

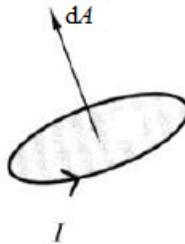
## BAB II

### DASAR TEORI

#### A. Momen Magnet

Di sekitar kawat berarus listrik terdapat medan magnet. Jika kawat tersebut dibuat melingkar (loop) dengan luasan sebesar  $dA$ , maka arus  $I$  dalam luasan yang ditutup loop arus tersebut akan menghasilkan momen magnet sebesar:

$$d\mu = IdA \quad (1)$$



Gambar 2: Momen Magnet yang Muncul Akibat Loop Arus pada Suatu Luasan  
(Blundell, 2009: 2)

Arah momen magnet adalah tegak lurus terhadap luasan ( $dA$ ), hal ini sesuai dengan kaidah tangan kanan. Jika terdapat banyak loop arus, loop yang berdekatan akan saling

meniadakan sehingga yang teramati hanya loop paling luar. Oleh karenanya persamaan untuk jumlahan loop diperoleh :

$$\mu = \int d\mu = I \int dA \quad (2)$$

Momen magnet merupakan besaran paling fundamental dalam kemagnetan. Magnet dipol berperilaku hampir sama dengan dipol listrik (2 muatan positif dan negatif terpisah oleh jarak yang kecil).

Arus terjadi karena ada pergerakan satu atau lebih muatan. Setiap muatan memiliki massa, muatan tersebut juga bergerak mengorbit inti. Gerak melingkar tersebut memunculkan momentum sudut. Terdapat hubungan antara momen magnet dengan momentum sudut. Dalam atom, momen magnet  $\vec{\mu}$  berbanding langsung dengan momentum sudut  $\vec{L}$  dari elektron, secara matematis dinyatakan sebagai:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L} \quad (3)$$

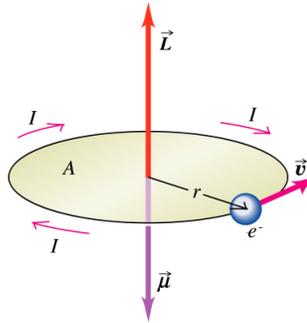
Nilai  $\gamma$  dapat diperoleh dengan memperhatikan besaran-besaran yang muncul ketika suatu elektron mengorbit intinya. Misalkan elektron dari atom hidrogen, dengan muatan  $-e$  dan massa  $m_e$ , mengorbit inti atom. Arus yang muncul sebesar  $I = -e/\tau$ , dengan  $\tau$  merupakan periode elektron mengorbit inti. Periode dapat diperoleh dari  $\tau = 2\pi r/v$ . Berdasarkan model atom Bohr besar momen angular elektron harus sama dengan  $\hbar$  pada kondisi dasar (*ground state* sehingga  $n = 1$ ). Momen magnet elektron dinyatakan:

$$\mu = \pi r^2 I = -\frac{e\hbar}{2m_e} \equiv -\mu_B, \quad (4)$$

dengan  $\mu_B$  merupakan magneton Bohr yang didefinisikan sebagai:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}, \quad (5)$$

dari hasil tersebut dapat terlihat hubungan antara magneton Bohr (momen magnet) dengan momentum sudut ( $\hbar$ ), dengan  $e/2m_e$  sebagai konstanta atau rasio gyromagnetik  $\gamma$ . Dari Persamaan (4) terdapat tanda (-) hal ini akibat muatan  $e$ , dapat diartikan bahwa momen magnet berlawanan arah dengan momentum sudut, ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 3: Momen Magnet Berlawanan Arah dengan Momentum Sudut (Becker, 2009)

Dalam suatu bahan magnet, terdapat banyak momen magnet yang arahnya belum tentu seragam. Momen magnet total per satuan volume ruang disebut sebagai magnetisasi ( $\vec{M}$ ). Secara matematis ditulis sebagai:

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}}{V} \quad (6)$$

## B. Momentum Sudut

Sebelumnya telah disebutkan bahwa momen magnet berhubungan dengan momentum sudut. Dalam mekanika klasik, telah disepakati bahwa setiap benda tegar memiliki 2 jenis momentum sudut, yaitu momentum orbital dan spin. Dalam atom hidrogen, selain mengorbit inti, elektron juga membawa "bentuk lain" dari momentum sudut yang tidak berkaitan dengan ruang. Dianalogikan bahwa elektron sebagai bumi, selain mengorbit matahari (inti atom), bumi (elektron) juga mengalami rotasi di sekitar pusat massa yang disebut dengan spin (Griffiths, 2005: 171).

