DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh
Putri Karsanti
NIM. 10305141009

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2014

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul "DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR" yang disusun oleh Putri Karsanti, NIM 10305141009 ini telah disetujui oleh pembimbing untuk diujikan.

Yogyakarta, 02 Juli 2014

Pembimbing

Elly Arliani, M. Si.
NIP. 19670816 199203 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR

Yang disusun oleh

Nama : Putri Karsanti
NIM : 10305141009
Prodi : Matematika

Skripsi ini telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada tanggal 16 Juli 2014 dan dinyatakan LULUS/ TIDAK LULUS.

DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tandatangan	Tanggal
Elly Arliani, M. Si. NIP. 19670816 199203 2 001	Ketua Penguji	....	21-07-2014
Atmini Dhoruri, M. S. NIP. 19600710 198601 2 001	Sekretaris Penguji	....	18-07-2014
Mathilda Susanti, M. Si. NIP. 19640314 198901 2 001	Penguji Utama	....	18-07-2014
Retno Subekti, M. Sc. NIP. 19811116 200501 2 002	Penguji Pendamping	....	18-07-2014

Yogyakarta, 21-07-2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan

Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

HALAMAN PERNYATAAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Putri Karsanti

NIM : 10305141009

Prodi/ Jurusan : Matematika/ Pendidikan Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Judul Skripsi : DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggungjawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 02 Juli 2014

Yang menyatakan,

Putri Karsanti
NIM. 10305141020

MOTTO

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (urusan dunia), bersungguh-sungguhlah (dalam beribadah)".

(Qs. Al Insyiroh : 6-7)

"Always be yourself and never be anyone else even if they look better you"

Kecerdasan bukan penentu kesuksesan, tetapi kerja keras merupakan penentu kesuksesan yang sebenarnya.

Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah.

(Thomas Alva Edison)

Kaca, porselen dan nama baik, adalah sesuatu yang gampang sekali pecah, dan tak akan dapat direkatkan kembali tanpa meninggalkan bekas yang nampak.

(Benjamin Franklin)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini kupersembahkan khusus untuk:

- ♥ *Kedua orangtuaku tercinta, Bapak Karso dan Ibu Pateni. Terimakasih untuk cinta, kasih sayang, pengorbanan, dukungan, doa yang tiada pernah berhenti.*
- ♥ *Seluruh keluargaku yang selalu mendukung dan mendoakanku.*
- ♥ *Belahan jiwaku Agus Cahyono, yang selalu memberi kasih sayang, motivasi, dan selalu menemaniku saat suka maupun duka.*
- ♥ *Sahabat seperjuanganku Ana, Budi, Amalia, Dini, Meita dan teman-teman Matematika UNY 2010 atas kebersamaannya dalam menuntut ilmu, berbagi pengetahuan, pengalaman yang tak terlupakan.*
- ♥ *Saudara-saudaraku dan semua pihak yang telah memberikan dukungan dan doanya.*

DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR

Oleh
Putri Karsanti
10305141009

ABSTRAK

Analisis variansi (ANAVA) adalah salah satu metode yang digunakan untuk menganalisis data yang diperoleh dari rancangan percobaan. Sebelum menganalisa data, terdapat asumsi-asumsi yang mendasari suatu metode ANAVA. Asumsi-asumsi tersebut adalah keaditifan model, kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat, dan kenormalan galat percobaan. Tujuan penulisan skripsi adalah menjelaskan pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi pada rancangan faktorial Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor dengan menggunakan diagnostik sisaan beserta contoh penerapannya.

Diagnostik sisaan adalah suatu analisis yang dapat digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi analisis variansi dengan bantuan grafik sisaan. Sisaan (e_{ijk}) adalah selisih antara nilai amatan (Y_{ijk}) dengan nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$). Dalam RAKL dua faktor terdapat empat persamaan nilai sisaan yaitu: jika faktor A dan faktor B bersifat tetap, maka $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ij.}$. Jika faktor A dan faktor B bersifat acak, maka $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{...}$. Jika faktor A acak dan faktor B tetap, maka $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{.j.}$. Jika faktor A tetap dan faktor B acak, maka $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{i..}$. Asumsi ANAVA yang dapat dianalisis menggunakan diagnostik sisaan adalah kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat, dan kenormalan galat percobaan. Untuk keaditifan model hanya bisa dianalisis menggunakan uji Tukey. Langkah-langkah metode diagnostik sisaan dalam RAKL dua faktor adalah menentukan nilai sisaan dan penggambaran plot sisaan. Plot sisaan terhadap nilai dugaan digunakan untuk menganalisis asumsi kehomogenan variansi galat dan kebebasan galat percobaan. Plot yang digunakan untuk menganalisis asumsi kenormalan galat percobaan adalah plot sisaan terhadap nilai harapan di bawah kurva normal.

Dalam skripsi ini diberikan dua contoh data yang dianalisis. Pada contoh pertama data jumlah bakteri *Escherichia coli*, semua asumsi yang dianalisis menggunakan diagnostik sisaan terpenuhi. Uji Tukey untuk keaditifan model juga terpenuhi. Sedangkan untuk contoh yang kedua data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah, untuk asumsi keaditifan model tidak terpenuhi tetapi uji asumsi lainnya yang menggunakan diagnostik sisaan terpenuhi.

Kata kunci : Diagnostik sisaan, RAKL dua faktor, Asumsi ANAVA, keaditifan model, plot, galat percobaan.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul "**DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP (RAKL) DUA FAKTOR**" dengan baik dan lancar.

Penulisan skripsi ini dapat terlaksana karena bantuan dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung, sehingga pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Hartono. M. Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Negeri Yogyakarta yang telah mengesahkan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Agus Maman Abadi. M. Si selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Negeri Yogyakarta dan sekaligus selaku Pembimbing Akademik yang selalu memberikan pengarahan dan dukungan untuk kelancaran studi selama penulis duduk di bangku perkuliahan.
3. Ibu Elly Arliani. M. Si selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penulisan skripsi ini.
4. Dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA yang telah memeberikan ilmu kepada penulis.
5. Kedua orang tua dan keluarga tercinta yang selalu mendoakan, memberi motivasi dan untuk segala kasih sayang yang tidak pernah habis serta doa-doa yang selalu mengalir untuk penulis.
6. Seluruh mahasiswa Matematika UNY Angkatan 2010 atas kebersamaannya dalam menuntut ilmu, berbagi pengetahuan, pengalaman, sehingga perjalanan terasa lebih indah.
7. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah memberikan bantuan dan saran yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis juga menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan dan banyak kelemahan, sehingga penulis tak lupa mengharapkan saran dan kritik atas skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat tidak hanya bagi penulis tetapi juga bagi pembaca.

Yogyakarta, Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Penelitian merupakan salah satu usaha untuk mengembangkan ilmu dan teknologi. Menurut Gaspersz (1991: 14) kegiatan penelitian pada hakekatnya merupakan suatu proses belajar yang terarah mengenai suatu masalah dan dilakukan secara iteratif (berulang). Dalam suatu penelitian diperlukan suatu tindakan yang disebut dengan percobaan. Hasil dari suatu percobaan merupakan suatu data yang perlu dianalisis lebih lanjut untuk mendapatkan suatu kesimpulan. Menurut Suwanda (2011) tujuan yang ingin dicapai dari percobaan adalah untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi yang sebanyak-banyaknya yang diperlukan dan berguna dalam melakukan penyelidikan persoalan yang akan dibahas. Salah satu metode analisis data dalam bidang statistika yang sering digunakan adalah Analisis Variansi (ANAVA). Sebelum dilakukan uji ANAVA. data yang diperoleh terlebih dahulu harus memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari analisis variansi tersebut. Jika asumsi tidak terpenuhi, maka kesimpulan dari analisis variansi tersebut tidak berlaku dan menyimpang dari seharusnya.

Adapun asumsi-asumsi ANAVA yang harus dipenuhi adalah keaditifan model, kebebasan galat percobaan, homogenitas dan asumsi kenormalan (Sudjana, 1989: 51). Asumsi-asumsi ANAVA tersebut dapat diperiksa dengan menggunakan berbagai uji formal. Beberapa uji formal diantaranya antara lain adalah Uji Tukey, Uji Lilliefors, Uji Kolmogorov-Smirnov serta Uji Bartlett. Uji

Tukey digunakan untuk menguji asumsi keaditifan dari model linier suatu rancangan percobaan. Uji Lilliefors dan Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan uji formal untuk memeriksa sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Sedangkan Uji Bartlett digunakan untuk memeriksa apakah data yang diperoleh memiliki variansi yang homogen atau tidak. Namun terdapat cara lain untuk pengujian asumsi-asumsi ANAVA yaitu dengan diagnostik sisaan. Diagnostik sisaan atau analisis sisaan adalah suatu analisis yang dapat digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi dalam analisis variansi dengan bantuan grafik sisaan. Sisaan atau residual adalah selisih antara nilai amatan dan nilai prediktor (Sungkawa, 2009: 96). Sedangkan grafik sisaan adalah grafik yang terbentuk dari nilai sisaan. Asumsi ANAVA yang dapat dianalisis menggunakan diagnostik sisaan adalah kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat dan kenormalan galat. Untuk asumsi keaditifan model hanya bisa dianalisis menggunakan uji Tukey.

Secara umum, setiap jenis dari rancangan percobaan memiliki model linier. Terbentuknya model tersebut dipengaruhi oleh banyaknya faktor (pengaruh perlakuan) yang digunakan dalam percobaan, ada atau tidaknya pengelompokan, serta asumsi yang digunakan bersifat tetap atau acak. Salah satu model linier dalam rancangan percobaan adalah model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL). RAKL yang memiliki dua faktor disebut sebagai percobaan faktorial. Menurut Sugandi & Sugiarto (1994:107) suatu percobaan disebut percobaan faktorial bila perlakuannya terdiri dari kombinasi lengkap antar level (antar taraf) dari dua faktor atau lebih dan masing-masing faktor terdiri dari dua taraf atau lebih. Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor merupakan rancangan percobaan faktorial yang menggunakan rancangan dasar RAKL yang terdiri dari dua faktor. Model linier aditif secara umum dari RAKL dua faktor dapat dibedakan menjadi tiga yaitu model tetap, model acak dan model campuran. Model tetap merupakan model dimana perlakuan-perlakuan yang digunakan dalam percobaan berasal dari populasi yang terbatas dan pemilihan perlakuannya ditentukan secara langsung oleh peneliti. Kesimpulan yang diperoleh dari model tetap terbatas hanya pada perlakuan-perlakuan yang dicobakan saja dan tidak bisa digeneralisasikan. Model acak merupakan model dimana perlakuan-perlakuan yang dicobakan merupakan sampel acak dari populasi perlakuan. Kesimpulan yang diperoleh dari model acak berlaku secara umum untuk seluruh populasi perlakuan. Sedangkan model campuran adalah suatu model yang terbentuk yaitu jika salah satu faktor bersifat tetap atau acak. Terbentuknya model yang berbeda akan berpengaruh terhadap persamaan nilai sisaannya. Persamaan nilai sisaan yang berbeda akan mengakibatkan penerapan diagnostik sisaan pada tiap model juga berbeda. Dengan demikian terbentuknya nilai sisaan yang berbeda akan sangat menarik karena akan mengakibatkan hasil plot sisaan yang berbeda dalam menganalisis asumsi-asumsi ANAVA.

Menurut Steel & Torrie (1995: 205) tidak terpenuhinya satu atau lebih asumsi dapat mempengaruhi baik tingkat nyatanya (*level of significance*) maupun kepekaan F atau t terhadap penyimpangan sesungguhnya dari hipotesis nol. Suatu data atau percobaan haruslah memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari anava agar kesimpulan yang diperoleh dari suatu percobaan mempunyai keabsahan yang dapat dipertanggungjawabkan dan benar (Gaspersz.2011: 13). Dengan demikian maka pemeriksaan asumsi anava sangatlah penting diperlukan.

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor dengan menggunakan diagnostik sisaan?
2. Bagaimana penerapan diagnostik sisaan dalam memenuhi asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor?

C. Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menjelaskan cara pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor dengan menggunakan diagnostik sisaan.
2. Menjelaskan penerapan diagnostik sisaan dalam memenuhi asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor.

D. Manfaat

Adapun manfaat yang bisa diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Penulis

   Mampu mengetahui dan menjelaskan mengenai langkah-langkah pengujian asumsi-asumsi analisis variansi (ANAVA) dengan metode diagnostik sisaan untuk model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor.

2. Bagi Mahasiswa yang Membaca

   Menambah wawasan dan pengetahuan dalam mengetahui langkah-langkah pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi (ANAVA) dengan menggunakan diagnostik sisaan khususnya untuk model Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor.

3. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

   Menambah referensi untuk perpustakaan Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.

BAB II

LANDASAN TEORI

Teori yang diperlukan untuk mendukung pada bab pembahasan diantaranya adalah rancangan percobaan, analisis variansi, metode kuadrat terkecil, rancangan acak kelompok lengkap (RAKL) dua faktor, distribusi normal, nilai harapan dan sisaan.

A. Rancangan Percobaan

Percobaan adalah suatu tindakan yang dilakukan untuk menemukan beberapa prinsip atau pengaruh yang belum diketahui serta untuk menguji, menguatkan, atau menjelaskan beberapa pendapat atau kebenaran yang diketahui atau diduga sebelumnya. Menurut Hanafiah (2011: 2) rancangan percobaan *(Experimental Design)* adalah *pola* atau tata cara penerapan tindakan-tindakan (*perlakuan dan nonperlakuan)* dalam suatu percobaan pada kondisi/lingkungan tertentu yang kemudian menjadi dasar penataan dan metode analisis statistik terhadap data hasilnya.

1. Tujuan Rancangan Percobaan

Suwanda (2011: 2) menyatakan bahwa tujuan yang ingin dicapai dari rancangan percobaan adalah untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi yang sebanyak-banyaknya yang diperlukan dan berguna dalam melakukan penyelidikan persoalan yang akan dibahas. Dalam mencapai tujuan ini perlu dipertimbangkan faktor-faktor kendala dalam melaksanakan percobaan. Untuk itu, suatu rancangan percobaan yang baik harus bersifat sebagai berikut:

a. Efektif, yaitu sesuai dengan tujuan dan kegunaan percobaan.

b. Efisien, yaitu memiliki ketepatan tinggi, tetapi hemat waktu, biaya, tenaga dan bahan percobaan.

c. Sederhana, yaitu mudah diselenggarakan dan dianalisis.

2. Prinsip Dasar Rancangan Percobaan

Menurut Sudjana (1989: 4) dalam suatu rancangan percobaan, data yang dianalisis dikatakan sah atau valid apabila data tersebut memenuh tiga prinsip dasar suatu percobaan.

a. Harus ada ulangan

Pengulangan adalah percobaan dasar yang dilakukan lebih dari satu kali pada kondisi yang seragam. Pengulangan bertujuan untuk:

1) menduga ragam (variansi) dari galat percobaan.

2) menduga galat baku (*standard error*) dari rataan perlakuan.

3) meningkatkan ketepatan percobaan.

4) memperluas presisi kesimpulan percobaan yaitu melalui pemilihan dan penggunaan satuan-satuan percobaan yang lebih bervariasi.

b. Pengacakan

Setiap unit percobaan harus memiliki peluang yang sama untuk diberi suatu perlakuan tertentu. Pengacakan perlakuan pada unit-unit percobaan dapat menggunakan tabel bilangan acak, sistem lotere manual atau dapat juga menggunakan komputer.

c. Pengendalian lingkungan (*local control*)

Pengendalian lingkungan merupakan usaha untuk mengendalikan keragaman yang muncul akibat keheterogenan kondisi lingkungan. Usaha-usaha pengendalian lingkungan yang dapat dilakukan yaitu dengan melakukan pengelompokan (*blocking*) satu arah, dua arah maupun multi arah. Pengelompokan dalam hal ini dapat diartikan sebagai pembagian seluruh satuan-satuan percobaan ke dalam kelompok-kelompok tertentu berdasarkan ciri lingkungan percobaan, bahan percobaan, ataupun perlakuan yang akan diberikan kepada satuan-satuan percobaan tersebut.

3. Beberapa Istilah dalam Suatu Percobaan

Beberapa istilah dalam suatu rancangan percobaan yang perlu diketahui menurut Mattjik & Sumertajaya (2000: 64-65) adalah sebagai berikut.

a. Perlakuan (*Treatment*)

Perlakuan merupakan suatu prosedur atau metode yang diterapkan pada unit percobaan. Prosedur atau metode yang diterapkan dapat berupa pemberian pupuk dengan jenis yang berbeda, dosis pemupukan yang berbeda, jenis varietas yang berbeda, jenis pakan yang berbeda atau kombinasi dari semua taraf-taraf beberapa faktor.

b. Unit Percobaan

Unit percobaan adalah unit terkecil dalam suatu percobaan yang diberi suatu perlakuan. Unit terkecil ini bisa berupa petak lahan, individu, sekandang ternak dan lain-lain tergantung dari bidang penelitian yang sedang dipelajari.

c. Unit Amatan

Satuan amatan adalah anak gugus dari unit percobaan dimana respon perlakuan diukur.

B. Analisis Variansi

Analisis variansi atau analisis sidik ragam adalah suatu metode untuk menguraikan keragaman total data menjadi komponen-komponen yang mengukur berbagai sumber keragaman. Analisis variansi dapat digunakan untuk data *observasional* (penelitian) maupun data *experimental* (percobaan). Dalam suatu percobaan akan didapatkan nilai-nilai hasil pengamatan. Nilai-nilai hasil pengamatan tersebut umumnya dinyatakan dalam suatu model matematika yang disebut model linier. Berdasarkan model linier yang terbentuk selanjutnya akan dilakukan uji analisis variansi. Tapi sebelum dilakukan pengujian ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis variansi. Adapun asumsi-asumsi ANAVA yang harus dipenuhi menurut Gaspersz (1991) adalah sebagai berikut.

1. Model bersifat aditif

Suatu percobaan dengan menggunakan Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor, pengamatan pada faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k dinyatakan sebagai:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan

Y_{ijk} : pengamatan pada faktor A taraf ke-i. faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k

μ : rataan umum

α_i : pengaruh utama faktor A taraf ke-i

β_i : pengaruh utama faktor B taraf ke-j

$(\alpha\beta)_{ij}$: pengaruh interaksi dari faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j
ρ_k : pengaruh kelompok ke-k
ε_{ijk} : pengaruh acak pada faktor A taraf ke-i faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k.

Komponen-komponen μ, α_i, β_j, $(\alpha\beta)_{ij}$, ρ_k dan ε_{ijk} harus bersifat aditif. Yang dimaksudkan dengan bersifat aditif adalah dapat dijumlahkan sesuai dengan model. Untuk memeriksa asumsi keaditifan model lnier RAKL dua faktor dapat dilakukan dengan menggunakan uji formal yaitu uji Tukey.

Langkah-langkah pengujiannya yaitu:

a. Hipotesis:

   H_0 : Model bersifat aditif

   H_1 : Model tidak bersifat aditif

b. Taraf nyata : α

c. Statistik uji:

$$F_{hitung} = \frac{KT_{(non-aditifitas)}}{KTG}$$

   dengan:

$$JK_{(non-aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{a}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 \sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...})^2}$$

$$Q = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})(\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...})Y_{ijk}$$

$$KT_{(non-aditifitas)} = \frac{JK_{(non-aditifitas)}}{db_{(non-aditifitas)}}$$

$$db_{(non-aditifitas)} = 1$$

$$JKG = JKT - JKK - JKP - JK_{(non-aditifitas)}$$

$$FK = \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk})^2 - FK$$

$$JKK = \sum_{k=1}^{r}\frac{(Y_{..k})^2}{ab} - FK$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{(Y_{ij.})^2}{r} - FK$$

$$KTG = \frac{JKG}{db(galat)}; db(galat) = (ab-1)(r-1)$$

d. Kriteria keputusan:

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{\alpha\,(1,db\ galat)}$

e. Hitungan

f. Kesimpulan.

2. Galat percobaan saling bebas

Kebebasan galat percobaan secara lebih umum diartikan sebagai tidak ada korelasi antar galat. Galat-galat dari salah satu pengamatan yang mempunyai nilai tertentu harus tidak boleh bergantung dari nilai-nilai galat pengamatan yang lain (Gaspersz,1991: 66) pengujian terhadap asumsi kebebasan antar galat percobaan dilakukan dengan cara membuat plot antara nilai sisaan dengan nilai dugaan pengamatan. Apabila grafik yang terbentuk berfluktuasi secara acak di sekitar nol maka dapat dikatakan bahwa suku-suku galat percobaan saling bebas.

3. Kehomogenan variansi galat

Uji formal yang dapat digunakan untuk memeriksa asumsi kehomogenan adalah uji Bartlett. Langkah-langkah uji Bartlett menurut Montgomery (2001: 81) adalah sebagai berikut.

a. Hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi k populasi sama)

$H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \ldots . k$ (Variansi k populasi tidak sama)

b. Taraf nyata: α

c. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2.3026 \frac{q}{c}$$

dengan

$$q = (N-a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n-a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N-a}$$

keterangan:

S_i^2 : variansi sampel kelompok ke-i

a : banyaknya kelompok

N : banyaknya seluruh amatan

n_i : banyaknya amatan kelompok ke-i

d. Kriteria keputusan:

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hit} > \chi^2_{\alpha,a-1}$

e. Perhitungan

f. Kesimpulan.

4. Galat percobaan menyebar normal

Asumsi normalitas dapat diuji dengan menggunakan uji Liliefors. Uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah data yang diperolah berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Adapun langkah-langkah dalam pengujian adalah adalah sebagai berikut.

a. Hipotesis:

H_0 : Data mengikuti distribusi normal

H_1 : Data tidak mengikuti distribusi normal

b. Taraf signifikansi : α

c. Statistik Uji: $L_0 = max\ |F(z_i) - S(z_i)|$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y}.)^2}{n-1}}$$

$$F(z_i) = P[Z \leq z_i] \qquad z_i = \frac{Y_i - \bar{Y}.}{SD}$$

$$S(z_i) = \frac{banyaknya\ z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\ \leq z_i}{n}$$

dengan n merupakan banyaknya pengamatan.

d. Kriteria keputusan:

H_0 ditolak jika $L_0 > L_{\alpha(n)}$

dengan $L_{\alpha(n)}$ merupakan nilai kritis untuk uji Liliefors

e. Perhitungan

f. Kesimpulan.

