

Pengujian Autokorelasi terhadap Sisaan Model Spatial Logistik

Utami Dyah Syafitri¹, Bagus Sartono¹, Salamatuttanzil²

Abstrak

Pemodelan dengan basis ruang (spatial) perlu memerhatikan pengaruh antar ruang tersebut. Pemodelan klasik yang mengasumsikan bahwa antar ruang saling bebas menjadi kurang relevan. Pemodelan regresi logistik spatial memasukkan pengaruh spatial ke dalam model regresi logistik dengan harapan bahwa sisaan yang dihasilkan dari model tersebut sudah saling bebas. Tujuan dari penelitian ini adalah melakukan pengujian autokorelasi spatial terhadap sisaan dari model regresi logistik spatial. Uji autokorelasi yang digunakan adalah indeks moran dan indeks geary.

Distribusi desa pada wilayah Kabupaten Bogor dan Kota Bogor berdasarkan status kemiskinannya mempunyai autokorelasi yang positif. Sehingga dalam pemodelan untuk memprediksi apakah desa tersebut miskin atau tidak berdasarkan potensi desanya perlu memperhatikan pengaruh spatial tersebut. Model logistik spatial dengan pendekatan matriks *contiguity* telah mampu mengakomodir pengaruh spatial tersebut. Hal ini ditunjukkan dengan tidak adanya autokorelasi pada sisaan model regresi logistik spatial tersebut.

Kata kunci : regresi logistik spatial, autokorelasi spatial, indeks moran, indeks geary

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Pemodelan dengan basis ruang (spatial) perlu memerhatikan pengaruh antar ruang tersebut. Pemodelan klasik yang mengasumsikan bahwa antar ruang saling bebas menjadi kurang relevan. Pemodelan regresi logistik spatial memasukkan pengaruh spatial ke dalam model regresi logistik dengan harapan bahwa sisaan yang dihasilkan dari model tersebut sudah saling bebas.

Thaib (2008) melakukan penelitian mengenai model regresi logistik spatial dengan pendekatan matriks *contiguity*. Studi kasus yang diambil adalah pendugaan tingkat kemiskinan desa di Kabupaten dan Kota Bogor.

Dalam penelitian tersebut belum dilakukan pengujian apakah sisaan yang dihasilkan dari model regresi logistik tersebut sudah saling bebas (tidak ada autokorelasi spatial). Indeks yang biasa digunakan dalam melihat ada atau tidak autokorelasi spatial adalah indeks moran dan indeks geary. Indeks moran merupakan indikator global sedangkan geary indeks merupakan indikator lokal.

Berdasarkan hal tersebut maka dalam penelitian ini akan dilakukan pengujian autokorelasi spatial terhadap sisaan dari model regresi spatial logistik yang dilakukan oleh Thaib (2008). Studi kasus yang digunakan adalah pendugaan status kemiskinan desa di Kabupaten dan Kodya Bogor.

Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah melakukan pengujian autokorelasi spatial terhadap sisaan model spatial logistik.

TINJAUAN PUSTAKA

Autokorelasi Spasial

Hukum I Geografi berbunyi, '*everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*' (Lee & Wong, 2001). Maksud lainnya adalah segala sesuatu berhubungan satu sama lain, dan sesuatu yang berada lebih dekat mempunyai hubungan yang lebih erat dibandingkan dengan yang berada lebih jauh. Secara umum, data geografis tidak akan saling bebas.

Autokorelasi spasial adalah suatu ukuran kemiripan dari objek di dalam suatu ruang, baik jarak, waktu, ataupun wilayah. Dengan kata lain autokorelasi spasial adalah korelasi antara variabel dengan dirinya sendiri berdasarkan ruang. Adanya autokorelasi spasial mengindikasikan bahwa nilai atribut pada daerah tertentu terkait oleh nilai atribut tersebut pada daerah lain yang letaknya berdekatan (bertetanggaan).

Leombo (2006) menyebutkan jika ada pola yang sistematis dalam sebaran spasial suatu atribut, maka dapat dikatakan bahwa ada autokorelasi spasial dalam atribut tersebut. Jika dalam suatu daerah yang saling berdekatan mempunyai nilai

¹ Diseminarkan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Univeristas Negeri Yogyakarta, 264 Jumat 28 November 2008,

² Staf Pengajar Departemen Statistika FMIPAIPB

³ Mahasiswa Departemen Statistika FMIPA IPB

yang sangat mirip, menunjukkan autokorelasi spasial positif. Jika nilai di daerah yang berdekatan tidak mirip, menunjukkan autokorelasi spasial negatif. Nilai yang acak menunjukkan tidak adanya autokorelasi spasial. Secara visual dapat dilihat pada Gambar 1a s.d Gambar 1c. Konsep dasar dalam analisis autokorelasi spasial untuk data area adalah matriks pembobot spasial.

Gambar 1a. Autokorelasi positif	Gambar 1b. Autokorelasi negatif
Gambar 1c. Tidak ada Autokorelasi	

Matriks Contiguity

Matriks *contiguity* adalah matriks yang menggambarkan hubungan antar daerah, nilai 1 diberikan jika daerah-*i* berdekatan dengan daerah-*j*, sedangkan nilai 0 diberikan jika daerah-*i* tidak berdekatan dengan daerah-*j*. Lee dan Wong (2001) menyebut matriks ini dengan *binary matrix*, dan juga disebut *connectivity matrix*, yang dinotasikan dengan *C*, dan c_{ij} merupakan nilai dalam matriks baris ke-*i* dan kolom ke-*j*. Matriks *C* mempunyai beberapa karakteristik. Pertama, elemen diagonal matriks *C* bernilai 0, karena diasumsikan bahwa suatu daerah tidak berdekatan dengan dirinya sendiri. Kedua, matriks *C* merupakan matriks simetrik, matriks segitiga atas merupakan cermin dari matriks segitiga bawah. Ketiga, jumlah nilai pada baris ke-*i* merupakan jumlah tetangga yang dimiliki oleh daerah ke-*i*. Notasi penjumlahan baris:

$$c_i = \sum c_{ij}$$

Dimana:

- c_i = total nilai baris ke-*i*
- c_{ij} = nilai pada baris ke-*i* kolom ke-*j*

Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial pada dasarnya merupakan matriks *contiguity* yang distandardisasi. Pada matriks contiguity, nilai 1 menunjukkan daerah yang bertetanggaan satu sama lain. Untuk melihat seberapa besar pengaruh masing-masing tetangga terhadap suatu daerah dapat dihitung dari rasio antara nilai pada daerah tertentu dengan total nilai daerah tetangganya. Hasilnya merupakan nilai pembobotan (w_{ij}) untuk setiap kebertetanggaan. Sesuai dengan persamaan :

$$w_{ij} = c_{ij} / c_i$$

Matriks pembobot spasial dapat dikatakan juga sebagai matriks yang menggambarkan kekuatan interaksi antar lokasi.

Indeks Moran (Moran's I)

Salah satu statistik umum yang digunakan dalam autokorelasi spasial adalah statistik Moran's I. Indeks moran (Moran's I) adalah ukuran dari korelasi (hubungan) antara pengamatan yang saling berdekatan. Statistik ini membandingkan nilai pengamatan di suatu daerah dengan nilai pengamatan di daerah lainnya. Menurut Lee dan Wong (2001) Moran's I dapat diukur dengan menggunakan persamaan :

$$I = \frac{n \sum_i \sum_j w_{i,j} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{(\sum_i \sum_j w_{i,j}) \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Dimana:

n = Banyaknya pengamatan

\bar{x} = Nilai rata-rata dari $\{x_i\}$ dari n lokasi

x_i = Nilai pada lokasi ke-*i*

x_j = Nilai pada lokasi ke-*j*

w_{ij} = Elemen matriks pembobot spasial

Nilai I sama dengan koefisien korelasi yaitu diantara -1 sampai 1. Nilai yang tinggi mengartikan bahwa korelasinya tinggi, sedangkan nilai 0 mengartikan tidak adanya autokorelasi. Akan tetapi untuk mengatakan ada atau tidak adanya autokorelasi perlu dibandingkan nilai statistik I dengan nilai harapannya. Nilai harapan dari I adalah:

$$E(I) = \frac{-1}{(n-1)}$$

Menurut Lee dan Wong (2001) statistik uji yang digunakan diturunkan dari sebaran normal baku, yaitu :

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sigma_{(I)}}$$

Dimana:

I = Indeks moran

$Z(I)$ = Nilai statistik uji indeks Moran

$E(I)$ = Nilai harapan dari indeks Moran

$\sigma_{(I)}$ = Simpangan baku dari indeks Moran

$$\sigma^2(I) = \frac{n^2 S_1 - nS_2 + 3(w)^2}{(w)^2(n^2 - 1)} \quad w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

$$S_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (c_{ij} + c_{ji})^2}{2} \quad S_2 = \sum_{i=1}^n (c_{..i} + c_{i..})^2$$

