Penerapan Aljabar Dalam Teknik Menghitung Perkalian Dua Bilangan

Oleh :
Musthofa
mtofa99@yahoo.co.id
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Teknik menghitung perkalian dua bilangan yang terkenal dan diajarkan hampir disetiap sekolah adalah cara bersusun. Cara ini bukanlah cara satu-satunya karena sekarang sudah dikembangkan beberapa teknik yang lain untuk menghitung perkalian dua bilangan, seperti jarimatika dan menggunakan bilangan rujukan. Teknik – teknik tersebut sebenarnya mempunyai kesamaan, yaitu penggunaan aljabar $(a + b)(a + c) = a^2 + ab + ac + bc$. Menghitung perkalian dua bilangan mengunakan teknik - teknik tersebut merupakan cara alternatif dan kadang-kadang lebit cepat dari cara yang biasa. Dengan mempelajari teknik-teknik tersebut secara aljabar diharapkan muncul teknik-teknik baru yang lebih cepat dan menyenangkan.

Kata kunci : Sifat aljabar, jarimatika, bilangan rujukan.

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Kadang – kadang kita dihadapkan pada masalah perhitungan-perhitungan sederhana yang membutuhkan perhitungan di luar kepala (tanpa alat hitung), seperti ketika berbelanja. Misalnya kita membeli 4 ballpoint @ Rp 1.250,00, 2 buku tulis @Rp. 4.750,00 dan 3 bungkus makanan ringan @ Rp. 3.900,00. Tentu kita ingin memperkirakan berapa banyak uang yang akan kita bayarkan. Sehingga kita memerlukan teknik menghitung yang lebih mudah dan cepat.

Teknik menghitung perkalian dua bilangan yang sudah lama dikenal adalah cara bersusun. Misalnya akan dicari hasil dari 12 × 13. Langkah yang dilakukan adalah

1. Mengalikan 12 dengan 3
2. Mengalikan 12 dengan 10
3. Menjumlahkan hasil pada langkah 1 dan langkah 2.

Langkah – langkah di atas dapat dituliskan sebagai :

$$12 \times 13 = \begin{array}{r} 12 \\ 13 \\ \hline 36 \\ 12 \\ \hline 156 \end{array}$$

Dipresentasikan dalam **Seminar Nasional Aljabar, Pengajaran Dan Terapannya** dengan tema **Kontribusi Aljabar dalam Upaya Meningkatkan Kualitas Penelitian dan Pembelajaran Matematika untuk Mencapai World Class University** yang diselenggarakan oleh Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 31 Januari 2009

Menggunakan teknik di atas untuk menghitung perkalian bilangan yang terdiri atas beberapa angka, misalnya 101 × 103 memerlukan langkah yang lebih banyak. Sehingga beberapa teknik yang lain dikembangkan untuk menghitung perkalian dua bilangan dengan langkah yang lebih sederhana ataupun untuk memperoleh hasil yang lebih cepat.

Menghitung perkalian dua bilangan dengan jari (jarimatika) dan menggunakan bilangan rujukan merupakan cara alternatif yang mungkin lebih menarik dibandingkan dengan teknik bersusun yang sudah dikenal selama ini. Pengembangan teknik-teknik tersebut tentu saja tidak lepas dari penggunaan sifat dan bentuk aljabar. Dalam teknik bersusun di atas, sifat/bentuk aljabar yang digunakan adalah $a (b + c) = ab + ac$.

2. Rumusan Masalah

a. Bagaimana menghitung perkalian dua bilangan dengan teknik jarimatika dan menggunakan bilangan rujukan?

b. Bagaimana penjelasan secara aljabar menghitung perkalian dua bilangan dengan teknik-teknik tersebut?

3. Tujuan

a. Mempelajari teknik menghitung perkalian dua bilangan dengan teknik jarimatika dan menggunakan bilangan rujukan.

b. Mengetahui dan membandingkan secara aljabar penggunaan teknik-teknik tersebut.

4. Manfaat

Dengan mempelajari teknik jarimatika dan menggunakan bilangan rujukan untuk menghitung perkalian dua bilangan secara aljabar maka dapat diketahui persamaan dan perbedaaan kedua teknik tersebut, sehingga diharapkan muncul teknik- teknik baru yang lebih cepat ataupun lebih menyenangkan.

