

# **Peran Penalaran dalam Pemecahan Masalah Matematik<sup>\*)</sup>**

E. Elvis Napitupulu<sup>\*\*)</sup>

## **Abstrak**

KTSP mengamanatkan penalaran dan Pemecahan masalah sebagai dua dari lima kompetensi yang harus dipunyai anak didik dan menegaskan agar pembelajaran matematika fokus pada pemecahan masalah. Dalam proses pemecahan masalah diperlukan setidaknya tiga komponen kognitif penting yaitu pemahaman, penalaran, dan metakognitif. Tulisan ini menyoroti apa penalaran dan bagaimana peranannya dalam proses pemecahan masalah. Obyek matematika berkarakteristik abstrak dan penalaranlah alat utama untuk memahami dan melakukan absraksi. Oleh karena itu penalaran memiliki peran sentral dalam proses pemecahan masalah.

Kata kunci: Penalaran, pemecahan masalah

## **1. Pendahuluan**

### **1.1 Latar Belakang**

Seperti dimaklumi, kurikulum yang saat ini diberlakukan di sekolah pendidikan dasar dan menengah ialah Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Dua di antara lima tujuan KTSP (Depdiknas, 2006), yang berbasiskan kompetensi ini, untuk mata pelajaran matematika ialah (1) menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika dan (2) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Ini artinya KTSP memberi penekanan pada penguasaan kompetensi penalaran dan pemecahan masalah matematik dalam pembelajaran matematika di sekolah.

Penekanan yang diberikan KTSP tersebut kiranya sudah tepat mengingat rendahnya kompetensi anak Indonesia dalam pemecahan masalah. Laporan penelitian Suryadi (2005) menegaskan kelemahan siswa SMP dalam menemukan pola atau bentuk umum dan dalam membuat perumuman. Hasil serupa sebelumnya ditemukan Dahlan (2004) meski siswa telah mampu menemukan keteraturan pola untuk tiga langkah. Kedua hasil di atas memperlihatkan kelemahan anak dalam penalaran matematik yang diduga berimbas pada ketidak-mampuannya menyelesaikan masalah.

Skor rata-rata yang diperoleh siswa SMP kelas 8 Indonesia dalam penelitian yang dilakukan TIMSS tahun 1999 dan 2003 adalah 403 dan 411 (Gonzales et al., 2004). Nilai yang tentu masih jauh dari rata-rata internasional sebesar 467 untuk tahun 2003. Skor khusus untuk aspek penalaran adalah 406 (Mullis, et al., 2005). Pun angka ini jauh sangat berarti di bawah skor rata-rata internasional yakni 467. Bila dirujuk ke *benchmark* yang dibuat TIMSS (Mullis dan Martin, 2006) maka nilai tersebut masuk pada kategori **rendah** dan bermakna siswa kita hanya memiliki sejumlah pengetahuan dasar. Keadaan ini sangat jauh dari kategori *advanced* (625) di mana pada kategori ini siswa dapat mengorganisasikan informasi, membuat perumusan, memecahkan masalah tak rutin, mengambil dan mengajukan argumen pembenaran simpulan. Patut digaris-bawahi kategori itu pulalah yang sebenarnya dirumuskan KTSP untuk diraih siswa sebagaimana disitir di awal tulisan ini.

Singapura menempatkan pemecahan masalah sebagai sentral pembelajaran dalam kurikulumnya dan terbukti berhasil menduduki peringkat pertama dalam dua kali evaluasi yang dilakukan TIMSS tahun 1999 dan 2003 untuk kelas 4 dan kelas 8. Demikian juga, Jepang dengan pendekatan pembelajaran *open-ended* yang menekankan pada pemecahan masalah berhasil menempatkan diri di kelompok atas untuk mata pelajaran matematika. Hal ini jelas memperlihatkan betapa memberikan tekanan secara eksplisit pada pemecahan masalah dalam kurikulum dan mengimplementasikannya di dalam kelas merupakan sesuatu yang tak dapat ditawar-tawar lagi.

Untuk dapat memecahkan masalah maka ada beberapa komponen kognitif penting yang seyogianya dipunyai anak. Selain itu, masalah yang dihadapkan kepada mereka mestinya memang masih dalam jangkauan kognitifnya meski tidak serta merta ia dapat menyelesaikan masalah tersebut dengan prosedur atau algoritma tertentu yang tinggal pakai.

Komponen pertama adalah pemahaman terhadap masalah. Anak seyogianya memahami fakta, konsep, atau prinsip yang dikandung masalah. Jika konteksnya adalah membangun pengetahuan baru melalui pemecahan masalah maka ia harus mencari pengertian konsep atau prinsip yang termuat dalam masalah tersebut. Pengertian baru yang ia peroleh ini lalu kemudian dihubungkan dengan pengetahuan dan pengalaman yang telah ia miliki sebelumnya untuk memilih dan menentukan strategi apa yang mesti ia jalankan untuk memecahkan masalah itu.

Pekerjaan menghubungkan atau membuat pengaitan antara konsep baru dengan pengetahuan dan pengalaman, dan menentukan strategi itu sangat bergantung pada kemampuan penalaran anak. Inilah komponen ke-dua yang sangat esensial dan dapat dikatakan sebagai motornya pemecahan masalah. Komponen ke-tiga adalah metakognitif. Yang terakhir ini berkenaan dengan kemampuan anak untuk memantau, mengendalikan, dan mengevaluasi kerjanya sepanjang pemecahan masalah berlangsung. Dari ketiga komponen itu maka tulisan ini fokus pada penalaran dan peranannya pada saat pemecahan masalah berlangsung.

### **1.2 Rumusan Masalah**

Pusat perhatian tulisan ini ialah menjawab pertanyaan apa penalaran dan bagaimana penalaran terkait dengan serta apa peran penalaran dalam pemecahan masalah.

### **1.3 Tujuan**

Sesuai dengan permasalahan yang dikemukakan maka tulisan ini bertujuan untuk menguraikan apa penalaran, bagaimana penalaran terkait dengan pemecahan masalah, dan apa peran penalaran dalam pemecahan masalah.

### **1.4 Manfaat**

Melalui tulisan ini diharapkan guru matematika sebagai agen sekaligus fasilitator pembelajaran kian memahami apa penalaran, bagaimana kaitannya dengan dan apa perannya dalam pemecahan masalah. Dengan pemahaman itu diharapkan pula guru dapat mengimplementasikan pembelajaran yang mendorong untuk tumbuh dan kembangnya keterampilan bernalar anak bahkan sejak usia yang paling dini. Dengan demikian, tujuan yang dirumuskan dalam KTSP tersebut di atas pada gilirannya dapat diharapkan terwujud.

## **2. Pembahasan**

### **2.1 Penalaran Matematik**

Bernalar sebagai bagian dari berpikir merupakan kegiatan yang tak pernah berhenti - baik disadari maupun tidak - sepanjang orang masih menjalani kehidupannya dengan normal sebab berpikir itu sendiri melekat pada kehidupan dan merupakan berkah yang hanya tercurah untuk manusia.

Mengutip O'Daffler dan Thornquist, Artzt dan Yaloz-Femia (NCTM 1999, p.117), merumuskan bahwa penalaran matematik adalah bagian dari berpikir matematik yang meliputi membuat perumuman dan menarik simpulan sahih tentang gagasan-gagasan dan bagaimana gagasan tersebut saling terkait. Jika pemecahan masalah memainkan peran sentral dalam matematika, maka penalaran tampaknya memainkan peran serupa dalam pemecahan masalah.

*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) memberikan tanda-tanda proses penalaran sedang berlangsung, yaitu bila: (a) menggunakan coba-ralat dan bekerja mundur untuk menyelesaikan masalah, (b) membuat dan menguji dugaan, (c) menciptakan argumen induktif dan deduktif, (d) mencari pola untuk membuat perumuman, dan (e) menggunakan penalaran ruang dan logik. Dari standar pemecahan masalah oleh NCTM dan penjelasan ini tampak penalaran matematik merupakan bagian utuh dari pemecahan masalah. Penalaran mendasari semua aspek atau komponen tingkat tinggi dari pemecahan masalah.

Peressini dan Webb (NCTM, 1999, p.157) berpendapat penalaran dapat dipandang sebagai suatu kegiatan dinamis yang mencakup berbagai jenis cara berpikir. Mengutip O'Daffler dan Thornquist, kedua penulis selanjutnya mengatakan penalaran matematik, yang memainkan peran mutlak dalam proses berpikir, meliputi mengumpulkan fakta, membuat dugaan, membuat perumuman, membangun argumen, dan menarik (dan menyahihkan) simpulan logis mengenai beragam gagasan itu dan hubungan-hubungannya. Sehubungan dengan itu, keduanya mengatakan penalaran matematik mencakup, namun tidak terbatas pada, induktif (termasuk mengenali dan mengembangkan pola), deduktif, bersyarat, kesebandingan, grafikal, spasial, dan abstrak. Dapat ditambahkan, sebenarnya penalaran pula yang digunakan untuk melakukan abstraksi.

Russel (NCTM, 1999, p.1) mengatakan penalaran matematik adalah pusat belajar matematika. Ia berargumen, matematika adalah suatu disiplin berkenaan dengan obyek abstrak dan penalaranlah alat untuk memahami abstraksi. Ia tambahkan penalaranlah yang digunakan untuk berpikir tentang sifat-sifat sekumpulan obyek matematik dan mengembangkan perumuman yang dikenakan padanya. Kita melihat pernyataan Russel sejalan dengan pengertian penalaran matematik dari O'Daffler dan Thornquist di atas, bahwa penalaran melibatkan beberapa keterampilan penting seperti menyelidiki pola,

membuat dan menguji dugaan (*conjecture*), dan menggunakan penalaran deduktif dan induktif formal untuk memformulasikan argumen matematik.

Dominowski (2002, p.57) menyatakan penalaran adalah jenis khusus dari pemecahan masalah. Dengan kata lain, penalaran adalah bagian tertentu dari pekerjaan memecahkan masalah yang dengan demikian merupakan bagian dari bermatematika (*doing mathematics*). Semuanya sejalan. Intinya, penalaran adalah alat untuk memahami matematika dan pemahaman matematik itu digunakan untuk menyelesaikan masalah. Pengalaman menyelesaikan masalah pada gilirannya memperkuat pemahaman dan penalaran matematik yang kemudian kembali menjadi modal untuk memecahkan masalah baru atau masalah yang lain lagi yang tentunya lebih rumit dan kompleks sifatnya. Demikian siklus berlanjut (*spiral*) itu seharusnya berlangsung.

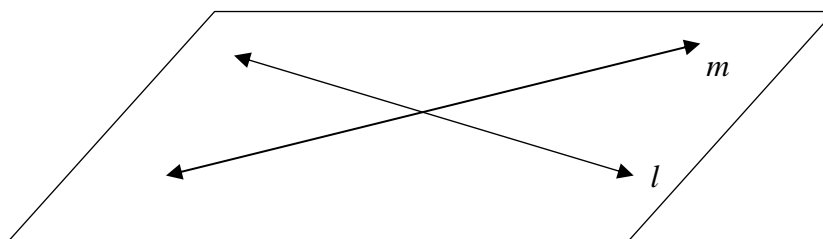
Bernalar merupakan suatu keterampilan yang dapat dilatih dan dikembangkan. Menurut NCTM (NCTM, 2000, p. 56), bernalar matematik adalah suatu kebiasaan, dan seperti kebiasaan lainnya, maka ia mesti dikembangkan melalui pemakaian yang konsisten dan dalam berbagai konteks. NCTM menambahkan, orang yang bernalar dan berpikir secara analitik akan cenderung mengenal pola, struktur, atau keberaturan baik di dunia nyata maupun pada simbol-simbol. Orang ini gigih mencari tahu apakah pola itu terjadi secara kebetulan atautakah ada alasan tertentu. Ia membuat dugaan dan menyelidiki kebenaran atau ketidakbenaran dugaan itu. Membuat dan menyelidiki dugaan adalah hal yang sangat penting dalam matematika, karena melalui dugaan berbasis informasilah penemuan matematik sering terjadi. Disposisi matematik seperti ini sangat diperlukan untuk menghadapi berbagai masalah terutama yang rumit untuk dipecahkan.

Menurut *Principles and Standards* (NCTM, 2000, p. 342), standar penalaran matematik meliputi (a) mengenal penalaran sebagai aspek mendasar dari matematika; (b) membuat dan menyelidiki dugaan matematik; (c) mengembangkan dan mengevaluasi argumen matematik; dan (d) memilih dan menggunakan berbagai tipe penalaran. Sehubungan dengan itu, dorongan dan kesempatan yang didapat anak di kelas untuk melakukan penalaran dalam kerangka memecahkan masalah matematik merupakan fondasi yang diperlukan untuk mencapai standar penalaran yang dirumuskan NCTM tersebut.

Membiasakan bernalar sejak hari-hari pertamanya di sekolah akan membuat anak sadar kalau tiap pernyataan yang dibuatnya memerlukan alasan pembenaran. Pertanyaan guru atau teman seperti, “mengapa bisa begitu”, “bagaimana kita tahu itu benar”, “adakah yang punya jawaban berbeda”, atau “adakah cara lain mengerjakannya”, dapat membantu anak melakukan penalaran untuk mengajukan argumentasi pendukung atau fakta yang berlawanan atau berpikir alternatif (divergen).

Sebagai contoh, guru dapat meminta siswa untuk membuktikan garis yang membagi dua sama besar sudut yang dibentuk dua garis yang saling berpotongan di satu bidang (gambar 1), berjarak sama terhadap kedua garis itu. Namun, penalaran anak akan lebih berkembang secara lentur bila tugas itu diungkap dengan menanyakan apakah ada garis (kalau ya, maka ada berapa banyak) yang berjarak sama terhadap dua garis yang berpotongan di sebuah bidang, dan kalau ya, bagaimana kita tahu itu.

Gambar 1.



Malloy (1999, p.13) mengatakan pertanyaan guru dan siswa merupakan suatu strategi untuk membantu anak menggunakan potensi kemampuan penalarannya terhadap obyek matematik. Dengan mengutip Wolf dan Sawada, Malloy menambahkan sewaktu guru meminta siswa untuk bernalar mengenai matematika lewat pertanyaan-pertanyaan menyelidik, maka anak pada dasarnya memiliki pemahaman matematik yang lebih baik dari yang kita bayangkan yang terlihat dari respon yang mereka berikan. Dalam hal ini perlu dicamkan bahwa bertanya (reflektif) merupakan bagian dari rangkaian pembelajaran. Oleh sebab itu, guru dituntut pula agar terampil mengajukan pertanyaan yang merangsang anak bernalar.

Untuk itu, pembelajaran di kelas mesti dirancang demikian rupa sehingga anak berani mengemukakan pikirannya tanpa harus merasa malu atau takut ditertawakan, dan tiap anak berkontribusi dengan cara menilai dan menanggapi pemikiran kawannya. Dengan demikian, seiring perjalanan proses pembelajaran berbagai ragam topik matematika

yang dilalui dan dialaminya di sekolah, maka penalaran aljabar, geometri, kesebandingan, peluang, statistika, dan sebagainya dari anak akan berkembang.

## **2.2 Pemecahan Masalah**

Pemecahan masalah menempati kedudukan sentral dalam matematika. Jika matematika dipandang sebagai produk maka pemecahan masalah berada di jantungnya. Pandangan demikian didasarkan pada fakta bahwa berbagai konsep, prinsip, dan prosedur dicari dan ditemukan dengan tujuan agar dapat dimanfaatkan dan bermuara pada pemecahan masalah. Sementara itu, bila matematika dipandang sebagai suatu proses, maka pemecahan masalah juga berada di jantungnya. Demikian, karena pada umumnya kemunculan berbagai obyek matematik dimulai dan dipicu oleh adanya masalah yang harus diselesaikan atau adanya pertanyaan yang menuntut jawaban. Halmos (NCTM, 2000, p.341) mengatakan pemecahan masalah adalah jantungnya matematika.

De Corte, Depaepe, dan Verschaffel (2006) mencatat, di berbagai penjuru dunia sejak tahun tujuh puluhan berkembang suatu kecenderungan pemikiran bahwa pendidikan matematika seharusnya ditujukan pada pengembangan penalaran matematik, keterampilan memecahkan masalah, pembentukan sikap, dan kemampuan menggunakan keterampilan tersebut secara bermakna dalam situasi kehidupan nyata (aplikasi). Secara tajam *National Council of Supervisors of Mathematics* (Wilson, et al., 1997) menyatakan bahwa belajar memecahkan masalah merupakan alasan utama mengapa anak harus belajar matematika. Dalam konteks ini NCSM memandang pemecahan masalah sebagai tujuan belajar matematika. Keterampilan memecahkan masalah matematika diharapkan pada gilirannya dapat dialihkan ke dalam pemecahan masalah di luar matematika atau masalah yang terkait dengan keterampilan bermatematika.

Menyambut penegasan NCSM di atas, *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000, p.334) merumuskan standar pemecahan masalah. Rumusan tersebut menguraikan pembelajaran matematika harusnya memungkinkan siswa untuk (a) membangun pengetahuan yang baru baginya melalui pemecahan masalah; (b) menerapkan dan mengadaptasikan berbagai strategi yang bersesuaian untuk memecahkan masalah; (c) memonitor dan merefleksi proses pemecahan masalah matematik; dan (d) menyelesaikan masalah yang muncul dari matematika atau disiplin

lain. Jadi, melalui pemecahan masalah, siswa dengan bantuan kelompok dan/atau guru, membangun pengetahuan matematika yang baru baginya sambil belajar menggunakan strategi untuk memecahkan masalah berdasarkan pada pengetahuan yang sudah dipunyainya. Dalam konteks ini NCTM memandang memecahkan masalah sebagai sebuah proses untuk membangun pengetahuan.

Sehubungan dengan pemecahan masalah sebagai sebuah proses, maka basis pengetahuan matematika dan keterampilan mengelolanya memberi sumbangan berarti pada proses itu (Wilson, 1997). Telaah Wilson atas beberapa studi tentang pemecahan masalah matematik mengungkap siswa dengan basis pengetahuan yang baik adalah yang paling mampu menggunakan strategi huristik dalam belajar geometri. Selain itu, pemula fokus pada permukaan masalah sedang ahli mengategorikan masalah atas dasar prinsip dasar yang termuat dan ke struktur matematik mana yang paling mirip. Jadi pemecahan masalah dapat dipandang sebagai penerapan pengetahuan, pengalaman, dan keterampilan yang dipunyai pada situasi baru atau tidak dikenal untuk membangun pengetahuan baru.

Wilson (1997) melihat salah satu tujuan utama belajar matematika adalah mengembangkan kemampuan menyelesaikan berbagai ragam masalah matematik yang rumit. Dengan nada serupa Kilpatrick, et al. (2001, p. 420) menjelaskan studi di hampir setiap dari ranah matematika menunjukkan pemecahan masalah memberikan konteks penting di mana siswa dapat belajar beragam topik matematik. Kemampuan pemecahan masalah meningkat manakala anak berkesempatan menyelesaikan masalah dan melihat bagaimana masalah dipecahkan. Hal ini sejalan dengan studi Garofalo dan Lester dan juga oleh Schoenfeld (dalam NCTM, 2000) yang menemukan kegagalan siswa memecahkan masalah lebih disebabkan ketidak-tepatan strategi yang digunakan. Lebih jauh, pemecahan masalah menyediakan sarana mempelajari konsep baru dan melatih keterampilan yang sudah dipelajari.

### **2.3 Penalaran dan Pemecahan Masalah Matematik**

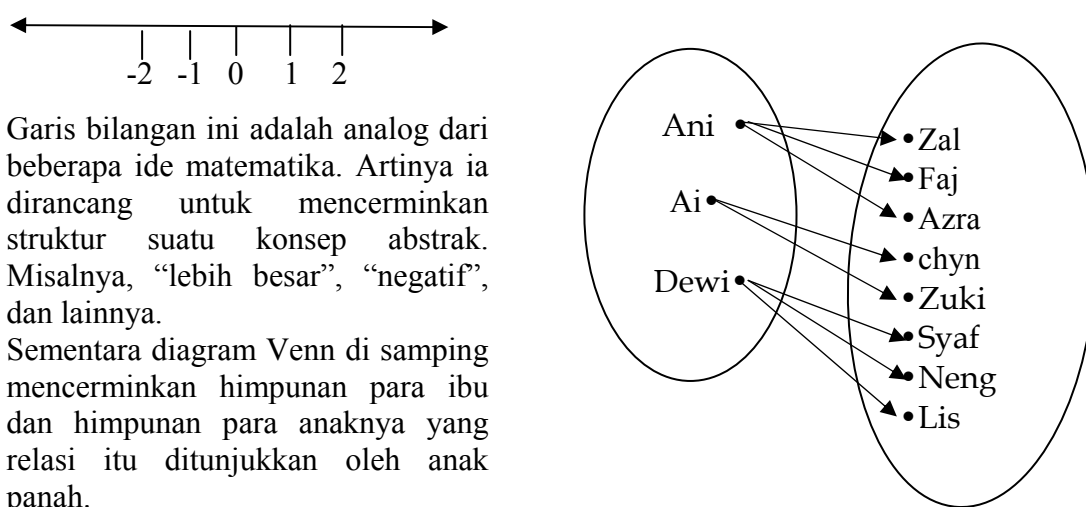
Penalaran analog atau induktif secara umum memainkan peran utama dalam penemuan matematik (Polya, 1954, p. v). Penalaran analog berfungsi sebagai sumber nyata (pasti) yang darinya anak dapat membangun model mental untuk konsep matematik (English, 1999). English melanjutkan, penalaran analog lebih menuntut kita melihat pada sifat-sifat yang berhubungan dari suatu fenomena atau ide ketimbang pernak-pernik



(features) di permukaan. Dan manakala hal ini gagal dilakukan, maka belajar anak menjadi tidak bermakna. English lebih lanjut mencontohkan bila kita menggunakan representasi matematik, maka kita sebetulnya meminta anak untuk bernalar analog.

Sebagai contoh, garis bilangan (Gambar 2a) dibuat untuk mencerminkan struktur konsep abstrak dari bilangan. Demikian pula dengan merepresentasikan sebuah relasi melalui diagram Venn (Gambar 2b).

Gambar 2a dan 2b



Garis bilangan ini adalah analog dari beberapa ide matematika. Artinya ia dirancang untuk mencerminkan struktur suatu konsep abstrak. Misalnya, “lebih besar”, “negatif”, dan lainnya.

Sementara diagram Venn di samping mencerminkan himpunan para ibu dan himpunan para anaknya yang relasi itu ditunjukkan oleh anak panah.

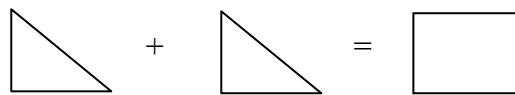
Untuk bernalar analogi pada garis bilangan misalnya, maka anak harus memetakan atau mengaitkan tiap bilangan dengan satu titik pada garis dan menempatkan bilangan nol pada titik tertentu. Selanjutnya, kedudukan bilangan di arah kanan dari nol adalah bilangan positif dan di arah kiri bilangan negatif. Selain itu, kaitan lain yang mesti dibuat anak adalah bilangan yang kian jauh ke kanan dari nol menunjukkan bilangan yang makin besar dan seterusnya. Apabila pengaitan ini gagal dilakukan maka itulah yang dikatakan English dan Halford dan juga oleh Hiebert dan Wearne belajar anak jadi tak bermakna.

Novick (English, 1999, p. 25) menjelaskan penalaran analog dalam pemecahan masalah mencakup penggunaan suatu struktur masalah yang sudah diketahui (disebut sumber) untuk membantu memecahkan masalah baru terkait (disebut target). Maksud struktur di sini merujuk pada bagaimana gagasan matematik itu saling terkait tanpa melihat konteksnya. Dalam penelitiannya, English (1999)

menemukan banyak anak yang melihat masalah menurut pernik permukaannya, yaitu konteks yang serupa, dan bukannya pada keserupaan struktur. Untuk itulah, sangat perlu merancang masalah dari beragam konteks yang kaya dengan obyek matematik tetapi memiliki struktur serupa kepada anak untuk diselesaikan.

Russell (1999) menekankan empat aspek penalaran aktif di sekolah dasar. Yang pertama, esensi penalaran matematik adalah mengembangkan pembenaran (*justification*) dan menggunakan perumuman. Misalnya, pada saat anak menyelesaikan soal  $\square + 5 = 9$ , maka solusinya terkait langsung dengan perumuman di baliknya, yaitu  $\square = 9 + (-5)$ , yang merupakan suatu prinsip dasar dalam menyelesaikan suatu persamaan struktur aljabar.

Ke-dua, penalaran matematik menuntun pada suatu jalinan dari pengetahuan matematik yang saling berhubungan dalam suatu ranah matematik. Misalnya dalam geometri, anak dapat menjalin hubungan yang didapatnya bila kedua bangun di bawah (Gambar 3) digabungkan, atau proses sebaliknya sewaktu hendak menemukan formula untuk menentukan luas daerah sebuah segitiga.



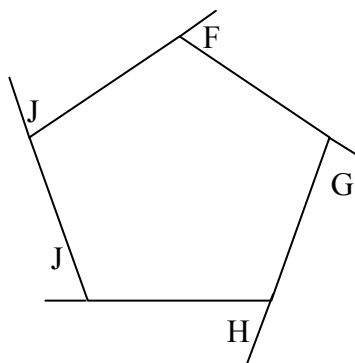
Gambar 3

Ke-tiga, pengembangan jalinan pemahaman matematik seperti seperti di atas menjadi dasar dari kepekaan matematik yang menjadi basis untuk melihat ke intinya sewaktu anak berjumpa dengan masalah matematik. Misalnya, mencari faktor dari 120 selain 6 dan 20 atau sewaktu menghitung  $6 \times 20$ . Bukan hanya hasil 120 atau 6 dan 20 nya saja yang penting, melainkan juga berapa lagi faktor-faktor dari 120, dan perumuman apa yang dapat dibuat anak. Misalnya, dengan bertanya, apa kaitan hasil  $6 \times 20$  dengan  $6 \times 10$ . Atau, apa ada faktor dari 120 diantara 120 dan 60, bagaimana mengetahuinya. Dengan pertanyaan terakhir ini bahkan guru telah dapat membawa anak pada penalaran bukti tak langsung selain mendorong anak untuk mulai mengembangkan kepekaan dan pendalaman matematik.

Ke-empat, perlu mengkaji penalaran keliru sebagai kawah menuju pengembangan mendalam pengetahuan matematik, karena bagaimanapun

penalaran cacat mesti terjadi di kelas. Artinya, tidak dapat diharapkan anak selalu bernalar dengan benar. Penalaran cacat selalu mengungkap isu penting matematik yang membuat orang lain (guru dan siswa lain, khususnya) turut memikirkannya sungguh-sungguh. Sebagai contoh, sewaktu anak menyelesaikan soal  $36 \times 17 = 40 \times 20 - 4 - 3$ , maka guru, selain memikirkan cara jitu untuk menunjukkan penalaran anak tersebut keliru, perlu mengajak siswa lain memikirkannya. Dengan membiasakan anak bernalar secara benar sejak dini, maka kita dapat berharap anak yang meninggalkan bangku sekolah adalah anak yang bertanggung-jawab atas pemikirannya dan mereka yang mau dan sanggup menghadapi sekaligus menyelidiki masalah baru bagi mereka.

Di bagian lain, Russel (1999, p. 6) mengingatkan betapa penalaran membawa kita pada satu jenis ingatan yang berbeda dengan menghafal biasa (usaha untuk mengingat fakta tanpa ada hubungannya dengan jalinan penalaran). Menurutny, dampak dari pengembangan dan penggunaan penalaran matematik lebih kuat, berupa ingatan yang lebih dapat dipercaya, yaitu ingatan tentang esensi hubungan matematik yang betul-betul mendasar. Misalnya, alih-alih menghafalkan rumus besar sudut dalam dari segi- $n$  beraturan, maka akan jauh lebih bermakna bila pengetahuan anak tentang besar sudut keliling satu putaran dan sudut lurus digunakan dalam penalaran dan anak diajak untuk menyelidiki masalah tersebut. Berikut ini contoh untuk  $n = 5$ .



Gambar 5

Jumlah sudut-sudut (luar) F, G, H, I, dan J adalah  $360^0$  (gambar 5). Sudut yang besarnya akan dicari adalah sudut dalam (komplemen dari masing-masing satu

itu). Maka kita tahu besar satu sudut luar itu adalah  $\frac{360^\circ}{5}$ . Dari itu diperoleh besar satu sudut dalam adalah  $180^\circ - \frac{360^\circ}{5}$ . Penalaran dapat dilanjutkan untuk mendapatkan rumus umum untuk segi-n.

### 3. Simpulan dan Saran

#### 3.1 Simpulan

1. Pemecahan masalah menempati kedudukan sentral dalam matematika. Sejak tahun tujuh puluhan telah berkembang keinginan untuk menjadikan pemecahan masalah sebagai tujuan belajar matematika di samping sebagai suatu proses dalam pembelajaran.
2. Melalui pembelajaran dengan pemecahan masalah, siswa terkondisi terlibat membangun pengetahuan baru baginya berdasarkan pengetahuan dan pengalaman yang dipunyainya, menerapkan berbagai strategi untuk menyelesaikan masalah yang muncul dari matematika atau disiplin lain, dan menjalani proses berpikir reflektif (*know-how*).
3. Pengetahuan dasar dalam ranah matematika yang berkaitan dan kemampuan menerapkan strategi yang sesuai adalah kunci keberhasilan dalam pemecahan masalah.
4. Merancang masalah yang baik dan sesuai kepentingan yang akan dijadikan pemicu belajar anak mutlak diperlukan agar tahapan belajar eksplorasi, formalisasi, dan asimilasi dapat dicapai.
5. Penalaran memainkan peran sentral dalam pemecahan masalah. Artinya penalaran merupakan tulang punggung tugas memecahkan masalah. Penalaran analog secara khusus berfungsi memediasi pembentukan model mental konsep matematik pada diri anak melalui representasi matematik.
6. Empat aspek panalaran yang perlu dikembangkan sejak anak di sekolah dasar ialah, pertama mengembangkan membenaran (*justification*) dan menggunakan perumuman. Ke-dua, menuntun pada suatu jalinan dari pengetahuan matematik yang saling berhubungan dalam suatu ranah matematik. Ke-tiga, pengembangan jalinan pemahaman matematik akan menjadi dasar dari

kepekaan matematik yang menjadi basis untuk melihat ke intinya sewaktu anak berjumpa dengan masalah matematik. Dan terakhir, perlunya perlu mengkaji penalaran keliru sebagai kawah menuju pengembangan mendalam pengetahuan matematik.

7. Ingatan matematik yang didasarkan pada penalaran akan lebih kuat dan dapat dipercaya, yaitu ingatan tentang esensi hubungan matematik yang betul-betul mendasar dan berguna saat anak mesti memecahkan masalah baru lagi.

### 3.2 Saran

Sesuai dengan peran yang diambil oleh pemecahan masalah dan penalaran matematik dan dikaitkan dengan tujuan pembelajaran matematika di sekolah, maka sudah seyogianya implementasi pembelajaran yang mendorong tumbuh dan kembangnya kedua kemampuan di atas diwujudkan dan diperbaiki secara terus menerus. Untuk itu guru perlu terbuka menerima dan saling berbagi pengetahuan dan pengalaman dengan guru sejawatnya guna mendukung upaya tersebut. Jika sudah demikian maka perlahan namun pasti apa yang diharapkan diraih anak melalui pembelajaran matematika itu bukan lagi impian kosong yang hanya tersurat sebagai angan-angan.

### Daftar Pustaka

- Artzt, A.F. dan Yaloz-Femia, S. (1999). *Mathematical Reasoning during Small-Group Problem Solving*. Dalam Stiff dan Curcio (eds). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston, Va: NCTM.
- Dahlan, J.A., (2004). *Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Matematik Siswa Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Melalui Pendekatan Pembelajaran Open-Ended*. Disertasi pada PPS UPI Bandung: Tidak Diterbitkan.
- De Corte, E., F. Depaepe, dan L. Verschaffel. (2006). *Investigating Social and Individual Aspects in Teachers' Approach to Mathematical Problem Solving*. Dalam *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* [Online], vol.2, pp.417-424. Tersedia: [http:// www.emis.de/proceedings/PME30](http://www.emis.de/proceedings/PME30) [1 Desember 2007].
- Depdiknas, (2006). *Permendiknas No.22 tahun 2006*. Jakarta : Depdiknas.
- Dominowski, R. (2002). *Teaching Undergraduates*. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates Publisher.

- English, L.D., (1999). Reasoning by Analogy. Dalam Stiff dan Curcio (eds). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston: NCTM.
- Gonzales, P., Guzmán, J.C., Partelow, L., Pahlke, E., Jocelyn, L., Kastberg, D., dan Williams. T., (2004). *Highlights From the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2003 (NCES 2005–005)*. U.S. Department of Education. National Center for Education Statistics. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- Kilpatrick, J. et al., (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC : National Research Council.
- Malloy, C.E., (1999). Developing Mathematical Reasoning in the Middle Grades: Recognizing Deversity. Dalam Stiff dan Curcio (eds). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston, Va: NCTM.
- Mullis, .V.S., Martin, M.O., dan Foy, P. (2005). *IEA's TIMSS 2003 International Report on Achievement in the Mathematics Cognitive Domains*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I.V.S. dan Martin, M.O, (2006). *TIMSS in Perspective: Lessons Learned from IEA's Four Decades of International Mathematics Assessment*. TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College.
- NCTM, (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM.
- NCTM, (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM.
- Peressini, D. Dan Webb, N., (1999). Analyzing Mathematical Reasoning in Students' Response across Multiple Performance assessment Tasks. Dalam Stiff dan Curcio (eds). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston, Va: NCTM.
- Polya, G. (1954). *Patterns of Plausible Inference*: New Jersey: Princeton University Press.
- Russell, S.J., (1999). Mathematical Reasoning in the Elementary Grades. Dalam Stiff dan Curcio (eds). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston, Va: NCTM.
- Suryadi, D. (2005). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Disertasi pada FPS IKIP Bandung: Tidak diterbitkan.
- Wilson, J.W. et al., (1997). *Mathematical Problem Solving* [Online]. Tersedia: <http://jwilson.coe.uga.edu> [10 Desember 2007].