C. Transformasi

Salah satu cara yang yang dapat dilakukan jika terdapat data yang tidak memenuhi asumsi-asumsi ANAVA adalah dengan menggunakan transformasi data. Transformasi data adalah untuk mengubah skala pengukuran data asli menjadi bentuk lain sehingga data dapat memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari ANAVA. Tujuan utama melakukan transformasi agar data yang akan diolah memenuhi semua asumsi yang mendasari ANAVA. sehingga hasilnya mampu mencerminkan kejadian yang sebenarnya terjadi dalam suatu percobaan.

1. Transformasi akar $(\sqrt{X})$

   Transformasi ini digunakan terhadap data yang berdistribusi Poisson atau bercirikan nilai keragaman sebanding dengan reratanya. Transformasi akar dilakukan bila datanya berupa bilangan bulat positif. Apabila data asli menunjukkan sebaran nilai antara 0 – 10, maka transfromasi akar yang digunakan adalah $\sqrt{X} + 0{,}5$.

2. Transformasi Logaritma $logX$

   Menurut Gaspersz (1991:72) transformasi logaritmik adalah lebih tepat untuk data yang mempunyai simpangan baku proporsional terhadap nilai tengahnya atau bila pengaruh perlakuan bersifat multiplikatif. Dalam transformasi ini. jika terdapat nilai 0 atau nilai sangat kecil (kurang dari 10) maka nilai tersebut perlu ditambah satu sebelum dilakukan transformasi. Dengan demikian transformasi logaritma yang bisa digunakan untuk nilai-nilai yang kecil adalah log $(X+1)$.

3. Transformasi arcsin ($arcsin\sqrt{X}$)

   Menurut Gaspersz (1991:75) transformasi arcsin adalah cocok untuk data proporsi, yang dinyatakan sebagai pecahan desimal atau persentase. Transformasi ini dapat diterapkan pada data yang berdistribusi binomial.

4. Transformasi *invers* $\left(\frac{1}{X}\right)$

   Transformasi ini dilakukan dengan membalik nilai asli, yaitu dengan rumus: $\frac{1}{X}$. Transformasi ini digunakan jika simpangan baku sebanding dengan pangkat dua rataannya.

5. Transformasi *invers square* $\left(\frac{1}{X^2}\right)$

   Transformasi ini dilakukan dengan membalik nilai kuadrat, yaitu dengan rumus: $\left(\frac{1}{X^2}\right)$. Misal Nilai asli -1,4 maka nilai transformasi: $\frac{1}{X^2} = \frac{1}{-1{,}4^2} = 0{,}510$.

D. Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil digunakan untuk menduga parameter dari model linier suatu rancangan percobaan. Prinsip dari metode kuadrat terkecil adalah menduga parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat. Galat diasumsikan berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2. Model linier aditif dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) Dua Faktor yaitu:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (2.1)$$

dengan $= 1,2. \dots, a$; $j = 1,2, \dots, b$; $k = 1,2, \dots, r$

$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$

iid = identic, independent, distribution, artinya galat percobaan bersifat identik, bebas (tidak berkorelasi) dan berdistribusi normal.

Y_{ijk} : pengamatan pada faktor A taraf ke-i. faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k
μ : rataan umum
α_i : pengaruh utama faktor A taraf ke-i
β_i : pengaruh utama faktor B taraf ke-j
$(\alpha\beta)_{ij}$: pengaruh interaksi dari faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j
ρ_k : pengaruh kelompok ke-k
ε_{ijk} : pengaruh acak pada faktor A taraf ke-i. faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k

Persamaan (2.1) di atas kemudian dibentuk menjadi persamaan seperti berikut:

$$\varepsilon_{ijk} = Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij} \qquad (2.2)$$

Persamaan diatas mempunyai parameter μ, α_i, β_j, ρ_k, $(\alpha\beta)_{ij}$ yang belum diketahui. Estimasi dari kelima parameter terebut dapat diduga dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (*least square*). Dalam metode kuadrat terkecil pada prinsipnya adalah mencari penduga bagi parameter dengan mengusahakan agar jumlah kuadrat galatnya sekecil mungkin.

Persamaan (2.2) kemudian dikuadratkan dan dijumlahkan. sehingga diperoleh:

$$R = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \varepsilon_{ijk}{}^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} (Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij})^2$$

Untuk menentukan penduga parameter μ, α_i, β_j, ρ_k, $(\alpha\beta)_{ij}$ yang menghasilkan nilai R yang minimum maka diselesaikan sistem persamaan berikut:

$$\frac{\partial R}{\partial \mu} = 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\big(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}\big)\,(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha_i} = 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\big(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}\big)\,(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \beta_j} = 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\big(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}\big)\,(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \rho_k} = 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\big(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}\big)\,(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial (\alpha\beta)_{ij}} = 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\big(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}\big)\,(-1) = 0$$

Diasumsikan bahwa $\sum_{i=1}^{a}\alpha_i = 0$; $\sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0$; $\sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{a}(\alpha\beta)_{ij} = 0$, $\sum_{k=1}^{r}\rho_k = 0$.

1. Pendugaan untuk parameter μ

$$\frac{\partial R}{\partial \mu} = -2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}Y_{ijk} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\hat{\mu} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\alpha_i - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\beta_j$$

$$- \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\rho_k - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \hat{\mu} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{...} - abr\hat{\mu} = 0$$

$$\Leftrightarrow abr\hat{\mu} = Y_{...}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\mu} = \frac{Y_{...}}{abr}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\mu} = \bar{Y}_{...} \tag{2.3}$$

Jadi, dari penjabaran diatas diperoleh kesimpulan bahwa penduga untuk μ adalah $\hat{\mu} = \bar{Y}_{...}$

2. Pendugaan untuk parameter α_i

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha_i} = -2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \beta_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} - br\hat{\mu} - br\hat{\alpha}_i - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \beta_j$$

$$- \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \rho_k - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{i..} - br\hat{\mu} - br\hat{\alpha}_i = 0$$

$$\Leftrightarrow br\hat{\alpha}_i = Y_{i..} - br\hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \frac{Y_{i..} - br\hat{\mu}}{br}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \frac{Y_{i..}}{br} - \hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...} \qquad (2.4)$$

Jadi, dari penjabaran diatas diperoleh kesimpulan bahwa penduga untuk α_i adalah $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}$

3. Pendugaan untuk parameter β_j

$$\frac{\partial R}{\partial \beta_j} = -2 \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} (Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} (Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \rho_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} - ar\hat{\mu} - ar\hat{\alpha}_i - ar\hat{\beta}_j - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \rho_k - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{.j.} - ar\hat{\mu} - ar\hat{\beta}_j = 0$$

$$\Leftrightarrow ar\hat{\beta}_j = Y_{.j.} - ar\hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \frac{Y_{.j.} - ar\hat{\mu}}{ar}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \frac{Y_{.j.}}{ar} - \hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...} \qquad (2.5)$$

Jadi, dari penjabaran diatas diperoleh kesimpulan bahwa penduga untuk β_j adalah

$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}$

4. Pendugaan untuk parameter ρ_k

$$\frac{\partial R}{\partial \rho_k} = -2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\rho}_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\rho}_k - (\alpha\beta)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}Y_{ijk} - ab\hat{\mu} - ab\hat{\alpha}_i - ab\hat{\beta}_j - ab\hat{\rho}_k - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{..k} - ab\hat{\mu} - ab\hat{\rho}_k = 0$$

$$\Leftrightarrow ab\hat{\rho}_k = Y_{..k} - ab\hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho}_k = \frac{Y_{..k} - ab\hat{\mu}}{ab}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho}_k = \frac{Y_{..k}}{ab} - \hat{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho}_k = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...} \qquad (2.6)$$

Jadi, dari penjabaran diatas diperoleh kesimpulan bahwa penduga untuk ρ_k adalah

$\hat{\rho}_k = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}$

5. Pendugaan untuk parameter $(\alpha\beta)_{ij}$

$$\frac{\partial R}{\partial (\alpha\beta)_{ij}} = -2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\rho}_k - \left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\rho}_k - \left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - r\hat{\beta}_j - r\hat{\rho}_k - r\left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{ij.} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - r\hat{\beta}_j - r\hat{\rho}_k - r\left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow r\left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = Y_{ij.} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - r\hat{\beta}_j$$

$$\Leftrightarrow \left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = \frac{Y_{ij.} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - r\hat{\beta}_j}{r}$$

$$= \frac{Y_{ij.}}{r} - \hat{\mu} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_j$$

$$= \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{....} - (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{....}) - (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{....})$$

$$= \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{....} - \bar{Y}_{i..} + \bar{Y}_{....} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{....}$$

$$\left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...} \quad (2.7)$$

Jadi, dari penjabaran diatas diperoleh kesimpulan bahwa penduga untuk $(\alpha\beta)_{ij}$ adalah $\left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij} = \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}$

Penduga untuk galat percobaan ε_{ijk}

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\rho}_k - \left(\widehat{\alpha\beta}\right)_{ij}$$

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} - (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) - \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) - (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + \left(-(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) - \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})\right)$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{i..} + \bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{ij.} + \bar{Y}_{i..} + \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + \bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{ij.}$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{ij.}$$

$= Y_{ijk} + \bar{Y}_{...} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{..k}$

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = \left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) \quad (2.8)$$

Jadi. diperoleh penduga untuk ε_{ijk} adalah $\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})$.

E. Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) Dua Faktor

RAKL dua faktor merupakan percobaan faktorial yang terdiri dari dua faktor dengan RAKL sebagai rancangan dasarnya. Percobaan faktorial dapat juga diaplikasikan terhadap seluruh unit-unit percobaan secara berkelompok. Hal ini dilakukan jika unit percobaan yang digunakan tidak homogen. Pengelompokan dalam suatu RAKL dilakukan dengan maksud untuk memperkecil galat percobaan. Adapun model linier aditif rancangan acak kelompok lengkap dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan $= 1,2, \dots, a$; $j = 1,2, \dots, b$; $k = 1,2, \dots, r$

$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$, $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$

iid = identic, independent, distribution, artinya galat percobaan bersifat identik, bebas (tidak berkorelasi) dan berdistribusi normal. Menurut Netter, dkk (1997: 1023) ε_{ijk} dan ρ_k bersifat bersifat bebas (*independent*).

Y_{ijk} : pengamatan pada faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k
μ : rataan umum
α_i : pengaruh utama faktor A taraf ke-i
β_i : pengaruh utama faktor B taraf ke-j
$(\alpha\beta)_{ij}$: pengaruh interaksi dari faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j
ρ_k : pengaruh kelompok ke-k

ε_{ijk} : pengaruh acak pada faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k

Asumsi untuk model tetap ialah:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0,\ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,\ \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0.$

Asumsi untuk model acak ialah:

$\alpha_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2),\ \beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\beta^2), (\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh penduga parameter-parameter sebagai berikut :

Parameter	Penduga
μ	$\hat{\mu} = \bar{Y}_{...}$
α_i	$\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}$
β_j	$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}$
ρ_k	$\hat{\rho}_k = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}$
$(\alpha\beta)_{ij}$	$(\widehat{\alpha\beta})_{ij} = \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}$

Berdasarkan model linier aditif RAKL dua faktor maka diperoleh penduga respons seperti berikut:

$E(Y_{ijk}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k$, karena $E(\varepsilon_{ijk}) = 0$ maka penduga $\hat{Y}_{ijk}$ adalah:

$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + (\widehat{\alpha\beta})_{ij} + \hat{\rho}_k$

$\hat{e}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

Penguraian jumlah kuadrat untuk RAKL dua faktor adalah sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) + (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)$$

$$+ \left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right)$$

$$Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) + (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right) +$$

$$\left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right) \qquad (2.9)$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\Big((\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) + (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})$$

$$+ \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)$$

$$+ \left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right)\Big)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2$$

$$+ \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)^2$$

$$+ \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right)^2$$

Dengan demikian diperoleh :

Jumlah Kuadrat Total

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

Jumlah Kuadrat Faktor A

$$JKA = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2$$

Jumlah Kuadrat Faktor B

$$JKB = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

Jumlah Kuadrat Kelompok

$$JKK = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2$$

Jumlah Kuadrat Interaksi Faktor A dan Faktor B

$$JKAB = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)^2$$

Jumlah Kuadrat Galat

$$JKG = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right)^2$$

Selanjutnya rumus-rumus jumlah kuadrat diatas dapat dijabarkan dan disederhanakan sebagai berikut:

$$FK = \frac{Y_{...}{}^2}{abr} \tag{2.10}$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \left(Y_{ijk}{}^2 - 2Y_{ijk}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {Y_{ijk}}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\frac{Y_{\dots}}{abr} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\frac{Y_{\dots}}{abr}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {Y_{ijk}}^2 - 2\frac{{Y_{\dots}}^2}{abr} + abr\frac{{Y_{\dots}}^2}{(abr)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {Y_{ijk}}^2 - 2\frac{{Y_{\dots}}^2}{abr} + \frac{{Y_{\dots}}^2}{abr}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {Y_{ijk}}^2 - \frac{{Y_{\dots}}^2}{abr}$$

$$= \textstyle\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {Y_{ijk}}^2 - FK \tag{2.11}$$

$$JKA = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{\dots})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left({\bar{Y}_{i..}}^2 - 2\bar{Y}_{i..}\bar{Y}_{\dots} + {\bar{Y}_{\dots}}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} {\bar{Y}_{i..}}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\bar{Y}_{i..}\bar{Y}_{\dots} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}{\bar{Y}_{\dots}}^2$$

$$= br\sum_{i=1}^{a}\left({\bar{Y}_{i..}}^2 - 2\bar{Y}_{i..}\bar{Y}_{\dots} + {\bar{Y}_{\dots}}^2\right)$$

$$= br\sum_{i=1}^{a}\frac{{Y_{i..}}^2}{(br)^2} - 2br\frac{Y_{\dots}}{abr}\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}}{br} + abr\frac{{Y_{\dots}}^2}{(abr)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\frac{{Y_{i..}}^2}{br} - 2\frac{Y_{\dots}}{abr}\sum_{i=1}^{a}Y_{i..} + \frac{{Y_{\dots}}^2}{abr}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\frac{{Y_{i..}}^2}{br} - 2\frac{Y_{\dots}}{abr}Y_{\dots} + \frac{{Y_{\dots}}^2}{abr}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}{}^2}{br} - 2\frac{Y_{...}{}^2}{abr} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}{}^2}{br} - \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK \tag{2.12}$$

$$JKB = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{.j.}{}^2 - 2\bar{Y}_{.j.}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{.j.}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{.j.}\bar{Y}_{...} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{...}{}^2$$

$$= ar\sum_{j=1}^{b} \left(\bar{Y}_{.j.}{}^2 - 2\bar{Y}_{.j.}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^2\right)$$

$$= ar\sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^2}{(ar)^2} - 2ar\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}}{ar} + abr\frac{Y_{...}{}^2}{(abr)^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - 2\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{j=1}^{b} Y_{.j.} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - 2\frac{Y_{...}}{abr}Y_{...} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - 2\frac{Y_{...}{}^2}{abr} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}{}^{2}}{ar} - FK \tag{2.13}$$

$$JKK = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{..k}{}^{2} - 2\bar{Y}_{..k}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^{2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{..k}{}^{2} - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{..k}\bar{Y}_{...} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{...}{}^{2}$$

$$= ab\sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{..k}{}^{2} - 2\bar{Y}_{..k}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^{2}\right)$$

$$= ab\sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^{2}}{(ab)^2} - 2ar\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k}}{ab} + abr\frac{Y_{...}{}^{2}}{(abr)^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^{2}}{ab} - 2\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{k=1}^{r} Y_{..k} + \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^{2}}{ab} - 2\frac{Y_{...}}{abr}Y_{...} + \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^{2}}{ab} - 2\frac{Y_{...}{}^{2}}{abr} + \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^{2}}{ab} - \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr} \tag{2.14}$$

$$JKAB = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} \left(\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) - \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right)^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij.}{}^2 - 2\bar{Y}_{ij.}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= r\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{Y}_{ij.}{}^2 - 2\bar{Y}_{ij.}\bar{Y}_{...} + \bar{Y}_{...}{}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= r\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r^2} - 2r\,\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k}}{r} + abr\,\frac{Y_{...}{}^2}{(abr)^2} - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right)$$

$$- \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - 2\,\frac{Y_{...}}{abr}\sum_{k=1}^{r}Y_{..k} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr} - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - 2\,\frac{Y_{...}}{abr}Y_{...} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr} - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - 2\,\frac{Y_{...}{}^2}{abr} + \frac{Y_{...}{}^2}{abr} - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - \frac{Y_{...}{}^2}{abr} - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - \frac{Y_{...}{}^2}{abr}\right) - \left(\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}{}^2}{br} - FK\right) - \left(\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}{}^2}{ar} - FK\right)$$

$$= JKP - JKA - JKB \tag{2.15}$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right) - \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right) - (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right)^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...}\right)\right)^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}{}^2 - FK\right) - \left(\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{ij.}{}^2}{r} - FK\right) - \left(\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k}{}^2}{ab} - FK\right)$$

$$= JKT - JKP - JKK \tag{2.16}$$

Tabel 2.1 Analisis Variansi untuk RAKL dua faktor

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F_{hitung}
Model tetap (faktor A dan faktor B tetap)				
Faktor A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTG
Faktor B	b-1	JKB	KTB	KTB/KTG
AB	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/KTG
Kelompok	r-1	JKK	KTK	KTK/KTG
Galat	(ab-1)(r-1)	JKG	KTG	
Total	abr-1	JKT		
Model acak (faktor A dan faktor B acak)				
Faktor A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTAB
Faktor B	b-1	JKB	KTB	KTB/KTAB
AB	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/KTG
Kelompok	r-1	JKK	KTK	KTK/KTG
Galat	(ab-1)(r-1)	JKG	KTG	
Total	abr-1	JKT		
Model campuran (faktor A acak dan faktor B tetap)				
Faktor A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTG
Faktor B	b-1	JKB	KTB	KTB/KTAB
AB	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/KTG
Kelompok	r-1	JKK	KTK	KTK/KTG
Galat	(ab-1)(r-1)	JKG	KTG	
Total	abr-1	JKT		
Model campuran (faktor A tetap dan faktor B acak)				
Faktor A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTAB
Faktor B	b-1	JKB	KTB	KTB/KTG
AB	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/KTG

Kelompok	r-1	JKK	KTK	KTK/KTG
Galat	(ab-1)(r-1)	JKG	KTG	
Total	abr-1	JKT		

Pengujian hipotesis pada percobaan RAKL dua faktor adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis

   a. Hipotesis model tetap (faktor A dan faktor B tetap)

      1) Pengaruh utama faktor A

      $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_a = 0$ (faktor A tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      $H_1: \exists \alpha_i \neq 0, i = 1,2,\dots,a$ (faktor A berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      2) Pengaruh utama faktor B

      $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$ (faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      $H_1: \exists \beta_j \neq 0, j = 1,2,\dots,b$ (faktor B berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      3) Pengaruh interaksi faktor A dengan faktor B

      $H_0: (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \cdots = (\alpha\beta)_{ab} = 0$ (interaksi faktor A dengan faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      $H_1: \exists (\alpha\beta)_{ij} \neq 0, i = 1,2,\dots,a;\ j = 1,2,\dots,b$ (interaksi faktor A dengan faktor B berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      4) Pengaruh kelompok

$H_0: \sigma_\rho^2 = 0$ (Keragaman kelompok tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\rho^2 > 0$ (Keragaman kelompok berpengaruh terhadap respons yang diamati)

b. Hipotesis model acak (faktor A dan faktor B acak)

1) Pengaruh utama faktor A

$H_0: \sigma_\alpha^2 = 0$ (Keragaman faktor A tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\alpha^2 > 0$ (Keragaman faktor A berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

2) Pengaruh utama faktor B

$H_0: \sigma_\beta^2 = 0$ (Keragaman faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\beta^2 > 0$ (Keragaman faktor B berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

3) Pengaruh interaksi faktor A dengan faktor B

$H_0: \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

4) Pengaruh kelompok

$H_0: \sigma_\rho^2 = 0$ (Keragaman kelompok tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\rho^2 > 0$ (Keragaman kelompok berpengaruh terhadap respons yang diamati)

c. Model campuran (faktor A acak dan faktor B tetap)

1) Pengaruh utama faktor A

$H_0: \sigma_\alpha^2 = 0$ (Keragaman faktor A tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\alpha^2 > 0$ (Keragaman faktor A berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

2) Pengaruh utama faktor B

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$ (faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \exists \beta_j \neq 0, j = 1,2, \dots, b$ (faktor B berpengaruh terhadap respons yang diamati)

Pengaruh interaksi faktor A dengan faktor B

$H_0: \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

3) Pengaruh kelompok

$H_0: \sigma_\rho^2 = 0$ (Keragaman kelompok tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma_\rho^2 > 0$ (Keragaman kelompok berpengaruh terhadap respons yang diamati)

d. Model campuran (faktor A tetap dan faktor B acak)

1) Pengaruh utama faktor A

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_a = 0$ (faktor A tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \exists \alpha_i \neq 0, i = 1,2, \dots, a$ (faktor A berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

2) Pengaruh utama faktor B

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$ (faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \exists \beta_j \neq 0, j = 1,2, \dots, b$ (faktor B berpengaruh terhadap respons yang diamati)

Pengaruh interaksi faktor A dengan faktor B

$H_0: \sigma^2_{\alpha\beta} = 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma^2_{\alpha\beta} > 0$ (Keragaman interaksi faktor A dengan faktor B berpengaruh positif terhadap respons yang diamati)

Pengaruh kelompok

$H_0: \sigma^2_{\rho} = 0$ (Keragaman kelompok tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \sigma^2_{\rho} > 0$ (Keragaman kelompok berpengaruh terhadap respons yang diamati)

2. Taraf nyata: α

3. Statistik uji: Uji F

4. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$
5. Perhitungan
6. Kesimpulan.

F. Distribusi Normal

Salah satu distribusi frekuensi yang paling penting dalam statistika adalah distribusi normal. Secara umum karakteristik dari distribusi normal dapat ditentukan oleh dua parameter yaitu mean dan variansi. Jika X adalah variabel acak normal dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 maka fungsi densitas ditunjukkan seperti persamaan berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)[(x-\mu)/\sigma]^2}, -\infty < x < \infty. \tag{2.9}$$

dimana $-\infty < \mu < \infty$ dan $\sigma^2 > 0$.

Menurut Newblood, dkk (2003: 188) jika X suatu variabel acak berdistribusi normal dengan parameter μ dan σ^2, maka:

1. Rata-rata variabel acak X adalah μ,

$$E(X) = \mu$$

2. Variansi variabel acak X adalah σ^2,

$$Var(X) = E[(X-\mu)^2] = \sigma^2$$

3. Suatu variabel acak X berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Persamaan (2.9) diatas disebut sebagai distribusi normal umum. Setiap variabel acak normal X dapat diubah ke dalam distribusi normal baku dengan transformasi nilai Z yang dapat diperoleh melalui persamaan $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Distribusi normal baku merupakan distribusi variabel acak normal dengan rata rata 0 dan variansi 1 yang dilambangkan dengan $Z \sim N(0,1)$.

G. Nilai Harapan

Nilai harapan disebut juga sebagai ekspektasi matematika atau mean (rata-rata). Jika X adalah sembarang variabel acak maka nilai harapan dari variabel X dinotasikan dengan $E(X)$. Menurut Walpole dan Myers (1986: 61) misalkan X suatu variabel acak dengan distribusi peluang $f(x)$, nilai harapan X atau harapan matematika X ialah:

$$E(X) = \begin{cases} \sum_x x f(x), \text{ jika } X \text{ diskret} \\ \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \text{ jika } X \text{ kontinu} \end{cases}$$

Menurut Pollet & Nasrullah (1994: 16) beberapa sifat nilai harapan diantaranya sebagai berikut:

1. $E(k) = k$, k merupakan konstanta
2. $E\{E(X)\} = E(X)$
3. $E\{X - E(X)\} = E(X) - E\{E(X)\}$
4. $E[a + bX] = a + bE(X)$, a dan b merupakan konstanta
5. $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$
6. $E\{E(X)\} = E(X)$
7. $E(XY) = E(X)E(Y)$, X dan Y merupakan dua variabel yang saling bebas.

H. Sisaan

Menurut Levine, dkk (2003) sisaan (e_{ijk}) merupakan selisih antara nilai pengamatan (Y_{ijk}) dengan nilai dugaan $(\hat{Y}_{ijk})$. Nilai sisaan secara umum dirumuskan sebagai berikut:

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$$

Menurut Netter, dkk (1985) sisaan memiliki sifat sebagai berikut:

1. Rata-rata dari n sisaan adalah e_{ijk} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\bar{e} = \frac{\sum e_{ijk}}{n} = 0$$

dimana $\bar{e}$ merupkan rata-rata dari sisaan.

2. Variansi dari n sisaan e_{ijk} didefinisikan sebagai berikut:

$$var(e_i) = \frac{\sum\left(e_{ijk} - \bar{e}\right)^2}{db\ galat} = \frac{\sum {e_{ijk}}^2}{db\ galat}$$

Menurut Netter, dkk (1985: 119) nilai harapan dibawah kurva normal didefinisikan sebagai berikut:

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i - 0.375}{n + 0.25}\right)\right]$$

Plot yang terbentuk dari nilai sisaan (e_{ijk}) terhadap h_i disebut sebagai plot peluang normal (*normal probability plot).* Plot tersebut digunakan untuk mendeteksi apakah galat menyebar secara normal atau tidak. Persamaan h_i diatas merupakan hasil perkalian dari akar Kuadrat Tengah Galat dengan *normal score* (skor normal).

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai cara memerika asumsi ANAVA dengan menggunakan dianostik sisaan dan penerapannya pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor.

A. Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dua Faktor

1. Penentuan nilai sisaan $\left(e_{ijk}\right)$ pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dua Faktor

Model linier aditif dari RAKL dua faktor adalah sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (3.1)$$

dengan $= 1,2. \dots, a$; $j = 1,2, \dots, b$; $k = 1,2. \dots, r$

$$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2), \quad \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$$

Y_{ijk} : pengamatan pada faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k
μ : rataan umum
α_i : pengaruh utama faktor A taraf ke-i
β_i : pengaruh utama faktor B taraf ke-j
$(\alpha\beta)_{ij}$: pengaruh interaksi dari faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j
ρ_k : pengaruh kelompok ke-k
ε_{ijk} : pengaruh acak pada faktor A taraf ke-i. faktor B taraf ke-j dan kelompok ke-k

Asumsi untuk model tetap ialah:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0,\ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,\ \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0.$

Asumsi untuk model acak ialah:

$$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2),\ \ \beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\beta^2),\ \ (\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh penduga parameter-parameter sebagai berikut :

Parameter	Penduga	
μ	$\hat{\mu} = \bar{Y}_{...}$	(3.2)
α_i	$\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}$	(3.3)
β_j	$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}$	(3.4)
ρ_k	$\hat{\rho}_k = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}$	(3.5)
$(\alpha\beta)_{ij}$	$(\widehat{\alpha\beta})_{ij} = \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}$	(3.6)

Berdasarkan asumsi dari model RAKL dua faktor diatas maka dapat diketahui bahwa faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) dapat bersifat tetap atau acak. Dengan demikian maka kombinasi model yang mungkin dapat terbentuk adalah:

a. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model tetap)

b. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat acak (model acak)

c. Faktor A (α_i) bersifat acak dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model campuran)

d. Faktor A (α_i) bersifat tetap dan faktor B (β_j) bersifat acak (model campuran)

Berikut ini akan dijabarkan langkah-langkah menentukan nilai sisaan pada model linier RAKL dua faktor untuk model diatas.

a. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model tetap)

Adapun langkah-langkah menentukan nilai sisaan model tetap adalah sebagai berikut.

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL dua faktor

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

Asumsi untuk model tetap ialah:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0,\ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,\ \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0.$

$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),\ \ \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\rho^2)$

$$E(Y_{ijk}) = E(\mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk})$$

$$= E(\mu) + E(\alpha_i) + E(\beta_j) + E((\alpha\beta)_{ij}) + E(\rho_k) + E(\varepsilon_{ijk})$$

Dari asumsi diketahui bahwa $\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0$, $\sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$, $\sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0$, maka nilai harapan untuk α_i, β_j, $(\alpha\beta)_{ij}$ berturut-turut adalah α_i, β_j, $(\alpha\beta)_{ij}$ itu sendiri. ε_{ijk} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapan dari ε_{ijk} adalah nol. Sedangkan ρ_k merupakan suatu variabel bebas berdistribusi normal dan mempunyai rataan nol jadi nilai harapannya adalah nol. Dengan demikian maka diperoleh $E(Y_{ijk})$ seperti berikut:

$$E(Y_{ijk}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + 0 + 0$$

$$E(Y_{ijk}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} \tag{3.7}$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ijk})$ yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil

Berdasarkan metode kuadrat terkecil, $\hat{Y}_{ijk}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ijk})$. Dengan demikian menurut persamaan yang diperoleh dari (3.7) maka:

$$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + \widehat{(\alpha\beta)}_{ij}$$

$$= \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right) + \left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right).$$

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{ij.} \tag{3.8}$$

3) Penentuan nilai sisaan

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} \tag{3.9}$$

b. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat acak (model acak)

Adapun langkah-langkah menentukan nilai sisaan model acak adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL dua faktor

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

Asumsi untuk model acak ialah:

$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$.

$$E(Y_{ijk}) = E(\mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk})$$

$$= E(\mu) + E(\alpha_i) + E(\beta_j) + E((\alpha\beta)_{ij}) + E(\rho_k) + E(\varepsilon_{ijk})$$

Dari asumsi diatas dapat diketahui bahwa

$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$ merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Dengan demikian diperoleh $E(Y_{ijk})$ sebagai berikut:

$E(Y_{ijk}) = \mu + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$

$$E(Y_{ijk}) = \mu \qquad (3.10)$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ijk})$ yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil

Berdasarkan metode kuadrat terkecil, $\hat{Y}_{ijk}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ijk})$. Dengan demikian menurut persamaan yang diperoleh dari (3.10) maka:

$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\mu}$

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{...} \qquad (3.11)$$

3) Penentuan nilai sisaan

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} \qquad (3.12)$$

c. Faktor A (α_i) bersifat acak dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model campuran)

Adapun langkah-langkah menentukan nilai sisaan model campuran adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL dua faktor

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan:

$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2)$, $\sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$

$$E(Y_{ijk}) = E(\mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk})$$

$$= E(\mu) + E(\alpha_i) + E(\beta_j) + E((\alpha\beta)_{ij}) + E(\rho_k) + E(\varepsilon_{ijk})$$

Karena $\sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0$ (bersifat tetap) maka nilai harapan untuk β_j adalah β_j. Untuk α_i dan ε_{ijk} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Sedangkan untuk $(\alpha\beta)_{ij}$ juga merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol karena α_i bersifat acak. ρ_k merupakan suatu variabel bebas berdistribusi normal dan mempunyai rataan nol jadi nilai harapannya adalah nol.

Dengan demikian diperoleh $E(Y_{ijk})$ sebagai berikut:

$$E(Y_{ijk}) = \mu + 0 + \beta_j + 0 + 0 + 0$$

$$E(Y_{ijk}) = \mu + \beta_j \tag{3.13}$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ijk})$ yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil

Berdasarkan metode kuadrat terkecil, $\hat{Y}_{ijk}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ijk})$. Dengan demikian menurut persamaan yang diperoleh dari (3.13) maka:

$$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\beta}_j$$

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{...} + \left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)$

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{.j.} \quad (3.14)$$

3) Penentuan nilai sisaan

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{.j.} \quad (3.15)$$

d. Faktor A (α_i) bersifat tetap dan faktor B (β_j) bersifat acak (model campuran)

Adapun langkah-langkah menentukan nilai sisaan model campuran adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL dua faktor

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

Dengan

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0,\ \beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\beta^2),\ (\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$

$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2),\ \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$

$E\left(Y_{ijk}\right) = E(\mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk})$

$= E(\mu) + E(\alpha_i) + E(\beta_j) + E((\alpha\beta)_{ij}) + E(\rho_k) + E(\varepsilon_{ijk})$

Karena $\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0$ dan (bersifat tetap) maka nilai harapan untuk α_i adalah α_i. Untuk β_j dan ε_{ijk} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Sedangkan untuk $(\alpha\beta)_{ij}$ juga merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol karena β_j bersifat acak. ρ_k merupakan suatu variabel bebas berdistribusi normal dan mempunyai rataan nol jadi nilai harapannya adalah nol.

Dengan demikian diperoleh $E\left(Y_{ijk}\right)$ sebagai berikut:

$E\left(Y_{ijk}\right) = \mu + \alpha_i + 0 + 0 + 0 + 0$

$$E\left(Y_{ijk}\right) = \mu + \alpha_i \tag{3.16}$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan $\left(\hat{Y}_{ijk}\right)$ yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil

Berdasarkan metode kuadrat terkecil, $\hat{Y}_{ijk}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ijk})$. Dengan demikian menurut persamaan yang diperoleh dari (3.16) maka:

$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i$

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})$

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{i..} \tag{3.17}$$

3) Penentuan nilai sisaan

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{i..} \tag{3.18}$$

Setelah diperoleh nilai sisaan dari masing-masing model selanjutnya akan diperiksa menurut sifat nilai sisaan sebagai berikut.

1) Rata-rata dari sisaan (e_{ijk}) adalah 0

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = 0$$

2) Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - 0)^2}{(ab-1)(r-1)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}{e_{ijk}}^2}{(ab-1)(r-1)t}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}\right)^2}{(ab-1)(r-1)}$$

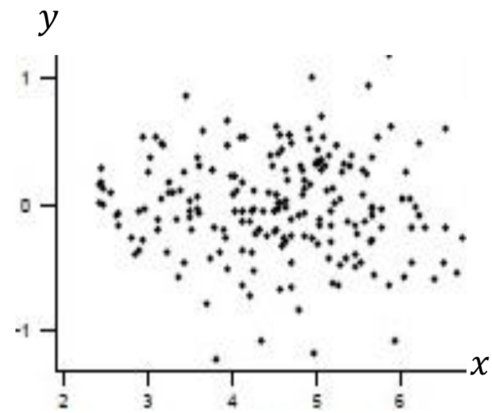
2. Penggambaran plot-plot sisaan

Nilai sisaan yang diperoleh dari penjabaran diatas selanjutnya akan dibuat plot-plot sisaan. Dari plot tersebut yang nantinya akan digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi anava. Untuk asumsi keaditifan model hanya bisa diperiksa menggunakan uji Tukey. Sedangakan untuk ketiga asumsi ANAVA lainnya, yaitu kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat dan kenormalan galat diperiksa menggunakan diagnostik sisaan. Plot yang akan digunakan untuk memeriksa asumsi ialah plot nilai sisaan (e_{ijk}) terhadap nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$), dan plot nilai sisaan (e_{ijk}) terurut terhadap nilai harapan dibawah kurva normal.

a. Pemeriksaan asumsi kebebasan galat percobaan

Asumsi kebebasan galat percobaan dapat dianalisis menggunakan plot yang terbentuk dari nilai (e_{ijk}) terhadap nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$). Dari hasil nilai sisaan dan nilai dugaan yang diketahui kemudian dibuat plot dimana nilai sisaan (e_{ijk})

menunjukkan sumbu y dan nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) menunjukkan sumbu x. Terpenuhi atau tidaknya asumsi dapat dilihat pada titik-titik sisaan. Asumsi kebebasan galat percobaan dikatakan terpenuhi jika titik-titik sisaan berfluktuasi secara acak disekitar nol.

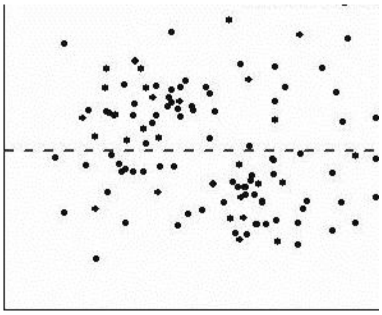


Gambar 3.1

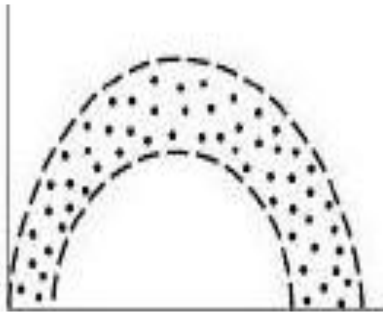
Gambar 3.1 Contoh plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan pengamatan untuk asumsi kebebasan galat percobaan

b. Pemeriksaan kehomogenan variansi galat percobaan

Pada analisis asumsi kehomogenan variansi galat, plot yang digunakan sama dengan asumsi kebebasan galat percobaan yaitu menggunakan plot yang terbentuk dari nilai (e_{ijk}) terhadap nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$). Asumsi kehomogenan variansi galat dikatakan terpenuhi jika titik-titik sisaan menyebar secara acak dan tidak membentuk suatu pola tertentu.



Gambar 3.2a



Gambar 3.2b

Gambar 3.2 Contoh plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan pengamatan untuk kehomogenan variansi galat percobaan

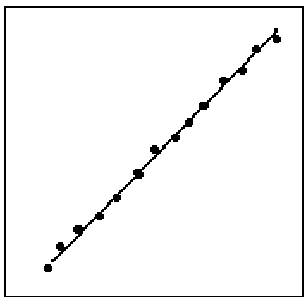
Gambar 3.2a menunjukkan titik-titik menyebar secara acak. Dengan demikian gambar 3.2a memenuhi asumsi kehomogenan variansi galat. Sedangkan gambar 3.2b tidak memenuhi asumsi kehomogenan variansi galat karena titik-titik yang terbentuk berpola parabola terbuka ke bawah.

c. Pemeriksaan asumsi kenormalan galat percobaan

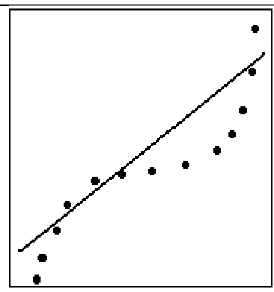
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat dianalisis dengan menggunakan plot yang terbentuk dari nilai sisaan (e_{ijk}) terurut terhadap nilai harapan dibawah asumsi normal (h_i) atau disebut sebagai plot peluang normal. Langkah dalam membuat plot peluang normal adalah mengurutkan nilai sisaan (e_{ijk}) terlebih dahulu dari yang terkecil ke terbesar. Selanjutnya menghitung nilai harapan dibawah kurva normal (h_i), kemudian diplotkan. Sumbu x menunjukkan nilai h_i dan sumbu y menunjukkan nilai sisaan terurut (e_{ijk}). Asumsi kenormalan galat percobaan terpenuhi jika titik-titik mengikuti arah garis diagonal. Melalui sisaan dapat digunakan untuk menguji parameter menggunakan tabel ANAVA, yaitu dengan uji F. Untuk melakukan pengujian tersebut data harus menyebar normal. dalam pengujian hipotesis misalnya ANAVA, statistik uji yang dihasilkan adalah

F hitung, F hitung memiliki sebaran F yang dihasilkan dari pembagian antara KTR terhadap KTG. Kuadrat Tengah merupakan hasil pembagian Jumlah Kuadrat dengan derajat bebas yang memiliki sebaran Chi-Square. Sebaran Chi-square berasal dari sebaran normal yang dikuadratkan. Oleh karena itu data harus menyebar normal agar dapat melakukan pengujian hipotesis.

Berikut ini merupakan contoh plot sisaan terhadap nilai harapan dibawah kurva normal:



Gambar 3.3a



Gambar 3.3b

Gambar 3.3 contoh plot nilai sisaan terurut terhadap nilai harapan sisaan dibawah asumsi normal

Gambar 3.3a menunjukkan bahwa titik-titik sisaan mengikuti arah garis diagonal sehingga dapat disimpulkan bahwa gambar 3.3a memenuhi asumsi kenormalan galat percobaan. Sedangkan gambar 3.3b menunjukkan titik-titik tidak mengikuti arah garis diagonal jadi disimpulkan gambar 3.3b tidak memeuhi asumsi kenormalan galat percobaan.

B. Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dua Faktor

Dibawah ini diberikan contoh kasus yang dianalisis menggunakan diagnostik sisaan untuk mengetahui apakah asumsi-asumsi analisis variansi terpenuhi atau tidak. Asumsi yang akan dianalisis menggunakan diagnostik sisaan adalah kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat dan kenormalan galat percobaan.

Contoh 1

Suatu penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh Konsentrasi Hidrogen Peroksida (H_2O_2) dan lama Desinfeksi terhadap jumlah bakteri *Escherichia coli* per ml air limbah Rumah Pemotongan Hewan (RPH) Pesanggaran Denpasar. *Escherichia coli* merupakan bakteri yang paling sering menyebabkan masalah perut dan usus, seperti diare dan muntah. Percobaan ini terdiri dari dua faktor, yaitu faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B).

Konsentrasi Hidrogen Peroksida (dalam satuan %) yang digunakan adalah:

A1 = 0,0%

A2 = 0,15%

A3 = 0,30%

A4 = 0,45%.

Waktu Lama Desinfeksi (dalam jam) ialah:

B1 = 0 jam

B2 = 2 jam

B3 = 4 jam

B4 = 6 jam

Pengambilan sampel air limbah sebanyak 8 liter untuk diberikan perlakuan, yaitu dibagi menjadi 16 kombinasi perlakuan. Pengulangan perlakuan dilakukan dalam bentuk kelompok karena pengulangan dilakukan dalam waktu berbeda. Datanya disajikan sebagai berikut (data dalam bentuk transformasi Log Y).