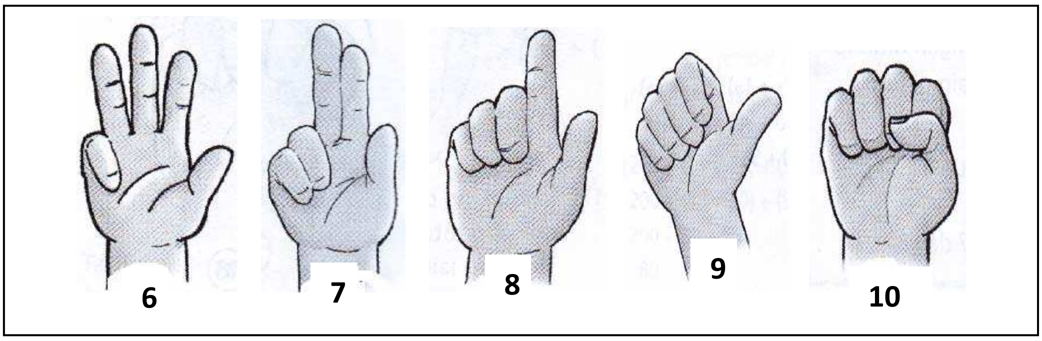
B. PEMBAHASAN

1. Jarimatika

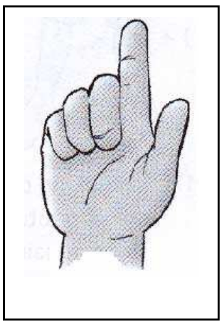
Jarimatika merupakan teknik menghitung dengan memakai jari tangan yang dikembangkan oleh Septi Peni Wulandani. Teknik ini sangat menarik, karena kita bisa menghitung penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian (pada bilangan bulat) sambil bermain-main dengan jari tangan kita.

Pada waktu kita duduk di bangku sekolah dasar, mungkin kita sudah mengenal bagaimana cara menghitung perkalian 7 × 8 dengan jari tangan. Tetapi mungkin beberapa diantara kita ataupun bahkan para guru/pengajar, belum tahu bagaimana menghitung perkalian bilangan yang lebih besar dengan jari tangan.

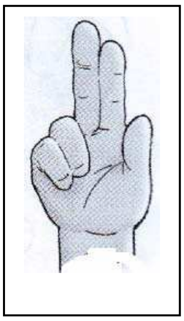
Sebagai langkah awal kita mengingat kembali cara mengalikan bilangan-bilangan bulat 6 – 10. Perhatikan ilustrasi berikut :



Misalkan kita ingin menghitung 8 × 7, caranya adalah sebagai berikut :



×



=

10 (jumlah jari yang di tutup)

+

Hasil kali jari yang dibuka

Diperoleh : 8 × 7 = 10 (3+2) + 3 × 2 = 50 + 6 = 56.

Untuk mempermudah teknik perhitungan, jumlah jari yang ditutup bernilai puluhan dan hasil kali jari yang dibuka bernilai satuan, sehingga perkalian dengan 10

ISBN : 978-979-16353-2-5

bisa dihilangkan. Mengapa teknik ini bisa digunakan ? Perhatikan sifat perkalian secara aljabar sebagai berikut :

$$\begin{aligned}(a+b)(a+c) &= a^2 + ab + ac + bc \\ &= 2a(b+c) + (a-b)(a-c)\end{aligned} \qquad (1)$$