Keterangan:

c_{ij} = Elemen matriks contiguity

$c_{..i}$ = Jumlah baris ke- i matriks contiguity

$c_{i..}$ = Jumlah kolom ke- i matriks contiguity

Koefisien Geary (Geary's C)

Serupa dengan indeks Moran, merupakan metode pengukuran autokorelasi spasial. Koefisien Geary didefinisikan sebagai :

$$C = \frac{(n-1) \sum_i \sum_j w_{i,j} (x_i - x_j)^2}{2(\sum_i \sum_j w_{i,j}) \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Dimana:

n = Banyaknya pengamatan

\bar{x} = Nilai rata-rata dari $\{x_i\}$ dari n lokasi

x_j = Nilai pada lokasi ke- j

x_i = Nilai pada lokasi ke- i

w_{ij} = Elemen matriks pembobot spasial

Koefisien Geary mempunyai nilai diantara 0 dan 2. Jika tidak ada hubungan spasial, maka akan mempunyai nilai 1. Nilai kurang dari 1, mengindikasikan adanya autokorelasi negatif. Jika lebih dari 1, mengindikasikan adanya autokorelasi positif. Untuk mengatakan ada atau tidak adanya autokorelasi perlu dibandingkan nilai statistik C dengan nilai harapannya. Menurut Lee dan Wong (2001) nilai harapan dari C adalah $E(C)=1$, dan statistika uji yang digunakan adalah:

$$Z(C) = \frac{I - E(C)}{\sigma_{(C)}}$$

Dimana:

C = Indeks koefisian Geary

$Z(C)$ = Nilai statistik uji koefisien Geary

$E(C)$ = Nilai harapan dari koefisien Geary

$\sigma_{(C)}$ = Simpangan baku dari koefisien Geary

$$\sigma^2(C) = \frac{(2S_1 + S_2)(n-1) - 4(w)^2}{(w)^2 2(n+1)}$$

$$w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

$$S_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (c_{ij} + c_{ji})^2}{2}$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n (c_{..i} + c_{i..})^2$$

dimana:

n = Banyaknya pengamatan

\bar{x} = Nilai rata-rata dari $\{x_i\}$ dari n lokasi

x_j = Nilai pada lokasi ke- j

x_i = Nilai pada lokasi ke- i

w_{ij} = Elemen matriks pembobot spasial

Pengujian Hipotesis

Uji hipotesis untuk mengatakan ada atau tidaknya autokorelasi spasial merupakan pengujian dua arah. Bentuk hipotesis awal (H_0) pengujinya adalah:

$H_0 : I = 0$ (untuk indeks Moran)

atau

$H_0 : C = 1$ (untuk koefisien Geary)

Kriteria pengambilan keputusannya adalah jika nilai $p < \alpha$ maka tolak H_0 (ada autokorelasi). Sebaliknya jika nilai $p > \alpha$ maka terima H_0 (tidak ada autokorelasi).

Tidak terdapat autokorelasi spasial artinya:

1. Keacakan spasial.

2. Nilai yang diamati dalam suatu lokasi tertentu tidak bergantung pada lokasi yang berdekatan.

BAHAN DAN METODE

Bahan

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data PODES 2006 yang meliputi 494 desa dari Kabupaten dan Kota Bogor. Penelitian ini juga menggunakan hasil penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Thaib (2008), yaitu matriks *contiguity* dari 494 desa, dan hasil regresi logistik spasial untuk menduga status kemiskinan desa di

Kabupaten dan Kota Bogor. Peubah-peubah yang digunakan dalam regresi tersebut adalah persentase keluarga penerima kartu sehat, persentase luas sawah desa, keberadaan Puskesmas di desa, jumlah sekolah, dan Xspasial.

Metode

Langkah-langkah yang dilakukan adalah:

1. Mencari sisaan dari hasil regresi logistik spasial. Sebagai vektor x.
2. Mencari nilai statistik I (indeks Moran) dan melakukan pengujian hipotesis.
3. Mencari nilai statistik C (koefisien Geary) dan melakukan pengujian hipotesis.
4. Membandingkan hasil dari kedua uji tersebut
5. Pengolahan data dilakukan dengan software SAS ver 9.1, dan Microsoft Excel 2003.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Thaib (2008) menyatakan bahwa model regresi logistik spatial dengan pendekatan matriks kontiguity (kebertetanggaan) sedikit lebih bagus dalam memprediksi status kemiskinan desa di Kabupaten dan Kota Bogor dibandingkan dengan regresi logistik klasik. Hal ini terlihat dari nilai statistik c dan *correct clasification rate* (CCR) untuk regresi logistik spatial lebih tinggi dibandingkan dengan regresi logistik klasik (Tabel 1).

Tabel 1. Nilai perbandingan keterbaikan model regresi logistik klasik dengan spasial.

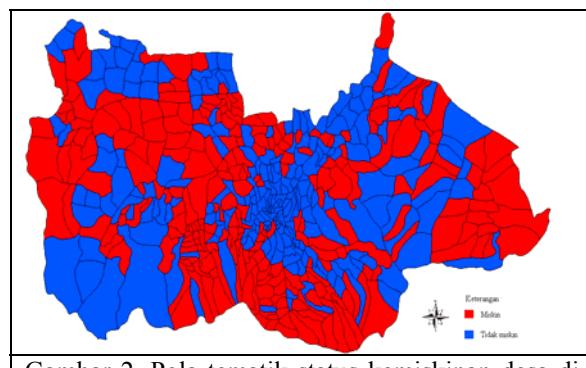
	Regresi logistik	
	Klasik	Spasial
Statistik c	0.733	0.76
-2 log likelihood	597.201	571.693
CCR	68.6%	69.8%
AIC	607.201	583.693

Pendekatan yang dilakukan oleh Thaib (2008) sejalan apabila ditinjau dari sisi autokorelasi spatial. Status kemiskinan antar desa mempunyai korelasi spaial yang positif. Baik dengan pendekatan indeks moran maupun indeks geary (Tabel 2). Artinya bahwa terdapat pengelompokan berdasarkan status kemiskinan desa tersebut. Desa yang termasuk dalam kategori desa miskin karena tetangga desa sekitarnya juga terkategori miskin. Begitu pula sebaliknya desa yang terkategori tidak miskin dikelilingi oleh desa tetangga sekitarnya yang tidak miskin (Gambar 2). Status kemiskinan desa disini ditentukan dengan kriteria apabila

presentase keluarga miskin di desa tersebut lebih dari 29% maka desa tersebut dikategorikan desa miskin (Thaib 2008).

Tabel 2. Hasil Perhitungan Indeks Moran dan Indeks Geary untuk status kemiskinan desa

Indeks	statistik	Std. error	z	Nilai p
Moran	0.2258	0.0259	8.79	< 0.000
Geary	0.1667	0.0732	-11.37	< 0.000



Gambar 2. Pola tematik status kemiskinan desa di Kabupaten dan Kota Bogor

Berdasarkan informasi tersebut maka dilakukan pendugaan status kemiskinan desa dengan regresi logistik spatial. Penelitian yang dilakukan Thaib (2008) menyebutkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi status kemiskinan desa antara lain presentase keluarga penerima kartu sehat presentase luas sawah desa, keberadaan puskesmas di desa, jumlah sekolah, serta pengaruh kebertetanggan antar desa (merupakan proporsi jumlah tetangga antar desa).

Selanjutnya pada penelitian ini akan dilakukan pengujian autokorelasi spatial dengan indeks moran dan indeks geary pada sisaan hasil model regresi logistik spatial yang dilakukan Thaib (2008). Pengujian autokorelasi spatial pada sisaan menunjukkan bahwa sisaan sudah saling bebas (Tabel 3).

Tabel 3. Hasil Perhitungan Indeks Moran dan Indeks Geary untuk sisaan model regresi logistik spatial.

Indeks	statistik	Std. Error	z	Nilai p
Moran	0.0195	0.0259	0.8300	0.20 33
Geary	0.9882	0.0732	-0.1600	0.56 36

KESIMPULAN

Pemodelan status kemiskinan desa di Kabupaten dan Kota Bogor dengan pendekatan regresi logistik spatial dengan pendekatan matriks contiguity telah mampu mengakomodir keragaman spatial antar desa. Hal ini ditunjukkan dari sisaan hasil pendekatan model regresi logistik spatial tersebut telah saling bebas (tidak ada autokorelasi spatial).

DAFTAR PUSTAKA

Lembo A J. 2006. *Spatial Autocorrelation*. Cornell University.

<http://www.css.cornell.edu/courses/620/lecture9.ppt>
[25 oktober 2008]

Lee J, Wong DWS. 2001. *Statistical Analysis ArcView GIS*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Susianto, Arif. 2005. Autokorelasi Spasial Tingkat Konsumsi BBM Propinsi Jawa Tengah. **Skripsi**.

Thaib, Zulhelmi. 2008. Pemodelan Regresi Logistik Spasial dengan Pendekatan Matriks Contiguity. **Skripsi**.