Tabel 3.1 Jumlah Bakteri *Escherichia coli*

Konsentrasi Hidrogen Peroksida	Lama Desinfeksi (dalam jam)	Kelompok		
		1	2	3
0,00%	0	7,415	7,4314	7,3502
	2	7,9325	7,9754	8,000
	4	8,8739	8,9106	8,8909
	6	8,8954	9,0645	8,9031
0,15%	0	7,2041	6,9912	7,0828
	2	6,6355	6,7559	6,7796
	4	5,8921	6,017	5,8129
	6	4,9243	5,0864	5,0964
0,30%	0	6,8808	6,8692	6,7482
	2	5,7853	5,711	6,0792
	4	5,6191	5,5105	5,5775
	6	4,7324	4,7993	4,8573
0,45%	0	5,923	6,2833	5,7882
	2	5,6821	5,6721	5,301
	4	4,7324	4,8056	4,7655
	6	4,1367	4,3054	4,3304

Data pada tabel 3.1 diatas akan dianalisis menggunakan diagnostik sisaan untuk memeriksa asumsi-asumsi ANAVA apakah terpenuhi atau tidak. Asumsi yang akan diperiksa menggunakan diagnostik sisaan adalah kebebasan galat percobaan, kehomogenan galat percobaan dan kenormalan galat. Untuk keaditifan model hanya bisa dianalisis dengan menggunakan uji Tukey. Berikut ini akan diperiksa terlebih dahulu asumsi keaditifan model menggunakan uji Tukey. Langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Hipotesis:

   H_0 : Model bersifat aditif

   H_1 : Model tidak bersifat aditif

2. Taraf nyata: α

3. Statistik Uji: $F_{hitung} = \frac{KT_{(non-aditifitas)}}{KTG}$

4. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05\ (1,30)} = 4.17$

5. Hitungan:

Tabel 3.2 Tabel perhitungan $(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})$ dan $(\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...})$ untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli*

Konsentrasi Hidrogen Peroksida	Lama Desinfeksi (dalam jam)	Kelompok				
		1	2	3	$\bar{Y}_{i..}$	$\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}$
0,00%	0	7,415	7,4314	7,3502		
	2	7,9325	7,9754	8,000		
	4	8,8739	8,9106	8,8909		
	6	8,8954	9,0645	8,9031		
					8,3036	1,9532
0,15%	0	7,2041	6,9912	7,0828		
	2	6,6355	6,7559	6,7796		
	4	5,8921	6,017	5,8129		
	6	4,9243	5,0864	5,0964		
					6,1899	-0,1605
0,30%	0	6,8808	6,8692	6,7482		
	2	5,7853	5,711	6,0792		
	4	5,6191	5,5105	5,5775		
	6	4,7324	4,7993	4,8573		
					5,7642	-0,5862
0,45%	0	5,923	6,2833	5,7882		
	2	5,6821	5,6721	5,301		
	4	4,7324	4,8056	4,7655		
	6	4,1367	4,3054	4,3304		
					5,1438	-1,2065
$\bar{Y}_{..j}$		6,3290	6,3868	6,3352		
$\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...}$		-0,0213	0,0365	-0,0151		

Tabel 3.3 Tabel perhitungan nilai $[(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})(\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...})Y_{ijk}]$ untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli*

Konsentrasi Hidrogen Peroksida	Lama Desinfeksi (dalam jam)	Kelompok		
		1	2	3
0,00%	0	-0,3086	0,5291	-0,2174
	2	-0,3302	0,5679	-0,2367
	4	-0,3693	0,6345	-0,2630
	6	-0,3702	0,6454	-0,2634
0,15%	0	0,0246	-0,0409	0,0172
	2	0,0227	-0,0395	0,0165
	4	0,0202	-0,0352	0,0141
	6	0,0168	-0,0298	0,0124
0,30%	0	0,0859	-0,1468	0,0599
	2	0,0723	-0,1220	0,0540
	4	0,0702	-0,1178	0,0495
	6	0,0591	-0,1026	0,0431
0,45%	0	0,1523	-0,2764	0,1058
	2	0,1461	-0,2495	0,0969
	4	0,1217	-0,2114	0,0871
	6	0,1064	-0,1894	0,0791

$$Q = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})\,(\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...})Y_{ijk}$$

$$= -0{,}3086 + (-0{,}3302) + (-0{,}3693) + \cdots + 0{,}0791$$

$$= -0{,}0092$$

$$JK_{(non-aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{a}(Y_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 \sum_{j=1}^{b}(Y_{..j} - \bar{Y}_{...})^2}$$

$$= \frac{(-0.0092)^2}{[(1{,}9532)^2 + \cdots + (-1{,}2065)^2][(-0{,}0213)^2 + (0{,}0365)^2 + (-0{,}0151)^2]}$$

$$= 0{,}0114$$

$$KT_{(non-aditifitas)} = \frac{0.0114}{1} = 0{,}0114$$

$$FK = \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr}$$

$$= \frac{(304,8166)^2}{4.4.3}$$

$$= 1935,691$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}(Y_{ijk})^2 - FK$$

$$= (7,415^2 + 7,9325^2 + 8,8739^2 + \cdots + 4,3304^2) - 1935,691$$

$$= 92,6142$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\frac{(Y_{ij.})^2}{r} - FK$$

$$= \frac{(22,1966^2 + 23,9079^2 + \cdots + 12,7725^2}{3} - 1935,691$$

$$= \frac{6083,565}{3} - 1935,691$$

$$= 92,164$$

$$JKK = \sum_{k=1}^{3}\frac{(Y_{..k})^2}{ab} - FK$$

$$= \frac{101,2646^2 + 102,1888^2 + 101,3632^2}{4.4} - 1935,691$$

$$= 0,0322$$

$$JKG = JKT - JKK - JKP - JK_{(non-aditifitas)}$$

$$= 92,6142 - 0,0322 - 92,164 - 0,0114$$

$$= 0,4066$$

$$KTG = \frac{0,4066}{db(galat)}$$

$$= \frac{0,4066}{30}$$

$$= 0,0136$$

$$F_{hitung} = \frac{0,0114}{0,4066}$$

$$= 0,0280$$

6. Kesimpulan $F_{hitung} = 0,0280$ < 4,17 maka H_0 diterima. Jadi dapat disimpulkan bahwa model bersifat aditif.

Dari uji Tukey diatas dapat disimpulkan bahwa model bersifat aditif. Selanjutnya akan diperiksa asumsi analisis variansi yang lainnya dengan menggunakan diagnostik sisaan. Berikut penjabaran langkah-langkah pemeriksaan asumsi dengan menggunakan diagnostik sisaan pada model tetap, model acak dan model campuran.

1. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model tetap)

Data pada tabel 3.1 akan dianalisis menggunakan diagnostik sisaan untuk menguji asumsi-asumsi ANAVA. Contoh kasus pada tabel 3.1 terdiri dari dua faktor, yaitu faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B). Pada model tetap kedua faktor diasumsikan bersifat tetap. Model linier aditif dari rancangan percobaan RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0, \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0 \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0$

$$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2), \ \ \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2).$$

Berikut penjabaran cara memeriksa asumsi pada model tetap dengan menggunakan diagnostik sisaan.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang akan dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) dan nilai sisaan (e_{ijk}) untuk model tetap diperoleh dari persamaan berikut:

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{ij.}$$

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.}$$

Tabel 3.4 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pengamatan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model tetap

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
7,415	7,3989	0,0161	7,4314	7,3989	0,0325	7,3502	7,3989	-0,0487
7,9325	7,9693	-0,0368	7,9754	7,9693	0,0061	8,000	7,9693	0,0307
8,8739	8,8918	-0,0179	8,9106	8,8918	0,0188	8,8909	8,8918	-0,0009
8,8954	8,9543	-0,0589	9,0645	8,9543	0,1102	8,9031	8,9543	-0,0512
7,2041	7,0927	0,1114	6,9912	7,0927	-0,1015	7,0828	7,0927	-0,0099
6,6355	6,7273	-0,0918	6,7559	6,7273	0,0286	6,7796	6,7273	0,0523
5,8921	5,9073	-0,0152	6,017	5,9073	0,1097	5,8129	5,9073	-0,0944
4,9243	5,0357	-0,1114	5,0864	5,0357	0,0507	5,0964	5,0357	0,0607
6,8808	6,8327	0,0481	6,8692	6,8327	0,0365	6,7482	6,8327	-0,0845
5,7853	5,8585	-0,0732	5,711	5,8585	-0,1475	6,0792	5,8585	0,2207
5,6191	5,569	0,0501	5,5105	5,569	-0,0585	5,5775	5,569	0,0085
4,7324	4,7963	-0,0639	4,7993	4,7963	0,003	4,8573	4,7963	0,061
5,923	5,9982	-0,0752	6,2833	5,9982	0,2851	5,7882	5,9982	-0,21
5,6821	5,5517	0,1304	5,6721	5,5517	0,1204	5,301	5,5517	-0,2507
4,7324	4,7678	-0,0354	4,8056	4,7678	0,0378	4,7655	4,7678	-0,0023
4,1367	4,2575	-0,1208	4,3054	4,2575	0,0479	4,3304	4,2575	0,0729

Berdasarkan sifat sisaan maka diperoleh rata-rata dan variansi sebagai berikut:

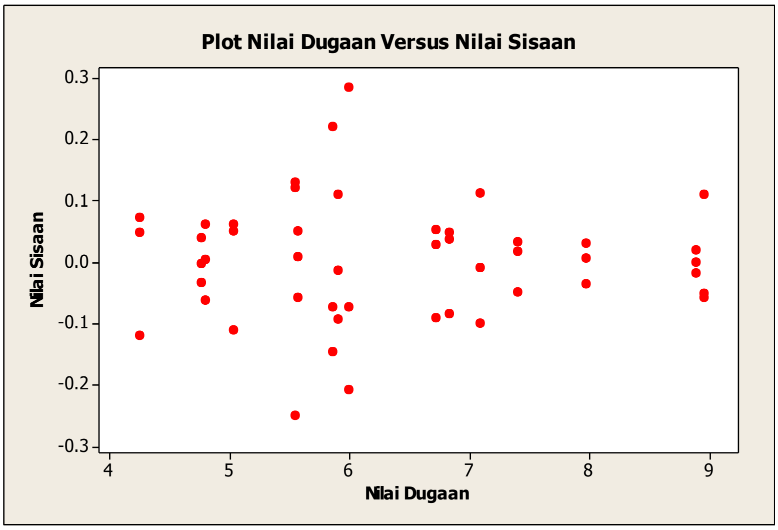
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{0.0161 + (-0.0368) + \cdots + (0.0729)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(0.0161)^2 + (-0.0368)^2 + \cdots + (0.0729)^2}{30} = 0.015$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.4



Gambar 3.4 plot nilai sisaan versus nilai dugaan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model tetap

Berdasarkan gambar 3.4 diatas dapat dilihat bahwa titik-titik tidak membentuk suatu pola tertentu dan menyebar secara acak. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi.

b. Galat percobaan saling bebas

Asumsi kebebasan galat percobaan dapat diperiksa dari plot yang terbentuk dari nilai sisaan versus nilai dugaan sama halnya seperti pada asumsi kehomogenan variansi galat percobaan. Dari plot yang terbentuk pada gambar

3.4 dapat dilihat bahwa titik-titik berfluktuasi secara acak disekitar nol. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi. Hal tersebut menunjukkan bahwa galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Langkah membuat plot peluang normal bagi sisaan ialah terlebih dahulu menghitung nilai sisaan, kemudian diurutkan dari kecil ke besar, selanjutnya disebut sebagai sisaan terurut. Kemudian menghitung h_i dengan rumus:

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right)\right]$$

dengan

$$KTG = \frac{JKG}{db(galat)} = \frac{JKT - JKP - JKK}{(ab-1)(r-1)}$$

Langkah-langkah perhitungan dijabarkan sebagai berikut:

$$FK = \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \frac{(304{,}8166)^2}{4.4.3}$$

$$= 1935{,}691$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}(Y_{ijk})^2 - FK$$

$$= (7{,}415^2 + 7{,}9325^2 + 8{,}8739^2 + \cdots + 4{,}3304^2) - 1935{,}691$$

$$= 92{,}6142$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\frac{(Y_{ij.})^2}{r} - FK$$

$$= \frac{(22{,}1966^2 + 23{,}9079^2 + \cdots + 12{,}7725^2}{3} - 1935{,}691$$

$$= \frac{6083{,}565}{3} - 1935{,}691$$

$$= 92{,}164$$

$$JKK = \sum_{k=1}^{3}\frac{(Y_{..k})^2}{ab} - FK$$

$$= \frac{101{,}2646^2 + 102{,}1888^2 + 101{,}3632^2}{4.4} - 1935{,}691$$

$$= 0{,}0322$$

$$JKG = JKT - JKK - JKP$$

$$= 92{,}6142 - 0{,}0322 - 92{,}164$$

$$= 0{,}418$$

$$KTG = \frac{0{,}418}{(4.4 - 1)(3 - 1)}$$

$$= \frac{0{,}418}{30}$$

$$= 0{,}0139$$

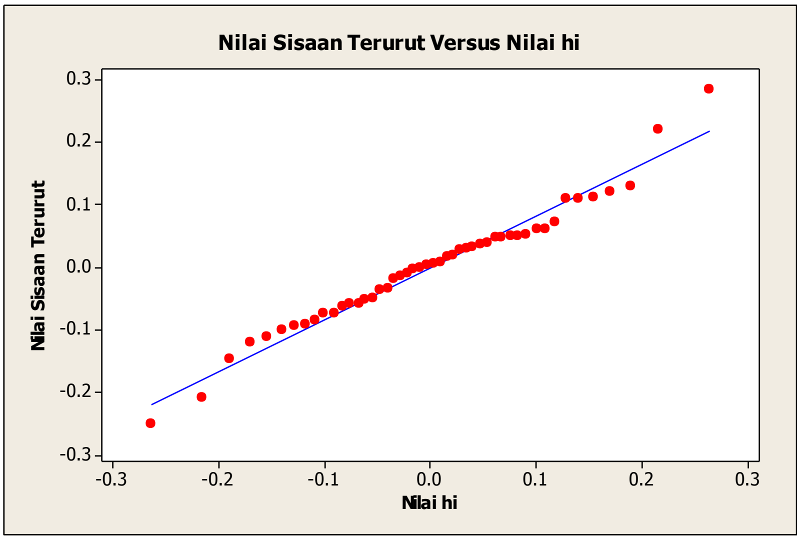
$$\sqrt{KTG} = \sqrt{0{,}0139} = 0{,}118$$

Tabel 3.5 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model tetap

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$
1	-0,2507	0,0130	-2,23	25	0,0061	0,5104	0,03
2	-0,210	0,0337	-1,83	26	0,0085	0,5311	0,08
3	-0,1475	0,0544	-1,60	27	0,0161	0,5518	0,14
4	-0,1208	0,0751	-1,44	28	0,0188	0,5725	0,18
5	-0,1114	0,0959	-1,31	29	0,0286	0,5933	0,24
6	-0,1015	0,1166	-1,19	30	0,0307	0,6140	0,29
7	-0,0944	0,1373	-1,09	31	0,0325	0,6347	0,34
8	-0,0918	0,1580	-1,00	32	0,0365	0,6554	0,40
9	-0,0845	0,1788	-0,92	33	0,0378	0,6762	0,46
10	-0,0752	0,1995	-0,85	34	0,0479	0,6969	0,52
11	-0,0732	0,2202	-0,77	35	0,0481	0,7176	0,57
12	-0,0639	0,2409	-0,70	36	0,0501	0,7383	0,64
13	-0,0589	0,2617	-0,64	37	0,0507	0,7591	0,70
14	-0,0585	0,2824	-0,57	38	0,0523	0,7798	0,77
15	-0,0512	0,3031	-0,52	39	0,0607	0,8005	0,85
16	-0,0487	0,3238	-0,46	40	0,061	0,8212	0,92
17	-0,0368	0,3446	-0,40	41	0,0729	0,8420	1,00
18	-0,0354	0,3653	-0,34	42	0,1097	0,8627	1,09
19	-0,0179	0,3860	-0,29	43	0,1102	0,8834	1,19
20	-0,0152	0,4067	-0,24	44	0,1114	0,9041	1,31
21	-0,0099	0,4275	-0,18	45	0,1204	0,9249	1,44
22	-0,0023	0,4482	-0,14	46	0,1304	0,9456	1,60
23	-0,0009	0,4689	-0,08	47	0,2207	0,9663	1,83
24	0,003	0,4896	-0,03	48	0,2851	0,9870	2,23

Tabel 3.6 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model tetap

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,2631	17	-0,0472	33	0,0543
2	-0,2159	18	-0,0401	34	0,0614
3	-0,1888	19	-0,0342	35	0,0673
4	-0,1699	20	-0,0283	36	0,0755
5	-0,1546	21	-0,0212	37	0,0826
6	-0,1404	22	-0,0165	38	0,0909
7	-0,1286	23	-0,0094	39	0,1003
8	-0,1180	24	-0,0035	40	0,1086
9	-0,1086	25	0,0035	41	0,1180
10	-0,1003	26	0,0094	42	0,1286
11	-0,0909	27	0,0165	43	0,1404
12	-0,0826	28	0,0212	44	0,1546
13	-0,0755	29	0,0283	45	0,1699
14	-0,0673	30	0,0342	46	0,1888
15	-0,0614	31	0,0401	47	0,2159
16	-0,0543	32	0,0472	48	0,2631



Gambar 3.5 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model tetap

Berdasarkan Gambar 3.5 dapat terlihat bahwa titik-titik mengikuti arah garis diagonal. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat percobaan terpenuhi.

2. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat acak (model acak)

Data yang digunakan pada perhitungan untuk bagian ini adalah data tabel 3.1. Pada pembahasan model acak, faktor A (Konsentrasi Hidrogen Peroksida) dan faktor B (Lama Desinfeksi) diasumsikan bersifat acak (diambil secara acak). Kesimpulan yang didapat dari hasil analisis model acak berlaku secara umum. Dengan demikian maka model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\alpha),\ \beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\beta),\ (\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_{\alpha\beta}),\ \varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2),\ \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\rho).$$

Dibawah ini penjabaran pemeriksaan asumsi ANAVA pada model acak.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Berikut ini merupakan perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pada model acak. Hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan diperoleh dari persamaan berikut:

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{...}$$

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$$

$$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}$$

Tabel 3.7 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model acak

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
7,415	6,35	1,065	6,8692	6,35	0,5192
7,9325	6,35	1,5825	5,711	6,35	-0,639
8,8739	6,35	2,5239	5,5105	6,35	-0,8395
8,8954	6,35	2,5454	4,7993	6,35	-1,5507
7,2041	6,35	0,8541	6,2833	6,35	-0,0667
6,6355	6,35	0,2855	5,6721	6,35	-0,6779
5,8921	6,35	-0,4579	4,8056	6,35	-1,5444
4,9243	6,35	-1,4257	4,3054	6,35	-2,0446
6,8808	6,35	0,5308	7,3502	6,35	1,0002
5,7853	6,35	-0,5647	8,000	6,35	1,65
5,6191	6,35	-0,7309	8,8909	6,35	2,5409
4,7324	6,35	-1,6176	8,9031	6,35	2,5531
5,923	6,35	-0,427	7,0828	6,35	0,7328
5,6821	6,35	-0,6679	6,7796	6,35	0,4296
4,7324	6,35	-1,6176	5,8129	6,35	-0,5371
4,1367	6,35	-2,2133	5,0964	6,35	-1,2536
7,4314	6,35	1,0814	6,7482	6,35	0,3982
7,9754	6,35	1,6254	6,0792	6,35	-0,2708
8,9106	6,35	2,5606	5,5775	6,35	-0,7725
9,0645	6,35	2,7145	4,8573	6,35	-1,4927
6,9912	6,35	0,6412	5,7882	6,35	-0,5618
6,7559	6,35	0,4059	5,301	6,35	-1,049
6,017	6,35	-0,333	4,7655	6,35	-1,5845
5,0864	6,35	-1,2636	4,3304	6,35	-2,0196

Berdasarkan sifat sisaan maka rata-rata dan variansi dari sisaan tersebut adalah sebagai berikut:

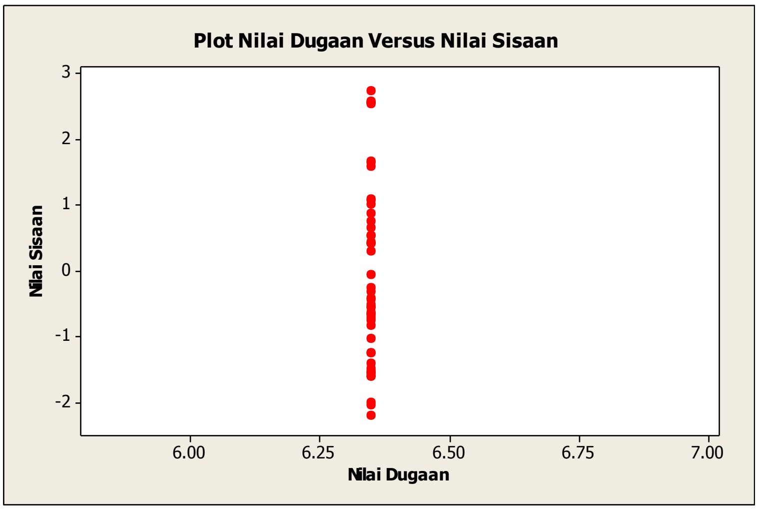
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{1.065 + 1.5825 + \cdots + (-2.0196)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(1.1342)^2 + (2.5043)^2 + \cdots + (4.0788)^2}{30} = 3.087$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.7



Gambar 3.6 Plot nilai sisaan versus nilai dugaan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model acak

Gambar pada 3.6 diatas hanya membentuk sebuah garis vertikal maka sulit dinyatakan apakah memenuhi asumsi kehomogenan variansi galat atau tidak. Untuk lebih meyakinkan dalam pemeriksaan asumsi kehomogenan variansi galat, maka akan dianalisis menggunakan uji Bartlett untuk model acak. Perhitungan secara manual menggunakan uji Bartlett menunjukkan hasil asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi (lampiran halaman 111).

b. Galat percobaan saling bebas

Berdasarkan plot nilai sisaan versus nilai dugaan yang terbentuk pada gambar 3.6 diatas dapat diketahui bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi.

c. Kenormalan galat percobaan

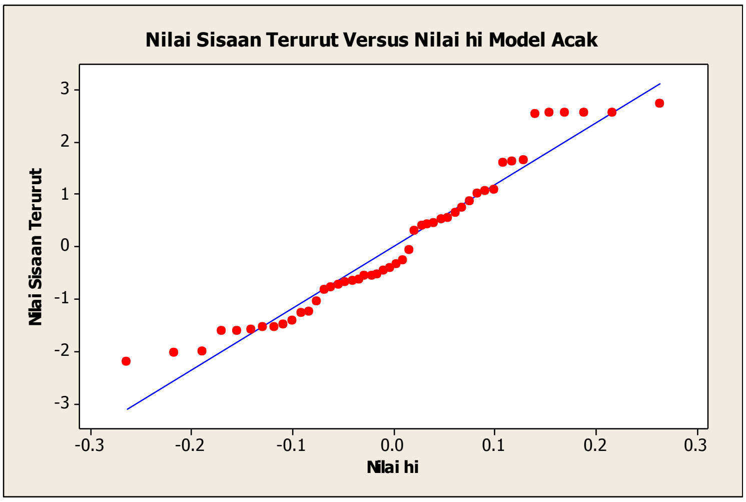
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Berikut adalah tabel nilai sisaan terurut dan nilai h_i.

Tabel 3.8 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model acak

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$
1	-2,2133	0,0130	-2,23	25	-0,333	0,5104	0,03
2	-2,0446	0,0337	-1,83	26	-0,2708	0,5311	0,08
3	-2,0196	0,0544	-1,6	27	-0,0667	0,5518	0,13
4	-1,6176	0,0751	-1,44	28	0,2855	0,5725	0,18
5	-1,6176	0,0959	-1,31	29	0,3982	0,5933	0,24
6	-1,5845	0,1166	-1,19	30	0,4059	0,6140	0,29
7	-1,5507	0,1373	-1,09	31	0,4296	0,6347	0,34
8	-1,5444	0,1580	-1,00	32	0,5192	0,6554	0,40
9	-1,4927	0,1788	-0,92	33	0,5308	0,6762	0,46
10	-1,4257	0,1995	-0,85	34	0,6412	0,6969	0,52
11	-1,2636	0,2202	-0,77	35	0,7328	0,7176	0,58
12	-1,2536	0,2409	-0,70	36	0,8541	0,7383	0,64
13	-1,049	0,2617	-0,64	37	1,0002	0,7591	0,7
14	-0,8395	0,2824	-0,58	38	1,065	0,7798	0,77
15	-0,7725	0,3031	-0,52	39	1,0814	0,8005	0,85
16	-0,7309	0,3238	-0,46	40	1,5825	0,8212	0,92
17	-0,6779	0,3446	-0,40	41	1,6254	0,8420	1,00
18	-0,6679	0,3653	-0,34	42	1,65	0,8627	1,09
19	-0,639	0,3860	-0,29	43	2,5239	0,8834	1,19
20	-0,5647	0,4067	-0,24	44	2,5409	0,9041	1,31
21	-0,5618	0,4275	-0,18	45	2,5454	0,9249	1,44
22	-0,5371	0,4482	-0,13	46	2,5531	0,9456	1,6
23	-0,4579	0,4689	-0,08	47	2,5606	0,9663	1,83
24	-0,427	0,4896	-0,03	48	2,7145	0,9870	2,23

Tabel 3.9 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model acak

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,2631	17	-0,0472	33	0,0543
2	-0,2159	18	-0,0401	34	0,0614
3	-0,1888	19	-0,0342	35	0,0684
4	-0,1699	20	-0,0283	36	0,0755
5	-0,1546	21	-0,0212	37	0,0826
6	-0,1404	22	-0,0153	38	0,0909
7	-0,1286	23	-0,0094	39	0,1003
8	-0,1180	24	-0,0035	40	0,1086
9	-0,1086	25	0,0035	41	0,1180
10	-0,1003	26	0,0094	42	0,1286
11	-0,0909	27	0,0153	43	0,1404
12	-0,0826	28	0,0212	44	0,1546
13	-0,0755	29	0,0283	45	0,1699
14	-0,0684	30	0,0342	46	0,1888
15	-0,0614	31	0,0401	47	0,2159
16	-0,0543	32	0,0472	48	0,2631



Gambar 3.7 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* model acak

Gambar 3.7 diatas dikatakan memenuhi asumsi kenormalan galat percobaan karena titik-titik mengikuti arah garis diagonal.