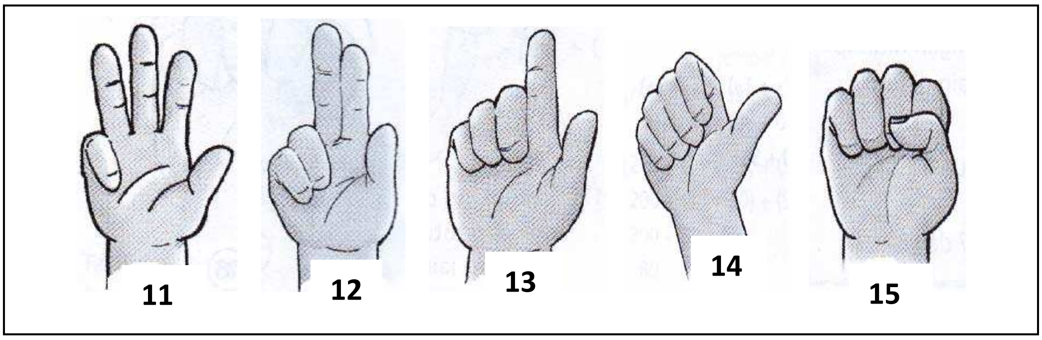
Berdasarkan rumus (1) di atas, jika $a = 5$ dan b,c ≤ 5, maka :

- $2a = 10$
- $b + c$ menunjukkan jumlah jari yang ditutup
- $(a - b)(a - c)$ menunjukkan hasil kali jari yang dibuka

Selanjutnya bagaimana menentukan rumus untuk menghitung bilangan-bilangan yang lebih besar ? . Misalnya kita ingin menghitung 12 × 13. Dengan menggunakan rumus (1) di atas, kita akan mendapatkan :

$$\begin{aligned}(10 + b)(10 + c) &= 2 \cdot 10(b + c) + (10 - b)(10 - c) \\ &= 20b + 20c + 100 - 10b - 10c + bc \\ &= 100 + 10b + 10c + bc \\ &= 100 + 10(b + c) + bc \qquad (2)\end{aligned}$$

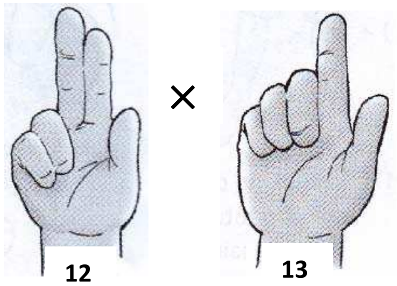
Sehingga untuk menghitung perkalian bilangan bulat 11 – 15, kita bisa menggunakan cara yang hampir sama dengan cara untuk mengalikan bilangan bulat 6 – 10, yaitu :



jika *b,c* ≤ 5, kita peroleh :

- $(b + c)$ menunjukkan jumlah jari yang ditutup
- bc menunjukkan hasil kali satuan bilangan yang dihitung

Sebagai contoh misalnya kita ingin menghitung 12 × 13.



$$= 100 + 10\,(\,2 + 3\,) + 2 \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 100 + 50 + 6$$

$$\Leftrightarrow 156$$

Dengan cara seperti di atas, dapat dikembangkan teknik untuk menghitung perkalian bilangan-bilangan yang lebih besar, misalnya 16 × 18, 46 × 48, ataupun 12 × 23 yang tentu saja lebih rumit.

2. Menggunakan Bilangan Rujukan

Teknik menghitung perkalian dua bilangan menggunakan bilangan rujukan dikembangkan oleh Bill Handley. Teknik ini menggunakan dasar yang hampir sama dengan jarimatika yaitu $(a+b)\,(a+c) = a^2 + ab + ac + bc$, tetapi berbeda dalam membuat pengubahan bentuk secara aljabarnya.

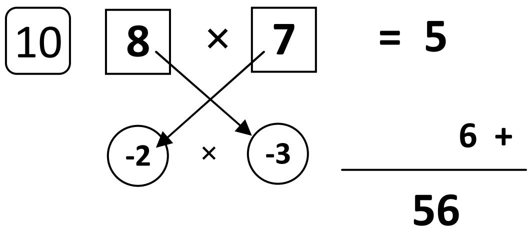
Sebagai contoh kita ingin menghitung 8 × 7. Prosedur untuk menghitungnya adalah sebagai berikut :

1. Bilangan yang dekat dengan 8 dan 7 adalah 10, jadi 10 kita gunakan sebagai bilangan rujukan.
2. 8 – 10 = -2, tulis -2 di bawah 8 dan 7 – 10 = -3 , tulis -3 dibawah 7.
3. Jumlahkan secara diagonal, yaitu 8 + (-3) = 5 = 7 + (-2)
4. Kalikan hasilnya dengan bilangan rujukan, yaitu 10, diperoleh 50
5. Kalikan (-2) dengan (-3) , kemudian tambahkan dengan hasil pada langkah sebelumnya.

