

Evaluasi Tingkat Validitas Metode Penggabungan Respon (Indeks Penampilan Tanaman, IPT)

¹Gusti N Adhi Wibawa

²I Made Sumertajaya

³Ahmad Ansori Mattjik

¹Mahasiswa S3 Pascasarjana Statistika IPB

^{2,3}Staf Pengajar Departemen Statistika Institut Pertanian Bogor.

Abstrak

Selama ini analisis daya adaptasi tanaman lebih difokuskan hanya pada tingkat produksi atau daya hasil dan kurang memperhatikan aspek morfologi, daya tahan tanaman terhadap serangan hama dan penyakit maupun komponen hasil. Padahal diketahui bahwa setiap aspek-aspek tersebut merupakan komponen penting pada tanaman yang menjelaskan dimensi-dimensi yang berbeda. Sebagai ilustrasi, bobot 1000 butir mencerminkan dimensi bentuk dari butiran gabah, dimana jika bobot 1000 butir rendah dapat diartikan butiran gabah cenderung kurus-kurus sedangkan jika bobot 1000 butir tinggi dapat diartikan butiran gabah cenderung gemuk-gemuk. Dengan demikian analisis daya adaptasi tanaman yang hanya berfokus pada tingkat produksi semata tidak akan mendapatkan gambaran dari karakteristik tanaman secara komprehensif. Metode penggabungan respon merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menjawab permasalahan ini. Metode penggabungan respon dengan menggunakan sistem pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) merupakan metode penggabungan respon yang terbaik, baik pada kelompok peubah berkorelasi rendah maupun tinggi.

Pendahuluan

Saat ini telah banyak berkembang strategi penggabungan peubah seperti metode *range equalization*, *division by mean*, *first principal component* (komponen utama pertama) dan jarak Hotelling. Metode-metode ini banyak digunakan pada berbagai aspek seperti penyusunan indeks pembangunan manusia (human development index, HDI), indeks kemiskinan (poverty index, PI), penggabungan atribut ganda dalam analisis pengendalian mutu dan lain-lain. Pendekatan-pendekatan ini tentunya mempunyai kelemahan dan keunggulan pada kondisi-kondisi tertentu. Misalnya pendekatan *range equalization* maupun *division by mean* menerapkan sistem pembobotan yang sama pada seluruh peubah. Pendekatan ini tentunya akan sangat bagus bila tingkat kepentingan dari seluruh peubah dianggap sama, namun akan tidak baik bila peubah-peubah yang dilibatkan dalam kasus yang dihadapi memiliki tingkat kepentingan yang berbeda. Disamping itu, peubah-peubah yang dilibatkan dalam metode ini harus bersifat searah

atau secara teoritis saling menunjang/menguatkan karena bobot dari semua peubah bertanda positif. Sedangkan pendekatan dengan komponen utama pertama cenderung lebih kuat mewakili peubah-peubah yang memiliki keragaman cukup besar, namun pendekatan ini akan sangat baik bila peubah-peubah yang dilibatkan memiliki korelasi yang cukup kuat.

Tujuan

Tujuan dari kajian ini adalah untuk membandingkan tingkat validitas beberapa metode penggabungan respon tanaman dilihat dari kemampuan peubah gabungan mengikuti perilaku peubah asal. Langkah ini merupakan salah satu tahapan untuk mendapatkan metode penggabungan respon terbaik.

Bahan dan Metode

Bahan

Data yang digunakan dalam melakukan perhitungan dan evaluasi metode penggabungan respon (indeks penampilan tanaman, ipt) adalah dua gugus data simulasi. Gugus data pertama yaitu peubah-peubahnya berkorelasi rendah ($r < 0.5$) dan gugus data kedua yaitu peubah-peubahnya berkorelasi tinggi ($r \geq 0.5$). Setiap gugus data dibangkitkan sebanyak 100 kali.

Metode

Penggabungan respon merupakan salah satu strategi yang digunakan untuk menyederhanakan analisis untuk melihat daya adaptasi tanaman secara komprehensif. Respon gabungan yang diperoleh selanjutnya akan disebut sebagai indeks penampilan tanaman (IPT). Ada 6 metode pendekatan yang digunakan untuk menghitung IPT dari lima peubah respon yang diamati (tinggi tanaman, persen gabah isi, jumlah anakan produktif, bobot 1000 butir, dan daya hasil), yaitu metode *range equalization* (IPT1), metode komponen utama pertama (IPT2), metode pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3), metode jarak *Hotelling* (IPT4), metode *Division by Mean* (IPT5) dan metode bobot optimum (IPT6).

a. Pendekatan I (*Range Equalisation*)

Untuk memperoleh nilai respon gabungan digunakan informasi nilai minimum dan maksimum dari data respon peubah asal (Lawrence *et al*, 2003; Gani & Duncan, 2004; Kundu, 2004). Tahapan yang dilakukan untuk memperoleh nilai respon gabungan (IPT1) adalah:

1. Carilah nilai SDII (*sub dimension indicator index*) untuk masing-masing peubah asal, yaitu

$$SDII_i = \frac{Y_{ij} - Y_{i \min}}{Y_{i \max} - Y_{i \min}}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, p$ dan $j = 1, 2, \dots, n$; p adalah banyaknya peubah asal dan n adalah banyaknya amatan

2. Carilah nilai IPT1 yaitu rata-rata dari seluruh SDII

$$IPT_1 = \sum_{i=1}^p \frac{SDII_i}{p}$$

- b. Pendekatan II (Skor Komponen Utama Pertama)

Nilai respon gabungan (IPT2) yang diperoleh berdasarkan pendekatan ini merupakan nilai skor komponen utama pertama dari analisis komponen utama terhadap data respon peubah asal (Abeyasekera, 2005).

Tahapan analisis yang dilakukan pada pendekatan ini adalah sebagai berikut: Misal vektor peubah yang diamati adalah $\underline{Y}' = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$

- i. Hitunglah matriks koragam (S) atau matriks korelasi (R)

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{p1} & \dots & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \text{ dimana } S_{ii} = \frac{\sum_{k=1}^n (y_{ik} - \bar{y}_i)^2}{n-1}$$

$$S_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (y_{ik} - \bar{y}_i)(y_{jk} - \bar{y}_j)}{n-1}$$

Dan

$${}_p R_p = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p1} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ dimana } r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (y_{ik} - \bar{y}_i)(y_{jk} - \bar{y}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (y_{ik} - \bar{y}_i)^2 \sum_{k=1}^n (y_{jk} - \bar{y}_j)^2}}$$

- ii. Carilah vektor ciri (*eigen vector*) dan akar ciri (*eigen value*) dari persamaan ciri berikut:

$$S\underline{a} = \lambda \underline{a} \text{ atau } R\underline{a} = \lambda \underline{a}$$

Dengan ketentuan sebagai berikut:

- ❖ Gunakan matriks koragam (S) jika peubah-peubah yang dianalisis memiliki satuan yang sama dan gunakan matriks korelasi (R) jika peubah-peubah yang dianalisis memiliki satuan yang berbeda
- ❖ Tata vektor ciri-vektor ciri $\underline{a}_1, \dots, \underline{a}_p$ yang berpadanan dengan akar ciri-akar ciri $\lambda_1 > \dots > \lambda_p$, dengan kendala $\underline{a}_i \underline{a}_i' = 1$ dan $\underline{a}_i \underline{a}_j' = 0$

iii. Hitung IPT2 sebagai berikut:

IPT2 dapat dihitung menggunakan dua pendekatan sebagai berikut:

- Jika satuan peubah sama, $IPT2 = \underline{a}_1' \underline{Y} = a_{11} Y_1 + a_{12} Y_2 + \dots + a_{1p} Y_p$
- Jika satuan peubah tidak sama, $IPT2 = \underline{a}_1' \underline{Z} = a_{11} Z_1 + a_{12} Z_2 + \dots + a_{1p} Z_p$,
dimana Z_i adalah peubah Y_i yang sudah dibakukan.

c. Pendekatan III (Pembobotan berdasarkan Analisis Komponen Utama)

Besarnya bobot masing-masing respon akan dilakukan dengan pendekatan komponen utama. Tahapan penggabungan respon sama seperti tahapan yang dilakukan pada IPT2 tetapi respon gabungan tidak hanya ditentukan oleh komponen utama pertama melainkan dapat ditentukan oleh beberapa komponen utama. Banyaknya komponen utama yang dipilih ditentukan berdasarkan persentase keragaman kumulatif. Persentase keragaman kumulatif dapat dihitung sebagai berikut:

$$\text{Persentase keragaman komponen ke } - i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \times 100\%$$

$$\text{Persentase keragaman kumulatif } q \text{ komponen} = \frac{\sum_{j=1}^q \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \times 100\%$$

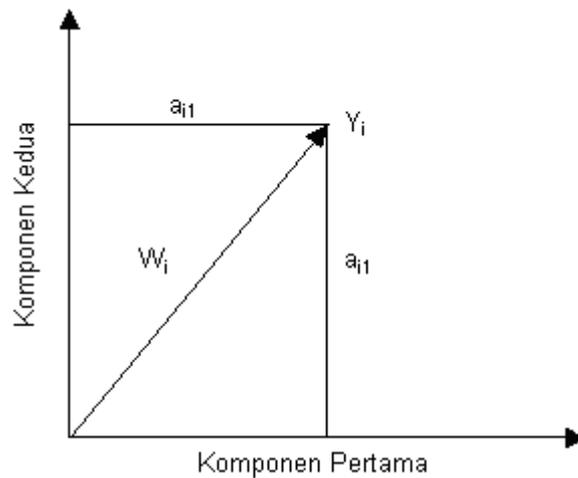
Batas minimal persentase keragaman kumulatif yang digunakan adalah 75%. Penentuan bobot dilakukan sebagai berikut: (kasus dua komponen)

$$Z_1 = a_{11} Y_1 + a_{12} Y_2 + \dots + a_{1p} Y_p$$

$$Z_2 = a_{21} Y_1 + a_{22} Y_2 + \dots + a_{2p} Y_p$$

Maka bobot untuk peubah ke-i diperoleh sebagai berikut: (lihat Gambar 4.1.)

$$W_i = \sqrt{\frac{a_{1i}^2}{\lambda_1} + \frac{a_{2i}^2}{\lambda_2}}$$



Gambar 1 Bobot peubah Y_i berdasarkan komponen utama pertama dan kedua

Sehingga respon gabungan (IPT3) adalah

$$\text{IPT3} = w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + \dots + w_p Y_p$$

Bobot masing-masing peubah adalah mencerminkan besarnya keragaman peubah asal yang dijelaskan oleh komponen utama yang terpilih.

d. Pendekatan IV (Jarak Hotelling)

Misal vektor peubah respon $\underline{x} = (x_1, \dots, x_p)$, vektor rata-rata peubah respon $\bar{x} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_p)$ dan matriks kovarian S maka pendekatan Hotelling untuk objek ke- i dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$d_i^2 = (\underline{x}_i - \bar{x})' S^{-1} (\underline{x}_i - \bar{x})$$

Nilai ini sering juga disebut jarak kuadrat Mahalanobis setiap titik pengamatan ke vector rata-rata. Jika antar peubah saling bebas maka pendekatan Hotelling dapat diubah menjadi:

$$d_i^2 = (\underline{x}_i - \bar{x})' (\underline{x}_i - \bar{x})$$

yang sering juga disebut jarak kuadrat Euclid.

Kemudian respon gabungan (IPT4) yang dimaksud adalah nilai d .

e. Pendekatan V (*Division by Mean*)

Untuk memperoleh nilai respon gabungan digunakan informasi nilai rata-rata dari data respon peubah asal (Kundu, 2004). Tahapan yang dilakukan untuk memperoleh nilai respon gabungan (IPT5) adalah:

1. Carilah nilai SDII untuk masing-masing peubah asal, yaitu

$$SDII_i = \frac{Y_{ij}}{Y_i}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, p$ dan $j = 1, 2, \dots, n$; p adalah banyaknya peubah asal dan n adalah banyaknya amatan

2. Carilah nilai IPT5 yaitu rata-rata dari seluruh SDII

$$IPT_5 = \sum_{i=1}^p \frac{SDII_i}{p}$$

Perhitungan dan evaluasi IPT dengan menggunakan data simulasi hanya dilakukan terhadap lima IPT selain IPT6. Tahapan proses perhitungan dan evaluasi IPT berdasarkan data hasil simulasi adalah:

- a. Bangkitkan data. Skenario pembangkitan data yang dibuat pada simulasi ini yaitu gugus data pertama peubah-peubahnya berkorelasi rendah yaitu tingkat korelasinya kurang dari 0.5, sedangkan gugus data kedua peubah-peubahnya berkorelasi tinggi yaitu tingkat korelasinya lebih besar atau sama dengan 0.5. Algoritmanya adalah sebagai berikut:
 - i. Bangkitkan 5 peubah (Y_1, Y_2, \dots, Y_5) dengan korelasi tertentu
 - ii. Hitung respon gabungan dengan menggunakan kelima metode penggabungan peubah, yang selanjutnya disebut IPT1, IPT2, IPT3, IPT4 dan IPT5.
 - iii. Hitung korelasi setiap IPT dengan kelima peubah asal
 - iv. Simpan nilai mutlak korelasi minimum setiap IPT dengan kelima peubah asal.
- b. Evaluasi validitas masing-masing pendekatan (IPT) berdasarkan kedekatan IPT dengan peubah asal, yang didekati dengan nilai korelasi antara IPT dengan seluruh peubah asal. Tingkat validasi masing-masing IPT merupakan nilai korelasi minimum antara IPT dengan seluruh peubah asal. Kekonsistenan tingkat validasi masing-masing IPT akan dilihat dari hasil simulasi 100 kali pembangkitan data untuk setiap kelompok peubah (berdasarkan korelasi).

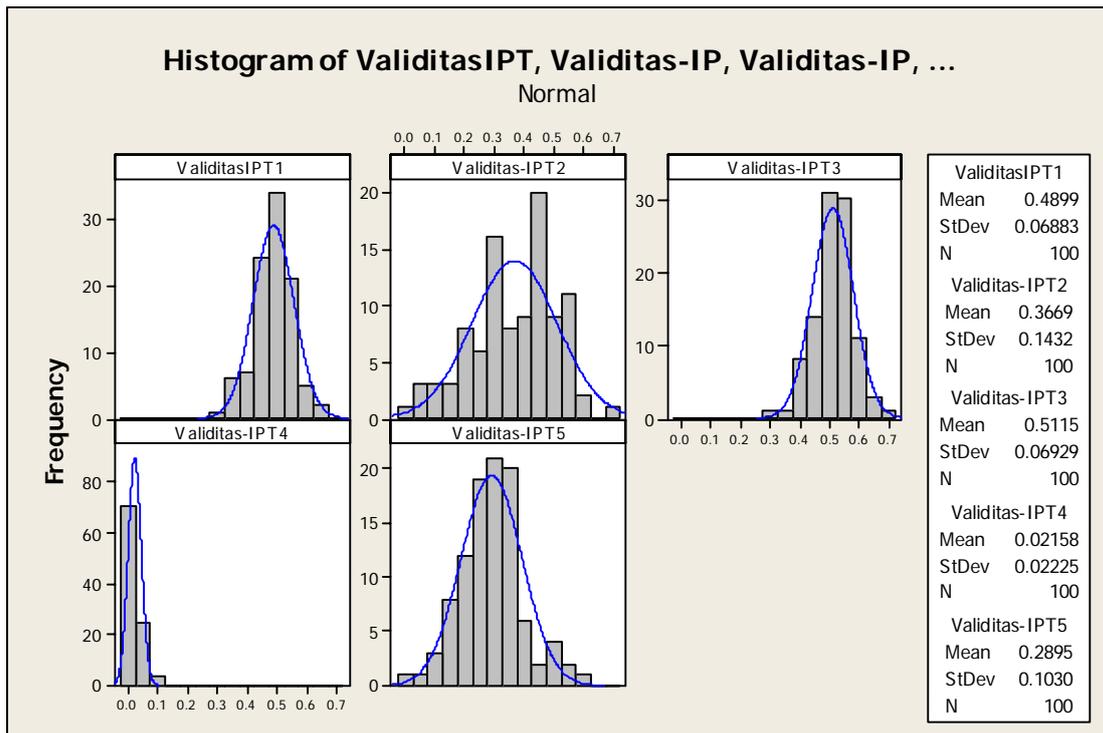
Hasil dan Pembahasan

Penggabungan respon merupakan salah satu strategi yang digunakan untuk menyederhanakan analisis untuk melihat daya adaptasi tanaman secara komprehensif. Respon gabungan yang diperoleh selanjutnya akan disebut sebagai indeks penampilan tanaman (IPT). Teknik penggabungan respon akan didekati dengan menggunakan lima metode yaitu metode *range equalisation* (IPT1), komponen utama pertama (IPT2), pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3), jarak *Hotelling* (IPT4), dan metode *division by mean* (IPT5).

Validasi masing-masing pendekatan akan diukur berdasarkan kedekatan indeks dengan peubah asal, yang didekati dengan nilai korelasi antara indeks dengan seluruh peubah asal. Tingkat validasi masing-masing indeks merupakan nilai korelasi minimum antara indeks dengan seluruh peubah asal. Kekonsistenan tingkat validasi masing-masing indeks akan dilihat dari hasil simulasi 100 kali pembangkitan data untuk setiap kelompok peubah. Kelompok peubah pertama yang dibangkitkan peubah-peubah yang berkorelasi rendah yaitu dengan tingkat korelasi di bawah 0.5 dan kelompok peubah kedua yang dibangkitkan adalah peubah-peubah yang berkorelasi tinggi dengan tingkat korelasi di atas 0.5. Program simulasinya dapat dilihat pada **Lampiran 1**.

Kelompok peubah berkorelasi rendah

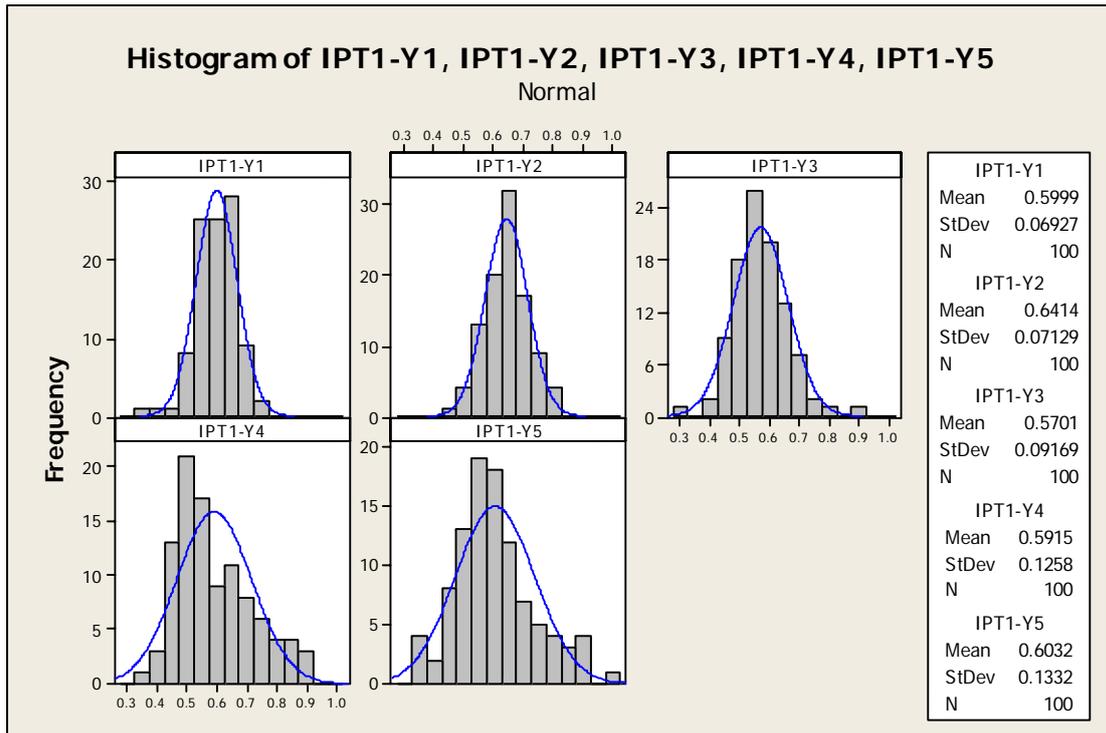
Dari hasil 100 kali simulasi diperoleh metode penggabungan respon yang memiliki tingkat validitas tertinggi adalah metode pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) yaitu dengan tingkat validitas rata-rata sebesar 0.5115, yang artinya korelasi minimum yang terjadi antara gabungan respon dengan seluruh peubah asal sebesar 0.5115. Sedangkan metode penggabungan respon yang juga memiliki tingkat validitas cukup besar yaitu metode range equalization (IPT1) yaitu sebesar 0.4899, yang disusul kemudian secara berturut-turut oleh metode komponen utama pertama (IPT2) dengan tingkat validitas sebesar 0.3669, metode *division by mean* (IPT5) dengan tingkat validitas sebesar 0.2895, dan metode jarak Hotelling memiliki tingkat validitas paling kecil yaitu sebesar 0.02158. Hasil selengkapnya dapat dilihat pada **Gambar 2**.



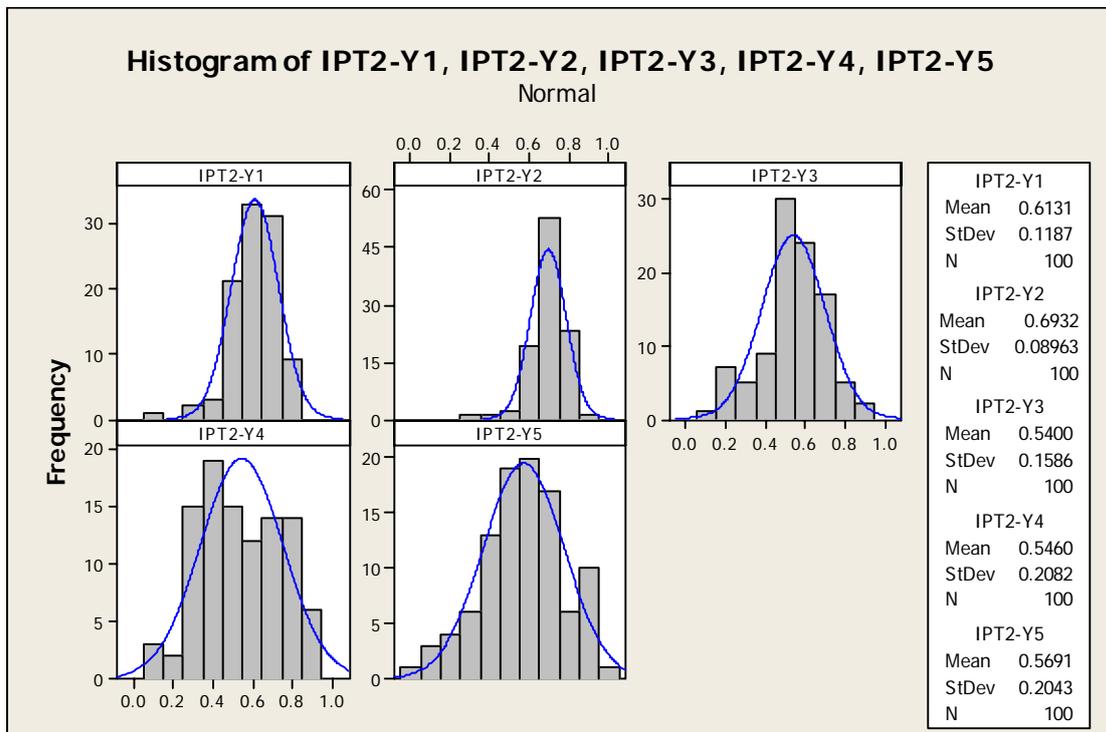
Gambar 2 Perbandingan tingkat validitas kelima metode penggabungan respon yang berkorelasi rendah dari 100 kali simulasi

Hasil ini menunjukkan bahwa metode pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) untuk sementara merupakan pilihan terbaik dalam menggabungkan respon-respon yang berkorelasi rendah. Namun demikian hasil ini harus diperkuat dengan melihat tingkat korelasi antara gabungan respon dengan setiap peubah asal. Gabungan respon yang baik diharapkan memiliki tingkat korelasi yang tinggi dengan seluruh peubah asal, jika hal ini terjadi berarti gabungan respon mampu menjadi wakil yang baik dalam menjelaskan perilaku seluruh peubah asal.

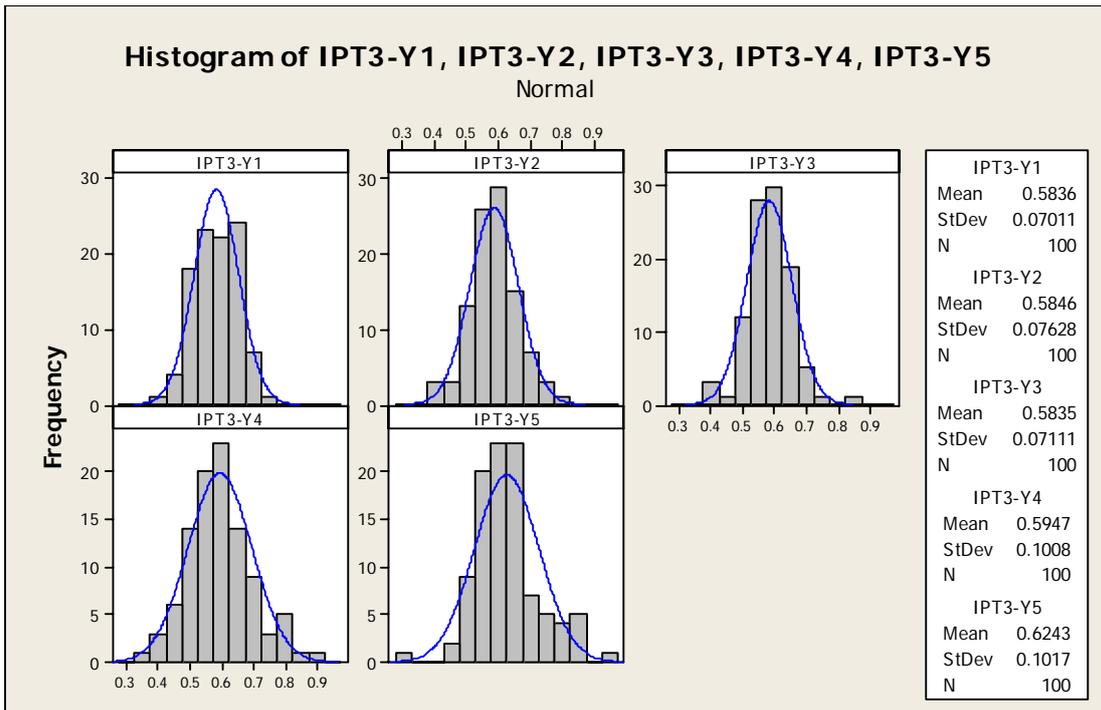
Dari **Gambar 4. 3** sampai **Gambar 4. 7**, terlihat IPT1, IPT2, IPT3 dan IPT5 memiliki tingkat korelasi yang cukup besar dan merata dengan setiap peubah asal yaitu berkisar 0.5 sampai 0.7. Namun demikian jika dilihat dari kestabilan nilai korelasi yang dihasilkan, IPT3 adalah metode penggabungan yang terbaik. Hal ini terlihat dari nilai simpangan bakunya yang paling kecil yaitu berkisar antara 0.07 sampai 0.10. Kemudian secara berturut-turut diikuti oleh IPT1, IPT5 dan IPT2.



