

# INTEGRAL LEBESQUE DAN SIFAT-SIFATNYA

Oleh:  
**JUWARI**  
**003114035**

## ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk mengkaji definisi integral Lebesgue dan sifat-sifatnya. Integral Lebesgue merupakan penyempurnaan dari integral Riemann. Jika suatu fungsi sederhana terintegral Riemann pasti terintegral Lebesgue tapi tidak untuk

sebaliknya. Salah satu contohnya adalah  $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in Q \\ 5, & x \notin Q \end{cases}$ . Fungsi  $f$  tak terintegral

Riemann karena integral atas tidak sama dengan integral bawah. Fungsi  $f$  adalah suatu dengan  $E_1 = Q \cap [0,1], E_2 = (R-Q) \cap [0,1], a_1 = 4, a_2 = 5$ .

Jadi  $\int_{[0,1]} f d\mu = a_1 \mu(E_1) + a_2 \mu(E_2) = 4 \cdot 0 + 5 \cdot 1 = 5$ . Ini berarti  $f \in \ell[0,1]$ .

Ukuran selang dari  $(a,b)$  yang dinotasikan dengan  $\mu(a,b)$  adalah  $(b - a)$ .  $\mu$  disebut juga ukuran Lebesgue. Suatu fungsi  $f$  disebut terintegral Lebesgue pada selang  $(a,b)$ , jika kedua fungsi  $f^+ : (a,b) \rightarrow R$  dan  $f^- : (a,b) \rightarrow R$  masing-masing terintegral pada  $(a,b)$ . Hal ini didefinisikan dengan  $\int_{(a,b)} f d\mu = \int_{(a,b)} f^+ d\mu - \int_{(a,b)} f^- d\mu$ .

Pada himpunan terbatas maka integral Lebesgue adalah operator linier. Hal ini berlaku untuk fungsi terbatas, fungsi tak negatif, dan fungsi terukur sebarang.