3. Faktor A (α_i) bersifat acak dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model campuran)

Dengan menggunakan data yang sama pada tabel 3.1, Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) diasumsikan bersifat acak dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) diasumsikan bersifat tetap. Sehingga diproleh model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi

$$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2),\ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,\ (\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2),\ \ \varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2),\ \ \rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2).$$

Berikut penjabaran pemeriksaan asumsi pada model campuran dengan menggunakan diagnostik sisaan.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang akan dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) dan nilai sisaan (e_{ijk}) untuk model campuran (faktor A acak, faktor B tetap) diperoleh dari persamaan berikut.

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{.j.}$$

$$\begin{aligned} e_{ijk} &= Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk} \\ &= Y_{ijk} - \bar{Y}_{.j.} \end{aligned}$$

Tabel 3.10 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida acak dan faktor Lama Desinfeksi tetap

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
7,415	6,8306	0,5844	6,8692	6,8306	0,0386
7,9325	6,5258	1,4067	5,711	6,5258	-0,8148
8,8739	6,284	2,5899	5,5105	6,284	-0,7735
8,8954	5,761	3,1344	4,7993	5,761	-0,9617
7,2041	6,8306	0,3735	6,2833	6,8306	-0,5473
6,6355	6,5258	0,1097	5,6721	6,5258	-0,8537
5,8921	6,284	-0,3919	4,8056	6,284	-1,4784
4,9243	5,761	-0,8367	4,3054	5,761	-1,4556
6,8808	6,8306	0,0502	7,3502	6,8306	0,5196
5,7853	6,5258	-0,7405	8,000	6,5258	1,4742
5,6191	6,284	-0,6649	8,8909	6,284	2,6069
4,7324	5,761	-1,0286	8,9031	5,761	3,1421
5,923	6,8306	-0,9076	7,0828	6,8306	0,2522
5,6821	6,5258	-0,8437	6,7796	6,5258	0,2538
4,7324	6,284	-1,5516	5,8129	6,284	-0,4711
4,1367	5,761	-1,6243	5,0964	5,761	-0,6646
7,4314	6,8306	0,6008	6,7482	6,8306	-0,0824
7,9754	6,5258	1,4496	6,0792	6,5258	-0,4466
8,9106	6,284	2,6266	5,5775	6,284	-0,7065
9,0645	5,761	3,3035	4,8573	5,761	-0,9037
6,9912	6,8306	0,1606	5,7882	6,8306	-1,0424
6,7559	6,5258	0,2301	5,301	6,5258	-1,2248
6,017	6,284	-0,267	4,7655	6,284	-1,5185
5,0864	5,761	-0,6746	4,3304	5,761	-1,4306

Berdasarkan sifat sisaan maka rata-rata dan variansi dari sisaan tersebut adalah sebagai berikut:

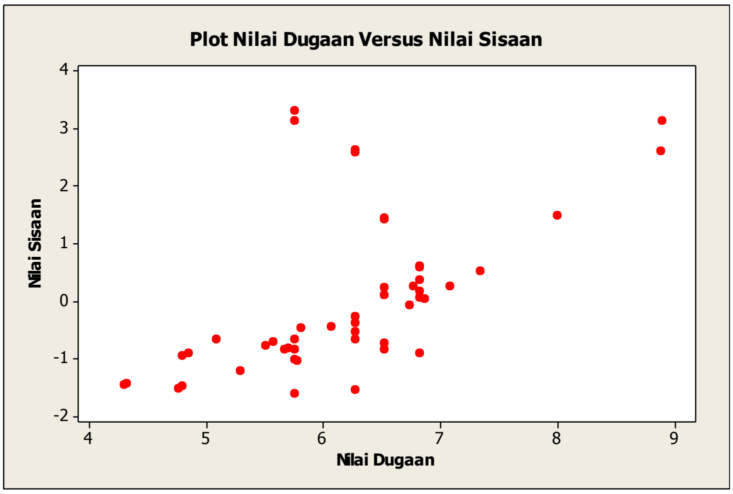
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{0,5844 + 1,4067 + \cdots + (-1,4306)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(0{,}5844)^2 + (1{,}4067)^2 + \cdots + (-1{,}4306)^2}{30} = 2{,}842$$

Gambar nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.10 di atas adalah sebagai berikut.



Gambar 3.8 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan jika faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida acak dan faktor Lama Desinfeksi tetap

Berdasarkan gambar 3.8 titik-titik sisaan yang terbentuk dapat dikatakan acak dan tidak membentuk suatu pola tertentu. Maka dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi. Perhitungan secara manual menggunakan uji Bartlett menunjukkan hasil yang sama, yaitu asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi (lampiran hal.110).

b. Galat percobaan saling bebas

Berdasarkan plot nilai sisaan versus nilai dugaan yang terbentuk pada gambar 3.8 diatas dapat diketahui bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi.

c. Kenormalan galat percobaan

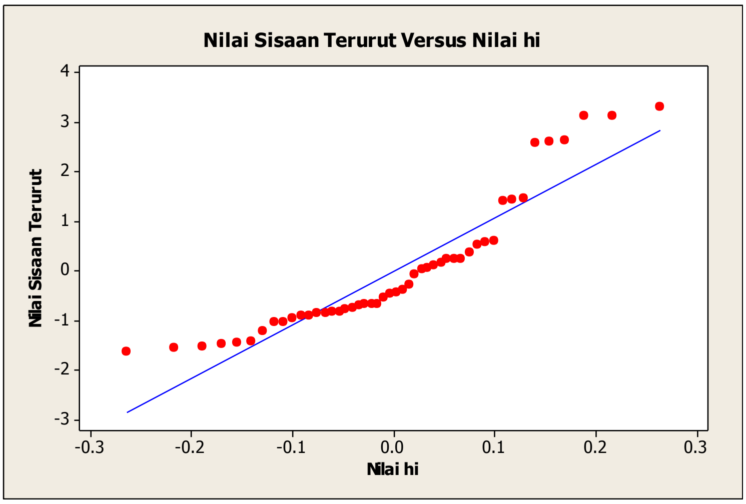
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Berikut adalah tabel nilai sisaan terurut dan nilai h_i.

Tabel 3.11 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida acak dan faktor Lama Desinfeksi tetap

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$
1	-1,6243	0,0130	-2,23	25	-0,4466	0,5104	0,03
2	-1,5516	0,0337	-1,83	26	-0,3919	0,5311	0,08
3	-1,5185	0,0544	-1,6	27	-0,267	0,5518	0,13
4	-1,4784	0,0751	-1,44	28	-0,0824	0,5725	0,18
5	-1,4556	0,0959	-1,31	29	0,0386	0,5933	0,24
6	-1,4306	0,1166	-1,19	30	0,0502	0,6140	0,29
7	-1,2248	0,1373	-1,09	31	0,1097	0,6347	0,34
8	-1,0424	0,1580	-1,00	32	0,1606	0,6554	0,4
9	-1,0286	0,1788	-0,92	33	0,2301	0,6762	0,45
10	-0,9617	0,1995	-0,85	34	0,2522	0,6969	0,51
11	-0,9076	0,2202	-0,77	35	0,2538	0,7176	0,57
12	-0,9037	0,2409	-0,7	36	0,3735	0,7383	0,64
13	-0,8537	0,2617	-0,64	37	0,5196	0,7591	0,70
14	-0,8437	0,2824	-0,57	38	0,5844	0,7798	0,77
15	-0,8367	0,3031	-0,51	39	0,6008	0,8005	0,85
16	-0,8148	0,3238	-0,45	40	1,4067	0,8212	0,92
17	-0,7735	0,3446	-0,4	41	1,4496	0,8420	1,00
18	-0,7405	0,3653	-0,34	42	1,4742	0,8627	1,09
19	-0,7065	0,3860	-0,29	43	2,5899	0,8834	1,19
20	-0,6746	0,4067	-0,24	44	2,6069	0,9041	1,31
21	-0,6649	0,4275	-0,18	45	2,6266	0,9249	1,44
22	-0,6646	0,4482	-0,13	46	3,1344	0,9456	1,6
23	-0,5473	0,4689	-0,08	47	3,1421	0,9663	1,83
24	-0,4711	0,4896	-0,03	48	3,3035	0,9870	2,23

Tabel 3.12 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida acak dan faktor Lama Desinfeksi tetap

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,2631	17	-0,0472	33	0,0531
2	-0,2159	18	-0,0401	34	0,0602
3	-0,1888	19	-0,0342	35	0,0673
4	-0,1699	20	-0,0283	36	0,0755
5	-0,1546	21	-0,0212	37	0,0826
6	-0,1404	22	-0,0153	38	0,0909
7	-0,1286	23	-0,0094	39	0,1003
8	-0,1180	24	-0,0035	40	0,1086
9	-0,1086	25	0,0035	41	0,1180
10	-0,1003	26	0,0094	42	0,1286
11	-0,0909	27	0,0153	43	0,1404
12	-0,0826	28	0,0212	44	0,1546
13	-0,0755	29	0,0283	45	0,1699
14	-0,0673	30	0,0342	46	0,1888
15	-0,0602	31	0,0401	47	0,2159
16	-0,0531	32	0,0472	48	0,2631



Gambar 3.9 Plot Nilai Sisaan Terurut versus nilai h_i jika faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida acak dan faktor Lama Desinfeksi tetap

Titik-titik sisaan yang terbentuk pada Gambar 3.9 di atas terlihat membentuk suatu pola yang mengikuti arah garis diagonal. Meskipun terdapat beberapa titik yang terlihat sedikit menyimpang dari garis lurus, akan tetapi asumsi kenormalan galat percobaan dikatakan terpenuhi.

4. Faktor A (α_i) bersifat tetap dan faktor B (β_j) bersifat acak (model campuran)

Pada pembahasan model campuran yang dibahas dibawah ini faktor Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) diasumsikan bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) diasumsikan bersifat acak. Sehingga diproleh model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi

$\sum_{i=1}^{i} \alpha_i = 0$, $\beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\rho^2)$.

Berikut penjabaran pemeriksaan asumsi pada model campuran dengan menggunakan diagnostik sisaan.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang akan dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) dan nilai sisaan (e_{ijk}) diperoleh dari persamaan berikut.

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{i..}$

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

$= Y_{ijk} - \bar{Y}_{i..}$

Tabel 3.13 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pengamatan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika KonsentrasiHidrogen Peroksida (faktor A) bersifat tetap dan faktor LamaDesinfeksi (faktor B) bersifat acak

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
7,415	8,3036	-0,8886	6,8692	5,7642	1,105
7,9325	8,3036	-0,3711	5,711	5,7642	-0,0532
8,8739	8,3036	0,5703	5,5105	5,7642	-0,2537
8,8954	8,3036	0,5918	4,7993	5,7642	-0,9649
7,2041	6,1899	1,0142	6,2833	5,1438	1,1395
6,6355	6,1899	0,4456	5,6721	5,1438	0,5283
5,8921	6,1899	-0,2978	4,8056	5,1438	-0,3382
4,9243	6,1899	-1,2656	4,3054	5,1438	-0,8384
6,8808	5,7642	1,1166	7,3502	8,3036	-0,9534
5,7853	5,7642	0,0211	8,000	8,3036	-0,3036
5,6191	5,7642	-0,1451	8,8909	8,3036	0,5873
4,7324	5,7642	-1,0318	8,9031	8,3036	0,5995
5,923	5,1438	0,7792	7,0828	6,1899	0,8929
5,6821	5,1438	0,5383	6,7796	6,1899	0,5897
4,7324	5,1438	-0,4114	5,8129	6,1899	-0,377
4,1367	5,1438	-1,0071	5,0964	6,1899	-1,0935
7,4314	8,3036	-0,8722	6,7482	5,7642	0,984
7,9754	8,3036	-0,3282	6,0792	5,7642	0,315
8,9106	8,3036	0,607	5,5775	5,7642	-0,1867
9,0645	8,3036	0,7609	4,8573	5,7642	-0,9069
6,9912	6,1899	0,8013	5,7882	5,1438	0,6444
6,7559	6,1899	0,566	5,301	5,1438	0,1572
6,017	6,1899	-0,1729	4,7655	5,1438	-0,3783
5,0864	6,1899	-1,1035	4,3304	5,1438	-0,8134

Berdasarkan sifat sisaan maka diperoleh rata-rata dan variansi sebagai berikut:

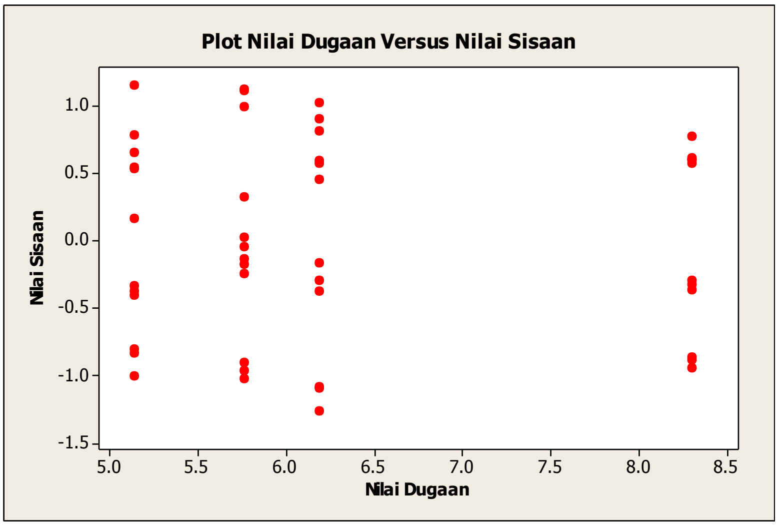
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{-0{,}8886 + (-0{,}3711) + \cdots + (-0{,}8134)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(-0{,}8886)^2 + (-0{,}3711)^2 + \cdots + (-0{,}8134)^2}{30} = 0{,}8310$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.13



Gambar 3.10 plot nilai sisaan versus nilai dugaan untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) bersifat acak

Berdasarkan gambar 3.10 diatas dapat dilihat bahwa titik-titik tidak membentuk suatu pola tertentu. Jadi gambar 3.10 menunjukkan hasil asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi.

b. Galat percobaan saling bebas

Dari plot yang terbentuk pada gambar 3.10 dapat dilihat bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi. Hal tersebut menunjukkan bahwa galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

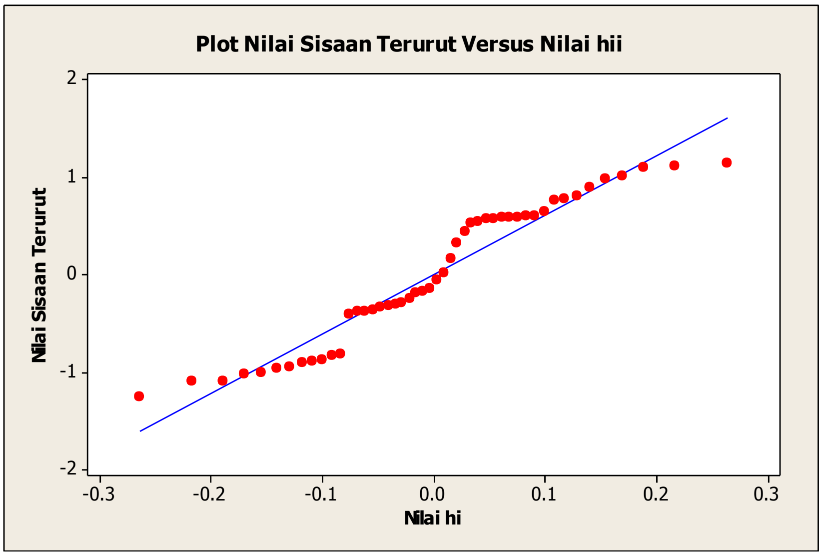
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i). Dibawah ini tabel yang menyajikan nilai sisaan yang sudah terurut serta nilai harapan di bawah kurva normal.

Tabel 3.14 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) bersifat acak

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$
1	-1,2656	0,0130	-2,23	25	-0,0532	0,5104	0,03
2	-1,1035	0,0337	-1,83	26	0,0211	0,5311	0,08
3	-1,0935	0,0544	-1,60	27	0,1572	0,5518	0,13
4	-1,0318	0,0751	-1,44	28	0,315	0,5725	0,18
5	-1,0071	0,0959	-1,31	29	0,4456	0,5933	0,24
6	-0,9649	0,1166	-1,19	30	0,5283	0,6140	0,29
7	-0,9534	0,1373	-1,09	31	0,5383	0,6347	0,34
8	-0,9069	0,1580	-1,00	32	0,566	0,6554	0,40
9	-0,8886	0,1788	-0,92	33	0,5703	0,6762	0,46
10	-0,8722	0,1995	-0,85	34	0,5873	0,6969	0,52
11	-0,8384	0,2202	-0,77	35	0,5897	0,7176	0,58
12	-0,8134	0,2409	-0,70	36	0,5918	0,7383	0,64
13	-0,4114	0,2617	-0,64	37	0,5995	0,7591	0,70
14	-0,3783	0,2824	-0,58	38	0,607	0,7798	0,77
15	-0,377	0,3031	-0,52	39	0,6444	0,8005	0,85
16	-0,3711	0,3238	-0,46	40	0,7609	0,8212	0,92
17	-0,3382	0,3446	-0,40	41	0,7792	0,8420	1,00
18	-0,3282	0,3653	-0,34	42	0,8013	0,8627	1,09
19	-0,3036	0,3860	-0,29	43	0,8929	0,8834	1,19
20	-0,2978	0,4067	-0,24	44	0,984	0,9041	1,31
21	-0,2537	0,4275	-0,18	45	1,0142	0,9249	1,44
22	-0,1867	0,4482	-0,13	46	1,105	0,9456	1,60
23	-0,1729	0,4689	-0,08	47	1,1166	0,9663	1,83
24	-0,1451	0,4896	-0,03	48	1,1395	0,9870	2,23

Tabel 3.15 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) bersifat acak

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,2631	17	-0,0472	33	0,0543
2	-0,2159	18	-0,0401	34	0,0614
3	-0,1888	19	-0,0342	35	0,0673
4	-0,1699	20	-0,0283	36	0,0755
5	-0,1546	21	-0,0212	37	0,0826
6	-0,1404	22	-0,0165	38	0,0909
7	-0,1286	23	-0,0094	39	0,1003
8	-0,1180	24	-0,0035	40	0,1086
9	-0,1086	25	0,0035	41	0,1180
10	-0,1003	26	0,0094	42	0,1286
11	-0,0909	27	0,0165	43	0,1404
12	-0,0826	28	0,0212	44	0,1546
13	-0,0755	29	0,0283	45	0,1699
14	-0,0673	30	0,0342	46	0,1888
15	-0,0614	31	0,0401	47	0,2159
16	-0,0543	32	0,0472	48	0,2631



Gambar 3.11 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data jumlah bakteri *Escherichia coli* jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida (faktor A) bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi (faktor B) bersifat acak

Titik-titik sisaan yang terbentuk pada Gambar 3.11 di atas terlihat membentuk suatu pola yang mengikuti arah garis diagonal. Meskipun terdapat beberapa titik yang terlihat sedikit menyimpang dari garis lurus, akan tetapi asumsi kenormalan galat percobaan dikatakan terpenuhi.

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa contoh soal 1 asumsi kehomogenan variansi galat, kebebasan galat dan kenormalan galat percobaan terpenuhi. Untuk asumsi keaditifan model yang dianalisis menggunakan uji Tukey terpenuhi.

Contoh 2

Contoh kasus berikut diambil dari buku karangan Kemas Ali Hanafiah yang berjudul *Rancangan Percobaan Teori & Aplikasi* (2011). Dari suatu penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh pupuk kandang dan pengapuran terhadap ketersediaan P (fosfor) menurut metode ekstraksi Bray II di tanah masam podsolik Merah Kuning bekas padang alang-alang yang ditanami kedelai. Penelitian ini terdiri dari dua faktor, yaitu faktor A (pupuk kandang) dan faktor B (faktor kapur). Berikut adalah kombinasi dari masing-masing faktor:

Faktor A (pupuk kandang) yang terdiri dari:

A0 = tanpa pupuk kandang

A1 = 5 ton/ha pupuk kandang

A2 = 10 ton/ha pupuk kandang

A3 = 15 ton/ha pupuk kandang

Faktor B (faktor kapur) yang terdiri dari:

B0 = tanpa kapur

B1 = 0,5 x Al-dd

B2 = 1 x Al-dd

B3 = 1,5 x Al-dd

Setelah percobaan berlangsung, dilakukan pengambilan sampel tanah secara komposit dari masing-masing petak percobaan untuk diuji di laboratorium kimia/kesuburan tanah. Data terdiri dari tiga kelompok (kelompok I, II, dan III). Pengelompokan berdasarkan pada tingkat kesuburan tanah karena tanah berbentuk terasiring. Berikut adalah data hasil analisis ketersediaan fosfor dalam tanah (dalam satuan Part per million/ppm).

Tabel 3.16 Data ketersediaan P dalam tanah menurut kelompok x kombinasi perlakuan

Komb. Perl.		Kelompok			TAB	$\bar{y}$AB
Pupuk	Kapur	I	II	III		
A0	B0	2,1	3,1	3,3	8,5	2,83
	B1	2,3	2,9	3,7	8,9	2,97
	B2	2,5	3	3,8	9,3	3,10
	B3	2	1,5	1,7	5,2	1,73
A1	B0	3,1	3,2	3,4	9,7	3,23
	B1	3,3	3,9	3,8	11	3,67
	B2	3,7	3,8	3,6	11,1	3,70
	B3	3,5	3,2	3,3	10	3,33
A2	B0	4	4,5	4,1	12,6	4,20
	B1	4,7	5,1	5,2	15	5,00
	B2	7,5	8,1	7,6	23,2	7,73
	B3	7,6	7,9	7,9	23,4	7,80
A3	B0	4,2	4,1	4,2	12,5	4,17
	B1	4,5	4,7	4,5	13,7	4,57
	B2	6,2	6,3	6	18,5	6,17
	B3	6	6	6,1	18,1	6,03
TOTAL		**67,2**	**71,3**	**72,2**	**210,7**	**4,39**

Data pada tabel 3.16 terlebih dahulu akan dianalisis dengan uji Tukey guna memeriksa asumsi keaditifan model telah dipenuhi atau tidak.

1. Hipotesis:

   H_0 : Model bersifat aditif

   H_1 : Model tidak bersifat aditif

2. Taraf nyata: α

3. Statistik Uji: $$F_{hitung} = \frac{KT_{(non-aditifitas)}}{KTG}$$

4. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05\ (1,30)} = 4,17$

5. Hitungan:

Tabel 3.17 Tabel perhitungan $(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})$ dan $(\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...})$ untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah

Komb, Perl,		Kelompok			$\boldsymbol{Y_{i..}}$	$\boldsymbol{\bar{Y}_{i..}}$	$\boldsymbol{\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}}$
pupuk	Kapur	I	II	III			
A0	B0	2,1	3,1	3,3			
	B1	2,3	2,9	3,7			
	B2	2,5	3	3,8			
	B3	2	1,5	1,7			
					31,9	**2,66**	$\boldsymbol{-1,73}$
A1	B0	3,1	3,2	3,4			
	B1	3,3	3,9	3,8			
	B2	3,7	3,8	3,6			
	B3	3,5	3,2	3,3			
					41,8	**3,48**	$\boldsymbol{-0,91}$
A2	B0	4	4,5	4,1			
	B1	4,7	5,1	5,2			
	B2	7,5	8,1	7,6			
	B3	7,6	7,9	7,9			
					74,2	**6,18**	**1,79**
A3	B0	4,2	4,1	4,2			
	B1	4,5	4,7	4,5			
	B2	6,2	6,3	6			
	B3	6	6	6,1			
					62,8	**5,23**	**0,84**
$\boldsymbol{\bar{Y}_{..j}}$		**4,2**	**4,46**	**4,51**			
$\boldsymbol{\bar{Y}_{..j} - \bar{Y}_{...}}$		$\boldsymbol{-0,19}$	**0,07**	**0,12**			

Tabel 3.18 Tabel perhitungan $[(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...})Y_{ijk}]$ untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah

Komb. Perl.		Kelompok		
Pupuk	Kapur	I	II	III
A0	B0	0,69	-0,38	-0,69
	B1	0,76	-0,35	-0,77
	B2	0,82	-0,36	-0,79
	B3	0,66	-0,18	-0,35
A1	B0	0,54	-0,20	-0,37
	B1	0,57	-0,25	-0,41
	B2	0,64	-0,24	-0,39
	B3	0,61	-0,20	-0,36
A2	B0	-1,36	0,56	0,88
	B1	-1,60	0,64	1,12
	B2	-2,55	1,01	1,63
	B3	-2,58	0,99	1,70
A3	B0	-0,67	0,24	0,42
	B1	-0,72	0,28	0,45
	B2	-0,99	0,37	0,60
	B3	-0,96	0,35	0,61

$$Q = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})\,(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...})Y_{ijk}$$

$$= 0{,}69 + 0{,}76 + 0{,}82 + \cdots + 0{,}61$$

$$= -0{,}59$$

$$JK_{(non-aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{a}(Y_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 \sum_{j=1}^{b}(Y_{.j} - \bar{Y}_{...})^2}$$

$$= \frac{(-0{,}59)^2}{[(-1{,}73+)^2 + (-0{,}91)^2 + \cdots + (0{,}84)^2][(-0{,}19)^2 + (0{,}07)^2 + (0{,}12)^2}$$

$$= \frac{0,3481}{0,42828}$$

$$= 0,813$$

$$KT_{(non-aditifitas)} = \frac{0,813}{1} = 0,813$$

$$FK = \frac{Y_{...}{}^{2}}{abr}$$

$$= \frac{(210,7)^2}{4.4.3}$$

$$= 924,88521$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk})^2 - FK$$

$$= (2,1^2 + 3,1^2 + \cdots + 6,1^2) - 924,88521$$

$$= 141,0848$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{(Y_{ij.})^2}{r} - FK$$

$$= \frac{(8,5^2 + 8,9^2 + 9,3 + \cdots + 18,1}{3} - 924,88521$$

$$= \frac{3186,65}{4} - 924,88521$$

$$= 137,331$$

$$JKK = \sum_{k=1}^{r}\frac{(Y_{..k})^2}{ab} - FK$$

$$= \frac{67,2^2 + 71,3^2 + 72,2^2}{4.4} - 924,88521$$

$$= 0,888$$

$JKG = JKT - JKK - JKP - JK_{(non-aditifitas)}$

$= 141{,}0848 - 0{,}888 - 137{,}331 - 0{,}813$

$= 2{,}0528$

$KTG = \dfrac{JKG}{db(galat)}$

$= \dfrac{2{,}0528}{30}$

$= 0{,}068$

6. Kesimpulan $F_{hitung} = 11.96$ > 4.17 maka H_0 ditolak. Jadi dapat disimpulkan bahwa model tidak bersifat aditif.

Dari uji Tukey diatas dapat disimpulkan bahwa model tidak bersifat aditif. Selanjutnya akan diperiksa asumsi analisis variansi yang lainnya dengan menggunakan diagnostik sisaan. Berikut penjabaran langkah-langkah memeriksa asumsi dengan menggunakan diagnostik sisaan pada model tetap. model acak dan model campuran.

1. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model tetap)

   Data pada tabel 3.16 terdiri dari dua faktor, yaitu faktor Pupuk Kandang (faktor A) dan faktor Kapur (faktor B). Pada model tetap kedua faktor diasumsikan bersifat tetap. Model linier aditif dari rancangan percobaan RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0,\ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,\ \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0.$

$\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$.

Berikut penjabaran pemeriksaan asumsi pada model tetap dengan menggunakan diagnostik sisaan.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang akan dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) dan nilai sisaan (e_{ijk}) diperoleh dari persamaan berikut:

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{ij.}$

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.}$

Tabel 3.19 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
2,1	2,83	-0,73	3,1	2,83	0,27	3,3	2,83	0,47
2,3	2,97	-0,67	2,9	2,97	-0,07	3,7	2,97	0,73
2,5	3,1	-0,6	3	3,1	-0,1	3,8	3,1	0,7
2	1,73	0,27	1,5	1,73	-0,23	1,7	1,73	-0,03
3,1	3,23	-0,13	3,2	3,23	-0,03	3,4	3,23	0,17
3,3	3,67	-0,37	3,9	3,67	0,23	3,8	3,67	0,13
3,7	3,7	0,0	3,8	3,7	0,1	3,6	3,7	-0,1
3,5	3,33	0,17	3,2	3,33	-0,13	3,3	3,33	-0,03
4	4,2	-0,2	4,5	4,2	0,3	4,1	4,2	-0,1
4,7	5,0	-0,3	5,1	5,0	0,1	5,2	5,0	0,2
7,5	7,73	-0,23	8,1	7,73	0,37	7,6	7,73	-0,13
7,6	7,8	-0,2	7,9	7,8	0,1	7,9	7,8	0,1
4,2	4,17	0,03	4,1	4,17	-0,07	4,2	4,17	0,03
4,5	4,57	-0,07	4,7	4,57	0,13	4,5	4,57	-0,07
6,2	6,17	0,03	6,3	6,17	0,13	6,0	6,17	-0,17
6,0	6,03	-0,03	6,0	6,03	-0,03	6,1	6,03	0,07

Berdasarkan sifat sisaan maka diperoleh rata-rata dan variansi sebagai berikut:

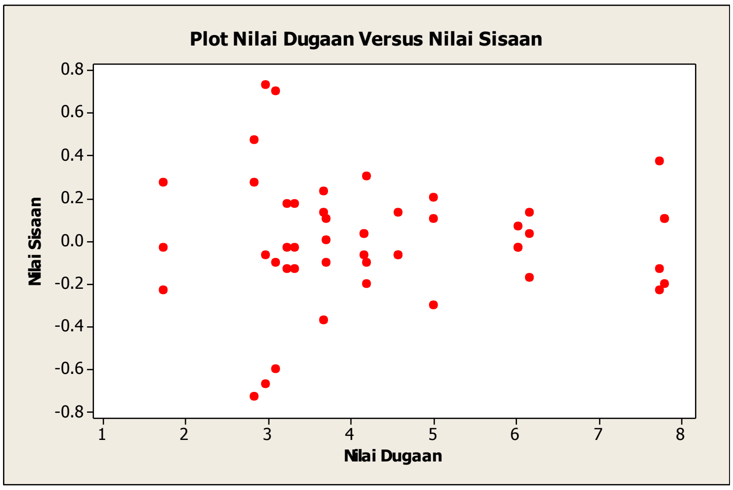
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{-0.73 + (-0.67) + \cdots + (0.07)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk}-\bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(-0.73)^2 + (-0.67)^2 + \cdots + (0.07)^2}{30} = 0.125$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.19



Gambar 3.12 plot nilai dugaan versus nilai sisaan untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

Berdasarkan gambar 3.12 diatas dapat dilihat bahwa titik-titik tidak membentuk suatu pola tertentu dan menyebar secara acak. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi.

b. Galat percobaan saling bebas

Asumsi kebebasan galat percobaan dapat diperiksa dari plot yang terbentuk dari nilai sisaan versus nilai dugaan sama halnya seperti pada asumsi kehomogenan variansi galat percobaan. Dari plot yang terbentuk pada gambar 3.12 dapat dilihat bahwa titik-titik berfluktuasi secara acak disekitar nol. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi. Hal tersebut menunjukkan bahwa galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Langkah membuat plot peluang normal bagi sisaan ialah terlebih dahulu menghitung nilai sisaan, kemudian diurutkan dari kecil ke besar, selanjutnya disebut sebagai sisaan terurut. Kemudian menghitung h_i dengan rumus:

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)\right]$$

dengan

$$KTG = \frac{JKG}{db(galat)} = \frac{JKT - JKP - JKK}{(ab-1)(r-1)}$$

Langkah-langkah perhitungan dijabarkan sebagai berikut:

$$FK = \frac{Y_{...}{}^2}{abr}$$

$$= \frac{(210{,}7)^2}{4.4.3}$$

$$= 924{,}88521$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}(Y_{ijk})^2 - FK$$

$$= (2{,}1^2 + 2{,}3^2 + \cdots + 6{,}1^2) - 924{,}88521$$

$$= 141{,}115$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\frac{(Y_{ij.})^2}{r} - FK$$

$$= \frac{(8{,}5^2 + 8{,}9^2 + \cdots + 18{,}2^2}{3} - 924{,}88521$$

$$= 137{,}331$$

$$JKK = \sum_{k=1}^{3} \frac{(Y_{..k})^2}{ab} - FK$$

$$= \frac{67{,}2^2 + 71{,}3^2 + 72{,}2^2}{4.4} - 924{,}88521$$

$$= 0{,}888$$

$$JKG = JKT - JKK - JKP$$

$$= 141{,}115 - 0{,}888 - 137{,}331$$

$$= 2{,}896$$

$$KTG = \frac{2.896}{(4.4 - 1)(3 - 1)}$$

$$= \frac{2.896}{30}$$

$$= 0{,}0965$$

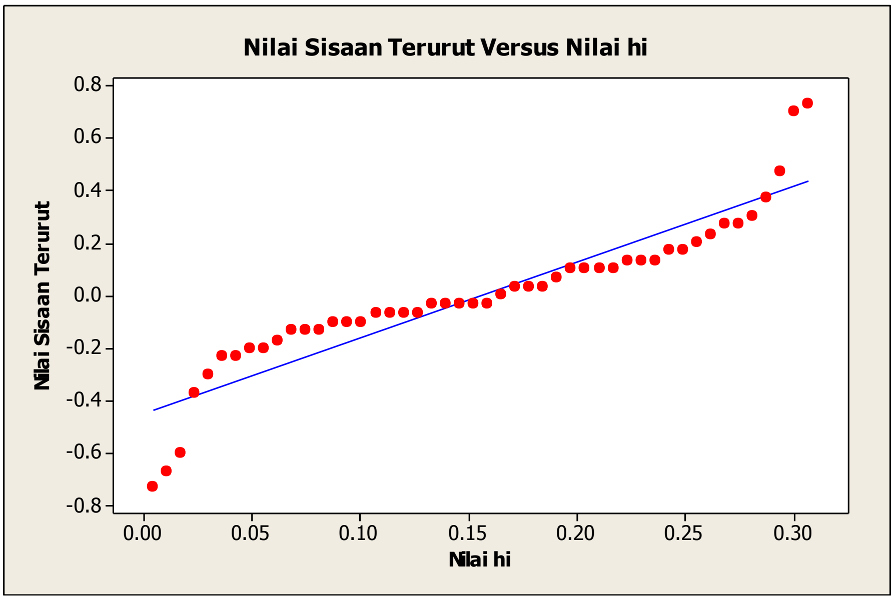
$$\sqrt{KTG} = \sqrt{0{,}0965} = 0{,}311$$

Tabel 3.20 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$
1	-0,73	0,0130	-2,23	25	-0,03	0,5104	0,03
2	-0,67	0,0337	-1,83	26	0,00	0,5311	0,08
3	-0,6	0,0544	-1,60	27	0,03	0,5518	0,13
4	-0,37	0,0751	-1,44	28	0,03	0,5725	0,18
5	-0,3	0,0959	-1,31	29	0,03	0,5933	0,24
6	-0,23	0,1166	-1,19	30	0,07	0,6140	0,29
7	-0,23	0,1373	-1,09	31	0,1	0,6347	0,34
8	-0,2	0,1580	-1,00	32	0,1	0,6554	0,40
9	-0,2	0,1788	-0,92	33	0,1	0,6762	0,46
10	-0,17	0,1995	-0,85	34	0,1	0,6969	0,52
11	-0,13	0,2202	-0,77	35	0,13	0,7176	0,58
12	-0,13	0,2409	-0,70	36	0,13	0,7383	0,64
13	-0,13	0,2617	-0,64	37	0,13	0,7591	0,70
14	-0,1	0,2824	-0,58	38	0,17	0,7798	0,77
15	-0,1	0,3031	-0,52	39	0,17	0,8005	0,85
16	-0,1	0,3238	-0,46	40	0,2	0,8212	0,92
17	-0,07	0,3446	-0,40	41	0,23	0,8420	1,00
18	-0,07	0,3653	-0,34	42	0,27	0,8627	1,09
19	-0,07	0,3860	-0,29	3	0,27	0,8834	1,19
20	-0,07	0,4067	-0,24	44	0,3	0,9041	1,31
21	-0,03	0,4275	-0,18	45	0,37	0,9249	1,44
22	-0,03	0,4482	-0,13	46	0,47	0,9456	1,60
23	-0,03	0,4689	-0,08	47	0,7	0,9663	1,83
24	-0,03	0,4896	-0,03	48	0,73	0,9870	2,23

Tabel 3.21 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	0,0040	17	0,1072	33	0,2103
2	0,0105	18	0,1136	34	0,2167
3	0,0169	19	0,1200	35	0,2232
4	0,0234	20	0,1265	36	0,2296
5	0,0298	21	0,1329	37	0,2361
6	0,0363	22	0,1394	38	0,2425
7	0,0427	23	0,1458	39	0,2490
8	0,0491	24	0,1523	40	0,2554
9	0,0556	25	0,1587	41	0,2619
10	0,0620	26	0,1652	42	0,2683
11	0,0685	27	0,1716	43	0,2747
12	0,0749	28	0,1781	44	0,2812
13	0,0814	29	0,1845	45	0,2876
14	0,0878	30	0,1910	46	0,2941
15	0,0943	31	0,1974	47	0,3005
16	0,1007	32	0,2038	48	0,3070



Gambar 3.13 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

Berdasarkan Gambar 3.13 dapat terlihat bahwa titik-titik mengikuti arah garis diagonal. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat percobaan terpenuhi.

2. Faktor A (α_i) dan faktor B (β_j) bersifat acak (model acak)

Pada pembahasan kali ini faktor Pupuk Kandang (faktor A) dan faktor Kapur (faktor B) diasumsikan bersifat acak. Dengan demikian maka model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\alpha)$, $\beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\beta)$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_{\alpha\beta})$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2_\rho)$.

Dibawah ini penjabaran cara pemeriksaan asumsi ANAVA pada model acak.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Berikut ini merupakan perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pada model acak. Hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan diperoleh dari persamaan berikut:

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{...}$

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk}$

$\quad\; = Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}$

Tabel 3.22 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model tetap

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
2,1	4,39	-2,29	4,5	4,39	0,11
2,3	4,39	-2,09	5,1	4,39	0,71
2,5	4,39	-1,89	8,1	4,39	3,71
2	4,39	-2,39	7,9	4,39	3,51
3,1	4,39	-1,29	4,1	4,39	-0,29
3,3	4,39	-1,09	4,7	4,39	0,31
3,7	4,39	-0,69	6,3	4,39	1,91
3,5	4,39	-0,89	6	4,39	1,61
4	4,39	-0,39	3,3	4,39	-1,09
4,7	4,39	0,31	3,7	4,39	-0,69
7,5	4,39	3,11	3,8	4,39	-0,59
7,6	4,39	3,21	1,7	4,39	-2,69
4,2	4,39	-0,19	3,4	4,39	-0,99
4,5	4,39	0,11	3,8	4,39	-0,59
6,2	4,39	1,81	3,6	4,39	-0,79
6	4,39	1,61	3,3	4,39	-1,09
3,1	4,39	-1,29	4,1	4,39	-0,29
2,9	4,39	-1,49	5,2	4,39	0,81
3	4,39	-1,39	7,6	4,39	3,21
1,5	4,39	-2,89	7,9	4,39	3,51
3,2	4,39	-1,19	4,2	4,39	-0,19
3,9	4,39	-0,49	4,5	4,39	0,11
3,8	4,39	-0,59	6	4,39	1,61
3,2	4,39	-1,19	6,1	4,39	1,71

Berdasarkan sifat sisaan maka rata-rata dan variansi dari sisaan tersebut adalah sebagai berikut:

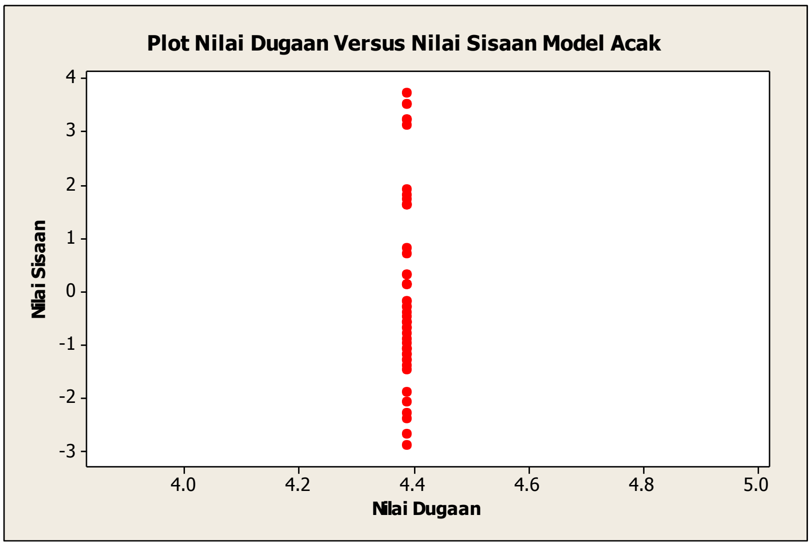
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{-2.29 + (-2.09) + \cdots + (1.71)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(-2.29)^2 + (-2.09)^2 + \cdots + (1.71)^2}{30} = 4.703$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.22



Gambar 3.14 plot nilai sisaan versus nilai dugaan untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model acak

Gambar pada 3.14 diatas hanya membentuk sebuah garis vertikal maka sulit dinyatakan apakah memenuhi asumsi kehomogenan variansi galat atau tidak. Untuk lebih meyakinkan dalam pemeriksaan asumsi kehomogenan variansi galat, maka akan dianalisis menggunakan uji Bartlett. Perhitungan secara manual menggunakan uji Bartlett menunjukkan hasil asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi (lampiran halaman 114).

b. Galat percobaan saling bebas

Berdasarkan plot nilai sisaan versus nilai dugaan yang terbentuk pada gambar 3.14 diatas dapat diketahui bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi. Jadi dapat disimpulkan galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

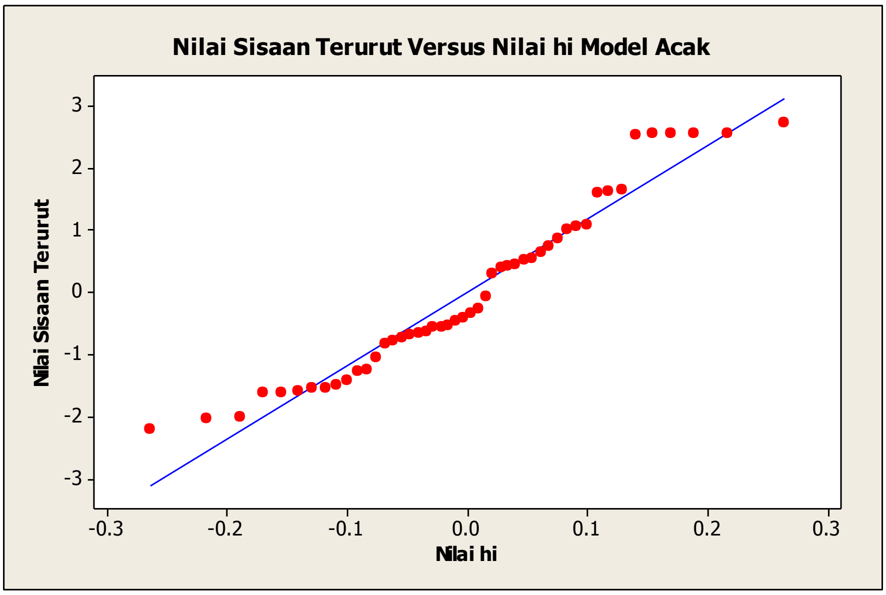
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Berikut adalah tabel nilai sisaan terurut dan nilai h_i.

Tabel 3.23 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model acak

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$
1	-2,2133	0,0130	-2,23	25	-0,333	0,5104	0,03
2	-2,0446	0,0337	-1,83	26	-0,2708	0,5311	0,08
3	-2,0196	0,0544	-1,6	27	-0,0667	0,5518	0,13
4	-1,6176	0,0751	-1,44	28	0,2855	0,5725	0,18
5	-1,6176	0,0959	-1,31	29	0,3982	0,5933	0,24
6	-1,5845	0,1166	-1,19	30	0,4059	0,6140	0,29
7	-1,5507	0,1373	-1,09	31	0,4296	0,6347	0,34
8	-1,5444	0,1580	-1,00	32	0,5192	0,6554	0,4
9	-1,4927	0,1788	-0,92	33	0,5308	0,6762	0,46
10	-1,4257	0,1995	-0,85	34	0,6412	0,6969	0,52
11	-1,2636	0,2202	-0,77	35	0,7328	0,7176	0,58
12	-1,2536	0,2409	-0,7	36	0,8541	0,7383	0,64
13	-1,049	0,2617	-0,64	37	1,0002	0,7591	0,7
14	-0,8395	0,2824	-0,58	38	1,065	0,7798	0,77
15	-0,7725	0,3031	-0,52	39	1,0814	0,8005	0,85
16	-0,7309	0,3238	-0,46	40	1,5825	0,8212	0,92
17	-0,6779	0,3446	-0,4	41	1,6254	0,8420	1,00
18	-0,6679	0,3653	-0,34	42	1,65	0,8627	1,09
19	-0,639	0,3860	-0,29	43	2,5239	0,8834	1,19
20	-0,5647	0,4067	-0,24	44	2,5409	0,9041	1,31
21	-0,5618	0,4275	-0,18	45	2,5454	0,9249	1,44
22	-0,5371	0,4482	-0,13	46	2,5531	0,9456	1,6
23	-0,4579	0,4689	-0,08	47	2,5606	0,9663	1,83
24	-0,427	0,4896	-0,03	48	2,7145	0,9870	2,23

Tabel 3.24 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model acak

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,2631	17	-0,0472	33	0,0543
2	-0,2159	18	-0,0401	34	0,0614
3	-0,1888	19	-0,0342	35	0,0684
4	-0,1699	20	-0,0283	36	0,0755
5	-0,1546	21	-0,0212	37	0,0826
6	-0,1404	22	-0,0153	38	0,0909
7	-0,1286	23	-0,0094	39	0,1003
8	-0,1180	24	-0,0035	40	0,1086
9	-0,1086	25	0,0035	41	0,1180
10	-0,1003	26	0,0094	42	0,1286
11	-0,0909	27	0,0153	43	0,1404
12	-0,0826	28	0,0212	44	0,1546
13	-0,0755	29	0,0283	45	0,1699
14	-0,0684	30	0,0342	46	0,1888
15	-0,0614	31	0,0401	47	0,2159
16	-0,0543	32	0,0472	48	0,2631



Gambar 3.15 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model acak

Gambar 3.15 diatas dikatakan memenuhi asumsi kenormalan galat percobaan karena titik-titik mengikuti arah garis diagonal.

3. Faktor A (α_i) bersifat acak dan faktor B (β_j) bersifat tetap (model campuran)

Pada pembahasan kali ini faktor Pupuk Kandang (faktor A) diasumsikan bersifat acak dan faktor Kapur (faktor B) diasumsikan bersifat tetap. Dengan demikian maka model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$\alpha_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\alpha^2)$, $\sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0,\sigma_\rho^2)$.

Dibawah ini penjabaran cara pemeriksaan asumsi ANAVA pada model campuran.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang akan dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ijk}$) dan nilai sisaan (e_{ijk}) diperoleh dari persamaan berikut:

$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{.j.}$

$e_{ijk} = Y_{ijk} - \bar{Y}_{.j.}$

Tabel 3.25 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pengamatan untuk untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat acak dan faktor Kapur bersifat tetap

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
2,1	3,61	-1,51	4,5	3,61	0,89
2,3	4,05	-1,75	5,1	4,05	1,05
2,5	5,18	-2,68	8,1	5,18	2,92
2	4,73	-2,73	7,9	4,73	3,17
3,1	3,61	-0,51	4,1	3,61	0,49
3,3	4,05	-0,75	4,7	4,05	0,65
3,7	5,18	-1,48	6,3	5,18	1,12
3,5	4,73	-1,23	6	4,73	1,27
4	3,61	0,39	3,3	3,61	-0,31
4,7	4,05	0,65	3,7	4,05	-0,35
7,5	5,18	2,32	3,8	5,18	-1,38
7,6	4,73	2,87	1,7	4,73	-3,03
4,2	3,61	0,59	3,4	3,61	-0,21
4,5	4,05	0,45	3,8	4,05	-0,25
6,2	5,18	1,02	3,6	5,18	-1,58
6	4,73	1,27	3,3	4,73	-1,43
3,1	3,61	-0,51	4,1	3,61	0,49
2,9	4,05	-1,15	5,2	4,05	1,15
3,0	5,18	-2,18	7,6	5,18	2,42
1,5	4,73	-3,23	7,9	4,73	3,17
3,2	3,61	-0,41	4,2	3,61	0,59
3,9	4,05	-0,15	4,5	4,05	0,45
3,8	5,18	-1,38	6	5,18	0,82
3,2	4,73	-1,53	6,1	4,73	1,37

Berdasarkan sifat sisaan maka diperoleh rata-rata dan variansi sebagai berikut:

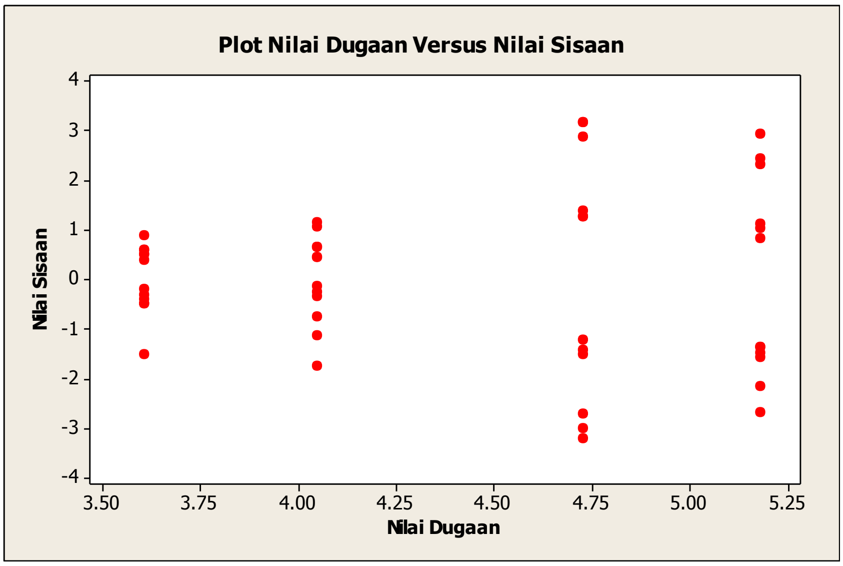
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{-1{,}51 + (-1{,}75) + \cdots + (1{,}37)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} (e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(-1{,}51)^2 + (-1{,}75)^2 + \cdots + (1{,}37)^2}{30} = 4{,}121$$

Dibawah ini adalah plot nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.24



Tabel 3.16 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan pengamatan untuk untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat acak dan faktor Kapur bersifat tetap

Berdasarkan gambar 3.16 diatas dapat dilihat bahwa titik-titik tidak membentuk suatu pola tertentu dan menyebar secara acak. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi.

b. Galat percobaan saling bebas

Asumsi kebebasan galat percobaan dapat diperiksa dari plot yang terbentuk dari nilai sisaan versus nilai dugaan sama halnya seperti pada asumsi kehomogenan variansi galat percobaan. Dari plot yang terbentuk pada gambar 3.16 dapat dilihat bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Jadi dapat disimpulkan bahwa asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi. Hal tersebut menunjukkan bahwa galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

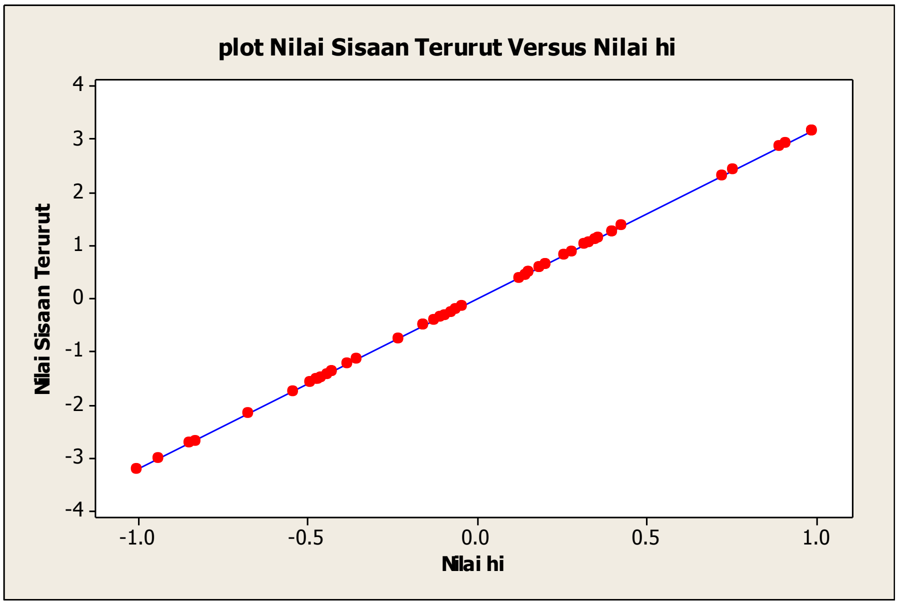
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Berikut adalah tabel nilai sisaan terurut dan nilai h_i.

Tabel 3.26 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat acak dan faktor Kapur bersifat tetap

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$
1	-3,23	0,0130	-2,23	25	0,39	0,5104	0,03
2	-3,03	0,0337	-1,83	26	0,45	0,5311	0,08
3	-2,73	0,0544	-1,6	27	0,45	0,5518	0,13
4	-2,68	0,0751	-1,44	28	0,49	0,5725	0,18
5	-2,18	0,0959	-1,31	29	0,49	0,5933	0,24
6	-1,75	0,1166	-1,19	30	0,59	0,6140	0,29
7	-1,58	0,1373	-1,09	31	0,59	0,6347	0,34
8	-1,53	0,1580	-1,0	32	0,65	0,6554	0,4
9	-1,51	0,1788	-0,92	33	0,65	0,6762	0,46
10	-1,48	0,1995	-0,85	34	0,82	0,6969	0,52
11	-1,43	0,2202	-0,77	35	0,89	0,7176	0,58
12	-1,38	0,2409	-0,7	36	1,02	0,7383	0,64
13	-1,38	0,2617	-0,64	37	1,05	0,7591	0,7
14	-1,23	0,2824	-0,58	38	1,12	0,7798	0,77
15	-1,15	0,3031	-0,52	39	1,15	0,8005	0,85
16	-0,75	0,3238	-0,46	40	1,27	0,8212	0,92
17	-0,51	0,3446	-0,4	41	1,27	0,8420	1,00
18	-0,51	0,3653	-0,34	42	1,37	0,8627	1,09
19	-0,41	0,3860	-0,29	43	2,32	0,8834	1,19
20	-0,35	0,4067	-0,24	44	2,42	0,9041	1,31
21	-0,31	0,4275	-0,18	45	2,87	0,9249	1,44
22	-0,25	0,4482	-0,13	46	2,92	0,9456	1,6
23	-0,21	0,4689	-0,08	47	3,17	0,9663	1,83
24	-0,15	0,4896	-0,03	48	3,17	0,9870	2,23

Tabel 3.27 Tabel hasil perhitungan nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat acak dan faktor Kapur bersifat

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-1,0045	17	-0,1586	33	0,2022
2	-0,9423	18	-0,1586	34	0,2550
3	-0,8490	19	-0,1275	35	0,2768
4	-0,8335	20	-0,1089	36	0,3172
5	-0,6780	21	-0,0964	37	0,3266
6	-0,5443	22	-0,0778	38	0,3483
7	-0,4914	23	-0,0653	39	0,3577
8	-0,4758	24	-0,0467	40	0,3950
9	-0,4696	25	0,1213	41	0,3950
10	-0,4603	26	0,1400	42	0,4261
11	-0,4447	27	0,1400	43	0,7215
12	-0,4292	28	0,1524	44	0,7526
13	-0,4292	29	0,1524	45	0,8926
14	-0,3825	30	0,1835	46	0,9081
15	-0,3577	31	0,1835	47	0,9859
16	-0,2333	32	0,2022	48	0,9859



Gambar 3.17 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat acak dan faktor Kapur bersifat tetap

Gambar 3.17 diatas dikatakan memenuhi asumsi kenormalan galat percobaan karena titik-titik mengikuti arah garis diagonal.

4. Faktor A (α_i) bersifat tetap dan faktor B (β_j) bersifat acak (model campuran)

Pada pembahasan kali ini faktor Pupuk Kandang (faktor A) diasumsikan bersifat tetap dan faktor Kapur (faktor B) diasumsikan bersifat acak. Dengan demikian maka model linier RAKL dua faktor adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

dengan asumsi:

$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0$, $\beta_j \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ dan $\rho_k \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\rho^2)$.

Dibawah ini penjabaran cara pemeriksaan asumsi ANAVA pada model campuran.

a. Asumsi kehomogenan variansi galat

Untuk memeriksa Asumsi kehomogenan variansi galat ialah dengan menggunakan plot yang dibuat dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Nilai dugaan $\hat{Y}_{ijk}$ dan nilai sisaan e_{ijk} diperoleh dari persamaan berikut.

$$\hat{Y}_{ijk} = \bar{Y}_{i..}$$

$$\begin{aligned} e_{ijk} &= Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk} \\ &= Y_{ijk} - \bar{Y}_{i..} \end{aligned}$$

Tabel 3.28 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan jika Faktor Pupuk Kandang Bersifat Tetap dan Faktor Kapur Bersifat Acak

Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}	Y_{ijk}	$\hat{Y}_{ijk}$	e_{ijk}
2,1	2,66	-0,56	4,5	6,18	-1,68
2,3	2,66	-0,36	5,1	6,18	-1,08
2,5	2,66	-0,16	8,1	6,18	1,92
2	2,66	-0,66	7,9	6,18	1,72
3,1	3,48	-0,38	4,1	5,23	-1,13
3,3	3,48	-0,18	4,7	5,23	-0,53
3,7	3,48	0,22	6,3	5,23	1,07
3,5	3,48	0,02	6	5,23	0,77
4	6,18	-2,18	3,3	2,66	0,64
4,7	6,18	-1,48	3,7	2,66	1,04
7,5	6,18	1,32	3,8	2,66	1,14
7,6	6,18	1,42	1,7	2,66	-0,96
4,2	5,23	-1,03	3,4	3,48	-0,08
4,5	5,23	-0,73	3,8	3,48	0,32
6,2	5,23	0,97	3,6	3,48	0,12
6	5,23	0,77	3,3	3,48	-0,18
3,1	2,66	0,44	4,1	6,18	-2,08
2,9	2,66	0,24	5,2	6,18	-0,98
3	2,66	0,34	7,6	6,18	1,42
1,5	2,66	-1,16	7,9	6,18	1,72
3,2	3,48	-0,28	4,2	5,23	-1,03
3,9	3,48	0,42	4,5	5,23	-0,73
3,8	3,48	0,32	6	5,23	0,77
3,2	3,48	-0,28	6,1	5,23	0,87

Berdasarkan sifat sisaan maka rata-rata dan variansi dari sisaan tersebut adalah sebagai berikut:

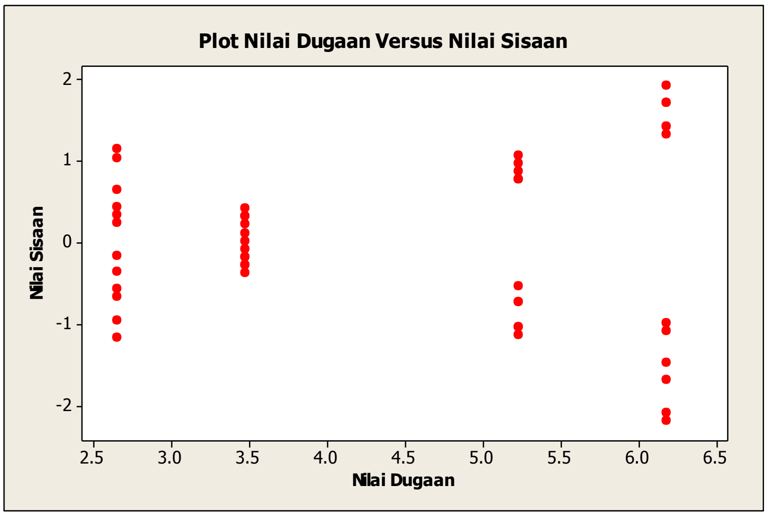
$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} e_{ijk}}{n} = \frac{-0.56 + -0.36 + \cdots + (0.87)}{48} = \frac{0}{48} = 0$$

Variansi dari sisaan (e_{ijk}) adalah:

$$var(e_{ijk}) = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(e_{ijk} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{(-0.56)^2 + (-0.36)^2 + \cdots + (0.87)^2}{30} = 1.603$$

Gambar nilai sisaan versus nilai dugaan berdasarkan tabel 3.27 di atas adalah



Gambar 3.18 Plot Nilai Sisaan Versus Nilai Dugaan untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

Dari Gambar di atas dapat dilihat bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu. Jadi asumsi kehomogenan variansi galat terpenuhi.

b. Galat percobaan saling bebas

Asumsi kebebasan galat percobaan dapat diperiksa dari plot yang terbentuk dari nilai sisaan versus nilai dugaan. Dari plot yang terbentuk pada gambar 3.18 dapat dilihat bahwa titik-titik berfluktuasi disekitar nol. Jadi dapat disimpulkan galat percobaan saling bebas.

c. Kenormalan galat percobaan

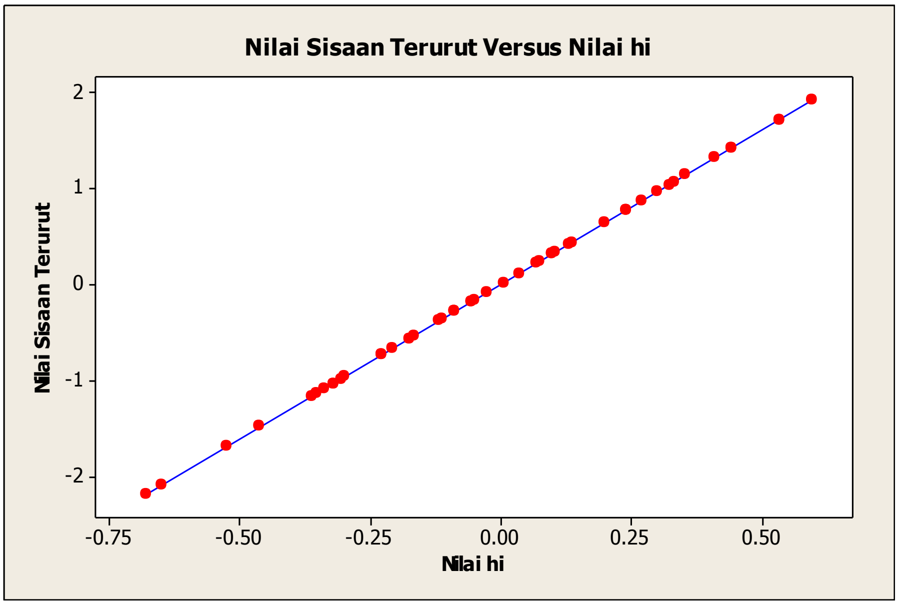
Asumsi kenormalan galat percobaan dapat diperiksa dari plot nilai sisaan versus nilai harapan dibawah kurva normal (h_i) yang disebut sebagai plot peluang normal. Berikut adalah tabel nilai sisaan terurut dan nilai h_i.

Tabel 3.29 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	i	e_{ijk} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$
1	-2,18	0,0130	-2,23	25	0,02	0,5104	0,03
2	-2,08	0,0337	-1,83	26	0,12	0,5311	0,08
3	-1,68	0,0544	-1,6	27	0,22	0,5518	0,13
4	-1,48	0,0751	-1,44	28	0,24	0,5725	0,18
5	-1,16	0,0959	-1,31	29	0,32	0,5933	0,24
6	-1,13	0,1166	-1,19	30	0,32	0,6140	0,29
7	-1,08	0,1373	-1,09	31	0,34	0,6347	0,34
8	-1,03	0,1580	-1,0	32	0,42	0,6554	0,4
9	-1,03	0,1788	-0,92	33	0,44	0,6762	0,46
10	-0,98	0,1995	-0,85	34	0,64	0,6969	0,52
11	-0,96	0,2202	-0,77	35	0,77	0,7176	0,58
12	-0,73	0,2409	-0,7	36	0,77	0,7383	0,64
13	-0,73	0,2617	-0,64	37	0,77	0,7591	0,7
14	-0,66	0,2824	-0,58	38	0,87	0,7798	0,77
15	-0,56	0,3031	-0,52	39	0,97	0,8005	0,85
16	-0,53	0,3238	-0,46	40	1,04	0,8212	0,92
17	-0,38	0,3446	-0,4	41	1,07	0,8420	1,00
18	-0,36	0,3653	-0,34	42	1,14	0,8627	1,09
19	-0,28	0,3860	-0,29	43	1,32	0,8834	1,19
20	-0,28	0,4067	-0,24	44	1,42	0,9041	1,31
21	-0,18	0,4275	-0,18	45	1,42	0,9249	1,44
22	-0,18	0,4482	-0,13	46	1,72	0,9456	1,6
23	-0,16	0,4689	-0,08	47	1,72	0,9663	1,83
24	-0,08	0,4896	-0,03	48	1,92	0,9870	2,23

Tabel 3.30 Tabel hasil perhitungan nilai sisaan terurut untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

i	h_i	i	h_i	i	h_i
1	-0,678	17	-0,118	33	0,137
2	-0,647	18	-0,112	34	0,199
3	-0,522	19	-0,087	35	0,239
4	-0,460	20	-0,087	36	0,239
5	-0,361	21	-0,056	37	0,239
6	-0,351	22	-0,056	38	0,271
7	-0,336	23	-0,050	39	0,302
8	-0,320	24	-0,025	40	0,323
9	-0,320	25	0,006	41	0,333
10	-0,305	26	0,037	42	0,355
11	-0,299	27	0,068	43	0,411
12	-0,227	28	0,075	44	0,442
13	-0,227	29	0,100	45	0,442
14	-0,205	30	0,100	46	0,535
15	-0,174	31	0,106	47	0,535
16	-0,165	32	0,131	48	0,597



Gambar 3.19 plot nilai sisaan terurut versus nilai h_i untuk data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

Gambar 3.19 diatas dikatakan memenuhi asumsi kenormalan galat percobaan karena titik-titik mengikuti arah garis diagonal.

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa contoh soal 2 asumsi kehomogenan variansi galat, kebebasan galat dan kenormalan galat percobaan terpenuhi. Sedangkan untuk asumsi keaditifan model yang dianalisis menggunakan uji Tukey tidak terpenuhi.

BAB IV

PENUTUP

A. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan mengenai diagnostik sisaan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor

   Adapun langkah-langkah yang harus dilakukan dalam diagnostik sisaan model linier RAKL dua faktor yaitu:

   a. Penentuan nilai sisaan model linier RAKL dua faktor

      Langkah yang harus dilakukan dalam menentukan nilai sisaan (e_{ijk}) adalah sebagai berikut:

      1) Mencari nilai harapan dari Y_{ijk}
      2) Menentukan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ijk})$
      3) Menentukan nilai sisaan (e_{ijk})

      Empat persamaan nilai sisaan yang diperoleh dari model linier RAKL dua faktor adalah sebagai berikut.

      (a) Faktor A dan faktor B bersifat tetap

      $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ij.}$

      (b) Faktor A dan faktor B bersifat acak

      $e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{...}$

(c) Jika faktor A acak dan faktor B tetap

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{.j.}$$

(d) Jika faktor A tetap dan faktor B acak

$$e_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{i..}$$

b. Penggambaran Plot

Plot-plot sisaan yang digunakan dalam diagnostik sisaan RAKL dua faktor adalah sebagai berikut.

1) Plot sisaan terhadap nilai dugaan

Plot nilai sisaan versus nilai dugaaan digunakan untuk menganalisis asumsi kehomogenan variansi galat dan kebebasan galat percobaan. Sumbu x menunjukkan nilai dugaan dan y menunjukan nilai sisaan.

2) Plot nilai sisaan terhadap nilai harapan dibawah kurva normal

Plot ini digunakan untuk memeriksa asumsi kenormalan galat percobaan. Sumbu y menunjukan nilai sisaan yang terurut dan sumbu x menunjukan nilai harapan di bawah kurva normal.

2. Penerapan Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor

a. Contoh 1

Pada contoh 1 asumsi ANAVA yaitu kehomogenan variansi galat, kebebasan galat percobaan, dan kenormalan galat yang dianalisis menggunakan diagnostik sisaan semua terpenuhi. Untuk asumsi keaditifan model yang dianalisis menggunakan uji Tukey juga terpenuhi.

b. Contoh 2

Pada contoh 2 asumsi ANAVA yaitu kehomogenan variansi galat, kebebasan galat percobaan, dan kenormalan galat yang dianalisis menggunakan diagnostik sisaan semua terpenuhi. Sedangkan asumsi keaditifan model yang dianalisis menggunakan uji Tukey tidak terpenuhi. Jika ada asumsi yang tidak terpenuhi maka langkah selanjutnya yang dapat dilakukan adalah dengan melakukan transformasi data.

B. SARAN

Dalam skripsi ini hanya dibahas mengenai diagnostik sisaan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dua faktor dan aplikasinya pada contoh soal. Pembahasan mengenai uji lanjut RAKL dua faktor dan ANAVA secara lebih detail untuk RAKL dua faktor belum dibahas dalam skripsi ini.

Oleh karena itu, sebagai saran untuk pembaca yang tertarik pada topik bahasan ini dapat membahas lebih dalam mengenai uji lanjut RAKL dua faktor atau ANAVA secara lebih detail untuk RAKL dua faktor.

DAFTAR PUSTAKA

Gaspersz. Vincent. 1994. *Metode perancangan percobaan*. Bandung: CV. ARMICO.

Hanafiah. Kemas Ali. 2011. *Rancangan Percobaan Edisi Ketiga*. Jakarta: Rajawali Pers.

Levine. Krehbiel. dan Berenson. 2003. *Business Statistics A First Course*. USA: Pearson Education.

Mattjik. A. A & Sumertajaya. I. M. 2000. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab Jilid I*. Bogor: IPB Press.

Montgomery. Douglas C. 2011. *Design and Analysis of Experiments*. 5th edition. New York: John Wiley & Sons. Inc.

Netter, J., Wasserman, W. & Kutner, M.H. 1985. *Model Linear Terapan Buku I: Analisis Regresi Linear Sederhana* (Terjemahan: Bambang Sumantri). Bogor: Jurusan Statistika FMIPA-IPB.

Newblood. P.. W. Carlson. dan B. M. Thorne. 2003. *Statistics for Business and Economics*. Fifth Edition. USA: Pearson Education.

Steel. R.G.D. & Torrie. J.H. 1980. *Principles and Procedures of Statistics*. Second Edition. McGraw-Hill. Inc. Terjemahan B. Sumantri. 1991. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik*. Edisi Kedua. Jakarta: Gramedia.

Sudjana. 1989. *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi III*. Bandung: Tarsito.

Sugandi. E & Sugiarto. 1994. Rancangan Percobaan Teori dan Aplikasi. Yogyakarta: Andi Offset.

Sungkawa. Iwa. 2009. Pendeteksian Pencilan (Outlier) dan Residual Pada Regresi Linier. *Jurnal Informatika Pertanian* 18(2): 96.

Walpole, R.E. & Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuan edisi keempat* (Terjemahan : R.K. Sembiring). Bandung:ITB

http://staff.unud.ac.id/~sampurna/wp-content/uploads/2013/09/spss-rancangan-acak-kelompok-pola-faktorial-axb.pdf (03/07/2014, 10.15)

http://junaidichaniago.wordpress.com/2010/04/22/download-tabel-f-lengkap/
(08/07/2014, 15.00)

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

Perhitungan Uji Bartlett untuk asumsi kehomogenan variansi galat contoh 1 model acak

1. Hipotesis

   $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi 3 kelompok sama)

   $H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \dots, k$ (Variansi 3 kelompok tidak sama)

2. Taraf nyata: 0,05

3. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

   dengan

$$q = (N-a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n-a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N-a}$$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $\chi_{hit}^2 > \chi_{0,05(2)}^2 = 5{,}991$

5. Perhitungan:

Tabel nilai sisaan untuk data jumlah bakteri
Escherichia coli model acak

	Kelompok		
	1	**2**	**3**
	1,065	1,0814	1,0002
	1,5825	1,6254	1,65
	2,5239	2,5606	2,5409
	2,5454	2,7145	2,5531
	0,8541	0,6412	0,7328
	0,2855	0,4059	0,4296
	-0,4579	-0,333	-0,5371
	-1,4257	-1,2636	-1,2536
	0,5308	0,5192	0,3982
	-0,5647	-0,639	-0,2708
	-0,7309	-0,8395	-0,7725
	-1,6176	-1,5507	-1,4927
	-0,427	-0,0667	-0,5618
	-0,6679	-0,6779	-1,049
	-1,6176	-1,5444	-1,5845
	-2,2133	-2,0446	-2,0196
Rata-rata	-0,0209	0,0368	-0,0148

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(1{,}065 - (-0{,}0209))^2 + (1{,}5825 - (-0{,}0209))^2 + \cdots + (-2{,}2133 - (-0{,}0209))^2}{15}$$

$$= 2{,}095$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(1{,}0814 - 0{,}0368)^2 + (1{,}6254 - 0{,}0368)^2 + \cdots + (-2{,}0446 - 0{,}0148))^2}{15}$$

$$= 2{,}054$$

$$S_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(1{,}0002 - (-0{,}0148))^2 + (1{,}65 - (-0{,}0148))^2 + \cdots + (2{,}5409 - (-0{,}0148))^2}{15}$$

$$= 2{,}023$$

$$S_p^2 = \frac{15(2{,}095) + 15(2{,}054) + 15(2{,}023)}{45} = \frac{92{,}582}{45} = 2{,}0574$$

$$q = 45log_{10}(2{,}0574) - 15[log_{10}2{,}095 + log_{10}2{,}054 + log_{10}2{,}023]$$

$$= 0{,}00264$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(2)}\left(\frac{3}{15} - \frac{1}{45}\right) = 1.029$$

$$\chi^2_{hit} = 2{,}3026\frac{0{,}00264}{1{,}029} = 0{,}00257$$

$$\chi^2_{0.05.2} = 5{,}991$$

6. Kesimpulan

Karena $\chi^2_{hit} = 0{,}00257 < 5{,}991$ maka H_0 diterima. Jadi variansi 3 kelompok sama. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi galat terpenuhi.

LAMPIRAN 2

Perhitungan Uji Bartlett untuk asumsi kehomogenan variansi galat contoh 1 jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi bersifat acak

1. Hipotesis

   $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi 3 kelompok sama)

   $H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \ldots, k$ (Variansi 3 kelompok tidak sama)

2. Taraf nyata: 0.05

3. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

   dengan

$$q = (N - a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n - a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N - a}$$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $\chi_{hit}^2 > \chi_{0.05,2}^2 = 5{,}991$

5. Perhitungan:

Tabel nilai sisaan contoh 1 jika Konsentrasi Hidrogen Peroksida bersifat tetap dan faktor Lama Desinfeksi bersifat acak

	Kelompok		
	1	**2**	**3**
	-0,8886	-0,8722	-0,9534
	-0,3711	-0,3282	-0,3036
	0,5703	0,607	0,5873
	0,5918	0,7609	0,5995
	1,0142	0,8013	0,8929
	0,4456	0,566	0,5897
	-0,2978	-0,1729	-0,377
	-1,2656	-1,1035	-1,0935
	1,1166	1,105	0,984
	0,0211	-0,0532	0,315
	-0,1451	-0,2537	-0,1867
	-1,0318	-0,9649	-0,9069
	0,7792	1,1395	0,6444
	0,5383	0,5283	0,1572
	-0,4114	-0,3382	-0,3783
	-1,0071	-0,8384	-0,8134
Rata-rata	**-0,0213**	**0,0364**	**-0,0152**

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0.8886 - (-0,0213))^2 + (-0.3711 - (-0,0213))^2 + \cdots + (-1.0071 - (-0,0213))^2}{15}$$

$$= 0,5951$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0.8722 - 0,0364)^2 + (-0.3282 - 0,0364)^2 + \cdots + (-0.8384 - 0,0364)^2}{15}$$

$$= 0,5746$$

$$S_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0.9534 - (-0{,}0152))^2 + (-0.3036 - (-0{,}0152))^2 + \cdots + (-0.8134 - (-0{,}0152))^2}{15}$$

$$= 0{,}4903$$

$$S_p^2 = \frac{15(0{,}5951) + 15(0{,}5746) + 15(0{,}4903)}{45} = \frac{24{,}8994}{45} = 0{,}5533$$

$$q = 45log_{10}(0{,}5533) - 15[log_{10}0{,}5951 + log_{10}0{,}5746 + log_{10}0{,}4903]$$

$$= 0{,}0682$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(2)}\left(\frac{3}{15} - \frac{1}{45}\right) = 1{,}029$$

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026\,\frac{0{,}0682}{1{,}029} = 0{,}153$$

$$\chi_{0.05.2}^2 = 5{,}991$$

6. Kesimpulan

Karena $\chi_{hit}^2 = 0{,}153$ < 5,991 maka H_0 diterima. Jadi variansi 3 kelompok sama. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi terpenuhi.

LAMPIRAN 3

Perhitungan Uji Bartlett untuk asumsi kehomogenan variansi galat contoh 2 model acak

1. Hipotesis

   $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi 3 kelompok sama)

   $H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \ldots, k$ (Variansi 3 kelompok tidak sama)

2. Taraf nyata: 0.05

3. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

   dengan

$$q = (N - a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n - a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N - a}$$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $\chi_{hit}^2 > \chi_{0.05,2}^2 = 5{,}991$

5. Perhitungan:

Tabel nilai sisaan data ketersediaan P (fosfor) dalam tanah model acak

	Kelompok		
	1	**2**	**3**
	-2,29	-1,29	-1,09
	-2,09	-1,49	-0,69
	-1,89	-1,39	-0,59
	-2,39	-2,89	-2,69
	-1,29	-1,19	-0,99
	-1,09	-0,49	-0,59
	-0,69	-0,59	-0,79
	-0,89	-1,19	-1,09
	-0,39	0,11	-0,29
	0,31	0,71	0,81
	3,11	3,71	3,21
	3,21	3,51	3,51
	-0,19	-0,29	-0,19
	0,11	0,31	0,11
	1,81	1,91	1,61
	1,61	1,61	1,71
Rata-rata	**-0,190**	**0,066**	**0,123**

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-2{,}29 - (-0{,}190))^2 + (-2{,}09 - (-0{,}190))^2 + \cdots + (1{,}61 - (-0{,}190))^2}{15}$$

$$= 3{,}239$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-1{,}29 - 0{,}066)^2 + (-1{,}49 - 0{,}066)^2 + \cdots + (1{,}61 - 0{,}066)^2}{15} = 3{,}369$$

$$S_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-1{,}09 - 0{,}123)^2 + (-0{,}69 - 0{,}123)^2 + \cdots + (1{,}71 - 0{,}123)^2}{15} = 2{,}739$$

$$S_p^2 = \frac{15(3{,}239) + 15(3{,}369) + 15(2{,}739)}{45} = \frac{140{,}197}{45} = 3{,}115$$

$$q = 45log_{10}(3{,}115) - 15[log_{10}3{,}239 + log_{10}3{,}369 + log_{10}2{,}739]$$

$$= 0{,}0774$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(2)}\left(\frac{3}{15} - \frac{1}{45}\right) = 1.029$$

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026\frac{0{,}0774}{1{,}029} = 0{,}173$$

$$\chi_{0.05.2}^2 = 5{,}991$$

6. Kesimpulan

Karena $\chi_{hit}^2 = 0{,}173 < 5{,}991$ maka H_0 diterima. Jadi variansi 3 kelompok sama. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi terpenuhi.

LAMPIRAN 4

Perhitungan Uji Bartlett untuk asumsi kehomogenan variansi galat contoh 2 jika faktor Pupuk Kandang acak dan faktor Kapur bersifat tetap

1. Hipotesis

   $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi 3 kelompok sama)

   $H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \ldots, k$ (Variansi 3 kelompok tidak sama)

2. Taraf nyata: 0.05

3. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

   dengan

$$q = (N - a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n - a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N - a}$$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $\chi_{hit}^2 > \chi_{0.05,2}^2 = 5{,}991$

5. Perhitungan:

Tabel nilai sisaan contoh 2 jika faktor Pupuk Kandang acak dan faktor Kapur bersifat tetap

	Kelompok		
	1	**2**	**3**
	-1,51	-0,51	-0,31
	-1,75	-1,15	-0,35
	-2,68	-2,18	-1,38
	-2,73	-3,23	-3,03
	-0,51	-0,41	-0,21
	-0,75	-0,15	-0,25
	-1,48	-1,38	-1,58
	-1,23	-1,53	-1,43
	0,39	0,89	0,49
	0,65	1,05	1,15
	2,32	2,92	2,42
	2,87	3,17	3,17
	0,59	0,49	0,59
	0,45	0,65	0,45
	1,02	1,12	0,82
	1,27	1,27	1,37
Rata-rata	**-0,1925**	**0,0638**	**0,120**

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-1{,}51 - (-0{,}1925))^2 + (-1{,}75 - (-0{,}1925))^2 + \cdots + (1{,}27 - (-0{,}1925))^2}{15}$$

$$= 2{,}7539$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0{,}51 - 0{,}0638)^2 + (-1{,}15 - 0{,}0638)^2 + \cdots + (1{,}27 - 0{,}0638)^2}{15}$$

$$= 3{,}0092$$

$$S_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0.31 - 0{,}120))^2 + (-0{,}35 - 0{,}120)^2 + \cdots + (1{,}37 - 0{,}120)^2}{15} = 2{,}4193$$

$$S_p^2 = \frac{15(2{,}7539) + 15(3{,}0092) + 15(2{,}4193)}{45} = \frac{122{,}736}{45} = 2{,}7275$$

$$q = 45log_{10}(2{,}7275) - 15[log_{10}2{,}7539 + log_{10}3{,}0092 + log_{10}2{,}4193$$

$$= 0{,}0779$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(2)}\left(\frac{3}{15} - \frac{1}{45}\right) = 1{,}029$$

$$\chi^2_{hit} = 2{,}3026\frac{0{,}0779}{1{,}029} = 0{,}174$$

$$\chi^2_{0.05.2} = 5{,}991$$

6. Kesimpulan

Karena $\chi^2_{hit} = 0{,}174 < 5{,}991$ maka H_0 diterima. Jadi variansi 3 kelompok sama. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi terpenuhi.

LAMPIRAN 5

Perhitungan Uji Bartlett untuk asumsi kehomogenan variansi galat contoh 2 jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

1. Hipotesis

   $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Variansi 3 kelompok sama)

   $H_0: \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2, \dots, k$ (Variansi 3 kelompok tidak sama)

2. Taraf nyata: 0.05
3. Statistik uji:

$$\chi_{hit}^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

   dengan

$$q = (N - a) log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) log_{10} S_i^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)} \left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (n - a)^{-1} \right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1) S_i^2}{N - a}$$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $\chi_{hit}^2 > \chi_{0.05,2}^2 = 5{,}991$

5. Perhitungan:

Tabel nilai siaan contoh 2 jika faktor Pupuk Kandang bersifat tetap dan faktor Kapur bersifat acak

	Kelompok		
	1	**2**	**3**
	-0,56	0,44	0,64
	-0,36	0,24	1,04
	-0,16	0,34	1,14
	-0,66	-1,16	-0,96
	-0,38	-0,28	-0,08
	-0,18	0,42	0,32
	0,22	0,32	0,12
	0,02	-0,28	-0,18
	-2,18	-1,68	-2,08
	-1,48	-1,08	-0,98
	1,32	1,92	1,42
	1,42	1,72	1,72
	-1,03	-1,13	-1,03
	-0,73	-0,53	-0,73
	0,97	1,07	0,77
	0,77	0,77	0,87
Rata-rata	**-0,187**	**0,069**	**0,125**

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(-0{,}56 - (-0{,}187))^2 + (-0{,}36 - (-0{,}187))^2 + \cdots + (0{,}77 - (-0{,}187))^2}{15}$$

$$= 0{,}9598$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(0{,}44 - 0{,}069)^2 + (0{,}24 - 0{,}069)^2 + \cdots + (0{,}77 - 0{,}069)^2}{15}$$

$$= 1{,}0668$$

$$S_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(0,64 - 0,125))^2 + (1,04 - 0,125)^2 + \cdots + (0,87 - 0,125)^2}{15}$$

$$= 1,1216$$

$$S_p^2 = \frac{15(0,9598) + 15(1,0668) + 15(1,1216)}{45} = \frac{47,2215}{45} = 1,0494$$

$$q = 45log_{10}(1,0494) - 15[log_{10}0,9598 + log_{10}1,0668 + log_{10}1,1216)$$

$$= 0,0408$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(2)}\left(\frac{3}{15} - \frac{1}{45}\right) = 1,029$$

$$\chi^2_{hit} = 2,3026\,\frac{0,0408}{1,029} = 0,091$$

$$\chi^2_{0.05.2} = 5,991$$

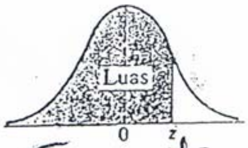
6. Kesimpulan

Karena $\chi^2_{hit} = 0,091$ < 5,991 maka H_0 diterima. Jadi variansi 3 kelompok sama. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi terpenuhi.

LAMPIRAN 6 Tabel sebaran F ($F_{0,05}(v_1, v_2)$)

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42	19.42	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08	2.05	2.03
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01
31	4.16	3.30	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.25	2.20	2.15	2.11	2.08	2.05	2.03	2.00
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.04	2.01	1.99
33	4.14	3.28	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.23	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.00	1.98
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.02	1.99	1.97
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01	1.99	1.96
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.95
37	4.11	3.25	2.86	2.63	2.47	2.36	2.27	2.20	2.14	2.10	2.06	2.02	2.00	1.97	1.95
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99	1.96	1.94
39	4.09	3.24	2.85	2.61	2.46	2.34	2.26	2.19	2.13	2.08	2.04	2.01	1.98	1.95	1.93
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92
41	4.08	3.23	2.83	2.60	2.44	2.33	2.24	2.17	2.12	2.07	2.03	2.00	1.97	1.94	1.92
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.03	1.99	1.96	1.94	1.91
43	4.07	3.21	2.82	2.59	2.43	2.32	2.23	2.16	2.11	2.06	2.02	1.99	1.96	1.93	1.91
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.95	1.92	1.90
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94	1.92	1.89

LAMPIRAN 7

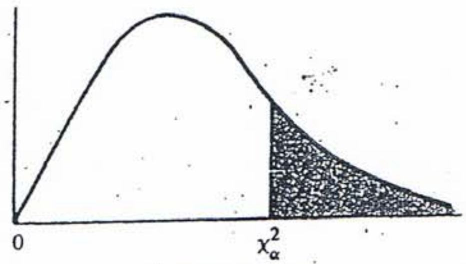


Wilayah Luas Di Bawah Kurva Normal

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

LAMPIRAN 8

Nilai Kritik Sebaran Khi-Kuadrat



	α							
ν	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672

*Diringkas dari Tabel 8 *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. I, dengan izin dari E. S. Pearson dan Biometrika Trustees.