   Diperoleh, 8 × 7 = 50 + 6 = 56.

ISBN : 978-979-16353-2-5

Langkah – langkah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :



Secara aljabar, proses di atas dapat kita tuliskan sebagai berikut :

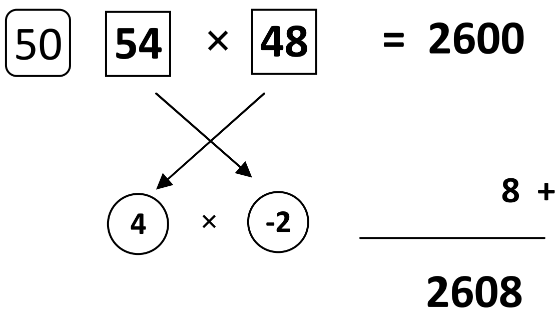
$(a+b)\ (a+c) = a^2 + ab + ac + bc$

$\qquad\qquad = a\ (a + b + c) + bc$

Dalam contoh di atas, a = 10, b = -2, c = -3. Terlihat bahwa :

- a adalah bilangan rujukan
- ($a + b + c$) pejumlahan diagonal
- bc hasil kali bilangan dalam lingkaran

Jadi pada dasarnya bilangan rujukan yang digunakan bisa bermacam-macam, sehingga dipilih yang paling mudah. Misalnya akan dihitung 53 × 48, maka bilangan rujukan yang digunakan adalah karena bilangan tersebut dekat ke 50.



Bilangan rujukan yang digunakan juga boleh berbeda, artinya menggunakan dua bilangan rujukan. Sifat yang digunakan adalah sebagai berikut :

$(a + b)\ (ka + c) \quad = ka^2 + kab + ac + bc$

$\qquad\qquad\qquad\quad = a\ (ka + kb + c) + bc$

Misalnya kita ingin mencari hasil kali 13 × 41. Bilangan rujukan yang digunakan adalah 10 dan 40, sehingga 40 = 4 × 10. Jadi k = 4, a = 10, b = 3, c = 1. Prosesnya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\boxed{10 \times 4} \quad \boxed{13} \times \boxed{41} = \mathbf{53}$$

$$3 \times 1 \qquad \qquad \mathbf{3}\ +$$

$$12 \qquad \qquad \overline{\mathbf{533}}$$

C. KESIMPULAN

1. Teknik jarimatika dan bilangan rujukan mempunyai landasan sifat aljabar yang sama, yaitu (a+b) (a+c) = $a^2 + ab + ac + bc.$

2. Dalam teknik jarimatika bentuk (a+b) (a+c) = $a^2 + ab + ac + bc,$ diuraikan menjadi 2a (b+c) + (a – b) (a – c), sedemikian sehingga $b,c \leq 5$.

3. Dalam teknik menggunakan bilangan rujukan, bentuk (a+b) (a+c) = $a^2 + ab + ac + bc$ diuraikan menjadi = $a\ (\ a + b + c\ ) +\ bc$

4. Penggunaan kedua teknik tersebut dapat mempercepat proses perhitungan, terutama untuk perkalian bilangan- bilangan bulat yang berdekatan.

D. SARAN

Dalam tulisan ini belum dibahas bagaimana jika kedua teknik tersebut digabungkan atau bagaimana jika digabungkan dengan teknik bersusun dan/atau

ISBN : 978-979-16353-2-5

dengan teknik yang lainnya. Sehingga diharapkan dengan penelitian selanjutnya muncul teknik – teknik baru ataupun penggabungan beberapa teknik sehingga menghasilkan cara yang lebih menarik dan inovatif.

E. DAFTAR PUSTAKA

Handley, Bill. 2004. *Matematika Cepat. Terjemahan dari Screet Skills for Quick Calculation Speed Mathematics*. Bandung : Pakar Raya

Wulandani, Septi P. 2007. *Jarimatika Perkalian dan Pembagian*. Jakarta : kawan Pustaka