - \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right)_*$

Dengan kondisi awal  $x_0$  dan kondisi akhir  $\left[ H^* + \frac{\partial S}{\partial t} \right]_{t_f} \delta x_f + \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^* - \lambda^*(t) \right]_{t_f} \delta x_f = 0$

5. Untuk memperoleh kontrol optimal, substitusikan solusi  $x^*(t), \lambda^*(t)$  dari langkah 4 ke dalam ekspresi optimal kontrol  $u^*$  pada langkah 2.

Sedangkan kendali optimal dengan metode langsung diselesaikan dengan menggunakan salah satu toolbox dari MATLAB, dengan langsung mendefinisikan parameter-parameter terlebih dahulu beserta syarat-syarat yang harus dipenuhi dalam toolbox tersebut.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Model Matematika Emisi CO<sub>2</sub>

Sistem dinamis yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari tiga persamaan diferensial biasa yang masing-masing menyatakan model matematika emisi CO<sub>2</sub>, luas area hutan dan GDP. Emisi CO<sub>2</sub> dipengaruhi oleh luas kawasan hutan dan penerapan teknologi bersih. Pada model emisi CO<sub>2</sub>, keberadaan hutan dapat menyerap atau mengurangi emisi, sehingga dituliskan ke dalam bentuk  $-\alpha_1 z$ . Emisi CO<sub>2</sub> berkorelasi positif dengan pertumbuhan ekonomi (GDP) dan berkurang adanya penerapan teknologi bersih, hal ini dapat dinyatakan dalam bentuk  $(\alpha_2 - u_2)y$ . Pada persamaan keadaan yang kedua, bentuk  $u_1 y$  menunjukkan bahwa luas area hutan meningkat karena adanya reboisasi. Sedangkan suku  $-hz$  menunjukkan adanya penurunan atau penipisan luas area hutan. Sistem persamaan diferensial menggambarkan emisi CO<sub>2</sub> serta kaitannya dengan luas area hutan dan tingkat GDP yang diberikan oleh sistem dinamik sebagai berikut (Caetano dkk., 2008) :

$$\begin{cases} \dot{x} = rx \left( 1 - \frac{x}{s} \right) - \alpha_1 z + (\alpha_2 - u_2)y \\ \dot{z} = u_1 y - hz \\ \dot{y} = \gamma y \end{cases}$$

Dengan:

$x$  = Konsentrasi karbon dioksida di atmosfer

$z$  = luas area hutan

$y$  = Gross Domestic Product (GDP)

$r$  = tingkat emisi CO<sub>2</sub>

$s$  = kapasitas angkut CO<sub>2</sub> di atmosfer

$\alpha_1$  = parameter yang berkaitan dengan luas area hutan

$\alpha_2$  = parameter yang berkaitan dengan GDP

$u_1$  = kontrol emisi CO<sub>2</sub> dengan adanya investasi pada reboisasi atau luas area hutan

$u_2$  = kontrol emisi CO<sub>2</sub> dengan adanya investasi pada penerapan teknologi bersih

$h$  = laju penipisan hutan

Setiap persamaan pada sistem dinamik di atas memiliki kondisi awal (*initial condition*) dan kondisi akhir (*final condition*) sebagai berikut:

$$x(0) = x_0, \quad x(t_f) = x_{t_f}$$

$$z(0) = z_0, \quad z(t_f) = z_{t_f}$$

$$y(0) = y_0, \quad y(t_f) = y_{t_f}$$

dan  $t_f$  ditentukan.

### Penyelesaian Kendali Optimal

Permasalahan kendali optimal dalam penelitian ini adalah meminimalkan biaya reboisasi dan emisi CO<sub>2</sub> yang dirumuskan dalam fungsi tujuan berikut:

$$J(u_1, u_2) = \int_0^{t_f} e^{-\delta t} (ax^2 + bu_1^2 + cu_2^2) dt$$

Kendali  $u_1$  adalah kendali emisi CO<sub>2</sub> dengan adanya investasi pada reboisasi atau luas area hutan dan kendali  $u_2$  adalah kendali emisi CO<sub>2</sub> dengan adanya investasi pada penerapan teknologi bersih. Bobot a, b, dan c mencerminkan nilai kepentingan relatif dari variabel  $x$ ,  $u_1$  dan  $u_2$ .

### Penyelesaian Model Emisi CO<sub>2</sub> dengan Metode Tidak Langsung

Kendali optimal dengan metode tidak langsung diselesaikan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Langkah awal untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal adalah membentuk fungsi Hamiltonian, yaitu:

$$H = e^{-\delta t} (ax^2 + bu_1^2 + cu_2^2) + \lambda_x \left( rx \left( 1 - \frac{x}{s} \right) - \alpha_1 z + (\alpha_2 - u_2) y \right) + \lambda_z (u_1 y - hz) + \lambda_y \gamma$$

Berdasarkan Prinsip Maksimum Pontryagin maka harus dipenuhi kondisi kondisi stasioner, persamaan state  $x(t)$  dan persamaan co state  $\lambda_x(t)$ .

Kondisi stasioner yang harus dipenuhi adalah:

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 \Leftrightarrow 2e^{-\delta t} bu_1 + \lambda_z y = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 \Leftrightarrow 2e^{-\delta t} cu_2 + \lambda_x y = 0$$

Sehingga diperoleh kendali optimal  $u_1^* = -\frac{\lambda_z y}{2be^{-\delta t}}$  dan  $u_2^* = -\frac{\lambda_x y}{2ce^{-\delta t}}$ .

### Persamaan State dan Co State

Dengan mensubstitusikan persamaan  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  pada persamaan state dan co state, maka diperoleh sistem yang optimal, yaitu:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_x} = \left( rx \left( 1 - \frac{x}{s} \right) \right) - \alpha_1 z + \left( \alpha_2 - -\frac{\lambda_x y}{2ce^{-\delta t}} \right)$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_z} = \left( -\frac{\lambda_z y}{2be^{-\delta t}} \right) y - h$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_y} = \gamma$$

$$\dot{\lambda}_x = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda_x r + \frac{2r\lambda_x x}{s} - 2axe^{-\delta t}$$

$$\dot{\lambda}_z = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\lambda_x \alpha_1 + \lambda_z h$$

$$\dot{\lambda}_y = -\frac{\partial H}{\partial y} = -\lambda_x (\alpha_2 - u_2) - \lambda_z u_1 - \lambda_y \gamma$$

### Penyelesaian Model Emisi CO<sub>2</sub> dengan Metode Langsung.

Metode langsung didasarkan pada transformasi masalah kendali optimal ke dalam permasalahan non linear programming dengan mendiskretisasi persamaan keadaan dan kendali. Berdasarkan diskretisasi dari keadaan dan kendali, metode langsung dapat dikategorikan dalam tiga pendekatan berbeda (Subchan, 2009), yaitu:

1. Berdasarkan pada parameterisasi keadaan dan variabel kendali.  
Kendali dan keadaan didiskretkan dan kemudian menghasilkan diskretisasi yang diselesaikan menggunakan suatu software NLP. Pendekatan kolokasi langsung berdasarkan pada diskretisasi keseluruhan dari keadaan dan kendali. Sedangkan metode Pseudospectral Legendre, variabel keadaan dan variabel kendali didekati dengan menggunakan polinomial interpolasi Lagrange
2. Berdasarkan pada parameterisasi kendali.  
Persamaan keadaan (state) dan fungsi tujuan dapat diselesaikan oleh integrasi numerik. Pendekatan ini dikenal sebagai parameterisasi kendali dan idenya adalah untuk mengestimasi variabel kendali dan menghitung variabel keadaan dengan mengintegrasikan persamaan keadaan.
3. Berdasarkan pada parameterisasi keadaan.  
Parameterisasi persamaan keadaan dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal non linear tanpa kendala.

Kendali optimal dengan metode langsung diselesaikan dengan menggunakan software yang dapat langsung digunakan untuk memecahkan masalah *optimal control* dengan mendefinisikan masalah optimal control pada M-File dan disesuaikan dengan parameter yang diketahui. Nilai parameter dalam permasalahan optimal control ini diberikan pada tabel 1. Sedangkan nilai parameter komputasi yang diberikan pada tabel 2 digunakan sebagai input pada waktu simulasi.

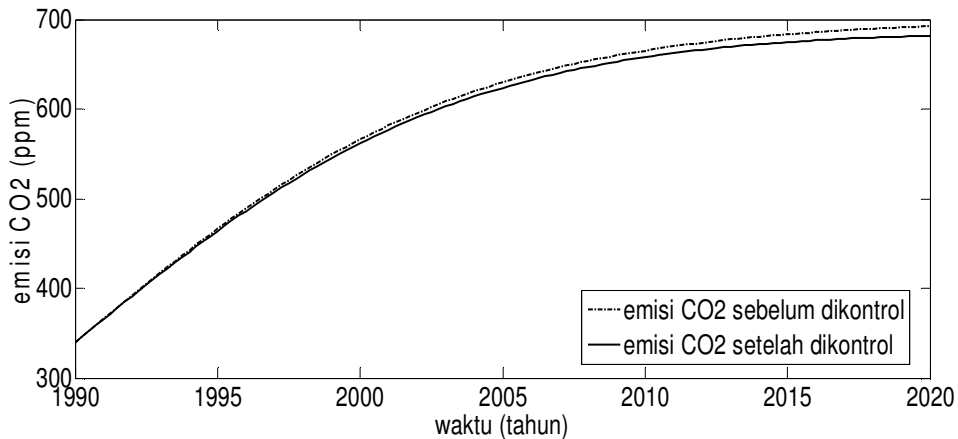
Tabel 1. Parameter dan Nilainya

Parameter	Nilai
$r$	0.15
$s$	700
$h$	0.0001
$\gamma$	0.0449
$a$	0.1
$b$	$3.5 \times 10^9$
$c$	$1 \times 10^9$
$\alpha_1$	0.0006
$\alpha_2$	0.00005
$\delta$	59.73

Tabel 2. Parameter Komputasi

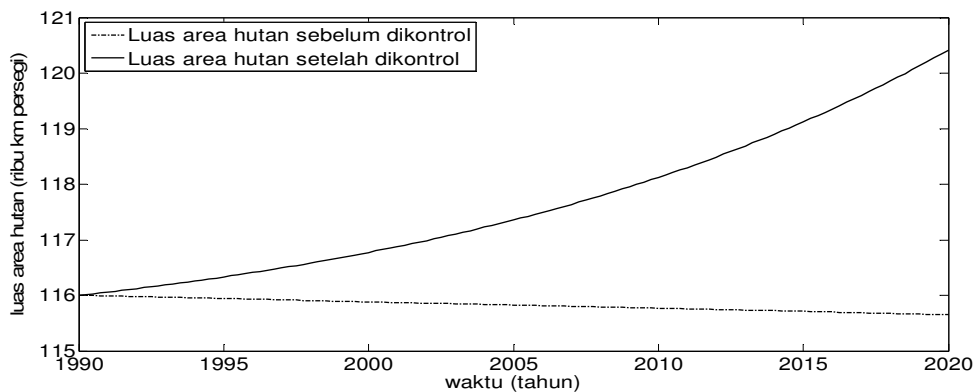
Parameter Komputasi	Simbol	Nilai
Waktu akhir	$t_f$	30
Batas kontrol $u_1$		(0, 00012)
Batas kontrol $u_2$		(0.0008)
Nilai awal emisi CO <sub>2</sub>	$X(0)$	340
Nilai awal luas area hutan	$Z(0)$	116
Nilai awal GDP	$Y(0)$	1144

Hasil simulasi dengan software diberikan pada gambar dibawah ini:



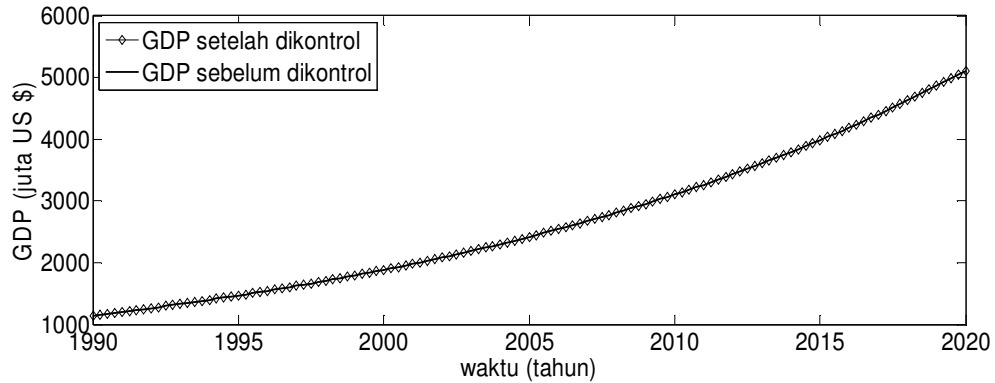
Gambar 1: Nilai emisi CO<sub>2</sub> sebelum dan sesudah dikontrol

Pada Gambar 1 menunjukkan besarnya emisi CO<sub>2</sub> selama 30 tahun mulai tahun 1990 sampai tahun 2020 dengan nilai awal besarnya emisi CO<sub>2</sub> adalah 340 ppm pada tahun 1990 dan akan semakin meningkat sejalan dengan bertambahnya waktu.. Grafik yang berupa garis putus-putus menunjukkan besarnya emisi CO<sub>2</sub> sebelum dikontrol dan grafik yang berupa garis penuh menunjukkan besarnya emisi CO<sub>2</sub> setelah dikontrol. Dari gambar 1 terlihat bahwa setelah dikontrol, emisi CO<sub>2</sub> lebih rendah dibandingkan dengan tanpa kendali. Sebagai contoh, pada tahun 2015, apabila tidak ada upaya pengendalian, maka besarnya emisi CO<sub>2</sub> adalah 683.55827 ppm sedangkan apabila dilaksanakan reboisasi maka tingkat emisi akan menjadi lebih rendah, yaitu sebesar 674.76001 ppm. Hal ini menunjukkan bahwa reboisasi dan teknologi bersih dapat menekan laju emisi CO<sub>2</sub> sehingga dapat pula menurunkan efek gas rumah kaca.



Gambar 2: Luas area hutansebelum dan sesudah dikontrol

Pada Gambar 2 menunjukkan besarnya emisi CO<sub>2</sub> selama 30 tahun mulai tahun 1990 sampai tahun 2020 dengan nilai awal luas area hutan adalah 116 ribu km persegi pada tahun 1990 dan akan semakin menurun sejalan dengan bertambahnya waktu.. Grafik yang berupa garis putus-putus menunjukkan luas area hutan sebelum dikontrol dan grafik yang berupa garis penuh menunjukkan luas area hutansetelah dikontrol. Dari gambar 2 terlihat bahwa sebelum dikontrol, luas area hutanmenurun dari tahun ke tahun, tetapi setelah dikontrol luas area hutan dapat mengalami peningkatan sejalan dengan bertambahnya waktu.. Sebagai contoh pada tahun 2015 luas area hutan turun menjadi 115.71036 ribu km persegi, sedangkan setelah dikontrol, luas area hutan meningkat menjadi 119.12057 ribu km persegi.



Gambar 3: Nilai GDP sebelum dan sesudah dikontrol

Pada Gambar 3 menunjukkan besarnya GDP selama 30 tahun mulai tahun 1990 sampai tahun 2020 dengan nilai awal luas area hutan adalah 1140 juta US \$ pada tahun 1990. Pada gambar 3, grafik nilai GDP sebelum dan sesudah dikontrol berimpit. Berdasarkan latar belakang penelitian ini, upaya penurunan emisi CO<sub>2</sub> seringkali membawa dampak pada penurunan nilai GDP. Kendali optimal pada emisi CO<sub>2</sub> dalam penelitian ini, menunjukkan bahwa penurunan emisi CO<sub>2</sub> dapat dicapai dengan memperhatikan pertumbuhan ekonomi sehingga tidak terjadi penurunan nilai GDP. Dengan demikian, reboisasi dan teknologi bersih dapat mengurangi emisi CO<sub>2</sub> sekaligus juga tetap mempertahankan laju pertumbuhan ekonomi.

#### KESIMPULAN

1. Pengendalian emisi CO<sub>2</sub> berupa pelaksanaan reboisasi dan teknologi bersih dapat menekan laju emisi CO<sub>2</sub> sehingga dapat pula menurunkan efek rumah kaca.
2. Dengan pelaksanaan reboisasi dan teknologi bersih, penurunan emisi CO<sub>2</sub> dapat dicapai tanpa menyebabkan penurunan nilai GDP serta luas kawasan hutan dapat meningkat dari tahun ke tahun.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Antonio Leonel, M, Marcolino Gerardi, D.F, Yoneyama, T, (2008), Optimal Resource Management Control for CO<sub>2</sub> Emission and Reduction of the Greenhouse Effect, Ecological Modelling.
- Naidu, D.S.(2002). Optimal Control Systems, CRC PRESS, NewYork
- Soemarwoto, O., (2005), Analisis Mengenai Dampak Lingkungan, Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.
- Subchan, S, dan Zbikowski, R, (2009), Computational Optimal Control Tools and Practise, John Willey and Sons, Ltd, Publication, United Kingdom.
- Susanta, G, Sutjahjo, H, (2007), Akankah Indonesia Tenggelam akibat Pemanasan Global?, Penebar Plus<sup>+</sup>, Jakarta.
- Widodo, Maret 2010, Pengelolaan Sumber Daya Hutan Untuk Mengurangi Emisi Gas Co<sub>2</sub> Penyebab Efek Rumah Kaca ( *Green House Effect* ). (<http://uwityangyoyo.wordpress.com> ) diakses tanggal 14 Desember 2010.

