ISBN : 978-979-16353-8-7

PENGKONSTRUKSIAN GRAFIK PENGENDALI BERDASAR BOXPLOT BIVARIAT

Frangky Masipupu [1], Adi Setiawan[2] , Bambang Susanto[3]
[1]Mahasiswa Program Studi Matematika
[2] [3]Dosen Program Studi Matematika

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52 – 60 Salatiga 50711
Email : frangky_masipupu@yahoo.com

Abstrak

Pengendalian kualitas memiliki peran penting dalam memastikan bahwa barang atau jasa dapat dihasilkan dengan baik, pada makalah ini akan dibahas mengenai grafik pengendali berdasar boxplot bivariat. Boxplot dua dimensi terdiri dari sepasang jajar genjang yang berorientasi pada suatu arah garis lurus, elemen dasar dari bentuk grafiknya yaitu bagian dalam kotak segi empat memuat 50% data dan titik median, sedangkan kotak luar yang memisahkan data pencilan (*outlier*). Penelitian ini akan menggunakan data karakteristis O_3 dan TBD (Turbiditas) dari sebuah perusahaan "Y" di bidang air minum kemasan, dengan salah satu produknya yaitu air mineral kemasan galon 19L merk "X". Berdasarkan data dan menggunakan grafik pengendali berdasar boxplot bivariat dengan pengali 1 maka terdapat 106 titik pencilan dari 172 titik sampel, jika digunakan pengali 3 hanya terdapat 9 titik pencilan sedangkan dengan menggunakan pengali 5 tidak ditemukan titik yang *out of control*. Hasil simulasi dengan lebar pengali p =1, 3 dan 5 dengan mengambil n=10000 dan ρ berkisar antara -0.9 sampai 0.9 memperlihatkan bahwa semakin besar batas pengendali maka semakin kecil pula titik yang *out of control.*

Kata kunci : boxplot bivariat, pencilan (*outlier*), grafik pengendali berdasar boxplot bivariat. pengali (1, 3, dan 5)

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Seiring dengan tingkat kebutuhan manusia yang semakin meningkat maka sangat dibutuhkan suatu kualitas dari suatu barang dan jasa yang sangat murah dan terjangkau untuk memberikan kepuasan pada konsumen. Mengingat pentingnya peranan kualitas produk dalam perusahaan maka pengendalian kualitas sangatlah dibutuhkan dalam suatu proses produksi untuk menjaga kestabilan kualitas. Kepuasan konsumen terhadap produk diharapkan dapat meningkatkan volume penjualan produk dan akhirnya berpengaruh pada keuntungan perusahaan. Oleh karena itu, masalah kualitas menjadi hal yang penting dan perlu mendapat perhatian perusahaan.

 ISBN : 978-979-16353-8-7

Pengendalian kualitas merupakan bagian dari statistika yang mempelajari alat, teknik atau prosedur yang digunakan untuk menggambarkan atau mendeskripsikan kumpulan data atau hasil pengamatan. Data yang dikumpulkan tersebut perlu disajikan supaya mudah dimengerti, menarik, komunikatif, dan informatif bagi pihak lain. Teknik yang akan dibahas disini meliputi ukuran gejala pusat, ukuran keragaman, penyajian dalam bentuk tabel dan grafik. Pada Masipupu (2012), telah dibahas mengenai grafik pengendali berdasarkan boxplot univariat. Dalam makalah ini akan dibahas bagaimana mengkonstruksikan grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat yang merupakan perluasan dari boxplot univariat.

DASAR TEORI

Rentang (range)

Rentang merupakan salah satu ukuran variasi yang paling sederhana yaitu selisih dari data terbesar dan data terkecil, dengan rumus perhitungan:

$$\text{Rentang} = \text{Data terbesar} - \text{Data terkecil}$$

Semakin kecil rentang maka data semakin homogen. Sebaliknya, makin besar rentang maka datanya semakin heterogen. Ukuran ini sangat sensitif terhadap angka ekstrem, misalnya data 2, 3, 4, 5, dan 8 mempunyai rentang 6, tetapi jika angka 8 diganti dengan 50 maka rentangnya berubah drastis menjadi 48.

Outlier

Data pencilan (*outlier*) adalah pengamatan yang tidak mengikuti sebagian besar pola dan terletak jauh dari pusat data. Tidak jarang ditemukan satu atau beberapa data yang jauh dari pola kumpulan data keseluruhan. Karena dalam suatu pengamatan terhadap suatu keadaan tidak menutup kemungkinan diperoleh suatu nilai pengamatan yang berbeda dengan nilai pengamatan lainnya. Hal ini mungkin disebabkan oleh kesalahan pada saat persiapan data atau terdapat peristiwa yang ekstrim yang mempengaruhi data.