Dalam atom yang sesungguhnya, besar momentum sudut orbital ini bergantung pada keadaan yang ditempati oleh elektron, yang diwakili oleh bilangan kuantum orbital ( $l$ ) dan bilangan kuantum magnetik ( $m_l = \sqrt{l(l+1)}$ ). Komponen momentum sudut orbital dalam sumbu-z adalah  $\vec{L} = m_l \hbar = \sqrt{l(l+1)} \hbar$ , sedangkan komponen momen magnet total di sepanjang sumbu-z adalah  $\vec{\mu} = -m_l \hbar = -\sqrt{l(l+1)} \mu_B$ . Spin elektron dicirikan dengan bilangan kuantum spin  $s$  yang bernilai  $\frac{1}{2}$ . Komponen momentum sudut spin dinyatakan dengan  $m_s \hbar$ . Dalam sumbu-z maka komponen momentum sudut spin yang mungkin muncul adalah  $-\frac{\hbar}{2}$  dan  $\frac{\hbar}{2}$ , maka nilai  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ . Nilai tersebut mewakili spin *up* dan spin *down*. Diperoleh nilai momentum sudut spin adalah  $\sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}\hbar}{2}$ .

Momentum sudut spin kemudian dihubungkan dengan momen magnet sehingga diperoleh komponen momen magnetik spin sama dengan  $-g\mu_B m_s$  dan memiliki nilai  $\sqrt{s(s+1)} g\mu_B = \sqrt{3} g\mu_B / 2$ . Dalam persamaan tersebut,  $g$  adalah konstanta yang dikenal dengan faktor- $g$ . Ketika elektron tersebut diberi medan magnet  $B$ , maka menghasilkan energi sebesar:

$$E = g\mu_B m_s B \quad (7)$$

Karena adanya faktor  $m_s$  dalam persamaan tersebut maka akan terjadi pemisahan tingkat energi yang dikenal dengan *efek Zeeman*. Pembahasan bahan magnet tidak bisa mengandalkan perhitungan mekanika klasik. Oleh karena itu, dalam tinjauan nyata, pendekatan dengan mekanika kuantum lebih tepat digunakan (Blundell, 2001: 9).

### C. Interaksi Tukar

Interaksi paling sederhana yang terjadi dalam kemagnetan adalah interaksi tukar. Interaksi jenis ini menjadi dasar terjadinya fenomena *long range magnetic order* (Blundell, 2001: 74). Interaksi tukar seperti interaksi elektrostatik, membutuhkan energi untuk bersatu dan melepaskan energi ketika berpisah. Ada beberapa jenis interaksi tukar diantaranya pertukaran langsung, pertukaran tak langsung, dan pertukaran super (interaksi tukar anisotrop).

Interaksi paling sederhana terjadi antara dua buah elektron yang memiliki jarak dari titik acuan sebesar  $\mathbf{r}_1$  dan  $\mathbf{r}_2$ . Elektron tersebut memiliki fungsi keadaan  $\psi_a(\mathbf{r}_1)$  untuk elektron pertama dan  $\psi_b(\mathbf{r}_2)$  untuk elektron kedua. Ketika kedua elektron berinteraksi maka persamaan keadaan menjadi  $\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2)$ .

Untuk elektron, hampir seluruh fungsi gelombang harus berupa asimetri. Oleh karenanya fungsi gelombang dari spin juga berupa asimetris. Keasimetrian elektron dilihat dari spin yang berupa spin *up* dan spin *down*. Keadaan singlet ( $\chi_S$ ) diperoleh dari spin yang saling asimetri, yaitu *up* dan *down*, atau sebaliknya ( $\uparrow\downarrow / \downarrow\uparrow$ ). Pada keadaan ini nilai  $S=0$ , sehingga ketidaksimetrian spin mengakibatkan keadaan singlet karena  $m_s = 0$ . Sedangkan keadaan triplet ( $\chi_T$ ) muncul akibat kesimetrian spin, yang berupa *up-up* atau *down-down* ( $\uparrow\uparrow / \downarrow\downarrow$ ). Hasil ini mengakibatkan  $S = 1$  sehingga  $m_s = -1, 0, 1$ , terdapat tiga keadaan oleh karenanya disebut keadaan triplet. Fungsi gelombang yang

asimetri dari kasus singlet dan triplet dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\Psi_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2) + \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)]\chi_S \\ \Psi_T &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2) - \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)]\chi_T\end{aligned}\quad (8)$$

Energi yang mungkin diperoleh dari kedua sistem tersebut adalah:

$$\begin{aligned}E_S &= \int \Psi_S^* \hat{H} \Psi_S d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ E_T &= \int \Psi_T^* \hat{H} \Psi_T d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2\end{aligned}\quad (9)$$

