BAB II

LANDASAN TEORI

A. *Mean*

Rata-rata atau *mean* adalah nilai khas yang mewakili sifat tengah atau posisi pusat dari kumpulan nilai data. Terdapat beberapa ukuran yang termasuk *mean*, diantaranya (Harinaldi, 2005):

a. *Mean* aritmatik

Mean aritmatik atau sering disebut dengan *mean* dinotasikan dengan $\bar{x}$. *Mean* aritmatik untuk data tidak berkelompok dirumuskan sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (2.\ 1)$$

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \qquad (2.\ 2)$$

dengan

$\bar{x} =$ *mean* aritmatik dari suatu sampel

$\mu_x =$ *mean* aritmatik dari suatu populasi

$x_i =$ nilai dari data ke-*i*

$n =$ banyaknya data *x* dalam suatu sampel

$N =$ banyaknya data *x* dalam suatu populasi

b. *Mean* geometrik

Selain *mean* aritmatik, suatu penelitian terkadang menggunakan ukuran *mean* geometrik atau rata-rata ukur yang dinotasikan dengan *MG*. *Mean* geometrik cocok digunakan untuk menghitung perubahan *return* pada periode serial dan kumulatif (misalnya 5 atau 10 tahun berturut-turut) (Tandelilin, 2001). *Mean* geometrik untuk data *return* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$M_G = \left(\prod_{i=1}^{n}(1 + R_i)\right)^{1/n} - 1 \qquad (2.3)$$

dengan

R_i = *return* saham ke-i

n = banyaknya data pengamatan

$\mathrm{M_G}$ = *mean* geometrik

Penambahan nilai 1 pada rumus tersebut berguna untuk menghilangkan nilai negatif dalam perhitungan rata-rata geometrik (Tandelilin, 2001).

B. Ukuran Sebaran

Data memiliki kecenderungan untuk menyebar pada sekitar nilai *mean*-nya yang biasa disebut dengan sebaran dari data. Terdapat beberapa ukuran penyebaran data yang sering digunakan dalam statistik. Ukuran penyebaran yang sering digunakan adalah standar deviasi, varians dan kovarians dan *Mean Absolute Deviation* (*MAD*) (Spiegel & Stephens, 2007). Berikut ini adalah penjelasan tentang masing-masing ukuran penyebaran data tersebut:

1. Standar Deviasi

Standar deviasi atau simpangan baku merupakan ukuran penyebaran data yang paling sering digunakan. Sebagian besar nilai data cenderung berada dalam satu standar deviasi dari *mean*. Standar deviasi data tidak berkelompok dirumuskan sebagai berikut (Harinaldi, 2005):

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{(untuk suatu sampel)} \tag{2. 4}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}{N}} \quad \text{(untuk suatu populasi)} \tag{2. 5}$$

2. Varians

Varians merupakan kuadrat dari standar deviasi, sehingga untuk sampel dapat dituliskan sebagai ${s_x}^2$ dan untuk populasi yaitu ${\sigma_x}^2$ (Harinaldi, 2005). Rumus varians adalah:

$${s_x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{(untuk suatu sampel)} \tag{2. 6}$$

$${\sigma_x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}{N} \quad \text{(untuk suatu populasi)} \tag{2. 7}$$

3. Kovarians

Kovarians adalah suatu ukuran yang menyatakan varians bersama dari dua variabel random. Kovarians antara dua variabel random diskrit X dan Y didefinisikan sebagai (Bain & Engelhardt, 1992):

$$cov(X, Y) = E[(X - \mu_x) \times (Y - \mu_y)] \tag{2. 8}$$

4. *Mean Absolute Deviation* (*MAD*)

MAD adalah *mean* dari nilai mutlak penyimpangan setiap nilai pengamatan x_i terhadap *mean* $\bar{x}$. Secara matematis *MAD* dirumuskan sebagai berikut (Spiegel & Stephens, 2007):

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|}{n} \tag{2. 9}$$

C. Distribusi Normal dan Uji Normalitas

Variabel random X dikatakan berdistribusi normal dengan *mean* μ dan varians σ^2 jika X memiliki fungsi densitas peluang berbentuk

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\{(x-\mu)/\sigma\}^2/2} \qquad (2.10)$$

untuk $-\infty < x < \infty$, dimana $-\infty < \mu < \infty$ dan $0 < \sigma < \infty$. Variabel random X yang berdistribusi normal dinotasikan dengan $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (Bain & Engelhardt, 1992).

Uji normalitas dapat dilakukan dengan bantuan software *SPSS* menggunakan pengujian *Kolmogorov-Smirnov*. Dalam hal investasi, uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah *return* saham berdistribusi normal atau tidak. *Return* saham yang berdistribusi normal akan mengantisipasi kestabilan harga, sehingga tidak ada penurunan harga yang signifikan dan tidak merugikan investor. Langkah Uji *Kolmogorov-Smirnov return* saham adalah:

1. Hipotesis

   H_0: data *return* saham diasumsikan berdistribusi normal

   H_1: data *return* saham tidak dapat diasumsikan berdistribusi normal

2. Taraf signifikansi α
3. Statistik uji

   $$Kolmogorov\ Smirnov\ (KS) = \sup_x |F^*(X) - S(X)|$$

   dengan

   $F^*(X)$ adalah distribusi kumulatif data sampel

S(X) adalah distribusi kumulatif yang dihipotesiskan

4. Wilayah kritis

$$H_0 \text{ ditolak jika } KS \geq KS_{tabel} \text{ atau } p\text{-}value\ KS < \alpha$$

5. Perhitungan
6. Kesimpulan

D. Model Linear dan Nonlinear

Model linear adalah perhitungan matematika untuk menghitung pengalokasian sumber daya untuk mencapai suatu tujuan seperti memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya (Wibisono, 1999). Namun, pada permasalahan investasi adakalanya sumber daya yang ada terbatas, misalnya investor ingin meminimalkan risiko investasi tetapi *return* yang diinginkan terbatas pada modal yang diinvestasikan. Keterbatasan inilah yang menjadi kendala untuk mencapai suatu tujuan yang optimal. Berdasarkan penjelasan tersebut dapat diketahui bahwa model linear mengandung beberapa unsur diantaranya adalah fungsi tujuan dan fungsi kendala. Dalam model linear fungsi tujuan merupakan fungsi yang berbentuk model linear, dan sumber daya yang terbatas merupakan kendala yang berupa fungsi linear pula. Bentuk fungsi tujuan terdiri dari dua pola, yaitu pola memaksimumkan dan meminimalkan. Rumusan model linear (Gass, 1994) adalah:

1. Memaksimalkan

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j \qquad (2.\ 11)$$

terhadap kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq k_i \text{ , dimana } i = 1,2,3,..,m \tag{2. 12}$$

$$x_j \geq 0 \text{ , dimana } j = 1,2,3,\dots,n$$

2. Meminimalkan

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j \tag{2. 13}$$

terhadap kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq k_i \text{ , dimana } i = 1,2,3,..,m \tag{2. 14}$$

$$x_j \geq 0 \text{ , dimana } j = 1,2,3,\dots,n$$

dengan

$f(x)$ = fungsi tujuan

a_{ij} = koefisien teknis

c_j = koefisien fungsi tujuan

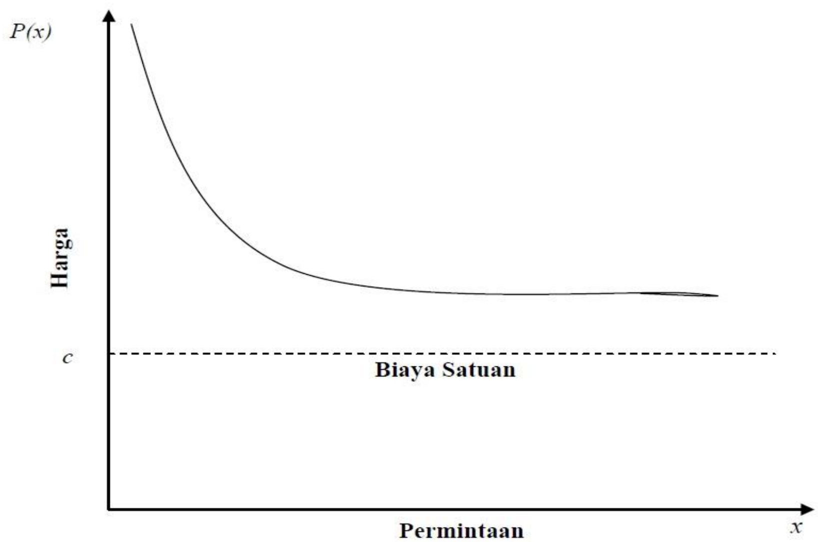
x_j = variabel keputusan

k_i = konstanta

Masalah model linear dengan dua variabel dapat diselesaikan dengan metode grafik, sedangkan masalah model linear dengan tiga atau lebih variabel dapat diselesaikan dengan metode Simpleks (Cornuejols & Tutuncu, 2009).

Banyak permasalahan optimasi yang tidak dapat dimodelkan dalam bentuk model linear. Hal ini berkaitan dengan bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala yang sebagian atau seluruh fungsi tersebut berupa fungsi nonlinear.

Terdapat beberapa faktor yang menyebabkan *ketidaklinearan* dalam fungsi tujuan, misalnya dalam suatu perusahaan besar kemungkinan menghadapi *elastisitas harga*, di mana banyaknya barang yang dapat dijual berbanding terbalik dengan harganya, artinya semakin sedikit produk yang dihasilkan, maka semakin mahal harganya. Jadi kurva harga permintaan akan terlihat seperti kurva dalam Gambar 1.

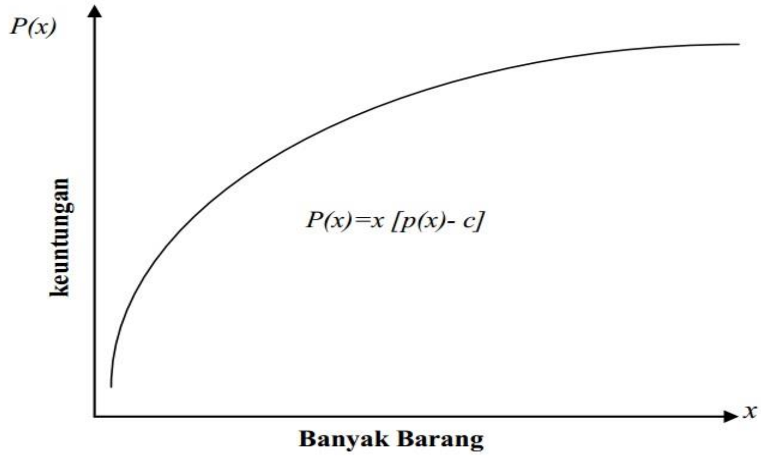


Gambar 2. 1 Kurva Harga Permintaan

Dari Gambar 1 tersebut dimisalkan bahwa $p(x)$ adalah harga yang ditetapkan agar terjual x satuan barang dan c adalah biaya satuan untuk memproduksi barang tersebut yang bersifat konstan, sehingga keuntungan perusahaan tersebut dalam memproduksi dan menjual x satuan barang akan dinyatakan oleh fungsi nonlinear sebagai berikut (Gerald & Hillier, 2001):

$$P(x) = p(x)x - cx \tag{2. 15}$$

seperti pada Gambar 2.



Jika terdapat n jenis produk yang memiliki fungsi keuntungan yang serupa dan didefinisikan sebagai $P_j(x_j)$ untuk produksi dan penjualan x_j satuan dari produk j dimana (j=1,2,…,n), maka fungsi tujuannya adalah penjumlahan dari beberapa fungsi nonlinear sebagai berikut:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} P(x_j) \tag{2. 16}$$

Bentuk umum pemrograman nonlinear adalah sebagai berikut (Winston, 2004):

memaksimalkan/meminimalkan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2. 17}$$

terhadap kendala

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)k_i \tag{2. 18}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0, i = 1,2, \dots, m$$

Seperti halnya dengan model linear, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi tujuan dari model nonlinear, dan $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)k_i$ adalah fungsi kendala dari model nonlinear yang bisa berupa model linear maupun nonlinear dengan k_i menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. Jika $m > n$ maka masalah tidak dapat diselesaikan, untuk dapat menyelesaikannya maka $m \leq n$ (banyaknya kendala lebih sedikit atau sama dengan banyaknya variabel). Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi nonlinear adalah metode pengali Lagrange (Varberg & Purcell, 2001).

E. Metode Simpleks

Salah satu teknik optimasi yang digunakan dalam model linear adalah metode Simpleks. Untuk mencari nilai optimum dengan menggunakan metode Simpleks dilakukan proses pengulangan (*iterasi*) yang dimulai dari penyelesaian dasar awal yang layak (*feasible*) hingga penyelesaian dasar akhir yang layak dimana nilai dari fungsi tujuan telah optimum, dalam hal ini proses pengulangan tidak dapat dilakukan lagi. Secara khusus, prosedur pengulangan dengan mudah dipahami menggunakan operasi baris dari Gauss-Jordan. Penentuan solusi optimal dilakukan dengan memeriksa titik ekstrim satu per satu dengan cara perhitungan iterasi mengunakan OBE (Operasi Baris Elementer) hinga tercapai solusi optimal.

Beberapa istilah yang sering digunakan dalam metode Simpleks adalah:

1. Variabel non basis adalah variabel yang nilaiya diatur menjadi nol pada sembarang iterasi. Secara umum, jumlah variabel non basis selalu sama dengan derajat bebas dalam sistem persamaan
2. Variabel basis merupakan variabel yang nilainya bukan nol pada sembarang iterasi. Pada proses awal, variabel basis merupakan variabel slack (jika fungsi kendala merupakan "≤" atau variabel buatan) jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan "≥" atau "="). Secara umum, jumlah variabel basis selalu sama dengan jumlah fungsi kendala (tanpa tanda negatif)
3. Ruas kanan pada kendala merupakan nilai sumber daya pembatas yang masih tersedia. Pada solusi awal, ruas kanan sama dengan jumlah sumber daya pembatas awal yang ada
4. Variabel *Slack* adalah variabel yang ditambahkan ke fungsi kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan "≤" menjadi "=". Penambahan variabel ini terjadi pada tahap pembentukan model menjadi model optimal baku. Pada solusi awal variabel *slack* akan berfungsi sebagai variabel basis, dinotasikan dengan S_k untuk $S_k \geq 0$
5. Variabel *Surplus* adalah variabel yang dikurangkan dari fungsi kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan "≥" menjadi "=". Pengurangan ini terjadi pada tahap pengubahan model menjadi model optimal baku. Pada solusi awal variabel *surplus* tidak dapat berfungsi sebagai variabel basis (koefisiennya bukan +1), dinotasikan dengan t_k untuk $t_k \geq 0$

6. Variabel Artifisial adalah variabel yang ditambahkan ke fungsi kendala dalam bentuk "≥" atau "=" untuk difungsikan sebagai variabel basis. Penambahan variabel ini terjadi pada pengubahan model menjadi model optimal baku. Variabel ini harus bernilai 0 pada solusi optimal, karena kenyataannya variabel ini tidak ada dan dinotasikan dengan q_k untuk $q_k \geq 0$
7. Kolom pivot adalah kolom yang memuat variabel masuk. Koefisien pada kolom ini akan menjadi pembagi nilai kanan untuk menentukan baris pivot. Baris pivot adalah salah satu baris antara variabel basis yang memuat variabel keluar
8. Elemen pivot adalah elemen yang terletak pada perpotongan kolom dan baris pivot. Elemen pivot akan menjadi dasar perhitungan untuk tabel Simpleks berikutnya
9. Variabel Masuk adalah variabel yang terpilih untuk menjadi variabel basis pada iterasi berikutnya. Variabel masuk dipilih satu dari antara variabel non basis pada setiap iterasi. Variabel ini pada iterasi berikutnya akan bernilai positif
10. Variabel Keluar adalah variabel yang keluar dari variabel basis pada iterasi berikutnya dan digantikan oleh variabel masuk. Variabel keluar dipilih satu dari antara variabel basis pada setiap iterasi. Variabel ini pada iterasi berikutnya bernilai nol.

Bentuk dasar yang digunakan dalam penyelesaian permasalahan model linear dengan mengunakan metode Simpleks haruslah merupakan bentuk baku, yaitu bentuk formulasi yang memenuhi ketentuan berikut ini (Kalangi, 2012):

1. Seluruh fungsi kendala linear harus berbentuk persamaan dengan ruas kanan non negatif
2. Seluruh variabel keputusan harus merupakan variabel non negatif
3. Fungsi tujuannya dapat berupa memaksimalkan dan meminimalkan

Beberapa tahapan untuk mengubah bentuk permasalahan model linear baku ke bentuk kanonik yang sesuai dengan tiga ketentuan di atas adalah sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan

   Permasalahan model linear dapat berupa meminimalkan atau memaksimalkan, terkadang diperlukan pengubahan dari satu bentuk fungsi tujuan ke bentuk fungsi tujuan yang lain. Dalam hal ini, mamaksimalkan suatu fungsi tujuan adalah sama dengan negatif dari meminimalkan fungsi tujuan yang sama.

2. Fungsi kendala
   a. Fungsi kendala bertanda “≤” dapat dijadikan sutu persamaan “=” dengan cara menambahkan ruas kiri dari fungsi kendala itu dengan variabel slack (dengan koefisien +1). Contoh: $4x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 8$ diubah menjadi $4x_1 - x_2 + 2x_3 + S_1 = 8$ dengan $S_1 \geq 0$.

b. Fungsi kendala bertanda "≥" dapat dijadika suatu persamaan "=" dengan cara mengurangkan ruas kiri dengan fungsi kendala dengan variabel surplus (dengan koefisien -1) dan menambahkan variabel artifisial (dengan koefisien +1). Contoh: $2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 6$ dapat diubah menjadi $2x_1 - 3x_2 + x_3 - t_1 + q_1 = 6$ dengan $t_1, q_1 \geq 0$.

c. Ruas kanan pada kendala pertidaksamaan dapat dijadikan bilangan non negatif dengan cara mengalikan kedua ruas dengan -1. Arah pertidaksamaan berubah apabila kedua ruas dikalikan -1.

Penyelesaian metode Simpleks dilakukan guna memperoleh kombinasi yang optimal dari variabel-variabel pilihan. Langkah-langkah penyelesaian metode Simpleks adalah sebagai berikut:

1. Membuat tabel awal Simpleks (*initial*) dengan matriks a_{ij} yang diperbesar dengan penambahan variabel basis dan $k_i \geq 0$. Tabel awal Simpleks dapat dilihat pada Tabel 2. 1.

Tabel 2. 1 Tabel Awal Simpleks Penyelesaian Program Linear

	c_j	c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0		
$\overline{c_l}$	x_j	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_1	...	S_m	k_i	R_i
	$\overline{x_l}$										
0	S_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	k_1	R_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	k_2	R_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	k_m	R_m
	z_j	z_1	z_2	...	z_n	0	0	...	0	Z	
	$z_j - c_j$	$z_j - c_1$	$z_j - c_2$	...	$z_j - c_n$	0	0	...	0	Z	

keterangan:

x_j = variabel fungsi tujuan

a_{ij} = koefisien teknis

k_i = konstanta ruas kanan setiap kendala

c_j = koefisien ongkos fungsi tujuan, untuk variabel *slack* dan *surplus* bernilai nol sedangkan variabel *artifisial* bernilai –M untuk pola memaksimalkan dan M untuk pola meminimalkan

$\overline{x_l}$ = variabel basis pada persamaan kanonik

$\overline{c_l}$ = koefisien untuk variabel dalam basis x_l, pada awal koefisien ini bernilai nol

z_j = hasil kali c_i, dengan kolom $z_j = \sum_{i=1}^{m} c_i \, a_{ij}$

R_i = rasio terkecil untuk menentukan variabel keluar (baris pivot), diperoleh dengan rumus $R_i = k_i / a_{ij}$

Z = nilai fungsi tujuan yang diperoleh dari $\sum_{i=1}^{m} \overline{c_l} \, k_i$

2. Menguji keoptimalan tabel. Apabila sudah optimal berarti proses iterasi telah selesai, apabila belum optimal dilanjutkan ke langkah ketiga
3. Ciri-ciri tabel simpleks yang sudah optimal dibedakan menjadi 2, yaitu:
   a. Pola memaksimalkan

      Tabel sudah optimal jika $z_j - c_j \geq 0$ untuk semua j

   b. Pola meminimalkan

      Tabel sudah optimal jika $z_j - c_j \leq 0$ untuk semua j

4. Tabel simpleks diperbaiki, dalam hal ini artinya memilih variabel baru yang masuk menjadi basis dan memilih variabel basis lama yang harus keluar (diganti). Tahapan untuk memperbaiki tabel dibedakan menjadi 2, yaitu:
   a. Pola maksimum baku

      Pertama, memilih variabel yang masuk menjadi basis, pilih k dengan $z_j - c_j < 0$ yang paling kecil, maka x_k terpilih masuk menjadi basis. Kedua, memilih basis yang keluar, pilih p denga R_p yang terkecil, maka $\overline{x_p}$ terpilih keluar basis
   b. Pola minimal baku

      Pertama, memilih variabel yang masuk menjadi basis, pilih k dengan $z_j - c_j > 0$ yang paling besar, maka x_k terpilih masuk menjadi basis. Kedua, memilih basis yang keluar, pilih p denga R_p yang terkecil, maka $\overline{x_p}$ terpilih keluar basis

Selanjutnya kembali ke langkah nomor 2 dan seterusnya hingga diperoleh penyelesaian yang optimal. Untuk mempermudah pemahaman penyelesaian masalah program linear menggunakan metode simpleks akan diberikan contoh seperti berikut ini:

Akan dihitung nilai x_1 dan x_2 dengan fungsi tujuan

meminimalkan $4x_1 + 3x_2$

dengan kendala

$2x_1 + x_2 \geq 50$

$x_1 + 2x_2 \geq 40$

$5x_1 + 4x_2 \geq 170$

$x_1, x_2 \geq 0$

Sebelum dilakukan perhitungan menggunakan metode simpleks, bentuk program linear tersebut diubah dalam bentuk kanonik, sehingga menjadi seperti berikut ini:

meminimalkan $4x_1 + 3x_2 + 0(t_1 + t_2 + t_3) + M(q_1 + q_2 + q_3)$

dengan kendala

$2x_1 + x_2 - t_1 + q_1 = 50$

$x_1 + 2x_2 - t_2 + q_2 = 40$

$5x_1 + 4x_2 - t_3 + q_3 = 170$

$x_1, x_2 \geq 0$

berdasarkan bentuk kanonik tersebut dapat dibentuk tabel awal simpleks seperti pada Tabel 2. 2.

Tabel 2. 2 Tabel Awal Simpleks Contoh Penyelesaian Metode Simpleks

		4	3	0	0	0	M	M	M		
$\overline{c_l}$	x_j	x_1	x_2	t_1	t_2	t_3	q_1	q_2	q_3	k_i	R_i
	$\overline{x_l}$										
M	q_1	2	1	-1	0	0	1	0	0	50	25
M	q_2	1	2	0	-1	0	0	1	0	40	40
M	q_3	5	4	0	0	-1	0	0	1	170	34
	z_j	8M	7M	-M	-M	-M	M	M	M		
	$z_j - c_j$	8M-4	7M-3	-M	-M	-M	0	0	0		

Pada Tabel 2.2 diketahui bahwa tabel belum optimal karena masih terdapat nilai positiif pada baris $z_j - c_j$. Dipilih nilai $z_j - c_j$ terbesar sehingga kolom pivot pada tabel tersebut menjadi variabel yang masuk. Ternyata nilai $z_j - c_j$ terbesar dimiliki oleh kolom x_1 sehingga x_1 menggantikan nilai R_i terkecil dan positif akibat perhitungan nilai k_i/x_1. Karena nilai R_i terkecil dimiliki baris q_i maka q_1 menjadi baris pivot yang keluar dari kolom basis. Perpotongan antara kolom pivot dan baris pivot menjadi elemen pivot yang menjadi acuan perhitungan OBE untuk pengisisan tabel simpleks selanjutnya.

Iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara perhitungan terlebih dahulu pada baris pivot, elemen pivot yang sebelumnya bernilai 2 menjadi 1 dengan cara perhitungan baris pivot dikalikan dengan $\frac{1}{2}$. Sedangkan elemen di bawah elemen pivot (menjadi 0) diperoleh dengan cara baris kedua dikurangi $\frac{1}{2}$ dikalikan baris pivot. Sedangkan baris ketiga dikurangi $\frac{5}{2}$ dikalikan baris pivot, sehingga tabel iterasi kedua seperti Tabel 2. 3.

Tabel 2. 3 Iterasi Pertama Contoh Penyelesaian Metode Simpleks

		4	3	0	0	0	M	M	M		
$\overline{c_l}$	x_j	x_1	x_2	t_1	t_2	t_3	q_1	q_2	q_3	k_i	R_i
	$\overline{x_l}$										
4	x_1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	25	50
M	q_2	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	15	10

M	q_3	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	-1	$-\frac{5}{2}$	0	1	45	30
	z_j	4	3M+2	3M-2	-M	-M	2-3M	M	M	100+60M	
	$z_j - c_j$	0	3M-1	3M-2	-M	-M	2-4M	0	0		

Pada Tabel 2.3 dapat diketahui bahwa tabel tersebut belum optimal, karena masih ada nilai $z_j - c_j$ yang bernilai positif, sehingga harus ditentukan kolom pivot, baris pivot dan elemen pivot. Setelah ditentukan elemen pivot maka elemen tersebut dijadikan acuan perhitungan OBE untuk mengisi elemen-elemen pada baris lainya selain baris pivot. Dengan melakukan 4 iterasi diperoleh tabel optimal seperti pada Tabel 2. 4.

Tabel 2. 4 Tabel Optimal Contoh Penyelesaian Metode Simpleks

		4	3	0	0	0	M	M	M		
$\overline{c_l}$	x_j	x_1	x_2	t_1	t_2	t_3	q_1	q_2	q_3	k_i	R_i
	$\overline{x_l}$										
4	x_1	1	0	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	10	
3	x_2	0	1	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	25	
0	t_2	0	0	2	1	-1	2	-1	1	30	
	z_j	4	3	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	115	
	$z_j - c_j$	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-M + \frac{1}{3}$	-M	$-M + \frac{2}{3}$		

Pada Tabel 2.4 diketahui bahwa nilai fungsi tujuan sebesar 115 dengan nilai $x_1 = 10$ dan $x_2 = 25$.

F. Metode Pengali Lagrange

Pengali Lagrange adalah sebuah konsep populer dalam menangani permasalahan nonlinear. Sesuai namanya, konsep ini dikemukakan oleh Josefph Louis Lagrange. Metode pengali Lagrange merupakan sebuah tehnik dalam menyelesaikan masalah optimasi dengan kendala persamaan. Inti dari metode pengali Lagrange adalah mengubah persoalan titik *ekstrem terkendala* menjadi persoalan ekstrem bebas kendala. Fungsi yang terbentuk dari tranformasi tersebut dinamakan fungsi Lagrange (Varberg & Purcell, 2001).

Prosedur yang dilakukan untuk memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi $F(x, y, z)$ terhadap kendala $G(x, y, z) = 0$ adalah menyusun suatu fungsi bantuan yang dinyatakan sebagai berikut:

$$L(x, y, z) = F(x, y, z) + \lambda G(x, y, z) \qquad (2.\ 19)$$

Dalam hal ini parameter λ yang bebas dari *x, y*, dan *z* dinamakan Lagrange Multiplier (pengali Lagrange). Syarat perlu adanya harga maksimum dan/atau minimum adalah:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \qquad (2.\ 20)$$

Permasalahan non linear dapat diperluas untuk fungsi yang memiliki variabel bebas lebih banyak. Misalnya fungsi yang akan dihitung nilai maksimum atau minimumnya adalah $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ terhadap kendala $G_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$; $(x_1, x_2, \dots, x_n); \dots; G_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Prosedur yang harus dilakukan sama seperti sebelumnya yaitu menyusun suatu fungsi bantuan yang dinyatakan sebagai berikut:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = F + \lambda_1 G_1 + \lambda_2 G_2 + \dots + \lambda_m G_m \quad (2.\,21)$$

Dalam hal ini parameter $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ yang bebas dari *x*, *y*, dan *z* dinamakan Lagrange Multipliers (pengali Lagrange). Syarat perlu adanya harga maksimum dan/atau minimum adalah:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0;\ \dots;\ \frac{\partial L}{\partial x_n} = 0 \quad (2.\,22)$$

Untuk lebih memudahkan pemahaman tentang metode pengali Lagrange diberikan suatu persoalan sebagai berikut:

Tentukan harga maksimum dan/atau minimum dari $x^2 + y^2$ yang memenuhi persamaan: $3x^2 + 6y^2 + 4xy = 140$!

Penyelesaian:

Berdasarkan dari persoalan tersebut akan ditentukan harga maksimum dan/atau minimum dari $x^2 + y^2$ yang memenuhi persamaan: $3x^2 + 6y^2 + 4xy = 140$, sehingga fungsi tujuan dari persoalan tersebut adalah memaksimumkan dan/atau meminimumkan $F(x, y) = x^2 + y^2$ terhadap kendala $G(x, y) = 3x^2 + 6y^2 + 4xy - 140$. Fungsi bantuan untuk persoalan tersebut ialah:

$L(x, y) = x^2 + y^2 + \lambda(3x^2 + 6y^2 + 4xy - 140)$

kemudian dihitung $\frac{\partial L}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0$

diperoleh:

i. $\frac{\partial L}{\partial x} = 2x + \lambda(6x + 4y) = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{2x}{6x+4y}$

ii. $\frac{\partial L}{\partial y} = 2y + \lambda(12y + 4x) = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{2y}{12y+4x}$

dari harga-harga λ tersebut didapatkan:

$-\frac{2x}{6x+4y} = -\frac{2y}{12y+4x}$

$-2x(12y + 4x) = -2y(6x + 4y)$

$-24xy - 8x^2 = -12xy - 8y^2$

$8x^2 + 12xy - 8y^2 = 0$

$2x^2 + 3xy - 2y^2 = 0$

$(2x - y)(x + 2y) = 0$

$2x = y\ atau\ x = -2y$

hasil tersebut disubstitusikan ke fungsi kendala dan diperoleh:

untuk $x = -2y$

$3x^2 + 6y^2 + 4xy = 140$

$3(-2y)^2 + 6y^2 + 4(-2y)y = 140$

$12y^2 + 6y^2 - 8y^2 = 140$

$10y^2 = 140 \Leftrightarrow y = \sqrt{14} \Longrightarrow x = -2\sqrt{14}$

sehingga $x^2 + y^2 = \left(-2\sqrt{14}\right)^2 + \left(\sqrt{14}\right)^2 = 56 + 14 = 70$

untuk $2x = y$

$3x^2 + 6y^2 + 4xy = 140$

$3x^2 + 6(2x)^2 + 4x(2x) = 140$

$3x^2 + 24x^2 + 8x^2 = 140$

$35x^2 = 140 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2 \Longrightarrow y = 4$

sehingga $x^2 + y^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

Jadi nilai maksimum dari persoalan tersebut adalah 70 dan nilai minimumnya 20.

G. Investasi

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperolah sejumlah keuntungan di masa datang (Tandelilin, 2010). Menginvestasikan sejumlah dana pada aset riil (tanah, emas, atau bangunan) maupun aset finansial (deposito, saham, ataupun obligasi) merupakan aktivitas investasi yang umumnya dilakukan. Pelaku investasi atau investor harus memahami dasar-dasar investasi untuk membuat keputusan berinvestasi agar meminimumkan risiko yang terjadi. Tahap-tahap keputusan investasi (Tandelilin, 2010) yaitu:

1. Penentuan tujuan investasi

   Tahap pertama dalam proses keputusan investasi adalah menentukan tujuan investasi yang akan dilakukan. Tujuan investasi masing-masing investor bisa berbeda tergantung pada investor yang membuat keputusan tersebut.

2. Penentuan kebijakan investasi

   Tahap penentuan kebijakan investasi dimulai dengan penentuan keputusan alokasi aset. Keputusan ini menyangkut pendistribusian dana yang dimiliki pada berbagai kelas aset yang tersedia seperti saham, obligasi, dan aset riil (tanah, rumah, dll).

3. Pemilihan strategi portofolio

   Strategi portofolio yang bisa dipilih yaitu strategi portofolio aktif dan strategi portofolio pasif. Strategi portofolio aktif pada dasarnya meliputi tindakan investor secara aktif dalam melakukan pemilihan dan jual beli saham dengan tujuan memperoleh *return* yang sebanding atau lebih besar dari *return* pasar. Strategi portofolio pasif biasanya meliputi tindakan investor yang cenderung pasif dalam berinvestasi pada saham dan hanya mendasarkan pergerakan sahamnya berdasarkan indeks pasar.

4. Pemilihan aset

   Setelah strategi portofolio ditentukan, tahap selanjutnya adalah pemilihan aset-aset yang akan dimasukkan ke dalam portofolio. Tahap ini memerlukan pengevaluasian setiap sekuritas yang ingin dimasukkan dalam portofolio. Tujuan tahap ini adalah untuk mencari kombinasi portofolio yang efisien.

H. Saham

Saham merupakan salah satu komoditas keuangan yang diperdagangkan di pasar modal yang paling popoler (Hadi, 2013). Dengan memiliki saham suatu perusahaan, maka investor akan mempunyai hak terhadap pendapatan dan kekayaan perusahaan setelah dikurangi dengan pembayaran semua kewajiban perusahaan. Jika perusahaan hanya mengeluarkan satu kelas saham saja, saham ini disebut dengan saham biasa (*common stock*). Untuk menarik investor potensial lainya, suatu perusahaan dapat mengeluarkan kelas lain dari saham, yaitu disebut dengan saham preferen (*preffered stocks*). Saham preferen mempunyai hak-hak prioritas lebih dari saham biasa. Hak-hak prioritas dari saham preferen yaitu hak atas dividen yang tetap dan hak terhadap aktiva jika terjadi likuidasi (Hartono, 2010).

I. Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Indikator indeks diperlukan dalam pembentukan portofolio untuk dijadikan tolok ukur dalam memantau pergerakan pasar dan perkembangan harga saham yang diperdagangkan. Salah satu indikator utama yang menggambarkan pergerakan harga saham adalah indeks harga saham. Indeks harga saham merupakan tren pasar yaitu menggambarkan kondisi pasar apakah pasar sedang aktif atau lesu (Tjiptono & Fakhruddin, 2011). Saat ini Bursa Efek Indonesia (BEI) mempunyai beberapa indeks harga saham, diantaranya adalah Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), Indeks Liquid 45 (LQ-45), Indeks Kompas 100 dan Jakarta Islamic Index (JII) (Hadi, 2013).

IHSG merupakan suatu nilai yang digunakan untuk mengukur kinerja saham yang tercatat di bursa efek. BEI pertama kali mengeluarkan IHSG pada tanggal 1 April 1983. IHSG tersebut merupakan indeks utama di pasar saham Indonesia yang digunakan sebagai indikator untuk memantau pergerakan saham di Indonesia. Indeks ini mencakup semua saham biasa maupun saham preferen di BEI.

J. Jakarta Islamic Index (JII)

Jakarta Islamic Index (JII) dibuat oleh Bursa Efek Indonesia bekerjasama dengan PT Danareksa Invesment Management dan diluncurkan pada tanggal 3 Juli 2000 (Hartono, 2010). JII menggunakan basis tanggal Januari 1995. JII diperbarui setiap 6 bulan sekali, yaitu pada awal bulan Januari dan Juli. Indeks JII adalah salah satu indeks saham yang ada pada Bursa Efek Indonesia yang menghitung indeks harga rata-rata 30 saham yang memenuhi kriteria syariah, berkapitalisasi pasar terbesar, dan mempunyai tingkat likuiditas nilai perdagangan yang tinggi.

Daftar saham yang masuk dalam perhitungan indeks JII pada Bursa Efek Indonesia untuk periode Desember 2014 – Mei 2015 adalah sebagai berikut:

Tabel 2. 5 Daftar Saham JII periode Desember 2014 – Mei 2015

No	Kode Saham	Nama Saham	Keterangan
1	AALI	Astra Agro Lestari Tbk	Tetap
2	ADRO	Adaro Energy Tbk	Tetap
3	AKRA	AKR Corporindo Tbk	Tetap
4	**ANTM**	**Aneka Tambang (Persero) Tbk**	**Baru**
5	ASII	Astra International Tbk	Tetap

6	ASRI	Alam Sutera Realty Tbk	Tetap
7	BMTR	Global Mediacom Tbk	Tetap
8	BSDE	Bumi Serpong Damai Tbk	Tetap
9	CPIN	Charoen Pokphand Indonesia Tbk	Tetap
10	ICBP	Indofod CBP Sukses Makmur Tbk	Tetap
11	INCO	Vale Indonesia Tbk	Tetap
12	INDF	Indofood Sukses Makmur Tbk	Tetap
13	INTP	Indocement Tunggal Prakasa Tbk	Tetap
14	ITMG	Indo Tambangraya Megah Tbk	Tetap
15	KLBF	Kalbe Farma Tbk	Tetap
16	LPKR	Lippo Karawaci Tbk	Tetap
17	LSIP	PP London Sumatra Plantation Tbk	Tetap
18	MNCN	Media Nusantara Citra Tbk	Tetap
19	MPPA	Matahari Putra Prima Tbk	Tetap
20	PGAS	Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk	Tetap
21	PTBA	Tambang Batubara Bukit Asam (Persero) Tbk	Tetap
22	**PTPP**	**PP (Persero) Tbk**	**Baru**
23	SILO	Siloam International Hospitals Tbk	Tetap
24	SMGR	Semen Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
25	SMRA	Summarecon Agung Tbk	Tetap
26	**SSMS**	**Sawit Sumbermas Sarana Tbk**	**Baru**

27	TLKM	Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
28	UNTR	United Tractors Tbk	Tetap
29	UNVR	Unilever Indonesia Tbk	Tetap
30	WIKA	Wijaya Karya (Persero) Tbk	Tetap

K. Portofolio

Menurut Hartono (2010) portofolio adalah sebuah analisis yang menggabungkan kepemilikan lebih dari satu aset oleh seorang individu atau institusi pada jangka waktu tertentu dengan tujuan memperoleh keuntungan (misal pengalokasian modal untuk setiap aset dengan tujuan meminimalkan risiko).

1) Portofolio efisien

Perilaku investor dapat dibagi menjadi tiga macam, yaitu investor yang menyukai risiko, netral terhadap risiko dan tidak menyukai risiko. Untuk membentuk portofolio yang efisien diasumsikan bahwa investor tidak menyukai risiko (*risk averse*). Investor yang tidak menyukai risiko akan memilih portofolio yang efisien. Portofolio efisien merupakan portofolio yang menawarkan *return* maksimal dengan risiko tertentu, atau portofolio yang menawarkan tingkat *return* tertentu dengan risiko yang minimal (Tandelilin, 2001).

2) Portofolio optimal

Portofolio optimal merupakan portofolio yang memberikan hasil optimal sesuai dengan keinginan investor dari banyak kumpulan portofolio yang efisien. Jadi portofolio optimal dapat diperoleh dengan cara memilih portofolio yang paling efisien diantara kumpulan portofolio yang efisien.

Portofolio optimal juga dapat diperoleh dengan melakukan penilaian kinerja portofolio. Tujuan penilaian kinerja portofolio adalah untuk menganalisis apakah portofolio yang terbentuk telah dapat meningkatkan tujuan investasi sehingga dapat diketahui portofolio mana yang memiliki kinerja lebih baik ditinjau dari risiko dan *return* masing-masing (Halim, 2005). Penilaian kinerja portofolio dilakukan dengan cara membandingkan kinerja antar portofolio. Perhitungan kinerja portofolio terbagi menjadi tiga, yaitu *indeks Sharpe, Treynor* dan *Jensen.*

3) *Return*

Dalam konteks investasi, harapan keuntungan sering juga disebut *return.* Tujuan investor dalam berinvestasi adalah memaksimalkan *return,* tanpa melupakan faktor risiko investasi yang harus dihadapinya. *Return* merupakan salah satu faktor yang memotivasi investor berinvestasi dan juga merupakan imbalan atas keberanian investor menanggung risiko investasi yang dilakukannya (Tandelilin, 2010).

Return merupakan hasil yang diperoleh dari investasi. *Return* dapat berupa *realized return* yang sudah terjadi atau *expected return* yang belum terjadi tetapi diharapkan terjadi di masa datang. *Realized return* dihitung berdasarkan data historis, sedangkan *expected return* (*return* yang diharapkan) dihitung berdasarkan *mean return* masing-masing aset (Hartono, 2010).

a. *Realized return* saham

Jika seorang investor menginvestasikan dana pada waktu t_1 untuk suatu saham dengan harga P_{t1} dan harga pada waktu selanjutnya (misalnya periode harian, mingguan atau bulanan) t_2 adalah P_{t2} maka *return* pada periode t_1 dan t_2 adalah $(P_{t2} - P_{t1})/\, P_{t1}$ (Tandelilin, 2001). Secara umum *return* antara periode $t - 1$ sampai t didefinisikan sebagai berikut:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \qquad (2.\ 23)$$

dengan

R_t = *return* pada saat t

P_t = harga investasi pada saat t

P_{t-1} = harga investasi pada saat t-1

b. *Return* portofolio

Return portofolio merupakan rata-rata tertimbang dari *realized return* masing-masing sekuritas tunggal di dalam portofolio tersebut (Hartono, 2010). Secara matematis, *return* portofolio adalah:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \qquad (2.\ 24)$$

dengan

R_p = *return* portofolio

w_i = porsi atau bobot dari sekuritas i terhadap seluruh sekuritas di portofolio

R_i = *return* dari sekuritas ke-i

n = jumlah dari sekuritas tunggal

Expected return portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *expected return* masing-masing sekuritas di dalam portofolio (Hartono, 2010). *Expected return* portofolio dinyatakan secara matematis sebagai berikut:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) \qquad (2.\ 25)$$

dengan

$E(R_p)$ = *expected return* portofolio

w_i = porsi atau bobot dari sekuritas *i* terhadap seluruh sekuritas di portofolio

$E(R_i)$ = *expected return* dari sekuritas ke-i

$n =$ jumlah dari sekuritas tunggal

Nilai e*xpected return* suatu sekuritas merupakan nilai rata-rata dari *realized return* untuk masing-masing sekuritas. Oleh karena nilai *realized return* berubah-ubah untuk setiap periode, maka dalam perhitungan rata-rata lebih cocok digunakan perhitungan m*ean* geometrik dengan rumus seperti pada persamaan (2.3) (Tandelilin, 2001).

4) Risiko Portofolio

Dalam investasi risiko sering dihubungkan dengan penyimpangan deviasi dari hasil investasi yang diterima dengan *expected return.* Semakin besar kemungkinan mendapatkan keuntungan maka semakin besar pula penyimpangan deviasi dari investasi tersebut (Halim, 2005). Dengan kata lain semakin besar *expected return* dari suatu investasi maka semakin besar risiko yang ditanggung.

Risiko portofolio diukur dengan besarnya varians dari nilai *return* saham-saham yang ada di dalam portofolio (Hartono, 2010). Banyaknya saham dalam suatu portofolio dapat mempengaruhi nilai varians dari risiko. Untuk membentuk suatu portofolio diperlukan minimal dua saham. Varians dengan dua saham adalah (Hartono, 2010):

$$Var(R_p) = \sigma_p^2$$

$$= E\left[R_p - E(R_p)\right]^2$$

$$= E[(w_1R_1 + w_2R_2) - E(w_1R_1 + w_2R_2)]^2$$

$$= E[(w_1R_1 + w_2R_2) - E(w_1R_1) - E(w_2R_2)]^2$$

$$= E[(w_1R_1 + w_2R_2) - w_1E(R_1) - w_2E(R_2)]^2$$

$$= E[w_1(R_1 - E(R_1)) + w_2(R_2 - E(R_2))]^2$$

$$= E\left[w_1^2\big(R_1 - E(R_1)\big)^2 + 2w_1w_2\big(R_1 - E(R_1)\big)(R_2 - E(R_2)) + w_2^2\big(R_2 - E(R_2)\big)^2\right]$$

$$= w_1^2\, E\big(R_1 - E(R_1)\big)^2 + 2w_1w_2E(\big(R_1 - E(R_1)\big)(R_2 - E(R_2))) + w_2^2E\big(R_2 - E(R_2)\big)^2$$

$$= w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + w_2^2\sigma_2^2 \qquad (2.\ 26)$$

Selanjutnya varians dengan *n* saham dirumuskan sebagai berikut:

$$\sigma_p^2 = [w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + \cdots + w_n^2\sigma_n^2] + [2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + \cdots + 2w_{n-a}w_n\sigma_{n-1n}]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n} w_iw_j\,\sigma_{ij} \qquad (2.\ 27)$$

Persamaan (2.27) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks yaitu:

$$\sigma_p^2 = \boldsymbol{w^t\sigma w} = [w_1 \ldots w_n]\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \qquad (2.\ 28)$$

dengan

$\sigma =$ matriks varians kovarians

$w_i =$ bobot investasi saham ke-*i*

Risiko portofolio dihitung menggunakan rumus standar deviasi sebagai berikut:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \qquad (2.\ 29)$$

dengan

σ_p = standar deviasi (risiko) portofolio

L. *Indeks Sharpe*

Evaluasi kinerja portofolio merupakan bentuk dari proses penilaian hasil kerja portofolio. Evaluasi kinerja portofolio sebenarnya bertujuan untuk menilai apakah portofolio yang telah dibentuk memiliki kinerja yang baik dan sesuai dengan tujuan investasi. Kinerja portofolio dapat diukur dengan menggunakan tiga penilaian, yaitu *indeks Sharpe, Treynor* dan *Jensen.*

Sharpe menyatakan bahwa kinerja portofolio dapat diketahui dengan menghitung nilai selisih *return* portofolio dengan tingkat bunga bebas risiko dibagi risiko dengan diberi simbol S_p. *Indeks Sharpe* dihitung menggunakan rumus sebagai berikut (Adler, 2000):

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \qquad (2.\ 30)$$

Dalam portofolio yang tidak menggunakan aset bebas risiko, perhitungan kinerja portofolio *indeks Sharpe* menjadi:

$$S_p^* = \frac{R_p}{\sigma_p} \qquad (2.\ 31)$$

dengan

S_p = *indeks Sharpe*

R_p = *return* portofolio

R_f = *return* bebas risiko

σ_p = risiko portofolio

M. Portofolio *Mean Variance* (*MV*)

Model portofolio pertama kali diperkenalkan oleh Markowitz (1959). Model portofolio Markowitz memanfaatkan hubungan antara *mean return* dengan variansi *return* untuk memperoleh risiko yang minimal. Oleh karena pemanfaatan hubungan antara *mean return* dengan variansi tersebut, portofolio model Markowitz ini seringkali disebut juga dengan portofolio *Mean Variance* (*MV*). Tujuan dari portofolio ini adalah meminimalkan risiko dengan tingkat *return* tertentu.

Model portofolio *Mean Variance* (*MV*) didasari oleh 3 asumsi, yaitu (Tandelilin, 2001):

1. Waktu yang digunakan hanya satu periode
2. Tidak ada biaya transaksi
3. Preferensi investor hanya berdasarkan pada *return* yang diharapkan dan risiko dari portofolio

Selain tiga asumsi tersebut, *realized return* haruslah berdistribusi normal guna mengantisipasi kestabilan harga, sehingga tidak ada penurunan harga yang signifikan dan tidak merugikan investor. Model portofolio *MV* digunakan untuk mencari bobot optimal alokasi modal suatu portofolio yang bertujuan meminimalkan risiko dengan tingkat *return* tertentu.

Tujuan dari model *MV* dalam pembentukan portofolio adalah untuk meminimalkan risiko yang ditanggung oleh investor dengan tingkat *return* tertentu. Risiko dari model *MV* didefinisikan sebagai berikut (Markowitz, 1952):

$$\phi(w) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 w_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j \qquad (2.\ 32)$$

dimana $i \neq j, i = 1,2, \dots, n \,; j = 1,2, \dots, m$

Risiko tersebut diperoleh dari nilai varians dan kovarians masing-masing saham.

Model portofolio *MV* memiliki tiga fungsi kendala. Fungsi kendala pertama adalah nilai *expected return* dari masing-masing saham ($E(R_i)$) dibatasi oleh *return* minimal yang diperoleh dari nilai rata-rata *expected return* masing-masing saham (R_M). Fungsi kendala tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \geq R_M \qquad (2.\ 33)$$

Fungsi kendala kedua adalah total bobot yang diinvestasikan pada masing-masing saham untuk seluruh *n* sekuritas adalah sama dengan 1 (atau dana yang diinvestasikan seluruhnya berjumlah 100%), dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (2.\ 34)$$

Fungsi kendala ketiga adalah batasan untuk besar bobot saham individual adalah bernilai kurang dari sama dengan maksimal modal yang diinvestasikan pada saham individual dan positif sebesar u_i. Nilai u_i ditentukan oleh manajer investasi atau sesuai keinginan investor. Fungsi kendala ketiga dirumuskan sebagai berikut:

$$0 \leq w_i \leq u_i \text{ , dengan } i = 1, 2, 3, ..., n \qquad (2.\ 35)$$

Fungsi tujuan dan fungsi kendala portofolio model *MV* dapat disusun seperti berikut ini:

meminimalkan risiko

$$\phi(w) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 w_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j \qquad (2.\ 36)$$

terhadap kendala

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \geq R_M \qquad (2.\ 37)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (2.\ 38)$$

$$0 \leq w_i \leq u_i \qquad (2.\ 39)$$

dengan

$\phi(w) =$ fungsi risiko portofolio

$E(R_i) =$ *expected return* saham ke-*i*

σ_i^2= varians dari saham ke-*i*

σ_{ij} = kovarians dari saham ke-*i* dan saham ke-*j*

$R_i =$ *realized return* saham ke-*i*

$w_i =$ besar dana yang diinvestasikan dalam saham ke-*i*

R_M = *return* minimal yang didapatkan oleh investor

u_i = maksimal dana yang diinvestasikan pada saham individual

Jika fungsi tujuan dan kendala untuk model portofolio *MV* sudah diketahui, maka selanjutnya dijelaskan tentang proses pembentukan portofolio *MV* yaitu:

1. Menghitung nilai *realized return* dan *expected return*

   Nilai *realized return* saham ke-*i* pada periode ke-*t* dilambangkan dengan r_{it}. Nilai *realized return* dihitung menggunakan rumus (2.23). Nilai r*ealized return* yang diperoleh kemudian dihitung nilai rata-ratanya menggunakan rumus *mean geometrik* seperti pada persamaan (2.3). Rata-rata yang diperoleh merupakan nilai *expected return* masing-masing saham.

2. Menghitung nilai *return* minimal

   Setiap investor pasti ingin memperoleh *return* minimal tertentu sebesar R_M dari portofolio yang digunakan dalam berinvestasi. Nilai *return* minimal diperoleh dari nilai rata-rata *expected return* masing-masing saham, yaitu (Cornuejols & Tutuncu, 2009):

$$R_M = \frac{M_{G1}+M_{G2}+\cdots+M_{Gn}}{n} \tag{2. 40}$$

   dengan

   R_M = *return* minimal

   M_{Gi} = nilai *mean* geometri saham ke-*i* dengan $i = 1,2,\dots,n$

   n = banyak saham yang diinvestasikan

3. Menghitung nilai varians dan kovarians

   Nilai varians dan kovarians *realized return* masing-masing saham pada model *MV* diperoleh menggunakan rumus (2.7) dan (2.9). Agar lebih mudah dalam memperoleh nilai tersebut dilakukan proses komputasi menggunakan program *Microsoft Excel.* Nilai varians dan kovarians *realized return* yang diperoleh digunakan sebagai koefisien fungsi tujuan pada persamaan (2.36).

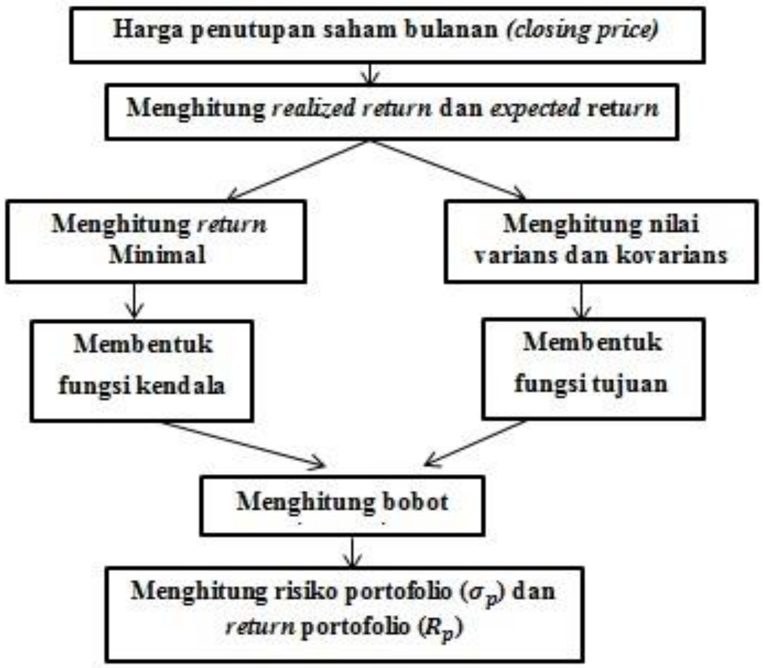
4. Menghitung bobot investasi *MV*

   Langkah yang dilakukan untuk mengetahui bobot investasi *MV* adalah membentuk masalah kuadratik portofolio *MV* dengan fungsi tujuan seperti pada persamaan (2.36) dan fungsi kendala pada persamaan (2.37), (2.38) dan (2.39). Masalah kuadratik tersebut dapat diselesaikan dengan pemodelan nonlinear menggunakan metode pengali Lagrange. Agar lebih mudah dalam menyelesaikan metode Lagrange tersebut dapat dilakukan proses komputasi menggunakan bantuan *program WinQSB* sehingga nilai pembobotan masing-masing saham dapat diketahui.

5. Menghitung risiko dan *return* portofolio

   Secara matematis *return* portofolio dihitung menggunakan rumus (2.25) sedangkan risiko portofolio dihitung menggunakan rumus (2.29).

Berdasarkan penjelasan tentang langkah-langkah pembentukan portofolio *MV* dapat dibuat diagram alur pembentukan portofolio *MV* seperti pada Gambar 2.2.



Gambar 2. 2 Diagram Alur Pembentukan Portofolio *MV*

N. Portofolio *Mean Absolute Deviation* (*MAD*)

Model optimasi *Mean Variance* (*MV*) yang berbentuk kuadratik dianggap susah diselesaikan oleh sebagian praktisi. Oleh karena itu Konno & Yamazaki (1991) memperkenalkan optimasi portofolio *MAD* sebagai alternatif dari model optimasi *MV*. Konsep portofolio *MAD* adalah mengukur rata-rata nilai mutlak penyimpangan (*Mean Absolute Deviation*) dari *realized return* terhadap *expected return*. Model portofolio *MAD* mengubah masalah optimasi yang sudah berbentuk kuadratik menjadi model linear yang mudah diselesaikan (Konno & Yamazaki, 1991).

Tidak semua saham dapat dibentuk portofolio *MAD* karena saham-saham tersebut harus memenuhi beberapa asumsi, yaitu (Konno & Yamazaki, 1991):

1. Waktu yang digunakan hanya satu periode
2. Tidak ada biaya transaksi
3. Preferensi investor hanya berdasarkan pada *return* yang diharapkan dan risiko dari portofolio
4. Tidak ada simpanan dan pinjaman bebas risiko
5. *Realized return* berditribusi normal

Tujuan utama dari portofolio *MAD* adalah meminimalkan nilai risiko yang ditanggung investor pada tingkat *return* tertentu. Secara garis besar, perhitungan nilai risiko menggunakan model *MAD* adalah menentukan rata-rata nilai mutlak penyimpangan (*Mean Absolute Deviation*) dari tingkat *realized return* terhadap *expected return.* Fungsi tujuan model portofolio *MAD* dirumuskan sebagai berikut (Konno & Yamazaki, 1991):

$$\phi(w) = E[|\sum_{i=1}^{n} R_i w_i - E(\sum_{i=1}^{n} R_i w_i)|] \qquad (2.41)$$

Portofolio model *MAD* memiliki tiga fungsi kendala. Fungsi kendala pertama adalah nilai *expected return* dari masing-masing saham ($E(R_i)$) dibatasi oleh *return* minimal yang diperoleh dari nilai rata-rata *expected return* masing-masing saham (R_M). Fungsi kendala tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i)w_i \geq R_M \qquad (2.35)$$

Fungsi kendala kedua adalah total bobot yang diinvestasikan pada masing-masing saham untuk seluruh *n* sekuritas adalah sama dengan 1 (atau dana yang diinvestasikan seluruhnya berjumlah 100%), dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (2.36)$$

Fungsi kendala ketiga adalah batasan untuk besar bobot saham individual adalah bernilai kurang dari sama dengan maksimal modal yang diinvestasikan pada saham individual dan positif sebesar u_i. Nilai u_i ditentukan oleh manajer investasi atau sesuai keinginan investor. Fungsi kendala ketiga dirumuskan sebagai berikut:

$$0 \leq w_i \leq u_i \text{ , dengan } i = 1, 2, 3, ..., n \qquad (2.35)$$

Fungsi tujuan dan fungsi kendala portofolio model *MAD* dapat disusun seperti berikut ini:

meminimalkan risiko

$$\phi(w) = E[|\sum_{i=1}^{n} R_i w_i - E(\sum_{i=1}^{n} R_i w_i)|] \qquad (2.45)$$

terhadap kendala

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i)w_i \geq R_M \qquad (2.46)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (2.47)$$

$$0 \leq w_i \leq u_i \qquad (2.48)$$

dengan

$\phi(w) =$ fungsi risiko portofolio

$R_i =$ *realized return* saham ke-i

$E(R_i) =$ *expected return* saham ke-i

$w_i =$ besar dana yang iinvestasikan dalam saham ke-i

$R_M =$ tingkat *return* minimal yang diinginkan investor

$u_i =$ maksimal dana yang diinvestasikan pada saha individual

Dengan demikian dapat diketahui bahwa fungsi kendala pada model portofolio *MAD* sama dengan fungsi kendala pada model portofolio *MV*.

Jika fungsi tujuan dan kendala untuk model portofolio *MAD* sudah diketahui, maka selanjutnya dijelaskan tentang proses pembentukan portofolio *MAD* yaitu:

1. Menghitung nilai *realized return* dan *expected return*

   Nilai *realized return* dihitung menggunakan rumus (2.23), sedangkan nilai e*xpected return* masing-masing saham dapat diperoleh dengan menghitung rata-rata geometrik *realized return* menggunakan rumus *mean* geometri (M_G) sesuai persamaan (2.3).

2. Menghitung nilai *return* minimal

   Nilai *return* minimal pada model portofolio *MAD* dihitung dengan menggunakan rumus (2.40).

3. Menghitung nilai *MAD*

Konsep dasar nilai risiko model portofolio *MAD* merupakan nilai mutlak simpangan *realized return* terhadap *expected return* masing-masing saham pada periode waktu tertentu. Nilai-nilai mutlak tersebut jika dihitung nilai rata-ratanya maka diperoleh nilai *MAD* masing-masing saham. Nilai *MAD* masing-masing saham digunakan sebagai koefisien pada fungsi tujuan yang meminimalkan risiko seperti pada persamaan (2.45). Jika portofolio dibentuk dari *n* saham selama periode *T*, maka nilai mutlak simpangan *realized return* terhadap *expected return* masing-masing saham dirumuskan sebagai berikut:

$$a_{it} = |r_{it} - \overline{r_i}| \tag{2. 49}$$

dengan

a_{it} = nilai mutlak selisih *realized return* dengan *expected return*

r_{it} = *realized return* saham ke-*i* pada periode ke-*t*

$\overline{r_i}$ = *expected return* saham ke-*i*

secara lengkap perhitungan nilai *MAD* dapat dilihat pada Tabel 2.6.

Tabel 2. 6 Perhitungan Nilai *MAD*

Periode (t)	Saham ke-1	Saham ke-2	$\cdots$	Saham ke-n
1	$\lvert r_{11} - \overline{r_1}\rvert = a_{11}$	$\lvert r_{21} - \overline{r_2}\rvert = a_{21}$	$\cdots$	$\lvert r_{n1} - \overline{r_n}\rvert = a_{n1}$
2	$\lvert r_{12} - \overline{r_1}\rvert = a_{12}$	$\lvert r_{22} - \overline{r_2}\rvert = a_{22}$	$\cdots$	$\lvert r_{n2} - \overline{r_n}\rvert = a_{n2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
T	$\lvert r_{1T} - \overline{r_1}\rvert = a_{1T}$	$\lvert r_{2T} - \overline{r_2}\rvert = a_{2T}$	$\cdots$	$\lvert r_{nT} - \overline{r_n}\rvert = a_{nT}$
Mean	$\sum_{t=1}^{T} \frac{a_{1t}}{T}$	$\sum_{t=1}^{T} \frac{a_{2t}}{T}$	$\cdots$	$\sum_{t=1}^{T} \frac{a_{nt}}{T}$

Berdasarkan Tabel 2.6 diketahui bahwa jumlah nilai mutlak simpangan saham ke-*i* dibagi dengan banyaknya periode menjadi nilai *MAD* saham ke-*i*. Perhitungan tersebut berlaku untuk setiap saham individual yang ditunjukkan pada baris *mean*.

4. Menghitung bobot investasi *MAD*

Langkah yang dilakukan untuk mengetahui bobot investasi *MAD* adalah membentuk masalah linear portofolio *MAD* dengan fungsi tujuan seperti pada persamaan (2.45) yaitu:

$$\phi(w) = E[|\sum_{i=1}^{n} R_i w_i - E(\sum_{i=1}^{n} R_i w_i)|]$$

$$\phi(w) = E[|(R_1 w_1 + R_2 w_2 + \cdots + R_n w_n) - E(R_1 w_1 + R_2 w_2 + \cdots + R_n w_n)|]$$

$$\phi(w) = E[|((R_1 w_1 - E(R_1 w_1) + (R_2 w_2 - E(R_2 w_2) + \cdots + (R_n w_n - E(R_n w_n))|]$$

$$\phi(w) = E(|\sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R_i}) w_i|) \qquad (2.\ 50)$$

Jika R_i merupakan nilai *realized return* dari saham ke-*i* pada waktu ke-*t*, untuk $t = 1,2,\ldots,T$ dan $\overline{R_i}$ merupakan nilai *expected return* saham ke-*i* maka $R_i = r_{it}$ dan $\overline{R_i} = \overline{r_i}$ sehingga persamaan (2.50) menjadi seperti berikut:

$$\phi(w) = E(|\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})\mathrm{w_i}|)$$

$$\phi(w) = E(\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} a_{it} w_i)$$

$$\phi(w) = \sum_{t=1}^{T} \frac{a_{1t}}{T} w_1 + \sum_{t=1}^{T} \frac{a_{2t}}{T} w_2 + \cdots + \sum_{t=1}^{T} \frac{a_{nt}}{T} w_n$$

$$\phi(w) = \frac{1}{T}(\sum_{t=1}^{T} a_{1t} w_1 + \sum_{t=1}^{T} a_{2t} w_2 + \cdots + \sum_{t=1}^{T} a_{nt} w_n$$

$$\phi(w) = \frac{1}{T}\left(\sum_{i=1}^{n}(\sum_{t=1}^{T} a_{it} w_i)\right)$$

$$\phi(w) = (MAD)_1 w_1 + (MAD)_2 w_2 + \cdots + (MAD)_n w_n \qquad (2.51)$$

terhadap kendala

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \geq R_M \qquad (2.52)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (2.53)$$

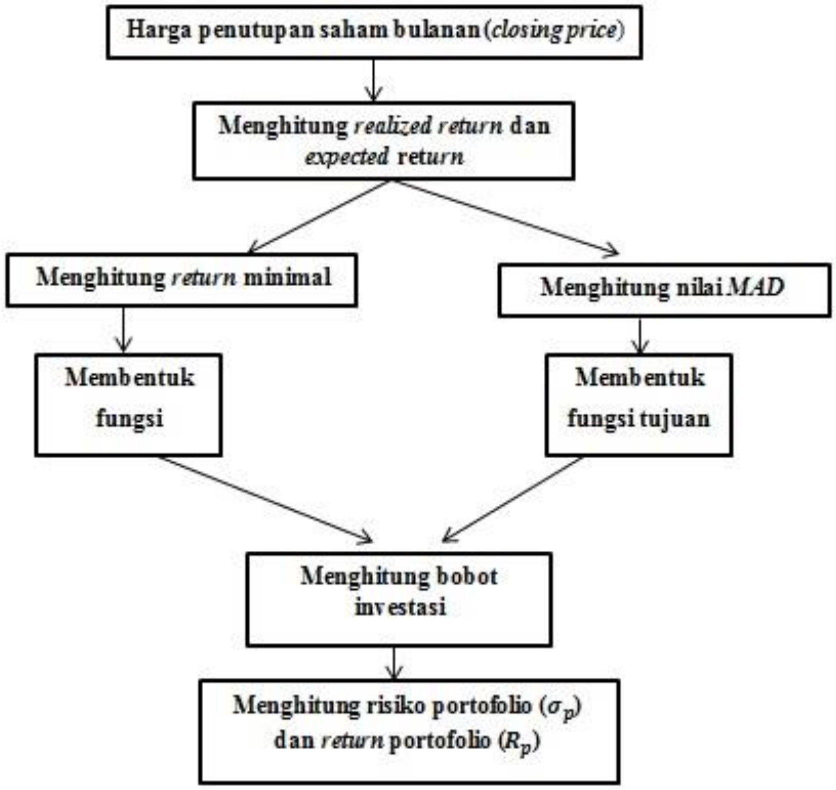
$$0 \leq w_i \leq u_i \qquad (2.54)$$

Masalah linear tersebut dapat diselesaikan dengan pemodelan linear menggunakan metode Simpleks. Agar lebih mudah dalam menyelesaikan metode Simpleks tersebut dilakukan proses komputasi dengan menggunakan bantuan *program WinQSB* sehingga nilai pembobotan masing-masing saham dapat diketahui.