Inter Quartile Range (IQR)

Kuartil adalah nilai-nilai yang membagi segugus data pengamatan menjadi 4 bagian sama besar. Nilai-nilai itu, yang dilambangkan dengan Q_1, Q_2, dan Q_3, mempunyai sifat bahwa 25% data jatuh di bawah Q_1, 50% dibawah Q_2, dan 75% di bawah Q_3. IQR didefinisikan sebagai rentang (interval) yang didalamnya tercakup 50 persen data yang berada di tengah tengah distribusinya, atau :

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

IQR dapat digunakan pada boxplot bivariat yang akan dijelaskan pada bagian berikutnya.

Boxplot bivariat

Boxplot merupakan teknik grafis yang dikembangkan oleh Tukey dan sering digunakan untuk analisis data eksplorasi. Grafik ini secara umum mengurangi penyajian data mentah yang terperinci pada grafik sehingga efektif untuk ukuran data yang relatif lebih besar, serta memvisualisasikannya dalam bentuk lain tanpa kehilangan berbagai informasi statistika deskriptif yang meliputi lokasi distribusi, sebaran, bentuk, panjang ekor kurva distribusi, dan data ekstrem. Median dan kuartil pada boxplot bivariat digunakan sebagai ukuran gejala pemusatan dan sebaran karena statistik tersebut relatif tidak dipengaruhi (resistensi) oleh data ektrem. Statistik dikatakan resisten jika ralatif tidak dipengaruhi data ekstrem atau *outlier* dan perubahan hanya terjadi jika terjadi penggantian data pada sejumlah proporsi tertentu dari kumpulan data awal.

Boxplot bivariat bisa dibuat relatif mudah secara manual atau dengan bantuan program komputer statistika. Karakteristik dasar dari boxplot bivariat yaitu terdiri dari sepasang jajar genjang yang berorientasi searah dengan garis regresi, komponen utama dari kotak bagian dalam memuat 50% data proyeksi dan median, sedangkan untuk kotak luar yang memisahkan data pencilan (*outlier*). Berikut adalah cara mengkonstruksikan boxplot bivariat.

1. ***Pengepasan Garis Tukey***

   Misalkan diberikan data, (x_i, y_i), $i = 1, 2, ..., n$, yang diasumsikan nilai x_i telah terurut sehingga mempunyai sifat $x_1 < x_2 < ... < x_n$. Data tersebut dipisahkan menjadi 3 kelompok saling lepas dengan jumlah data di dalamnya relatif sama yaitu masing-masing sepertiga bagian, sebut kelompok yang dibentuk B, C dan T jadi jika $(x_i, y_i) \in$ B, $(x_j, y_j) \in$ C dan $(x_j, y_j) \in$ T , maka $x_i < x_j < x_k$. Misalkan pula :

   $$x_B = \text{median } \{ x_i \mid (x_i, y_i) \in B\}$$
   $$y_B = \text{median } \{ y_i \mid (x_i, y_i) \in B\}$$
   $$x_T = \text{median } \{ x_i \mid (x_k, y_k) \in B\}$$
   $$y_T = \text{median } \{ y_k \mid (x_k, y_k) \in B\}.$$

   Garis Tukey adalah garis lurus $\hat{y} = a + bx$ yang menghubungkan kedua titik (x_T,y_T) dan (x_B, y_B), jadi garis Tukey memiliki kemiringan $b = \dfrac{y_T - y_B}{x_T - x_B}$ dan memotong sumbu y (*intercept*) di $(0,a)$ dengan $a = median[y_i - bx_i | i = 1, 2, ..., n]$.

2. ***Penentuan garis-garis kuartil dan pagar yang sejajar sumbu y berdasarkan { x_i | i=1, 2, ..., n}***

   Misalkan $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ adalah hasil proyeksi dari titik (x_i,y_i) ke garis Tukey $\hat{y} = a + bx$. Garis-garis kuartil didefinisikan sebagai $x = Q_{x(1)}$ dan $x = Q_{x(3)}$ dengan $Q_{x(1)}$ dan $Q_{x(3)}$ masing-masing adalah kuartil bawah dan kuartil atas nilai-nilai $\tilde{x}_i$, $i = 1, 2, ..., n$. Sedangkan kedua pagar didefinisi oleh $x = Q_{x(3)} + p\,D$ dan $x = Q_{x(1)} - p\,D$ dengan D adalah IQR (*Inter Quartile Range*) dari x_i dan

ISBN : 978-979-16353-8-7

p adalah pengali untuk menentukan lebar pagar pembatas dari grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat Tongkumchum (2004).