$\hat{H}$  merupakan operator hamiltonian dengan nilai:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V \quad (10)$$

Dengan mengasumsikan kedua bagian dari fungsi gelombang  $\chi_S$  dan  $\chi_T$  ternormalisasi, maka selisih kedua energi tersebut adalah:

$$E_S - E_T = 2 \int \psi_a^*(\mathbf{r}_1)\psi_b^*(\mathbf{r}_2)\hat{H}\psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (11)$$

setengah dari selisih energi merupakan suatu konstanta, konstanta ini disebut sebagai **konstanta tukar** ( $J$ ), yang nilainya diperoleh berdasarkan Persamaan (11) sebagai:

$$J = \frac{E_S - E_T}{2} = \int \psi_a^*(\mathbf{r}_1)\psi_b^*(\mathbf{r}_2)\hat{H}\psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (12)$$

Besar energi spin berdasarkan hamiltonian dapat ditulis sebagai :

$$E = -2J\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad (13)$$

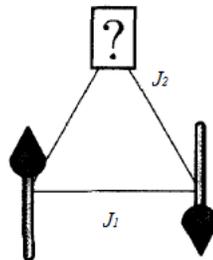
Keadaan triplet ( $S = 1$ ) memiliki  $E_S > E_T$  maka  $J > 0$ , terjadi pada bahan ferromagnet. Keadaan singlet ( $S = 0$ ) memiliki  $E_S < E_T$  maka  $J < 0$ , terjadi pada bahan antiferromagnet.

Dari penjelasan tersebut, kemudian dikembangkan model Heisenberg untuk menyatakan interaksi antar spin:

$$E = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (14)$$

dengan  $J_{ij}$  merupakan konstanta tukar untuk spin ke- $i$  dan ke- $j$ . Sedangkan angka 2 dihilangkan karena penggunaan notasi sigma.

Persamaan (14) digunakan untuk menyelesaikan kasus yang nilai  $J$ -nya seragam (satu). Jika terdapat lebih dari satu nilai  $J$ , maka akan terjadi kompetisi interaksi. Umumnya kompetisi interaksi terjadi pada bahan antiferromagnet (Diep & Giacomini, 2004: 2).



Gambar 4: Kompetisi Interaksi pada Kekisi Segitiga Antiferromagnet (Blundell, 2001: 167)

Dengan adanya nilai  $J_1$  dan  $J_2$ , maka Persamaan (14) dapat dinyatakan kembali sebagai berikut:

$$E = -J_1 \sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - J_2 \sum_{\langle kl \rangle} \mathbf{S}_k \cdot \mathbf{S}_l \quad (15)$$

Jika rasio kompetisinya dinyatakan dengan  $J_2/J_1$  maka diperoleh persamaan interaksi

kompetisi adalah:

$$\frac{E}{J_1} = - \sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \frac{J_2}{J_1} \sum_{\langle kl \rangle} \mathbf{S}_k \cdot \mathbf{S}_l \quad (16)$$

Persamaan (16) ini yang akan digunakan dalam penelitian ini untuk menentukan nilai energi dari sistem yang memiliki kompetisi interaksi.

#### **D. Model Ising**

Ernst Ising (1925), dalam rangka mendapat gelar profesor, mencoba mengembangkan model ferromagnet yang dikenalkan oleh Lenz pada tahun 1920. Dalam tesisnya, Ising mengkaji perubahan fase pada ferromagnet 1 dimensi. Dalam kajiannya tersebut, setiap momen magnet hanya memiliki dua posisi, *up* dan *down*, dan hanya berinteraksi dengan tetangga terdekatnya. Model tersebut dikenal sebagai Model Ising. Berdasarkan model Ising, energi terendah dalam bahan ferromagnet diperoleh ketika semua spin memiliki arah yang sama (Ising, 1925). Namun sayangnya, untuk kasus ferromagnet 1 dimensi tidak terjadi perubahan fase. Ilmuwan lain, Onsanger (1944), mencoba mengembangkan dan ternyata model tersebut berhasil digunakan untuk menyelesaikan kasus ferromagnet pada 2 dimensi. Model ini dapat dikenakan pada 2 dimensi karena pada kekisi 2 dimensi atau lebih, transisi fase baru akan terjadi. Meskipun model Ising 1 dimensi dan 2 dimensi tidak sama dalam fase transisi, namun tinjauan untuk energi bebas dan fungsi korelasi spin-spin karena adanya medan magnet untuk kedua dimensi adalah sama (McCoy, Barry, & Wu, 1973: 31). Model Ising dapat digunakan untuk menjelaskan fenomena fisika yang terjadi pada bahan campuran ferroelektrik, kekisi gas, campuran dua logam, dan memiliki peranan penting pada tinjauan kasus kemagnetan (Olivi & Tran, 2009: 481).