5. Menghitung risiko dan *return* portofolio

   Secara matematis *return* portofolio dihitung menggunakan rumus (2.25) sedangkan risiko portofolio dihitung menggunakan (2.29).

Berdasarkan penjelasan tentang langkah-langkah pembentukan portofolio *MAD* dapat dibuat diagram alur pembentukan portofolio *MAD* seperti pada Gambar 2.3.



Gambar 2. 3 Diagram Alur Pembentukan Portofolio *MAD*

O. Portofolio *Minimax*

Young (1998) adalah seseorang yang pertama kali menerapkan model portofolio *Minimax* untuk pemilihan portofolio. Model *Minimax* berlandaskan pada teori permainan, dimana dalam suatu permainan paling sedikit terdapat dua pemain yang masing-masing mengetahui tujuan lawan. Jika masing-masing pemain bermain secara rasional, maka pemain ingin memaksimalkan harapan untuk memenangkan permainan meskipun harapan tersebut kecil (minimal), kondisi ini merupakan kriteria *Maximin.* Namun besar kemungkinan pemain mengalami kekalahan juga dapat terjadi, sehingga pemain ingin meminimalkan besar kemungkinan kekalahan dalam permainan tersebut, kondisi ini merupakan kriteria *Minimax.*

Model *Minimax* menggunakan beberapa asumsi, diantaranya adalah (Young, 1998):

1. Waktu yang digunakan hanya satu periode saham tunggal
2. Tidak ada biaya transaksi
3. Semua saham berisiko
4. Preferensi investor hanya didasarkan pada *expected return* dan risiko dari portofolio
5. Tidak diperbolehkan *short selling* (pinjaman)

Berikut ini adalah formula yang didefinisikan oleh Young (1998) sebagai dasar munculnya model portofolio *Minimax*:

$$E(R_i) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it} \quad (2.55)$$

$$E(R_{p)} = \sum_{i=1}^{n} E(R_i)w_i \quad (2.56)$$

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \quad (2.57)$$

$$Z = \min_t R_p \quad (2.58)$$

dengan

r_{it} = *realized return* dari aset ke-*i* pada waktu ke-*t*

R_i = *return* dari aset ke-*i*

$E(R_i)$ = *expected return* dari aset ke-*i*

$E(R_p)$ = *expected return* portofolio dengan bobot investasi dari aset ke-*i*

R_p = *return* portofolio dengan bobot investasi dari aset ke-i

Z = nilai minimal *return* portofolio

Pada formula model *Minimax* yang didefinisikan oleh Young (1998), terdapat formula Z yang didefinisikan sebagai nilai minimal *return* portofolio. Setiap investor memiliki perbedaan keinginan dalam memperoleh nilai minimal *return* portofolio. Keinginan investor terhadap nilai minimal *return* portofolio tersebut merupakan sesuatu yang harus ditanggung oleh investor di kemudian hari. Bisa jadi keinginan investor tersebut tercapai dan bisa pula tidak tercapai. Dengan demikian nilai minimal *return* portofolio merupakan suatu risiko yang harus ditanggung oleh investor itu sendiri. Investor yang tidak menyukai risiko tentu tidak ingin mengambil risiko yang tinggi, sehingga nilai minimal *return* portofolio yang diinginkan rendah, sedangkan investor yang menyukai risiko tentu ingin mengambil risiko yang tinggi sehingga nilai minimal *return* portofolio yang diinginkan juga tinggi.

Young (1998) menjelaskan bahwa seorang investor ingin memaksimalkan nilai minimal *return* portofolio, dengan kata lain investor tersebut menyukai risiko. Berdasarkan keinginan investor tersebut dapat diketahui bahwa kriteria yang digunakan dalam model *Minimax* (Young, 1998) adalah kriteria *Maximin.* Oleh karena kriteria yang digunakan Young (1998) dalam pembentukan portofolio adalah kriteria *Maximin,* maka fungsi tujuan dan fungsi kendala model *Minimax* sama seperti fungsi tujuan dan fungsi kendala model *Maximin* yang dikemukakan oleh Papahristodoulou (2005).

Kriteria *Maximin* menjelaskan bahwa investor ingin memaksimalkan nilai minimal *return* portofolio yang akan diperoleh (risiko). Dengan demikian, investor memiliki suatu risiko yaitu nilai minimal *return* portofolio (Z) yang ingin dimaksimalkan, atau secara matematis keinginan investor tersebut dapat disajikan sebagai fungsi tujuan memaksimalkan risiko sebagai berikut:

$$\phi(w) = Z \tag{2. 59}$$

Untuk dapat memaksimalkan risiko tersebut diperlukan batasan-batasan atau fungsi kendala. Fungsi kendala yang pertama adalah keinginan investor memperoleh total *realized return* dari masing-masing saham pada setiap periode harus sebanding atau lebih besar dari nilai minimal *return* portofolio yang akan diperoleh. Fungsi kendala pertama dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} r_{it}\, w_i \geq Z,\ t = 1,2, \dots, T$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{it}\, w_i - Z \geq 0 \tag{2. 60}$$

Fungsi kendala kedua adalah nilai *expected return* dari masing-masing saham ($E(R_i)$) dibatasi oleh *return* minimal yang diperoleh dari nilai rata-rata *expected return* masing-masing saham (R_M). Fungsi kendala kedua dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \geq R_M \tag{2. 61}$$

Fungsi kendala ketiga adalah total bobot yang diinvestasikan pada masing-masing saham untuk seluruh n sekuritas adalah sama dengan 1 (atau dana yang diinvestasikan seluruhnya berjumlah 100%), dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{2. 62}$$

Fungsi kendala keempat atau kendala terakhir adalah kendala batasan untuk besar bobot saham individual yang bernilai kurang dari sama dengan maksimal modal yang diinvestasikan pada saham individual dan positif sebesar u_i. Nilai u_i ditentukan oleh manajer investasi atau sesuai keinginan investor. Sehingga rumusan untuk fungsi kendala keempat adalah:

$$0 \leq w_i \leq u_i \text{ , dengan } i = 1, 2, 3, ..., n \tag{2. 63}$$

Fungsi tujuan dan fungsi kendala model *Minimax* dapat disusun sebagai berikut:

memaksimalkan risiko

$$\phi(w) = Z \tag{2. 64}$$

terhadap kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_{it}\, w_i - Z \geq 0,\ t = 1,2, \dots, T \tag{2. 65}$$

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \geq R_M \tag{2. 66}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{2. 67}$$

$$0 \leq w_i \leq u_i \text{ , dengan } i = 1, 2, 3, ..., n \tag{2. 68}$$

dengan

$\phi(w)$ = fungsi risiko portofolio

Z = nilai minimal *return* portofolio

r_{it} = *realized return* saham ke-i pada waktu *t*

$E(R_i)$ = *expected return* saham ke-i

w_i = besar dana yang diinvestasikan dalam saham ke-i

R_M = tingkat *return* minimal yang diinginkan investor

u_i = maksimal dana yang diinvestasikan pada saham individual

Jika fungsi tujuan dan fungsi kendala untuk model portofolio *Minimax* sudah diketahui, maka selanjutnya dijelaskan tentang proses pembentukan portofolio *Minimax* yaitu:

1. Menghitung nilai *realized return* dan *expected return*

   Nilai *realized return* dihitung menggunakan rumus (2.23), sedangkan nilai e*xpected return* masing-masing saham dapat diperoleh dengan menghitung rata-rata geometrik *realized return* menggunakan rumus *mean* geometri (M_G) sesuai persamaan (2.3).

2. Menghitung nilai *return* minimal

   Nilai *return* minimal pada portofolio metode *Minimax* dihitung dengan menggunakan rumus (2.40).

3. Menghitung bobot investasi *Minimax*

    Langkah yang dilakukan untuk mengetahui bobot investasi *Minimax* adalah membentuk masalah linear portofolio *Minimax* dengan fungsi tujuan seperti pada persamaan (2.64) terhadap kendala seperti pada persamaan (2.65), (2.66), (2.67) dan (2.68).

    Masalah linear tersebut dapat diselesaikan dengan pemodelan linear menggunakan metode Simpleks. Agar lebih mudah dalam menyelesaikan metode Simpleks tersebut dilakukan proses komputasi dengan menggunakan bantuan *program WinQSB* sehingga nilai pembobotan masing-masing saham dapat diketahui.

4. Menghitung risiko dan *realized return* portofolio

    Secara matematis *return* portofolio dihitung menggunakan rumus (2.25) sedangkan risiko portofolio dihitung menggunakan rumus (2.29).

Berdasarkan penjelasan tentang langkah-langkah pembentukan portofolio *Minimax* dapat dibuat diagram alur pembentukan portofolio *Minimax* seperti pada Gambar 2.4.

Gambar 2. 4 Diagram Alur Pembentukan Portofolio *Minimax*