3. Penentuan garis-garis kuartil dan pagar-pagar yang sejajar garis Tukey berdasarkan residu/sisa.

Residual atau sisa e_i didefinisikan sebagai $e_i = y_i - \hat{y} = y_i - a - bx_i \quad , i = 1, 2, ..., n$. Memisalkan $Q_{e(j)}$ adalah kuartil ke j dan D^* menyatakan IQR (*Inter Quartile Range*), maka kedua garis kuartil berdasarkan sisa didefinisikan oleh $\hat{y} = a + bx - 0.5D^*$ dan $\hat{y} = a + bx + 0.5D^*$. Sedangkan pagar-pagar pembatas yaitu $\hat{y} = a + bx - p\,D^*$ dan $\hat{y} = a + bx + p\,D^*$ dengan menggunakan pengali p = 1.

4. Merapikan

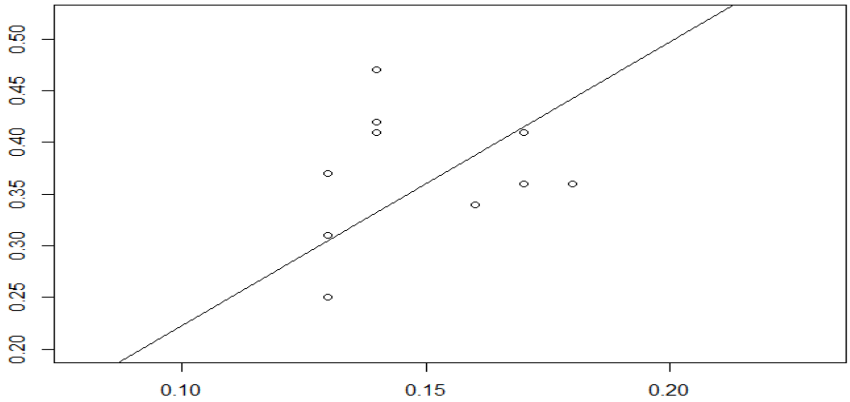
Cara merapikan boxplot bivariat yaitu dengan menghapus sebagian garis yang tidak dibutuhkan sehingga dapat diperoleh sepasang jajaran genjang. Cara menghapus garis pembatas tersebut dilakukan dengan menentukan koordinat (x, y) dari batas-batas yang dapat dicari seperti pada langka 1, 2 dan 3. Komponen utama dari boxplot bivariat adalah kotak dalam, kotak luar sebuah titik median dan *outliers*.

Contoh penggunaan grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat

Misalkan dimiliki 10 titik data yaitu {(0.18 ,0.36), (0.13, 0.25), (0.16, 0.34), (0.17 0.36),
(0.13 0.37), (0.14 0.47), (0.14 0.41), (0.17 0.41), (0.14 0.42), (0.13 0.31)}. Dari 10 titik data tersebut dibagi menjadi 3 bagian yaitu bagian pertama terdiri dari 3 titik data , bagian kedua 4 titik data dan bagian ketiga 3 titik data untuk menentukan titik data (x_B, y_B) dan (x_T, y_T), dengan menghitung median dari ujung kiri dan kanan dari data yang telah dibagi maka diperoleh titik-titik berturut-turut yaitu (0.13, 0.31) dan (0.17, 0.42) sehingga diperoleh garis yang ada pada Tukey pada Gambar 1 dengan $b = (y_T - y_B)/(x_T - x_B)$ dan $a = \text{median}\{ y_i - b\, x_i\}$
diperoleh persaman :

$$\hat{y} = a + bx = -0.0525 + 2.75\text{ x}$$

dengan a = intersep, b = kemiringan, x = variabel.



Gambar 1. Garis Tukey $\hat{y} = a + bx$ dari 10 titik sampel dalam data

Berikutnya dengan mengingat $(\tilde{x}, \tilde{y})$ adalah hasil proyeksi dari data (x_i, y_i) ke garis $\hat{y} = a + bx$ dengan mendefinisikan $Q_{(xj)}$ adalah kuartil x_i, maka seperti yang ada pada Gambar 2 diperoleh batas garis yang sejajar dengan sumbu y diantaranya :

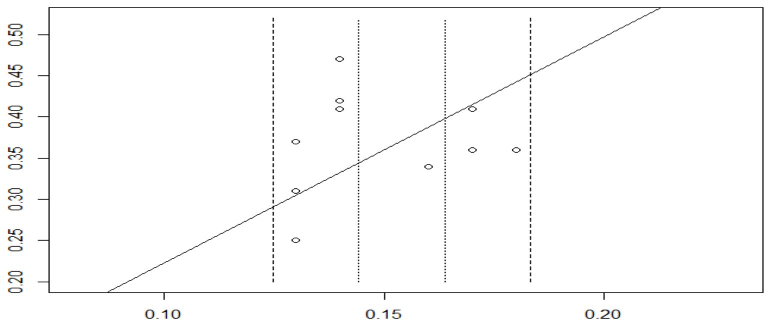
$$x = Q_1 = 0.1442,$$

$$x = Q_3 = 0.1637,$$

$$x = Q_{x3} + pD = 0.1832\,,$$

$$x = Q_{x1} - pD = 0.1247$$

dengan D =0.0195 dan p = 1.



Gambar 2. *Garis kuartil data x_i, yang sejajar dengan sumbu y dari 10 titik data.*

Selanjutnya dengan mendefinisikan $e_i = y_i - \hat{y} = y_i - (a+bx_i)$ dan D* adalah nilai IQR yang baru maka seperti yang ada pada Gambar 3, akan didapatkan persamaan garis yang sejajar dengan garis Tukey diantaranya:

 ISBN : 978-979-16353-8-7

$\hat{y} = a + bx - 0.5D^* = -0.0525 + 2.75x - 0.031875, = -0.084375 + 2.75x,$

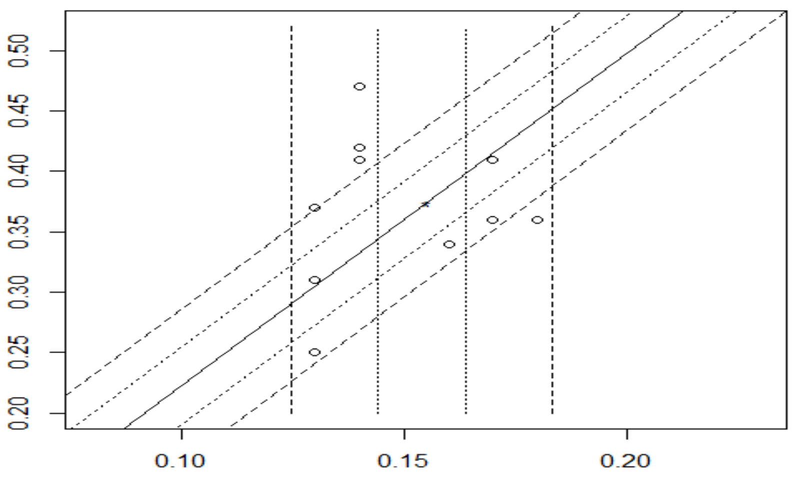
$\hat{y} = a + bx + 0.5D^* = -0.0525 + 2.75x + 0.031875 = -0.020625 + 2.75x,$

$\hat{y} = a + bx - pD^* = -0.0525 + 2.75x - 0.06375 = -0.11625 + 2.75x,$

$\hat{y} = a + bx + pD^* = -0.0525 + 2.75x + 0.06375 = 0.01125 + 2.75x,$

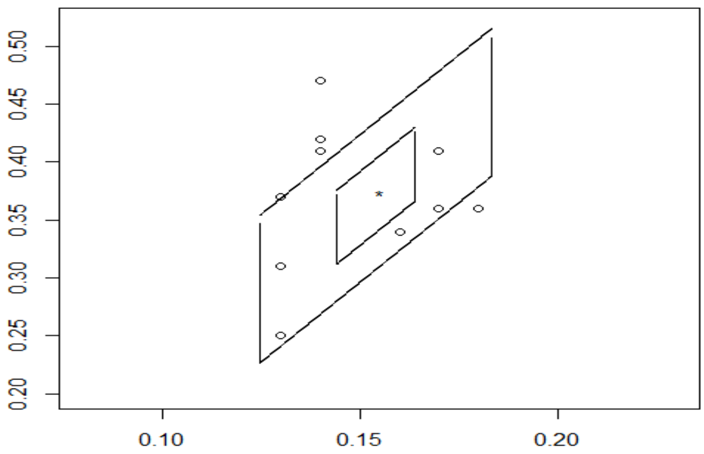
disini

$0.5D^* = 0.031875,\ D^* = 0.06375.$ dan $P = 1.$



Gambar 3. *Paga dan garis kuartil yang sejajar dengan garistukey dari 10 titik da*

Gambar 4 adalah boxplot bivariat dari 10 titik data, dengan menghapus sebagian garis yang tidak dibutuhkan dengan komponen utama seperti yang telah dijelaskan pada langkah ke 4 dari dasar teori. Dari hasil analisis 10 titik data tersebut terdapat 5 data pencilan (*outlier*) sedangkan titik median yang terlihat di dalam kotak kecil dari boxplot bivariat terdapat pada koordinat (0.15500 , 0.37375).