Pada kekisi dengan jumlah titik kekisi  $N$  dan memiliki spin  $S$  di setiap titik keki-

sinya, setiap spin memiliki kemungkinan nilai yang muncul  $+1$  untuk spin *up* dan  $-1$  untuk spin *down*. Secara matematis McCoy, Barry, & Wu (1973: 3) menyatakan energi interaksi adalah:

$$E = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_{i=1}^N B_i \sigma_i \quad (17)$$

$J_{ij}$  adalah konstanta tukar yang menentukan skala energi. Jika  $J > 0$ , spin cenderung paralel, untuk  $J < 0$  maka spin cenderung antiparalel, dan jika  $J_{ij}$  cenderung acak (random), dapat  $+$  atau  $-$ , maka diperoleh apa yang disebut dengan *spin glass*. Suku kedua mewakili interaksi spin dengan medan magnet eksternal  $B$ . Spin diasumsikan membujur searah sumbu-z, sehingga  $\vec{B} = B\vec{z}$ . Misalkan  $B_i$  merupakan medan yang mungkin dikenakan dari spin ke spin, jika  $B_i$  random maka disebut model Ising medan random. Untuk lebih mudah, maka diseragamkan medannya,  $B_i = B > 0$ , sehingga diperoleh energi interaksi:

$$E = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j - \sum_{i=1}^N B \sigma_i \quad (18)$$

Setiap spin hanya berinteraksi dengan tetangga terdekatnya. Dalam kekisi 1 dimensi, penyelesaian perhitungan energi menggunakan syarat batas. Syarat batas menyatakan bahwa spin-spin kedua ujung saling didekatkan sehingga berbentuk melingkar seperti cincin (Huang, 1961: 342). Jika tidak ada medan magnet eksternal,  $B = 0$  maka energi yang dimiliki adalah:

$$E = -J \sum_{i=1}^N \sigma_i \sigma_{i+1} \quad (19)$$

$\langle i, i+1 \rangle$  menunjukkan pasangan spin terdekat. Jika  $i+1 = j$ , untuk Persamaan (19) baik  $\langle ij \rangle$  maupun  $\langle ji \rangle$  memiliki arti yang sama yaitu sebagai tetangga terdekatnya. Jumlahan dari  $\langle ij \rangle$  adalah  $(\alpha N)/2$ , dengan  $\alpha$  menunjukkan dimensi kekisi.  $\alpha$

bernilai 4 untuk kekisi persegi 2 dimensi, bernilai 6 untuk 3 dimensi *simple cubic*, dan bernilai 8 untuk 3 dimensi *body center cubic* (Huang, 1961: 342).

Secara umum model Ising hampir sama dengan model Heisenberg, yang membedakan adalah bahwa model Ising, tinjauan spin hanya berupa spin *up* atau spin *down*.

## **E. Metode Monte Carlo**

Pada dasarnya metode Monte Carlo adalah metode yang melibatkan bilangan random untuk menyelesaikan suatu masalah. Berdasarkan berbagai sumber, Sadus (2002) mengelompokkan penggunaan Monte Carlo dalam ilmu sains sebagai berikut:

1. Monte Carlo klasik, yaitu mengambil sampel dari distribusi peluang untuk menentukan beberapa informasi seperti energi minimum. Contoh paling sederhana penggunaan metode ini adalah untuk menentukan nilai  $\pi$ .
2. Monte Carlo kuantum, memuat cara menentukan langkah acak yang diperlukan untuk menentukan informasi misalnya energi mekanik kuantum.
3. *Path Integral Monte Carlo*, metode ini melibatkan bentuk integral dari mekanika statistik kuantum untuk mengetahui sifat-sifat termodinamika.
4. Simulasi Monte Carlo, merupakan algoritma yang melibatkan konfigurasi yang berdasarkan aturan diterima.

### **1. Simulasi Monte Carlo dalam Model Ising 2 Dimensi**

Dalam kekisi 2 dimensi, meskipun kekisinya hanya kecil namun akan memiliki banyak peluang munculnya keadaan. Misalkan terdapat kekisi sebanyak  $N$ , maka banyaknya keadaan yang muncul adalah  $2^N$ . Untuk  $N$  yang relatif kecil tentu akan

mudah diselesaikan, namun semisal kesisi tersebut sebesar  $20 \times 20$  titik kekisi, maka terdapat  $2^{400}$  keadaan yang muncul. Perhitungan secara manual tidak mungkin untuk dilakukan, oleh karenanya perlu menggunakan simulasi komputer. Untuk mengambil sampel keadaan secara acak maka perlu penggunaan Monte Carlo. Namun, salah satu kekurangannya karena memang penggunaannya untuk menentukan bilangan secara acak, maka yang terjadi adalah suatu kondisi yang benar-benar acak. Oleh karenanya diperlukan metode pendukung lain untuk mengatasi sistem yang terlalu acak.