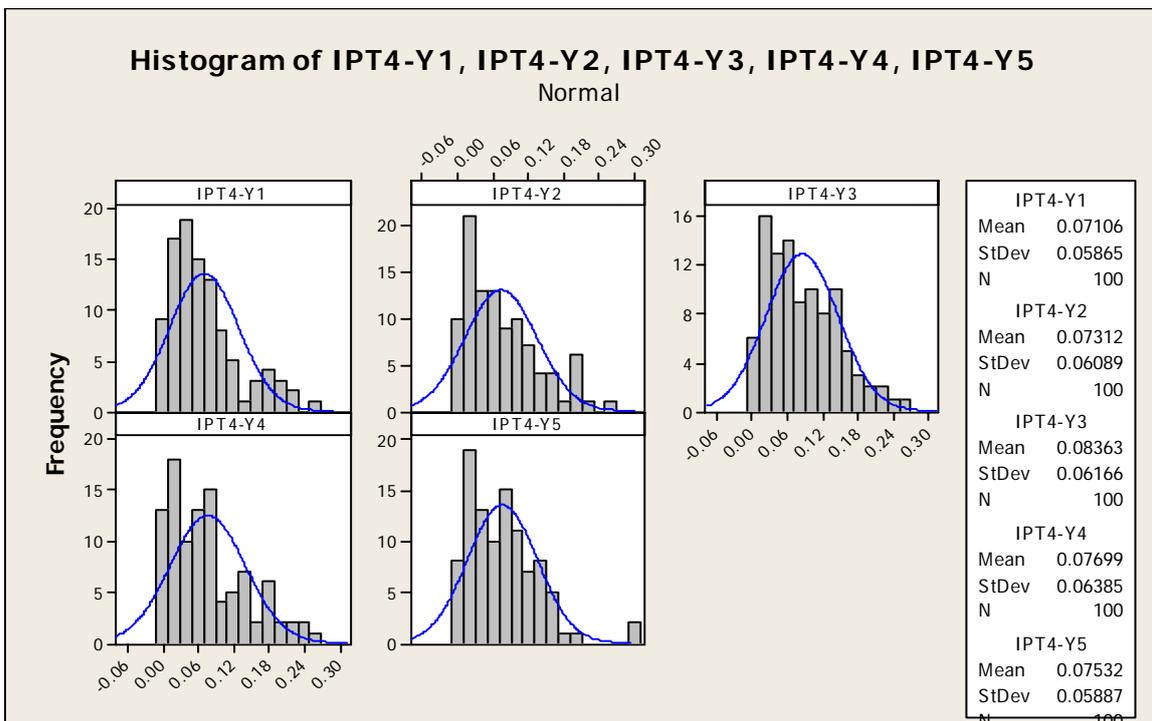
Gambar 3 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode range equalization (IPT1) dengan seluruh peubah asal kelompok pertama dari 100 kali simulasi



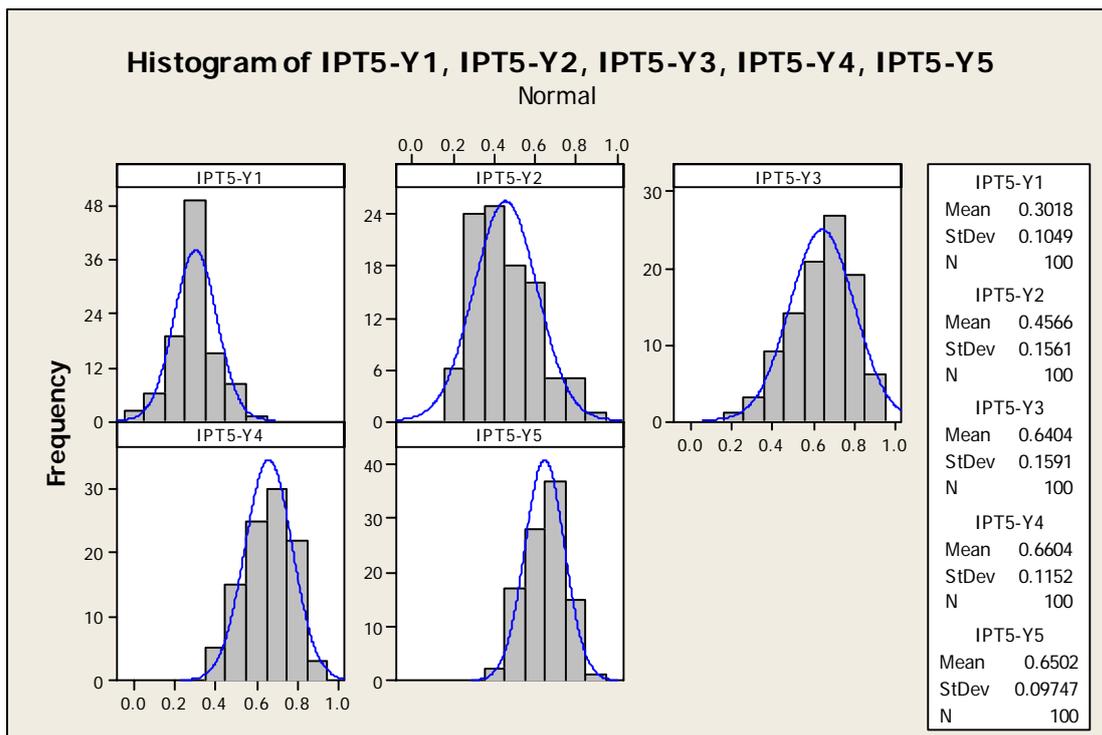
Gambar 4. 4 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode komponen utama pertama (IPT2) dengan seluruh peubah asal kelompok pertama dari 100 kali simulasi



Gambar 5 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) dengan seluruh peubah asal kelompok pertama dari 100 kali simulasi



Gambar 6 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode jarak Hotelling (IPT4) dengan seluruh peubah asal kelompok pertama dari 100 kali simulasi

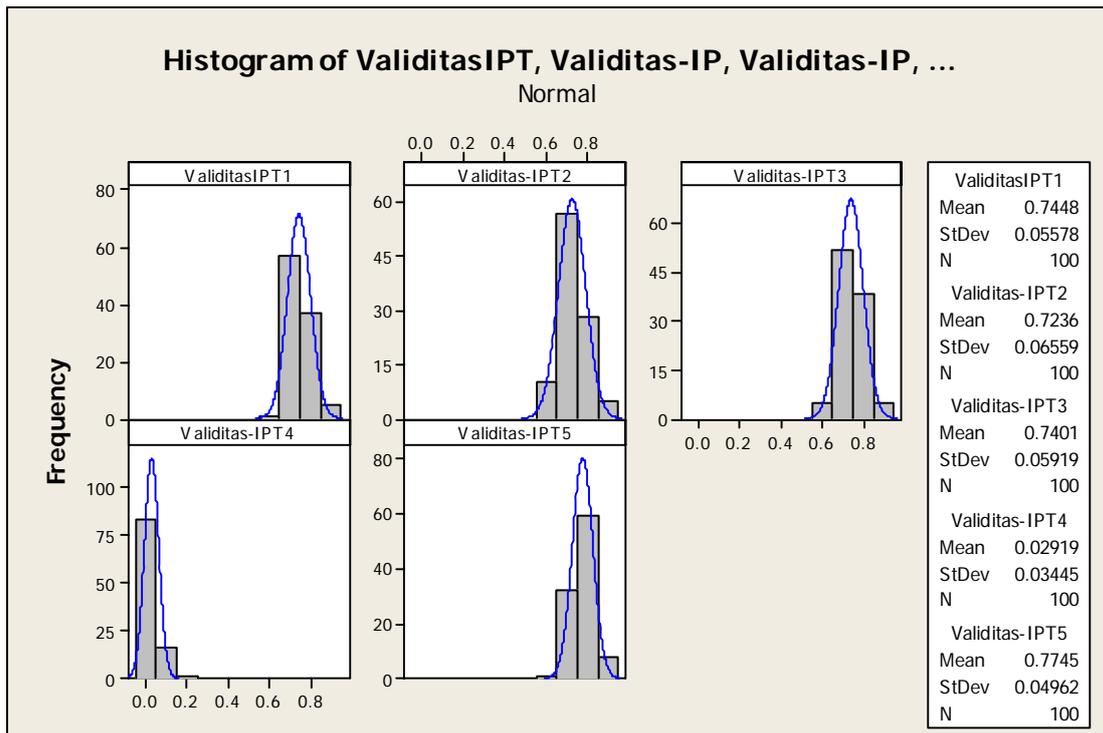


Gambar 7 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode division by mean (IPT5) dengan seluruh peubah asal kelompok pertama dari 100 kali simulasi

Perilaku yang berbeda ditunjukkan oleh IPT4 dimana tingkat korelasinya dengan peubah asal sangat kecil dibandingkan dengan keempat metode yang lain yaitu berkisar antara 0.07 sampai 0.08, tetapi besaran nilai korelasinya paling stabil dibandingkan dengan metode-metode yang lain yaitu dengan simpangan baku 0.5 sampai 0.6. Namun demikian IPT4 bukan merupakan perwakilan yang baik untuk peubah asal karena tingkat korelasinya sangat rendah sehingga IPT4 tidak mampu menjelaskan perilaku peubah-peubah asal dengan baik.

Kelompok peubah berkorelasi tinggi

Pada kelompok peubah berkorelasi tinggi dari hasil 100 kali simulasi diperoleh IPT1, IPT2, IPT3 dan IPT5 memiliki tingkat validitas yang hampir sama yaitu berkisar antara 0.72-0.77. Hasil ini agak berbeda dengan hasil simulasi pada kelompok peubah berkorelasi rendah dimana IPT3 terlihat memiliki tingkat validitas paling tinggi. Hal ini berarti keempat metode dapat dipertimbangkan untuk menggabungkan respon yang berkorelasi tinggi. Hasil selengkapnya dapat dilihat pada **Gambar 4. 8**.

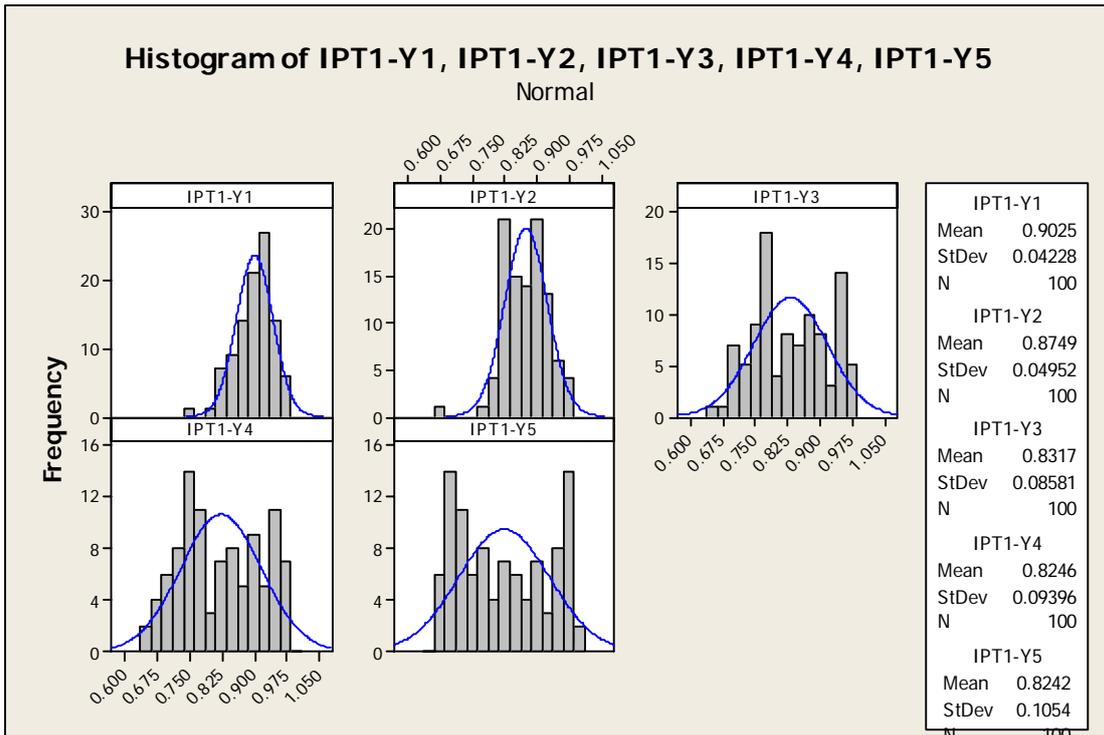


Gambar 8 Perbandingan tingkat validitas kelima metode penggabungan respon yang berkorelasi tinggi dari 100 kali simulasi

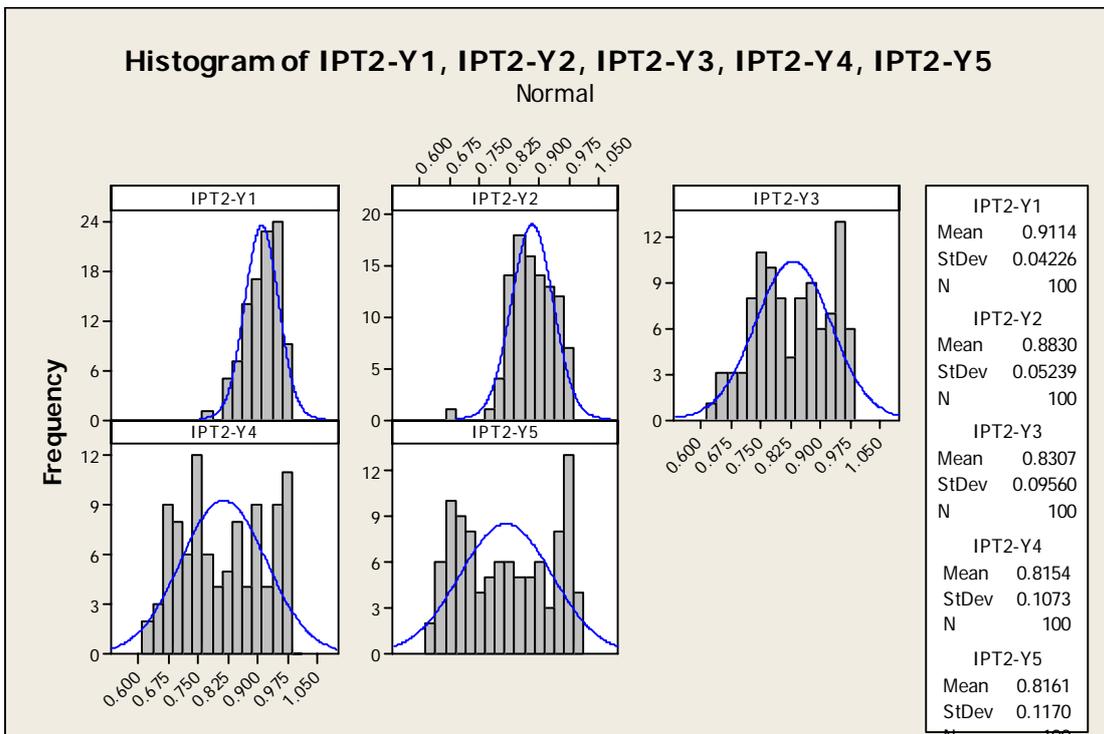
Namun demikian hasil ini juga harus diperkuat dengan melihat tingkat korelasi antara gabungan respon dengan setiap peubah asal. Gabungan respon yang baik diharapkan memiliki tingkat korelasi yang tinggi dengan seluruh peubah asal, jika hal ini terjadi berarti gabungan respon mampu menjadi wakil yang baik dalam menjelaskan perilaku seluruh peubah asal.

Dari **Gambar 9** sampai **Gambar 13**, terlihat IPT1, IPT2, IPT3 dan IPT5 memiliki tingkat korelasi yang cukup besar dan merata dengan setiap peubah asal yaitu berkisar 0.8 sampai 0.9. Namun demikian jika dilihat dari kestabilan nilai korelasi yang dihasilkan, IPT3 tetap merupakan metode penggabungan yang terbaik. Hal ini terlihat dari nilai simpangan bakunya yang paling kecil yaitu berkisar antara 0.06 sampai 0.09. Kemudian secara berturut-turut diikuti oleh IPT5, IPT1 dan IPT2.

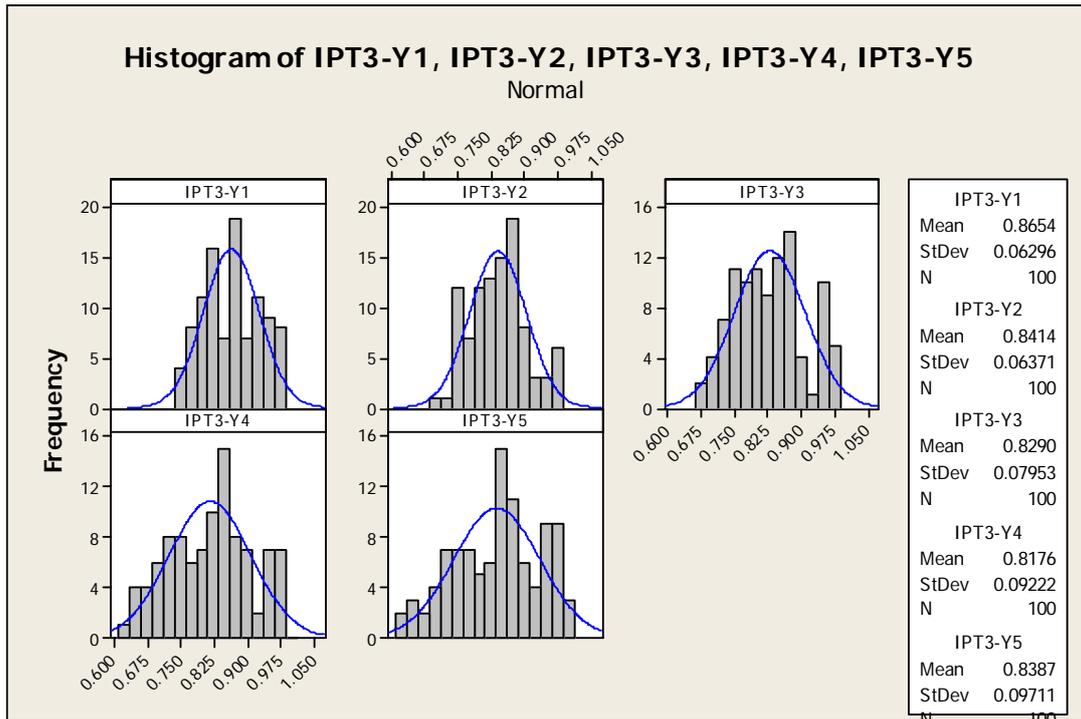
IPT4 bukan merupakan metode penggabungan respon yang dapat mewakili seluruh peubah asal dengan baik, hasil ini terlihat pada kelompok peubah berkorelasi rendah maupun tinggi.



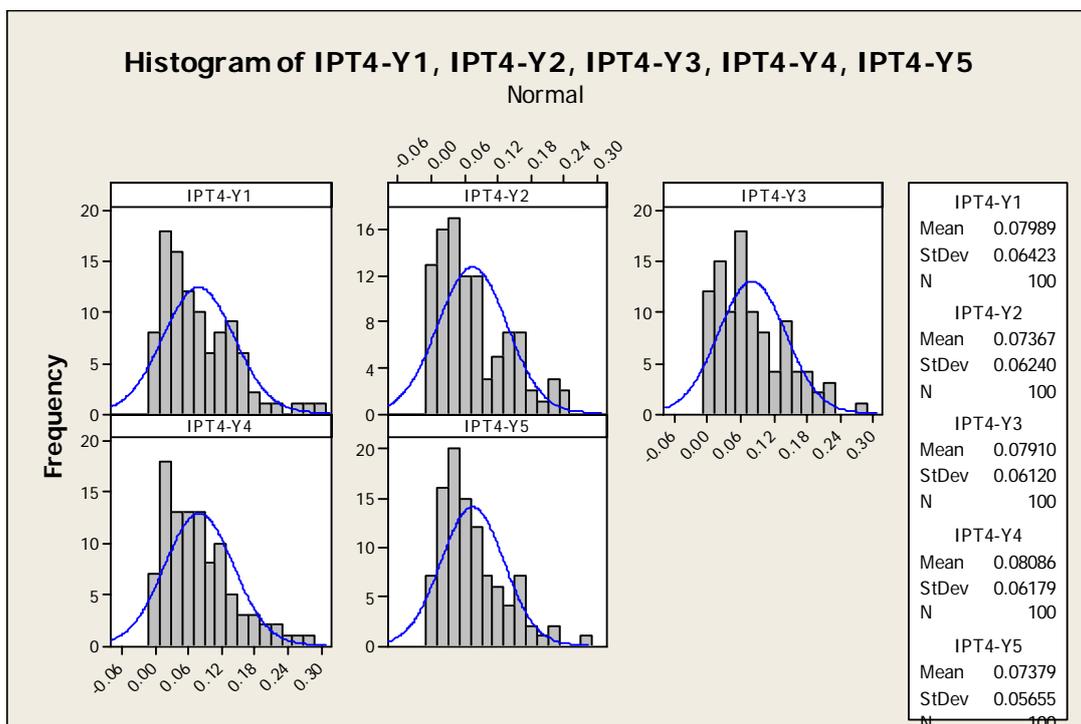
Gambar 9 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode range equalization (IPT1) dengan seluruh peubah asal kelompok kedua dari 100 kali simulasi



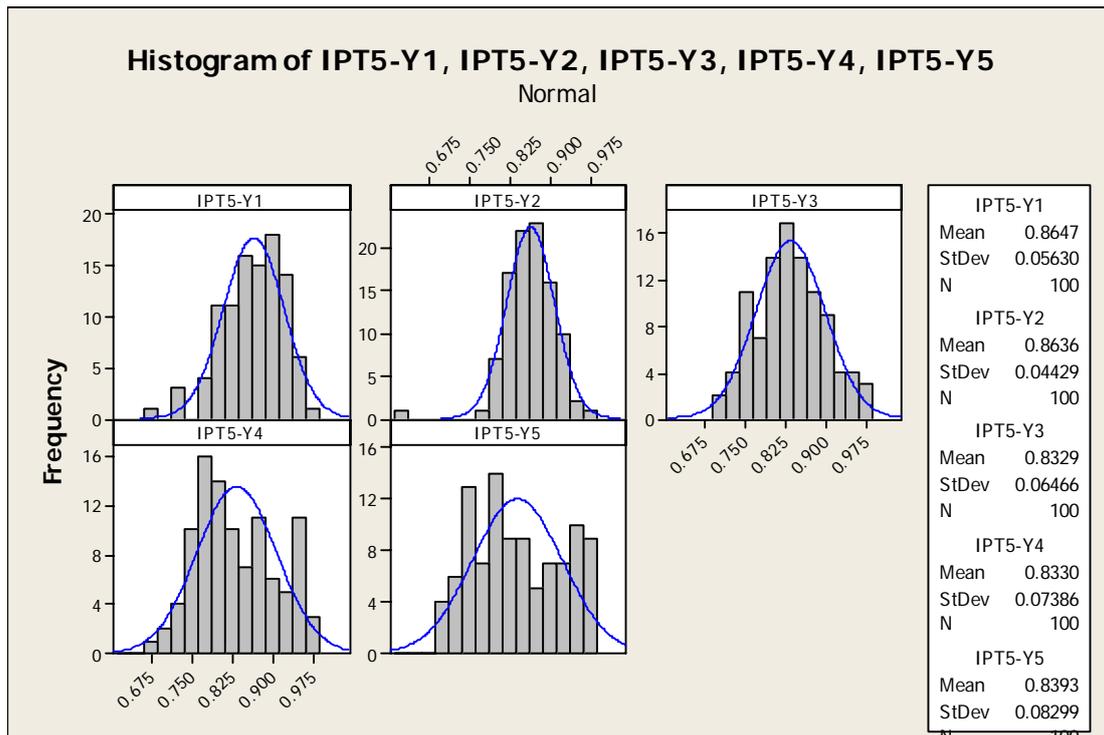
Gambar 10 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode komponen utama pertama (IPT2) dengan seluruh peubah asal kelompok kedua dari 100 kali simulasi



Gambar 11 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) dengan seluruh peubah asal kelompok kedua dari 100 kali simulasi



Gambar 12 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode jarak Hotelling (IPT4) dengan seluruh peubah asal kelompok kedua dari 100 kali simulasi



Gambar 13 Keragaan nilai mutlak korelasi antara gabungan respon dengan metode *division by mean* (IPT5) dengan seluruh peubah asal kelompok kedua dari 100 kali simulasi

Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang dapat ditarik antara lain:

1. Metode penggabungan respon dengan menggunakan sistem pembobotan berdasarkan komponen utama (IPT3) merupakan metode penggabungan respon yang terbaik, baik pada kelompok peubah berkorelasi rendah maupun tinggi.
2. Metode penggabungan respon yang juga memiliki hasil yang cukup baik adalah *division by mean* (IPT5), *range equalization* (IPT1) dan skor komponen utama pertama (IPT2).
3. Metode jarak Hotelling (IPT4) kurang baik digunakan untuk menggabungkan respon karena tidak bisa mengikuti perilaku data asal, dimana korelasi minimum antara respon gabungan dengan peubah asal sangat rendah.

Ucapan Terimakasih

Tulisan ini bagian dari Hibah Penelitian Tim Pascasarjana yang didanai oleh Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Nomor : 226/13.11/PL/2008 Tanggal : 02 April 2008