Gambar 4. *Grafik pengendali berdasarkan boxplot dari 10 titik data.*

METODE PENELITIAN

Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari perusahan untuk air minum galon 19L merk ”X” khususnya data tentang kandungan O_3 dan Turbiditas (TBD) dalam air pada lampiran yang dicatat mulai 01 Januari – 28 Februari 2010 sebanyak 172 titik sampel sebagai salah satu variabel yang akan diuji kualitasnya. Berdasarkan data dikonstruksikan grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat untuk menentukan pencilan (*outlier*) titik sampel yang *out of control.*

Analisis Data

Untuk membantu dalam analisis data digunakan paket program R 2.15.1 antara lain untuk menentukan batas-batas nilai pengali serta menggambarkan grafik. Data yang digunakan adalah data hasil uji produk gallon merek “X” dengan mengambil variabel kandungan O_3 dan Turbiditas (TBD) .

1. Melakukan uji statistik masing-masing dari kedua data.
2. Berdasarkan data dilakukan grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat .
3. Melakukan studi simulasi dengan cara membangkitkan data berdistribusi normal dari data kandungan O_3 dan TBD dengan mean (0.1441279, 0.1752907) dan matriks kovariansi yaitu

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0003717496 & 0.0001294948 \\ 0.0001294948 & 0.0124414355 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \rho \sigma_2 \\ \sigma_1 \rho \sigma_2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0003717496 & 0.0001294948 \\ 0.0001294948 & 0.0124414355 \end{bmatrix}$$

 ISBN : 978-979-16353-8-7

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\rho\sigma_2 \\ \sigma_1\rho\sigma_2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0003717496 & 0.0001294948 \\ 0.0001294948 & 0.0124414355 \end{bmatrix}$$

dengan σ_1 = 0.0003717496, σ_2 = 0.0124414355 dan ρ = 0.0602132.

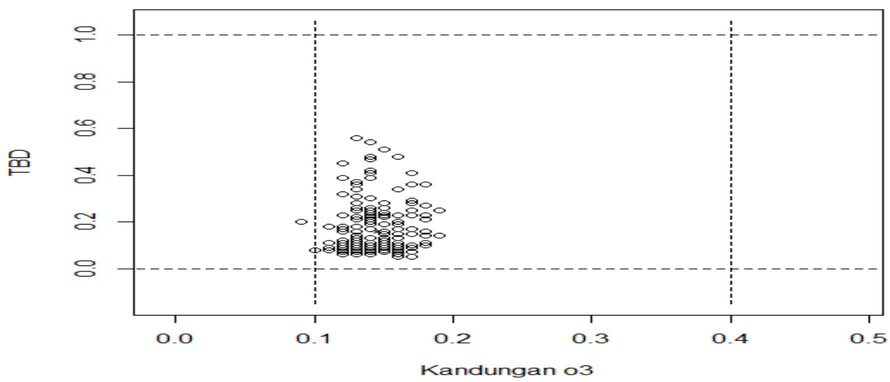
Dalam studi simulasi digunakan matriks kovariansi yang mempunyai mean yang sama dengan (0.1441279, 0.1752907) dan matriks kovariansi

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\rho\sigma_2 \\ \sigma_1\rho\sigma_2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix}$$

dengan σ_1 = 0.0003717496 , σ_2 = 0.0124414355 dan nilai ρ yang telah ditentukan berkisar dari -0.9, -0.8, -0.7, -0.6, ..., 0.7, 0.8, 0.9. Dengan menggunakan lebar pengali p pada langkah 2 dan 3 boxplot bivariat digunakan p = 1, p = 3 dan p =5 untuk menentukan titik yang *out of control*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Perusahaan *"Y"* memiliki standar nilai kandungan O_3 dan TBD dalam setiap produksi air mineral galon 19L, untuk kandungan O_3 berkisar antara 0,1– 0,4 sedang untuk Turbiditas (TBD) maksimal 1 dari kadar yang telah ditentukan. Dari data memperlihatkan bahwa terdapat 1 titik yang *out of control* untuk standar yang ditetapkan oleh perusahaan. Gambar 2 menunjukan grafik data berdasarkan standard yang telah diberikan perusahaan.