Metropolis et.al (1953), menawarkan algoritma untuk melengkapi teori random dari metode Monte Carlo. Metropolis et.al sepakat bahwa kebanyakan dari sistem di alam tidak terisolasi. Pertukaran energi antara sistem dengan lingkungan akan terjadi hingga diperoleh kesetimbangan antara keduanya. Jika terdapat banyak sistem pada volume  $V$  dan terdapat jumlah partikel sebanyak  $N$ , kondisi tersebut setimbang pada suhu  $T$ , sistem berada pada keadaan  $s$  dan memiliki energi  $E_s$ , maka probabilitasnya dinyatakan sebagai berikut:

$$P_s = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_s}, \quad (20)$$

dengan  $\beta = (k_B T)^{-1}$ ,  $k_B$  merupakan konstanta Boltzman ( $1,381 \times 10^{-23}$  J/K),  $T$  adalah suhu, dan  $Z$  adalah konstanta normalisasi yang dinyatakan sebagai:

$$Z = \sum e^{-\beta E_s} \quad (21)$$

Persamaan (20) dapat digunakan untuk menentukan rata-rata ensambel dari besaran fisis yang diinginkan, misalkan rata-rata energi, diperoleh dari:

$$\langle E \rangle = \sum E_s P_s = \sum \frac{1}{Z} E_s e^{-\beta E_s} \quad (22)$$

Untuk simulasi suatu besaran fisis,  $A$  misalnya, dari  $N$  partikel yang berada pada volume  $V$  dan suhu  $T$ , dapat dilakukan namun terbatas hingga keadaan ke- $m$  yang berhingga. Perhitungan rata-rata  $A$  dapat dilakukan dengan:

$$\langle A \rangle \approx A_m = \frac{\sum_{s=1}^m A_s e^{-\beta E_s}}{\sum_{s=1}^m e^{-\beta E_s}} \quad (23)$$

Dalam penyederhanaan perhitungan, maka penentuan rata-rata  $A$  dapat dilakukan dengan pengambilan sampel dan generalisasi sampel dengan menggunakan fungsi probabilitas  $\pi_s$ . Fungsi probabilitas yang paling tepat digunakan adalah fungsi probabilitas Boltzman (Gould, Tobochnik, & Christian (2006: 604)) yang dinyatakan:

$$\pi_s = \frac{e^{-\beta E_s}}{\sum_{s=1}^m e^{-\beta E_s}} \quad (24)$$

Sehingga rata-rata nilai  $A$  dapat dinyatakan sebagai:

$$A_m = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m A_s, \quad (25)$$

dengan setiap sampel keadaan berdasarkan pada distribusi Boltzman. Penggunaan Persamaan (24) untuk nilai  $\pi_s$  dilakukan oleh Metropolis et.al sehingga disebut sebagai algoritma Metropolis.

Secara sederhana, Gould, Tobochnik, & Christian (2006: 605) menyatakan algoritma Metropolis sebagai berikut:

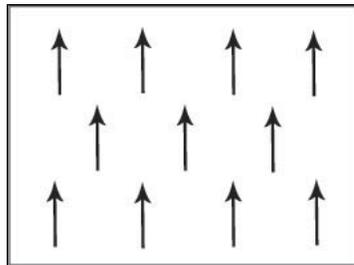
1. Mendefinisikan keadaan awal.
2. Memilih spin yang akan dibalik (*flip*).
3. Menghitung  $\Delta E \equiv E_{trial} - E_{old}$ , yang merupakan perubahan energi akibat *flip*

yang dilakukan.

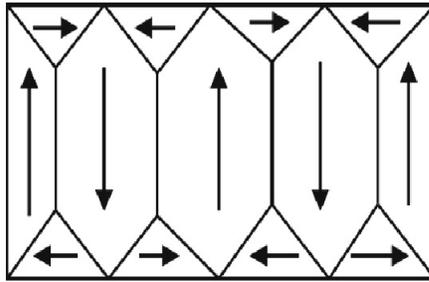
4. Jika  $\Delta E$  kurang atau sama dengan nol, maka keadaan baru diterima dan lompat ke langkah 8.
5. