

METODE FINALTI UNTUK MENENTUKAN BERAT SAPI OPTIMAL

Oleh :

H. A. Parhusip¹ dan Siska Ayunani²

Program Studi Matematika Industri dan Statistika

Fakultas Sains dan Matematika (FSM)

Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) (www.uksw.edu)pressure1733@hotmail.com²mahasiswa S1, –FSM-UKSW

Abstrak : Pada makalah ini ditunjukkan cara menyatakan berat sapi (w) sebagai fungsi lingkaran dada ($r(t)$) dan pupuk urea ($u(t)$) sebagai fungsi parametrik. Untuk selanjutnya ditentukan lingkaran dada dan pupuk urea yang optimal untuk menentukan berat sapi yang menghasilkan produksi susu sapi secara maksimal. Untuk itu digunakan metode Finalti. Diperoleh hasil bahwa pada lingkaran dada $r = 206$ cm maka berat sapi optimal adalah $w = 450.1$ kg. Sedangkan nilai pupuk urea yang menyebabkan berat optimal untuk produksi susu sapi adalah 37.21 gram. Berdasarkan data maka hal ini dibenarkan.

Karena jumlah hijauan sebagai variabel dominan maka jumlah hijauan berkontribusi pada fungsi berat sapi. Berat sapi dapat dinyatakan sebagai fungsi hijauan x_1 , pupuk urea $u(t)$ dan lingkaran dada $r(t)$.

Kata kunci : lingkaran dada, pupuk urea, fungsi parameterik, metode Finalti

Pendahuluan**1.1 Latar Belakang**

Pada (Parhusip dan Ayunani, 2009, [1]) telah ditunjukkan bahwa hijauan sebagai variabel dominan untuk berat sapi yang produktif menghasilkan susu. Hal ini dilakukan dengan menggunakan *Principal Componen Analysis* (Shlens, 2005) Selain hijauan terdapat beberapa variabel lain yang diukur seperti pupuk urea, lingkaran dada, garam dapur, ketela untuk mempelajari berat sapi yang optimal dalam menghasilkan produksi susu sapi. Data diobservasi setiap hari selama 1.5 bulan, dari tanggal 15 Juli 2008 sampai dengan 30 Agustus 2008. Data diperoleh dari Peternakan Rakyat Dukuh Belon, Kelurahan Kumpulrejo, Kecamatan Argomulyo, Kota Salatiga.

Untuk itu pada makalah ini akan ditunjukkan bagaimana menentukan hubungan antara berat sapi dengan lingkaran dada dan banyaknya pupuk urea yang diberikan sebagai fungsi waktu dan menggunakan variabel dominan pada berat sapi setelah dinyatakan sebagai fungsi lingkaran dada dan pupuk urea.

Berat pupuk urea diberikan perhari sama dalam 2 minggu dan waktu maksimal yang diberikan adalah 40 minggu. Berat sapi sebagai fungsi parametrik lingkaran dada dan pupuk urea dengan parameter waktu. Penetapan parameter dilakukan dengan metode kuadrat terkecil sebagaimana telah ditunjukkan pada literatur (Parhusip, 2009, [3]).

Makalah ini disusun sebagai berikut. Pada Bab II ditunjukkan pemodelan yang dilakukan, dan Bab III menunjukkan langkah-langkah yang dilakukan dalam menyusun model dan penyelesaian. Bab IV ditunjukkan hasil modifikasi model lebih lanjut serta pada akhirnya kesimpulan ditunjukkan pada Bab V.

2. PEMODELAN

2.1 Model Logistik untuk lingkaran dada dan pupuk urea

Diasumsikan bahwa lingkaran dada sapi tidak akan bertambah ketika t menuju tak hingga (dalam waktu yang lama) yang menyebabkan lingkaran dada tidak akan menuju tak hingga tetapi menuju suatu nilai konstan, sehingga kita memperoleh model untuk lingkaran dada sapi yaitu:

$$\frac{dr(t)}{dt} = kr \left(1 - \frac{r}{K} \right)$$

dengan K = lingkaran dada maksimum dan k = konstanta laju perubahan lingkaran dada dengan syarat $k > 0$. Komputasi dilakukan dengan menggunakan data tak berdimensi sehingga K dan k tidak mempunyai satuan. Nilai parameter K dapat ditentukan jika:

$$\frac{dr(t)}{dt} = 0 \quad (1)$$

sehingga $K=r(t^*)$ dengan t^* merupakan waktu yang menyebabkan persamaan (1).

Dengan memisahkan variabelnya maka:

$$r(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-kt}} \quad \text{dengan} \quad A = \frac{K - r_0}{r_0} \quad (2.a)$$

Jika K dan t^* sudah diketahui maka k dapat diperoleh yaitu :

$$k = \frac{\ln(K - r(t) / r(t^*) A)}{t^*} \quad (2.b)$$

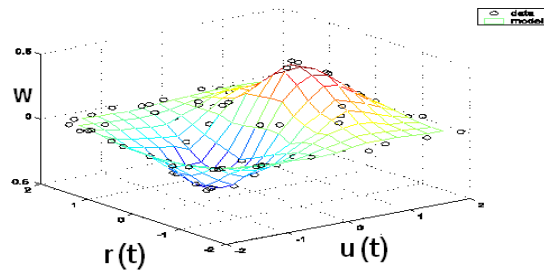
Secara sama dapat pula dilakukan untuk pupuk urea.

2.2 Berat sapi sebagai fungsi pupuk urea dan lingkaran dada

Pada makalah ini dipilih bentuk yang secara analitik mempunyai nilai minimum dan maksimum . Misal

$$w = \gamma r(t) e^{-\alpha r(t)^2 - \beta u(t)^2} \tag{3.a}$$

dengan α, β dan γ dicari berdasarkan data dan $r(t)$ = lingkaran dada sebagai fungsi waktu , $u(t)$ = fungsi berat pupuk urea . Fungsi ini telah digunakan untuk memodelkan pendapatan daerah Salatiga sebagai fungsi sektor pajak dan retribusi (Parhusip,2009,[3]) .Ilustrasi fungsi (3.a) dapat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi grafik berdasarkan data random untuk fungsi

$$w = \gamma r(t) e^{-\alpha r(t)^2 - \beta u(t)^2} \text{ pada } \alpha = 1, \beta = 1 \text{ dan } \gamma = 1.$$

Parameter dapat ditentukan dengan metode kuadrat terkecil. Pada dasarnya metode ini mencari α, β dan γ dengan meminimalkan

$$R = \sum_{i=1}^n (w_{d,i} - w_i)^2 \tag{3.b}$$

dengan $w_{d,i}$ adalah data berat sapi ke- i . Dengan metode kuadrat terkecil (Parhusip,2009;[3]) maka nilai α, β dan γ dapat dicari dengan meminimalkan

$$R = \sum_{i=1}^n (w_{d,i} - w_i)^2 = \sum_{i=1}^n (w_{d,i} - \gamma_i e^{-\alpha r_i^2 - \beta u_i^2})^2 \tag{3.c}$$

dimana: $w_{d,i}$ = data berat pada waktu ke- i , n = banyaknya data.

Agar mendapatkan error yang minimum berarti $\bar{\nabla} R = \bar{0}$. Jadi diperoleh 3 persamaan untuk memperoleh α, β dan γ . Persamaan tersebut diselesaikan dengan bantuan MATLAB yaitu dengan menggunakan fungsi *lsqnonlin*. Untuk selanjutnya perlu ditentukan $r(t)$ dan $u(t)$ pada suatu t yang memaksimalkan w

2.3 Metode Finalti (*Penalty Method*)

Metode Finalti (Peressini,1988) pada makalah ini digunakan untuk menyelesaikan kasus dimana kasus mula- mula adalah memaksimalkan w tanpa kendala. Sedangkan Metode Finalti biasa digunakan untuk meminimalkan fungsi dengan kendala. Untuk menggunakan metode ini maka masalah optimasi harus disusun dalam bentuk umum sebagai berikut

Anggap bahwa $f(\vec{x}), g_1(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x})$ turunan parsial yang kontinu di R^n .

Untuk menyelesaikan masalah optimasi berkendala yaitu

$$\begin{cases} \text{minimalkan } f(\vec{x}) \text{ dengan kendala} \\ g_1(\vec{x}) \leq 0, g_2(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x}) \leq 0, \vec{x} \in R^n \end{cases} \quad (P.1a)$$

dilakukan proses sebagai berikut

(1). Untuk setiap bilangan bulat positif k (disebut parameter Finalti), anggap \vec{x}_k^* adalah peminimum global untuk fungsi Finalti yaitu

$$P_k(\vec{x}) = f(\vec{x}) + k \sum_{i=1}^m [g_i^+(\vec{x})]^2. \quad (P.1b)$$

Notasi $g_i^+(\vec{x})$ menyatakan bahwa untuk suatu kendala $g_i(\vec{x}) \leq 0$, maka fungsi $g_i^+(\vec{x})$ didefinisikan sebagai

$$g_i^+(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & \text{jika } g_i(\vec{x}) \leq 0 \\ g_i(\vec{x}) & \text{jika } g_i(\vec{x}) > 0 \end{cases}. \quad (P.1c)$$

(2). Tunjukkan bahwa subbarisan $\{\vec{x}_k^*\}$ konvergen pada suatu penyelesaian \vec{x}^* untuk masalah (P.1).

Oleh karena fungsi kendala dinyatakan dalam bentuk persamaan (P.1c) maka diperlukan adanya jaminan bahwa $h(\vec{x}) = [g^+(\vec{x})]^2$ juga mempunyai turunan pertama parsial yang kontinu di R^n . Hal ini ditunjukkan pada Lemma 1.a berikut ini.

Lemma 1.a.

Jika $g(\vec{x})$ mempunyai turunan parsial pertama yang kontinu di R^n , hal ini berlaku juga $h(\vec{x}) = [g^+(\vec{x})]^2$. Selain itu turunan parsial tersebut adalah

$$\frac{\partial h(\vec{x})}{\partial x_i} = 2g^+(\vec{x}) \frac{\partial g}{\partial x_i}(\vec{x}), \text{ untuk semua } i = 1, 2, \dots, n \text{ untuk semua } \vec{x} \in R^n.$$

Bukti : (halaman 219).

Secara umum metode Finalti ditunjukkan oleh Teorema berikut ini.

Teorema 1.b

Anggap bahwa $f(\vec{x}), g_1(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x})$ kontinu di R^n dan $f(\vec{x})$ terbatas ke bawah di R^n (yaitu terdapat suatu konstan c sehingga berlaku $c \leq f(\vec{x})$ untuk semua $\vec{x} \in R^n$). Jika \vec{x}_F^* suatu penyelesaian pada masalah yaitu

$$\begin{cases} \text{minimalkan } f(\vec{x}) \text{ dengan kendala} \\ g_1(\vec{x}) \leq 0, g_2(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x}) \leq 0, \end{cases} \quad (\text{P.2a})$$

dan jika setiap bilangan bulat positif k , terdapat suatu $\vec{x}_k \in R^n$ sehingga

$$P_k(\vec{x}_k) = \min_{\vec{x} \in R^n} P_k(\vec{x}),$$

maka

(i). $P_k(\vec{x}_k) \leq P_{k+1}(\vec{x}_{k+1}) \leq f(\vec{x}_F^*)$ untuk setiap bilangan bulat positif k

(ii). $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m [g_i^+(\vec{x}_k)]^2 = 0$.

Sebagai konsekuensi, jika $\{\vec{x}_{k_p}\}$ adalah subbarisan $\{\vec{x}_k\}$ yang konvergen dan jika

$$\lim_{k_p} \{\vec{x}_{k_p}\} = \vec{x}^{**}$$

maka \vec{x}^{**} adalah penyelesaian untuk problem (P.2.a).

Bukti : (halaman 222)

2.5.1 Penggunaan Metode Finalti untuk penyusunan masalah optimasi memaksimalkan berat sapi

Oleh karena metode Finalti digunakan untuk meminimalkan fungsi tujuan, maka diasumsikan

$$\text{Minimumkan } z = -w$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} g_1(\vec{x}) &= r \geq 0, \\ g_2(\vec{x}) &= u \geq 0, \end{aligned} \quad (4.a)$$

dengan $\vec{x} = (r, u)$.

Setelah mengasumsikan bahwa fungsi tersebut mempunyai kendala maka harus disusun g^+ untuk masing-masing r, u yaitu:

$$g_1^+(\bar{x}) = \begin{cases} 0, r \leq r_{\min} \\ r - r_{\min}, r > r_{\min} \end{cases} \quad \text{dan} \quad g_2^+(\bar{x}) = \begin{cases} 0, u \leq u_{\min} \\ u - u_{\min}, u > u_{\min} \end{cases}. \quad (4.b)$$

dengan r_{\min} dan u_{\min} menyatakan berturut-turut lingkaran dada minimum dan berat pupuk urea minimum. Untuk masing-masing $g_1^+(\bar{x})$ dan $g_2^+(\bar{x})$ akan disusun fungsi Finalti yaitu :

$$F_k(\bar{x}) = f(\bar{x}) + k \sum_{i=1}^m g_i^+(\bar{x}), \quad (4.c)$$

dengan $k > 0$.

Jadi masalah yang dioptimasi menjadi meminimumkan $F_k(\bar{x})$ pada persamaan (4.c).

Kasus ini menjadi seperti bentuk meminimalkan fungsi tujuan tanpa kendala. Artinya akan dicari x_F^* yang akan meminimalkan $F_k(\bar{x})$. Berarti perlu dicari k yang memenuhi $\nabla F_k(\bar{x}) = \vec{0}$. Hal ini selanjutnya ditunjukkan pada Bab IV.

3. METODE PENELITIAN

1. Menyatakan data dalam bentuk tak berdimensi.
2. Menggunakan model logistik untuk menyusun lingkaran dada dan pupuk urea sebagai fungsi waktu.
3. Menyusun berat sapi sebagai fungsi parametrik lingkaran dada dan pupuk urea.
4. Mencari berat sapi yang paling maksimal setelah diketahui fungsi lingkaran dada serta fungsi pupuk urea dengan metode Finalti yang disertai dengan pemecahan masalah penetapan parameter menggunakan MATLAB.
5. Menyatakan berat sapi sebagai fungsi lingkaran dada, pupuk urea dan jumlah hijauan.
6. Membuat kesimpulan.

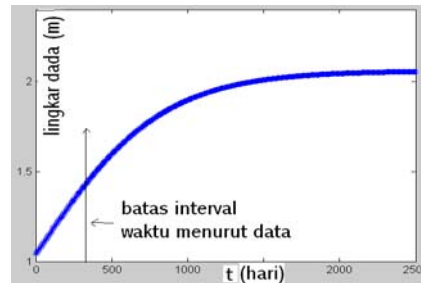
4. ANALISA DAN PEMBAHASAN

Sebagaimana ditunjukkan pada Bab II bahwa data perlu dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi. Oleh karena ini data hanya berkisar pada interval (0,1].

4.1 Lingkaran dada sebagai fungsi waktu (t)

Pad bab II, dipilih model logistik untuk melihat laju lingkaran dada sapi tersebut. Akan tetapi data tidak mendukung agar parameter K dan k dapat ditetapkan. Hal ini

dikarenakan banyaknya data tidak menunjukkan besar K sehingga $r(t)$ konstan untuk t tak berhingga. Hal ini dijelaskan pada Gambar 2



Gambar 2. Lingkar dada dianggap mengikuti model logistik dengan $K = 2.06$ (meter) dan $k = 0.0264$.

Pada Gambar 2 lingkar dada maksimum diambil 2.06 meter yang menurut data sapi berumur 280 hari. Akan tetapi dengan model logistik diperoleh lingkar dada dibawah 1.5 meter. Jadi parameter yang dipakai tidak tepat, sehingga data hanya menunjukkan daerah linear lingkar dada. Oleh karena itu, selanjutnya lingkar dada dimodelkan dengan model linear sebagai fungsi waktu. Dengan menggunakan regresi linear (Parhusip,2008) diperoleh lingkar dada dalam bentuk tak berdimensi sebagai fungsi waktu yaitu:

$$g(t) = r(t) = 0.5024 t + 0.5072, \quad 0.0036 \leq t \leq 1. \quad (5.1)$$

Sehingga berat sapi dapat dinyatakan sebagai fungsi parametrik berbentuk parabola yaitu

$$f(r) = w = 1.7717r^2 - 0.9722r + 0.2034 \quad (5.2)$$

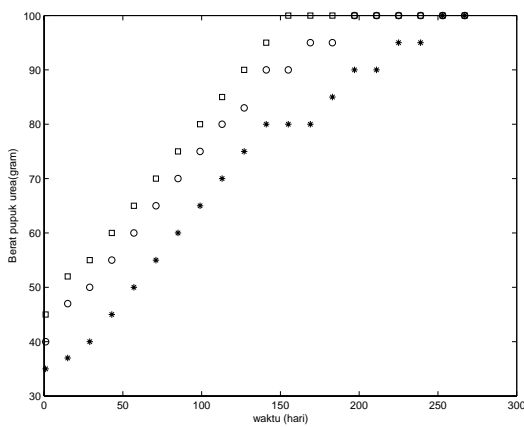
dengan r mengikuti persamaan (5.1). Akan tetapi hal ini masih belum melibatkan pupuk urea yang dapat mempengaruhi berat sapi. Oleh karena itu fungsi ini perlu diperbaiki kembali.

4.2 Pupuk urea sebagai fungsi waktu untuk berat sapi (w) tertentu

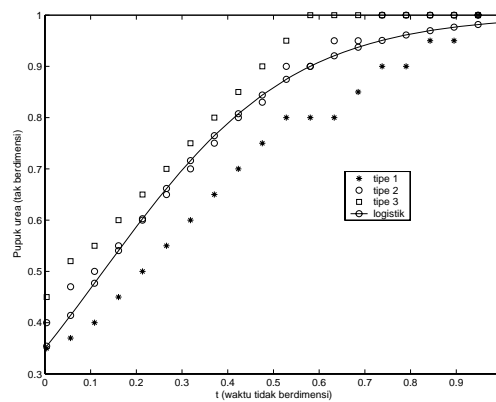
Dari data berat sapi yang dianggap telah menghasilkan produksi susu sapi adalah berat sapi yang mulai dari 300 kg keatas. Oleh karena itu pada makalah ini pupuk urea sebagai fungsi waktu hanya untuk berat sapi yang dimulai dari 300 kg yang terdiri dari 3 kelompok berat yang disebut sebagai tipe 1, tipe 2 dan tipe 3. Ketiga kelompok tersebut adalah $300 \leq w \leq 350$ (disebut tipe 1), $350 \leq w \leq 400$ (disebut tipe 2) dan $w \geq 400$ (disebut tipe 3). Hal ini diilustrasikan pada Gambar 3.

Menurut Gambar 3.a, dapat diduga bahwa berat pupuk urea juga mengikuti model logistik. Dengan menggunakan komputasi tak berdimensi dan mengikuti penyusunan parameter pada Bab II maka dapat diperoleh $K = 1$ dan $k = 4.8514$ pada $t^* = 0.5805$ (162 hari) dimana t^* adalah waktu saat lingkaran dada sudah tidak bertambah lagi atau konstan. Dengan parameter tersebut berat pupuk urea untuk ketiga tipe berat sapi dapat ditunjukkan pada Gambar 3.b dengan model logistik. Yaitu

$$u(t) = \frac{1}{1 + 1.8571e^{-4.8514t}} \tag{6}$$



Gambar.3.a Data berat pupuk urea pada interval



Gambar 3.b . Model logistik untuk lingkaran dada pada saat t^*

$300 \leq w \leq 350$ (bertanda *) $350 \leq w \leq 400$ (bertanda o), $w \geq 400$ (bertanda \diamond)

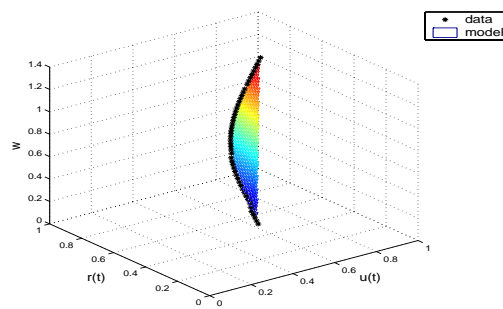
Hasil pendekatan model logistik untuk ketiga berat sapi tipe 1, tipe 2 dan tipe 3 berturut-turut mempunyai error 10.9154%, 3.2520%, 7.0055%. Jadi error dianggap cukup kecil sehingga pendekatan model logistik untuk pupuk urea sebagai fungsi waktu dapat diterima. Untuk selanjutnya berat sapi dinyatakan sebagai fungsi lingkaran dada dan fungsi pupuk urea.

4.3 Berat sapi w sebagai fungsi $r(t)$ dan $u(t)$

Dengan menggunakan model pada persamaan (3.a) maka diperlukan optimasi untuk mendapatkan parameter yang tepat. Diperoleh fungsi w adalah

$$w = 0.2697r(t)e^{0.7257r(t)^2 + 0.6065u(t)^2} \tag{*}$$

dengan error 0.6937%. Hal ini ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Ilustrasi hubungan data berat sebagai fungsi lingkar dada dan urea dengan persamaan (*).

Dari optimasi, fungsi 2 peubah atau lebih belum tentu mempunyai nilai $r(t)$ dan $u(t)$ yang memaksimalkan ataupun meminimumkan fungsi w . Hal ini diselidiki sebagai berikut.

Dengan menggunakan Metode Finalti (Penalty Method) memaksimalkan w

Sebagaimana ditunjukkan pada Bab II, akan dicari pula w yang maksimal atau meminimumkan $z = -w$ dengan mengasumsikan bahwa kendala untuk masing- masing r, u dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} g_1(\vec{x}) &= r \geq 0, \\ g_2(\vec{x}) &= u \geq 0. \end{aligned} \text{ dengan } \vec{x} = (r, u).$$

Tahap 1: Susun g^+ untuk masing-masing r, u yaitu:

$$g_1^+(\vec{x}) = \begin{cases} 0, & r \leq r_{\min} \\ r - r_{\min}, & r > r_{\min} \end{cases} \text{ dan } g_2^+(\vec{x}) = \begin{cases} 0, & u \leq u_{\min} \\ u - u_{\min}, & u > u_{\min} \end{cases} \tag{8.a}$$

Tahap 2: Menyusun fungsi Finalti sehingga akan diperoleh bentuk:

$$F_k(\vec{x}) = -\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} + k(r - r_{\min}) + k(u - u_{\min}). \tag{8.b}$$

Setelah diketahui fungsi $F_k(\vec{x})$ maka akan dicari x_F^* yaitu (r^*, u^*) yang meminimumkan $F_k(\vec{x})$. Hal ini seperti meminimumkan fungsi tanpa kendala seperti yaitu dengan mencari $\nabla F_k(\vec{x}) = 0$ sehingga:

$$\frac{\partial F}{\partial r} = -\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \{1 + 2\alpha r^2\} + k = 0, \tag{9.a}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} = -\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \{2\beta u\} + k = 0. \tag{9.b}$$

Atau persamaan (9.a)-(9.b) dapat ditulis berturut-turut menjadi:

$$-\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \{1 + 2\alpha r^2\} = -k, \tag{9.c}$$

$$-\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \{2\beta u\} = -k. \tag{9.d}$$

Karena kedua persamaan (9a)-(9b) sama-sama memuat variabel k maka persamaan tersebut dapat ditulis sebagai:

$$\gamma \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \left\{ 1 + 2\alpha r^2 \right\} - \gamma r \left\{ e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \right\} \left\{ 2\beta u \right\} = 0 \tag{10}$$

Persamaan (10) dapat lebih disederhanakan sehingga akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\gamma e^{-\alpha r^2 - \beta u^2} \left\{ 1 + 2\alpha r^2 - 2r\beta u \right\} = 0 \tag{11.a}$$

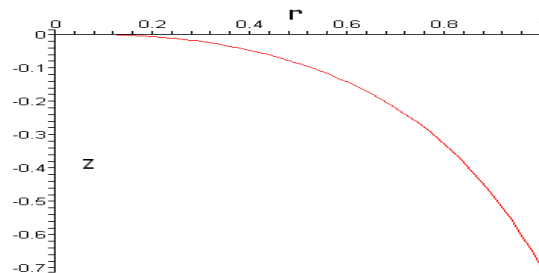
Dari persamaan (11.a) akan diperoleh nilai u^* yaitu:

$$u^* = \frac{1 + 2\alpha r^2}{2r\beta} \tag{11.b}$$

sehingga nilai u^* dapat memenuhi

$$z = -0.2697r^* e^{0.7257r^{*2} + 0.6065u^{*2}} = -0.2697r^* e^{\frac{0.7257r^{*2} + 0.6065 \frac{1 - 2(0.7257)r^{*2}}{-2(0.6065)r^*}}{}} \tag{12.}$$

Untuk selanjutnya fungsi z diilustrasikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Fungsi $z(r)$ dari persamaan (12.b)

Gambar 5 menunjukkan bahwa pada $r=1$ maka z minimum yaitu $z = -0.7$. Artinya $w = -z = 0.7$. Hal ini berarti pula pada lingkaran dada $r = 206$ cm maka berat sapi maksimum adalah $w = 0.7 * 643$ kg = 450.1kg. Sedangkan nilai pupuk urea yang menyebabkan berat maksimum ini ditunjukkan oleh persamaan $u^* = \frac{1 + 2\alpha r^2}{2r\beta} = \frac{1 - 2(0.7257)}{-2(0.6065)} = 0.3721$ (tanpa dimensi). Pupuk urea dalam bentuk berdimensi sebesar $u^* = 0.3721 * 100$ gram = 37.21 gram. Berdasarkan data maka hal ini dibenarkan. Grafik menunjukkan data (disimbolkan *) memenuhi fungsi yang ditunjukkan dengan permukaan kecil pada Gambar 4.

Variabel dominan yang dianggap berperan terhadap produksi susu sapi adalah jumlah hijauan (Parhusip dan Ayunani,2009,[1]). Sedangkan produksi susu sapi yang

dianggap sudah bagus dihasilkan pada berat minimal 300 kg (informasi informal yaitu langsung dari petani sapi). Sedangkan berat sapi yang lebih besar dari 300 kg dapat ditulis sebagai fungsi lingkaran dada dan pupuk urea. Sehingga variabel yang mempengaruhi produksi susu sapi juga berpengaruh terhadap berat sapi penghasil susu sapi. Untuk itu dapat disusun fungsi

$$w = \gamma(x_1)r(t)e^{-\alpha r(t)^2 - \beta u(t)^2} \tag{*}$$

dengan $\gamma(x_1)$ sebagai parameter yang tergantung dari jumlah hijauan. Yang mengakibatkan berat sapi sebagai fungsi lingkaran dada, pupuk urea dan jumlah hijauan. Oleh karena itu perlu ditetapkan penyusunan fungsi $\gamma(x_1)$ dan dipilih fungsi $\gamma(x_1) = bx_1^d$, dengan b dan d parameter yang harus dicari berdasarkan data. Secara sama pada Bab II, parameter dapat dicari dengan metode kuadrat terkecil. Kemudian pemodelan dapat dilanjutkan.

Yaitu persamaan (*) dapat ditulis sebagai

$$w = bx_1^d r(t)e^{-\alpha r(t)^2 - \beta u(t)^2} \tag{13}$$

Dengan mengikuti Bab II, untuk mendapatkan parameter b, d, α, β maka perlu meminimalkan

$$R = \sum_{i=1}^n [w_i - bx_{1,i}^d r(t_i)e^{-\alpha r(t_i)^2 - \beta u(t_i)^2}]^2, \tag{14.a}$$

dan

$$u(t_i) = \frac{1}{1 + 1.8571e^{-4.8514t_i}}, \quad r(t_i) = 0.5024t_i + 0.5072, \tag{14.b}$$

$$0.0036 \leq t_i \leq 1.$$

Untuk menyelesaikan masalah (14.a)-(14.b) dengan menggunakan fungsi *lsqnonlin.m*. Diperoleh hasil

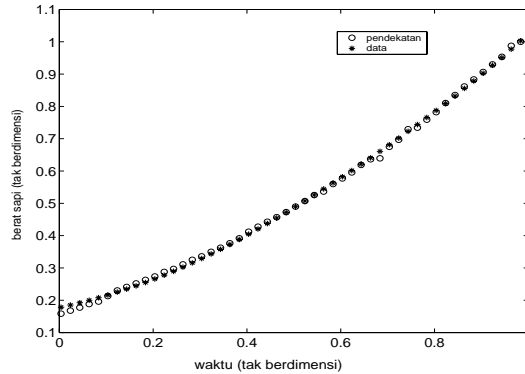
$$b=0.2705, \quad d=0.0011, \quad \alpha = -0.7053, \quad \beta = -0.6218$$

dengan error 1.3942 %. Waktu awal pengamatan umumnya ditulis dalam bentuk tak berdimensi dimulai dari $t = 0$. Oleh karena itu pada persamaan (14.b) waktu dapat ditulis pada interval $0 \leq t \leq 1$. Jadi dengan mensubstitusikan nilai parameter tersebut pada persamaan (13), berat sapi dapat dinyatakan sebagai fungsi hijauan, pupuk urea dan lingkaran dada dalam bentuk

$$w = 0.2705x_1^{0.0011}r(t)e^{0.7053r(t)^2 + 0.6218u(t)^2}, \text{ untuk } 0 \leq t \leq 1 \tag{15.a}$$

dan $u(t) = \frac{1}{1 + 1.857e^{4.8514t}}, r(t) = 0.5024t + 0.5072.$ (15.b)

Sebagai fungsi waktu, persamaan (15a)-(15b) dapat diilustrasikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Ilustrasi Fungsi berat sapi

$$W = 0.2705x_1^{0.0011} r(t)^{0.7053} e^{0.6218u(t)^2}, 0 \leq t \leq 1.$$

Nilai berat sapi berdimensi dapat diperoleh dengan mudah dengan mengalikan fungsi tersebut dengan maksimum berat sapi sebagai referensi. Hal ini tidak ditunjukkan pada makalah ini.

KESIMPULAN

Pada makalah ini telah ditunjukkan cara menyatakan berat sapi (w) sebagai fungsi lingkaran dada ($r(t)$) dan pupuk urea ($u(t)$) sebagai fungsi parametrik. Untuk selanjutnya ditentukan lingkaran dada dan pupuk urea yang maksimal untuk menentukan berat sapi yang menghasilkan produksi susu sapi secara maksimal. Untuk itu digunakan metode Finalti. Diperoleh hasil bahwa pada lingkaran dada $r = 206$ cm maka berat sapi maksimum adalah $w = 450.1$ kg. Sedangkan nilai pupuk urea yang menyebabkan berat maksimum adalah 37.21 gram. Berdasarkan data maka hal ini dibenarkan.

Karena jumlah hijauan sebagai variabel dominan maka jumlah hijauan berkontribusi pada fungsi berat sapi. Berat sapi dapat dinyatakan sebagai fungsi hijauan x_1 , pupuk urea $u(t)$ dan lingkaran dada $r(t)$.

Petani sapi dapat menggunakan model yang diperoleh untuk mengukur berat sapi yang sesungguhnya tanpa menggunakan timbangan asalkan mempunyai data hijauan yang dimakan sapi, data pupuk urea yang diberikan dan ukuran lingkaran dada dalam selang waktu yang digunakan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Parhusip H. A., dan Siska Ayunani, 2009. Principal Component Analysis (PCA) untuk Analisis Perlakuan Pemberian Pakan dan Mineral terhadap Produksi Susu Sapi, *Prosiding Seminar Nasional Matematika UNPAR 5 September 2009*, Vol 4 Th. 2009, hal.AA 42-51, ISSN 1907-3909.
- [2] Shlens, J., 2005. *A Tutorial on Principal Component Analysis*, Institute for Nonlinear Science, University of California, San Diago La Jolla.
- [3] Parhusip H. A., 2009. Determination Parameter by Nonlinear Least Square, *Proceedings of 4th International Conference on Mathematics and Statistics (ICOMS 2009)* , Universitas Malahayati Badar Lampung @MSMSSEA and Univ.Malahayati, 13-14 August 2009,page 295-304, ISSN 2085-7748.
- [4] Parhusip H. A., 2008. Pengajaran Kalkulus dengan Excel dan Matlab di Fakultas Sains dan Matematika UKSW, *Prosiding Seminar Nasional Matematika IV 2008*, ISBN: 978-979-96152, PB 66.
- [5] Peressini, A.L., Sullivan, F.E.,Uhl, J.J., 1988. *The Mathematics of Nonlinear Programming*, Springer-Verlag, New-York.