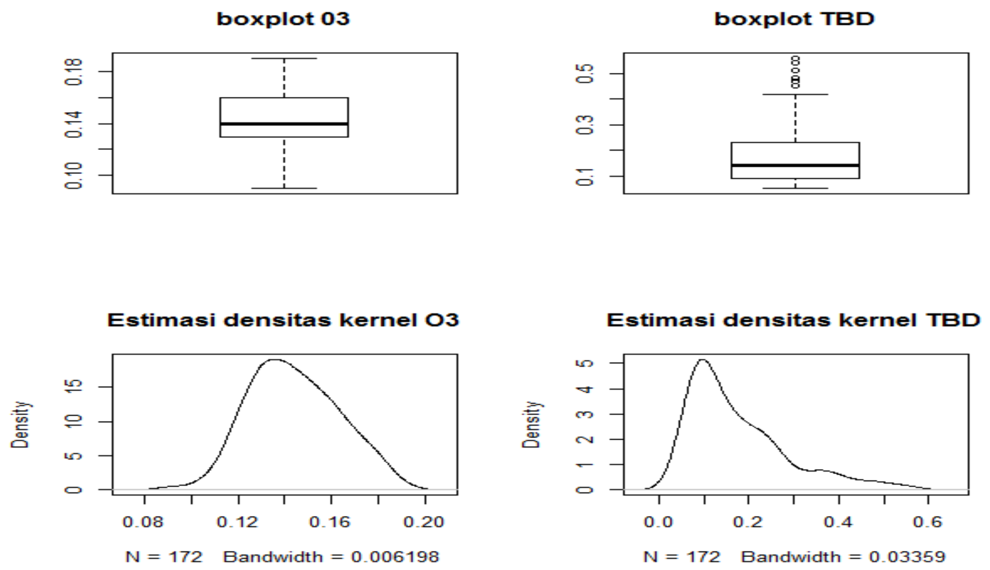
Gambar 2. *Batas gambaran data yang telah diberikan perusahaan.*

Berdasarkan data diperoleh statistik yang dinyatakan dalam Tabel 1. Di samping itu boxplot dan estimasi densitas kernel univariat untuk masing-masing karakteristik dapat dinyatakan pada Gambar 3. Terlihat bahwa karakteristik kedua data kandungan TBD dan O_3, memiliki penyebaran data yang berbeda hal ini disebabkan karena koefisiensi variasi karakteristik kedua data tersebut berbeda.

Tabel 1 *Statistik Deskriptif karakteristik data kandungan O_3 dan TBD.*

 ISBN : 978-979-16353-8-7

Statistik	O_3	TBD
Minimum	0.0900	0.0500
Kuarti l	0.1300	0.0900
Median	0.1400	0.1400
Mean	0.1441	0.1753
Kuartil 3	0.1600	0.2300
Maksimum	0.1900	0.5600



Gambar 3. *Boxplot dan Estimasi densitas kernel untuk data kandungan O_3 dan TBD.*

Seperti yang telah dipaparkan pada teori sebelumnya, untuk menghitung boxplot bivariat terutama kita mencari garis Tukey yaitu $\hat{y} = a + bx$ dengan a= -0.705 adalah observasi, dengan kemiringan dan b = 6 maka kita peroleh persamaan garis yang disebut garis Tukey :

$$\hat{y} = -0.705 + 6x.$$

Kemudian untuk mencari batas pengendali yang sejajar dengan sumbu y maka dicari nilai kuarti yaitu Q_1 dan Q_3 dan juga nilai jangkauan atau yang disebut $IQR=D$ supaya dapat mengetahui batas pengendali sehingga diperoleh:

$$x= Q_1=0.1346,\ x_2 = Q_3,= 0.1531 \text{ dan } IQR=D= 0.0185.$$

Dari hasil perhitungan nilai kuarti Q_1, Q_3 dan IQR dengan p =1 maka dapat ditentukan batas atas dan bawa grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat yang sejajar dengan sumbu y masing-masing yaitu untuk batas atas:

$$x= Q_3 +p\ D=0.1531 + 0.0185= 0.1716$$

sedangkan batas bawah :

$$x=Q_1- pD =0.1346 - 0.0185 = 0.1161.$$

Yang terakhir yaitu mencari persamaan garis batas pengendali yang sejajar dengan garis Tukey, untuk mencari batas-batas pagar pengendali tersebut maka kita harus mempunyai jangkauan (*Interquartile Range*) yang baru yaitu : IQR=D* = 0.1 dan 0.5 IQR= 0.5D*=0.05, dengan mengetahui nilai a = -0.705 dan kemiringan b=6 maka persamaan garis bagian dalam yang sejajar dengan garis Tukey yaitu:

$$\hat{y} = a + bx - 0.5D^* = -0.705 + 6x - 0.05 = -0.755 + 6\text{x}$$

dan

$$\hat{y} = a + bx + 0.5D^* = -0.705 + 6x + 0.05 = -0.655 + 6\text{x}$$

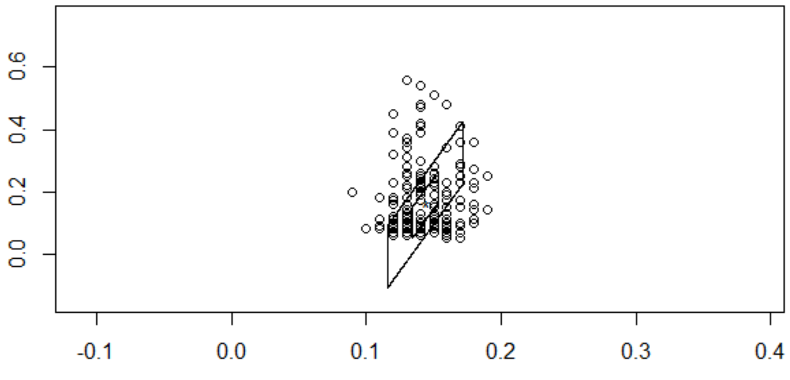
sedangkan persamaan garis dengan p =1 pagar pembatas atas dan bawah atau pagar luar yang sejajar dengan garis Tukey diantaranya

$$\hat{y} = a+bx - pD^* = -0.705 + 6x - 0.1 = -0.805+6x$$

dan

$$\hat{y} = a + bx + pD^* = -0.705 + 6x + 0.1 = -0.605+6x$$

Gambar 4 memperlihatkan hasil boxplot bivariat dari data kandungan O_3 dan Turbiditas (TBD) dari hasil analisis data terdapat 106 pencilan (*outlier*) sedangkan titik median berada pada koordinat (0.1445833, 0.1625000) dari data kandungan O_3 dan TBD.



Gambar 4.*Grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat dari data kandungan O_3 dan Turbidita (TBD).*

Untuk merubah batas pagar grafik pengendali berdasar boxplot bivariat, diantaranya dengan merubah batas pengali, dalam grafik pengendali berdas boxplot bivariat berikut, dipakai lebar pengali p = 5 halini bertujuan untuk dapat membandingkan dan juga dapat menyimpulkan nilai titik-titik yang *out of control* dari data kandungan O_3 dan TBD pada grafik pengendali berdasar boxplot, berikut adalah hasil pengolahan dengan lebar pengali
p = 5 :

 ISBN : 978-979-16353-8-7

Garis Tukey $\hat{y} = a + bx$ dengan intersep a= -0.705 dan kemiringan b = 6 maka:

$$\hat{y} = -0.705 + 6x.$$

Menghitung batas atas dan bawah dengan nilai *IQR* maka diperoleh :

$$x= Q_1=0.1346,\ x = Q_3,= 0.1531 \text{ dan } D= 0.0185.$$

Selanjutnya dihitung pagar pembatas yang sejajar dengan sumbu y dengan menggunakan
p = 5 maka diperoleh batas atas:

$$x= Q_3 +p\, D=0.1531 + 0.0925 = 0.2456$$

sedangkan batas bawah:

$$x = Q_1\text{-}\ pD =0.1346 - 0.0925= 0.0421.$$

kemudian mencari persamaan garis yang sejajar dengan garis Tukey dengan mengetahui IQR=D*= 0.1 dan 0.5 IQR= 0.5D*=0.05 dengan intersep a=-0.705 dan kemiringan b = 6, maka batas atas dan bawah bagian dalam dari grafik pengendali berdasar boxplot bifariat:

$$\hat{y} = a + bx - 0.5D^* = -0.705 + 6x - 0.05 = \text{-}0.755 + 6\text{x}$$

dan

$$\hat{y} = a + bx + 0.5D^* = -0.705 + 6x + 0.05 = \text{-}\ 0.655 + 6\text{x}.$$

Sedangkan persamaan garis dengan menggunakan p = 5 dari pagar pembatas atas dan bawah atau pagar luar yang sejajar dengan garis Tukey diperoleh:

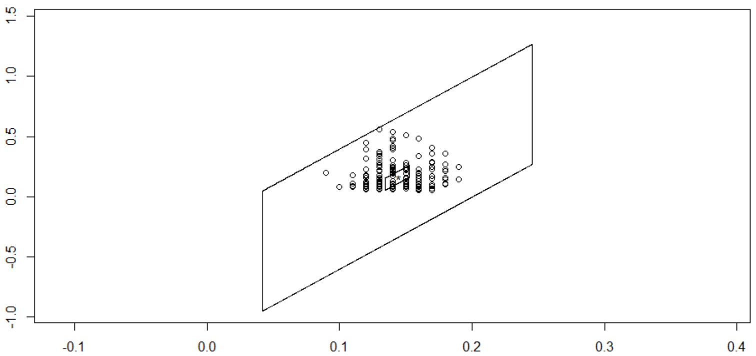
$$\hat{y} = a+bx - pD^* = -0.705+ 6x - 0.5= -1.205 +6x$$

dan

$$\hat{y} = a+ bx + pD^* = -0.705 + 6x + 0.5= -0.205 + 6x.$$

Gambar 5 memperlihatkan gambaran hasil boxplot bivariat dari data kandungan O_3 dan Turbiditas (TBD) dengan lebar pengali p = 5, dari hasil analisa data tidak terdapat pencilan (*outlier*) sedangkan titik median berada pada koordinat (0.1445833, 0.1625000) dari data kandungan O_3 dan TBD.

 ISBN : 978-979-16353-8-7



Gambar 5. *Grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat dari data kandungan O_3 dan Turbiditas(TBD) danengan menggunakan lebar pengali p=5*

Studi simulasi dilakukan dengan mengambil nilai ρ yang berkisar antara -0.9 sampai 0.9 pada distribusi normal bivariat dengan mean dan kovariansi dari matrix yang di dapat dari data kandungan O_3 dan TBD selanjutnya membangkitkan data berdistribusi nomar dengan membangkitkan data sampel ukuran *n* =10.000 dengan mengambil lebar pengali 1, 3 dan 5. Dapat dilihat prosentase titik sampel yang *out of statistical control* pada Tabel 2, dengan masing lebar pengali dengan nilai ρ yang telah ditentukan. Dari hasil simulasi, dapat disimpulkan bahwa semakin besar batas pengendali maka semakin sedikit titik yang di luar kontrol.

Tabe 2. *Prosentase titik yang out of statistical control untuk data berdistribusi normal.*

n=10.000			
ρ	$p = 1$	$p = 3$	$p = 5$
0.9	0.6302	0.0461	0.0006
0.8	0.6397	0.0437	0.0003
0.7	0.6775	0.0427	0.0002
0.6	0.6041	0.0431	0.0006
0.5	0.6521	0.0442	0.0005
0.4	0.6109	0.0445	0.0006
0.3	0.654	0.0398	0.0004
0.2	0.6312	0.0422	0.0009
0.1	0.6955	0.0402	0.0009
0.0	0.6346	0.046	0.0007
0.1	0.6259	0.0469	0.0008
0.2	0.6071	0.0416	0.0013
0.3	0.6791	0.0472	0.0003
0.4	0.6079	0.044	0.0011
0.5	0.621	0.0451	0.0009
0.6	0.6729	0.0454	0.0009
0.7	0.6453	0.0462	0.0011
0.8	0.604	0.0465	0.0011
0.9	0.6129	0.0479	0.0009

Dari hasil analisis di atas, grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat telah diperlihatkan bahwa pada Gambar 1 hanya terdapat 1 titik yang di luar kontrol. Pada Gambar 3 dan Tabel 1 merupakan statistik deskriptif data kandungan TBD lebih menyebar dibandingkan data kandungan O_3. Kemudian Gambar 4 memperlihatkan titik median berada pada koordinat (0.1445833, 0.1625000) dan terdapat 106 titik pencilan (*outlier*). Dengan menggunakan pengali p = 5 diperoleh Gambar 5 dan tidak ada pencilan (*outlier*) dengan median yang sama. Selanjutnya, berdasarkan hasil simulasi pada Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa semakin lebar batas pengali, semakin sedikit titik yang ada di luar kontrol.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas dapat disimpulkan beberapa hal mengenai grafik pengendali berdasar boxplot bivariat :

1. Berdasarkan gambaran batas data yang telah ditentukan perusahaan “Y” , grafik pengendali berdasar boxplot bivariat , data kandungan O_3 dan TBD air minum galon 19L merk “X” layak untuk dipasarkan karena berada di dalam kontrol.

2. Grafik pengendali berdasarkan boxplot bivariat pada data kandungan O_3 dan TBD dalam air minum galon 19L merk “X” dari perusahaan “Y” dengan lebar pengali p =1 memiliki batas pengendali masing masing untuk batas pengali yaitu :

   batas atas $x = Q_3 + p\,D$ = 0.1531 + 0.0185= 0.1716 dan bawah $x = Q_1 - pD$ =0.1346 - 0.0185 = 0.1161. sedangkan batas pengali yang sejajar dengan garis Tukey memiliki persamaan garis yaitu $\hat{y} = a+bx - pD^*$ = -0.705+ 6x - 0.1= -0.805+6x dan $\hat{y} = a+ bx + pD^*$ = -0.705 + 6x + 0.1= -0.605+6.

3. Prosentase titik-titik yang di luar kontrol bergantung pada lebar pengendali pada grafik pengendali berdasar boxplot bivariat dan distribusi sampel yang menjadi asal populasi.

DAFTAR PUSTAKA

Harinaldi. 2005. *Prinsip-prinsip Statistik untuk teknik dan sains* : Fakultas Teknik Universitas Indonesia

Masipupu F., Adi Setiawan, Bambang Susanto. Grafik pengendali berdasarkan boxplot, 2012 *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*: *UKSW Salatiga 21-22 September 2012*

Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik.* Yogyakarta : Gadjah Mada University Press

Soemartini. 2007. (Artikel) *Pencilan (Outlier).* Jatinangor : Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Padjadjaran.

Tongkumchum P. 2004. Two-dimensional box plot, *Songklanakarin J. Sci. Technol*., 2005, 27(4) : 859-866