

PEMODELAN PEREMBESAN AIR DALAM TANAH

Muhammad Hamzah, S.^{1,3}, Djoko, S.¹, Wahyudi, W.P.¹, Budi, S.²

1. Department Geophysics Engineering ITB
2. Department Mining Engineering ITB
3. Physics Department, Hasanuddin University
Jl. Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia.
3) e-mail : hamzah@fmipa.unhas.ac.id

Abstrak

Pergerakan air dalam tanah merupakan bagian dari siklus hidrologi. Pergerakan air dalam tanah, pada umumnya air bergerak dengan aliran relatif lambat atau dalam kondisi laminar dapat dianalisa dengan menggunakan hukum Darcy. Bila hukum Darcy dan persamaan kontinuitas digabungkan diperoleh persamaan differensial Laplace sebagai persamaan umum perembesan air ke dalam tanah. Berdasarkan persamaan differensial Laplace telah dilakukan pemodelan dua dimensi distribusi tegangan dan distribusi kecepatan perembesan air ke dalam tanah secara analitik menggunakan metoda pemisahan variabel. Hasil pemodelan distribusi tegangan dan distribusi kecepatan perembesan menunjukkan bahwa nilai distribusi tegangan dan distribusi kecepatan mengalami penurunan jika semakin jauh dari sumber perembesan.

1. Pendahuluan

Semua macam tanah terdiri dari butir-butir dengan ruangan-ruangan yang disebut pori (*voids*) antara butir-butir tersebut. Pori-pori ini selalu berhubungan satu dengan yang lain sehingga air dapat mengalir melalui ruangan pori tersebut. Proses ini disebut rembesan (*seepage*) dan kemampuan tanah untuk dapat dirembes air disebut daya rembesan (*permeability*). Sebenarnya bukan hanya tanah yang mempunyai daya rembesan tetapi banyak bahan bangunan lain seperti beton dan batu juga mengandung pori-pori sehingga dapat dirembes oleh air. Soal rembesan air dalam tanah cukup penting dalam bidang geoteknik, misalnya pada soal pembuatan tanggul atau bendungan untuk menahan air, juga penggalan pondasi dimuka air tanah.

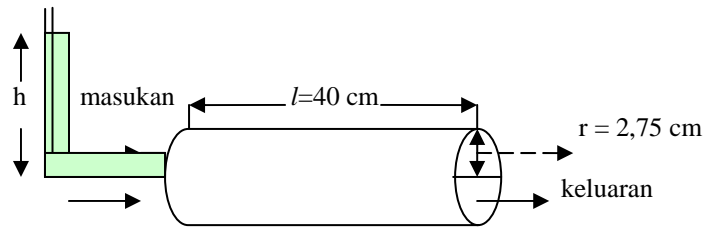
Pergerakan air dalam tanah merupakan bagian dari siklus hidrologi. Pergerakan air dalam tanah, pada umumnya air bergerak dengan aliran relatif lambat atau dalam kondisi laminar dapat dianalisa dengan menggunakan hukum Darcy. Dalam makalah ini, hukum Darcy digunakan pada kondisi jenuh untuk dua dimensi sebagai dasar pengembangan persamaan dasar aliran air tanah.

Ada dua tujuan utama yang menjadi fokus perhatian dalam pemodelan perembesan air ke dalam tanah. Pertama, pemodelan dilakukan untuk mengetahui bagaimana distribusi tegangan air dalam tanah akibat perembesan itu. Kedua, pemodelan dilakukan untuk mengetahui bagaimana distribusi laju perembesan dalam tanah berdasarkan model tinjauan yang akan diselesaikan. Dengan mengetahui distribusi kecepatan perembesan dalam tanah maka dapat diperhitungkan banyaknya air yang akan merembes dan kemana arah perembesan air itu.

Manfaat dari pemodelan perembesan air dalam tanah adalah untuk mengetahui banyaknya air dan arah air yang akan merembes serta tegangan air dalam tanah akibat perembesan itu sehingga pengguna air dapat memperoleh gambaran bagaimana melakukan konservasi sumber daya air dalam tanah agar tetap terpelihara. Jadi kita tidak hanya terus-menerus menguras air dari dalam tanah tetapi penting sekali ada usaha bagaimana cara mengisi kembali pori-pori tanah yang kosong untuk diisi kembali pada musim penghujan.

2. Metoda Penelitian

Secara umum tanah dapat didefinisikan sebagai suatu tubuh alam di permukaan bumi yang terjadi akibat bekerjanya gaya-gaya alami terhadap bahan alami (Wesley, 1977). Rembesan air dalam tanah hampir selalu berjalan secara linier, yaitu jalan atau garis yang ditempuh merupakan garis dengan bentuk yang teratur (*smooth curva*). Dalam hal ini kecepatan perembesan adalah menurut suatu hukum yang disebut hukum Darcy (Darcy's law). Prinsip hukum ini dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Rembesan air dalam tanah akibat gradien hidrolis

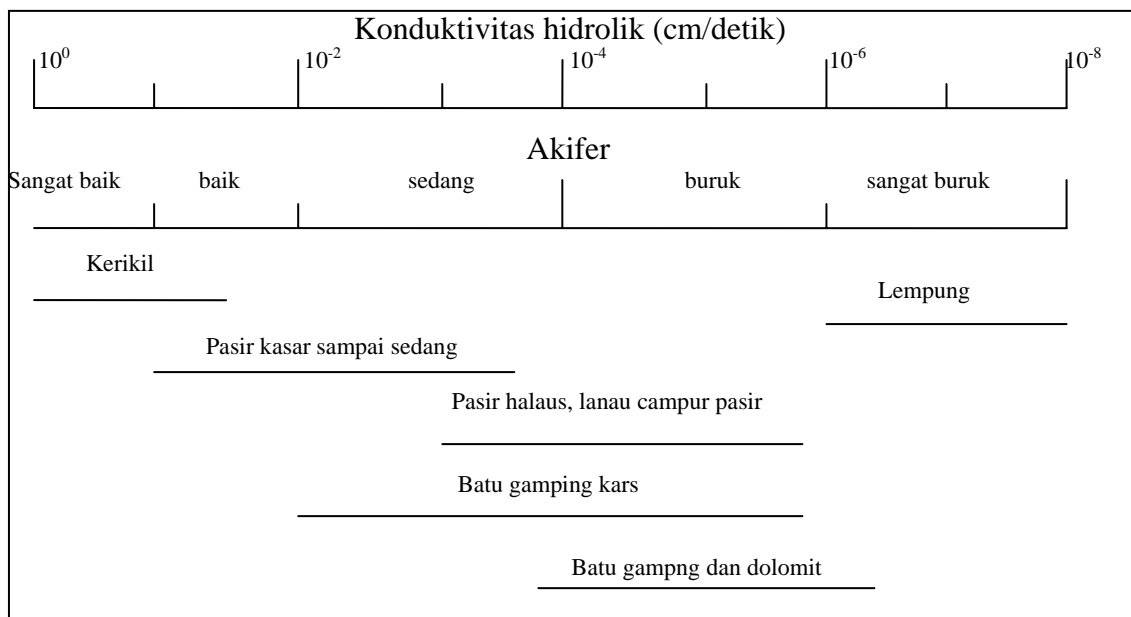
Pada gambar ini diperlihatkan rembesan air pada suatu contoh tanah akibat adanya perbedaan tegangan air pada kedua ujung tersebut. Ketinggian air pada pipa ini disebut hidrolis head (h). Air akan mengalir dari kiri ke kanan jika terdapat hidrolis head. Darcy dalam eksperimennya menemukan hubungan proporsional antara kecepatan perembesan (v) dengan gradien hidrolis head ($i = dh/dl$) yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$v = Ki \quad (1)$$

Dimana,

- v = kecepatan perembesan
- i = gradien hidrolis
- K = konstanta konduktivitas hidrolis

Besarnya harga K dari suatu jenis tanah tergantung antara lain oleh ukuran diameter butir dan pori. Bila diameter butirnya sangat halus, walaupun porositasnya sangat tinggi, seperti misalnya lempung maka harga K sangat rendah. Di sini yang perlu diperhatikan adalah ukuran butir, bukan porositasnya. Gambar 2 yang memperlihatkan kisaran harga K yang lebih lebar untuk beberapa formasi geologis (Spitz dan Moreno, 1996).



Gambar 2 Kisaran konduktivitas hidrolis (K) untuk beberapa formasi geologi (sumber: dimodifikasi dari Spitz dan Moreno, 1996)

Rumus atau persamaan yang merupakan dasar untuk pemecahan soal-soal rembesan dapat ditentukan dengan menghitung banyaknya air yang masuk dan keluar dari suatu segmen dalam tanah. Air yang masuk dan keluar dari segmen disebut persamaan kontinuitas (*continuity equation*). Persamaan kontinuitas dapat dilihat pada persamaan 2.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

Dengan memasukkan persamaan kecepatan dari hukum Darcy ke dalam persamaan kontinuitas maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

Persamaan ini dikenal dengan nama persamaan Laplace (*Laplace equation*). Persamaan Laplace ini tidak hanya berlaku untuk perembesan air dalam tanah, tetapi juga untuk aliran listrik pada bahan konduktor dan perpindahan panas secara konduksi dalam medium.

Ketinggian tekanan pada suatu titik dapat dinyatakan sebagai hidrolis head (h). Nilai h tergantung dari x dan y , yaitu $h = f(x,y)$. Kecepatan aliran pada jurusan horisontal dan vertikal dapat dihitung dari fungsi h dengan memakai rumus Darcy. Pemecahan soal-soal rembesan dapat dipermudah dengan memakai suatu fungsi U yang dinamakan "*velocity potential*". Defenisi U adalah $U = -Kh + d$, dimana K adalah koefisien rembesan dan d adalah konstanta.

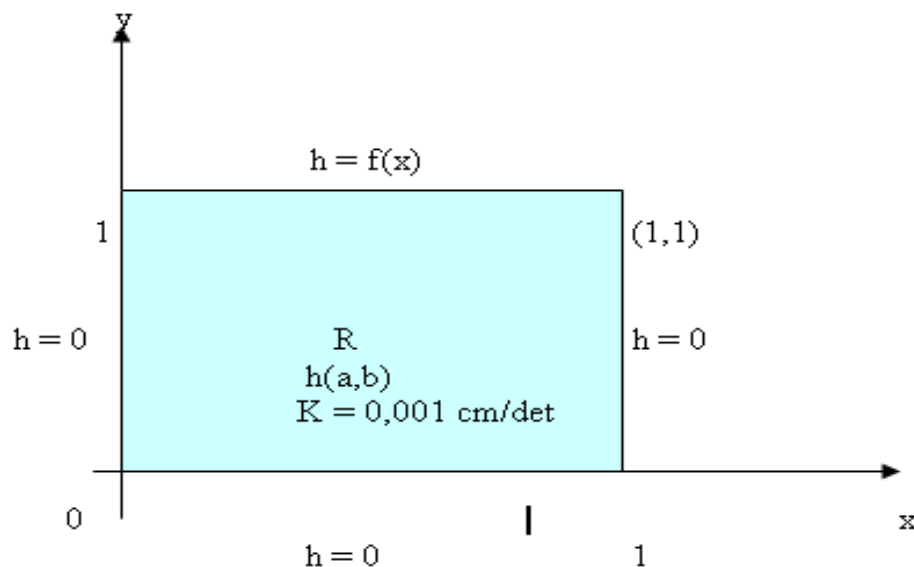
Pada setiap garis equipotensial nilai h dan U adalah konstan. Hubungan antara garis equipotensial dengan garis aliran dapat ditentukan dengan menghitung kemiringan kedua macam garis ini. Pada garis equipotensial nilai U adalah konstan sehingga turunan parsial U terhadap x dan y sama dengan nol. Dengan demikian, apabila gradien garis aliran dikalikan dengan gradien garis equipotensial maka akan didapatkan sama dengan negatif satu (-1) (Wesley, 1977). Ini berarti bahwa garis *equipotensial* tegak lurus terhadap garis aliran. Pada tanah yang homogen atau seragam hal ini selalu benar, sehingga rembesan air didalam tanah dapat digambarkan sebagai deretan garis *equipotensial* dan deretan garis aliran yang saling berpotong-potongan secara tegak

lurus. Gambar semacam ini disebut jaring aliran (*flow net*). Rumus atau persamaan yang merupakan dasar untuk pemecahan soal-soal rembesan dapat ditentukan dengan menghitung banyaknya air yang masuk dan keluar dari suatu segmen dalam tanah.

Persamaan differensial Laplace 2D mempunyai banyak solusi yang masing-masing bergantung pada nilai batas yang ada. Secara analitis, solusi persamaan Laplace 2D tidak dapat diturunkan secara umum melainkan hanya secara khusus saja. Hal ini disebabkan karena pengaruh nilai batas (kondisi batas) yang ada dan bentuk dari domain persamaan Laplace 2D tersebut berlaku. Dalam makalah ini, ditentukan kondisi syarat batas dalam medium yang ditinjau sehingga dapat diselesaikan secara analitik menggunakan metoda pemisahan variabel.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Salah satu solusi analitik dari persamaan differensial Laplace adalah menggunakan metoda pemisahan variabel (MPV). Misalkan untuk menyelesaikan persoalan Dirichlet persamaan differensial Laplace hidrolis head h , penerapan syarat batas tipe Dirichlet $h(a,0)$, $h(0,b)$, $h(1,b)$ sama dengan nol dan $h(a,1)$ sama dengan $f(a)$ maka diperoleh solusi analitik MPV (Kreyzig, 1980). Penerapan syarat Dirichlet dalam bidang R dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Bidang tinjauan yang dirembes air dan syarat batas

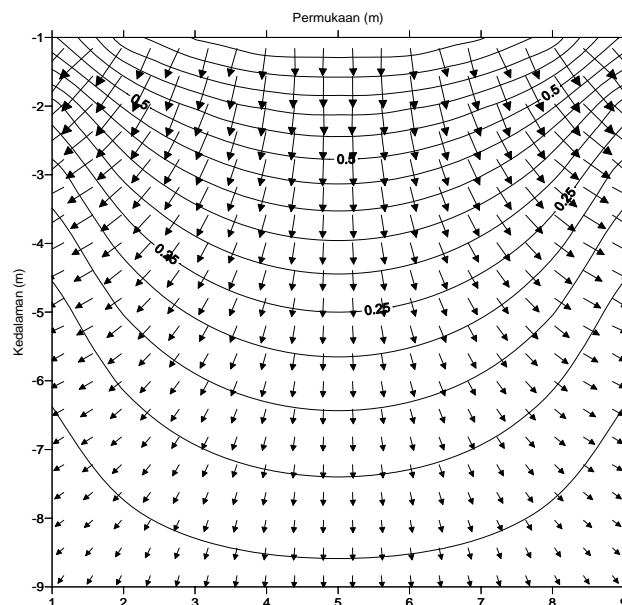
Solusi persamaan Laplace menggunakan metoda pemisahan variabel dengan menerapkan syarat batas seperti pada Gambar 3 diperoleh persamaan (4) sebagai berikut.

$$h(a,b) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin n\pi a \sinh n\pi b}{\sinh n\pi} \int_0^1 \sin n\pi a f(a) da \quad (4)$$

Di mana $n = 1, 2, 3, \dots$, adalah bilangan bulat dan konstanta $\pi = 3,14159$. Turunan persamaan (4) terhadap suku a dan b adalah,

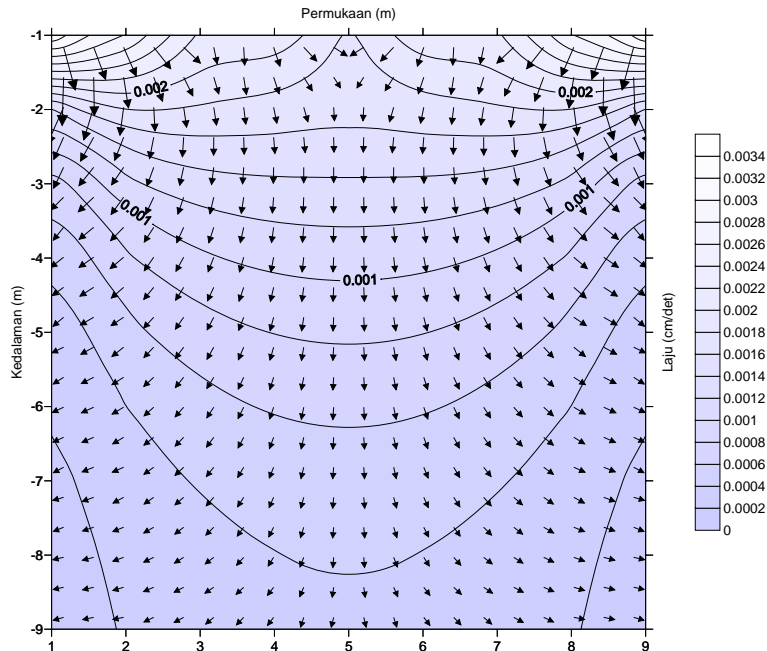
$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial a} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos n\pi a \sinh n\pi b}{\sinh n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \\ \frac{\partial h}{\partial b} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin n\pi a \cosh n\pi b}{\sinh n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \end{aligned} \quad (5)$$

Hasil perhitungan menggunakan persamaan (4) dapat diperoleh distribusi tegangan dalam bidang tinjauan pada Gambar 3. Distribusi tegangan air dalam tanah bidang tinjauan R dapat dilihat pada Gambar 4. Tegangan air pada Gambar 4 menunjukkan bahwa semakin jauh dari dari sumber maka tegangan air akan semakin kecil. Penurunan tegangan tersebut karena penurunan hidrolis head terhadap jarak yang dilalui. Bila dikaitkan dengan fakta yang ada dilapangan dapat dipahami bahwa penurunan tegangan air yang masuk ke dalam tanah disebabkan oleh gesekan dan tumbukan antara air dengan butiran-butiran tanah yang dilalui. Sedangkan tanda garis panah menunjukkan arah perembesan air yang tegak lurus dengan kontur tegangan.



Gambar 4 Distribusi Tegangan dalam tanah

Untuk memperoleh distribusi kecepatan maka digunakan persamaan (5). Persamaan (5) dihitung untuk mendapatkan gradien hidrolis head. Bila diketahui nilai konduktivitas hidrolis ($K = 0,001 \text{ cm/det}$) dan hasil perhitungan gradien hidrolis head di subsitusikan ke dalam persamaan hukum Darcy pada persamaan (1) maka diperoleh distribusi kecepatan dalam medium. Distribusi kecepatan air dalam tanah berdasarkan bidang tinjauan R dapat dilihat pada Gambar 5. Distribusi kecepatan perembesan air pada Gambar 5 menunjukkan bahwa kecepatan perembesan air maksimum di dekat sumber dan menurun secara gradual bila semakin jauh dari sumber. Penurunan kecepatan tersebut karena penurunan gradien hidrolis head terhadap jarak yang dilalui. Selain itu, dapat ditunjukkan dalam Gambar 5 bahwa kecepatan perembesan air dalam tanah sangat lambat dibandingkan dengan laju curah hujan pada musim penghujan sehingga pada musim hujan hanya sebagian kecil air yang merembes ke dalam tanah dan sebagian besar menjadi limpasan permukaan.



Gambar 5. Distribusi kecepatan perembesan air ke dalam tanah ($K = 0,001 \text{ cm/det}$)

4. Simpulan

1. Pada kasus-kasus yang sederhana pemodelan perembesan air ke dalam tanah dapat dimodelkan dengan menyelesaikan persamaan Laplace secara analitik menggunakan metoda pemisahan variabel.
2. Hasil pemodelan distribusi tegangan dan distribusi kecepatan perembesan air ke dalam tanah menunjukkan bahwa tegangan air dan kecepatan perembesan air akan semakin kecil jika semakin jauh dari sumber perembesan.
3. Kecepatan perembesan air dalam tanah sangat lambat dibandingkan dengan laju curah hujan pada musim penghujan sehingga pada musim hujan hanya sebagian kecil air yang merembes ke dalam tanah dan sebagian besar menjadi limpasan permukaan.

5. Daftar Pustaka

- Kreyzig, E., 1980: *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons, pp. 667-668
- Spitz, K. dan Moreno, J. 1996: *A Practical guide to Groundwater and solute transport Modeling*, Jhon Wiley & Sons, Inc, New York, hlm. 461
- Wesley, D.L., 1977: *Mekanika Tanah*. Badan Penerbit Pekerjaan Umum, Jakarta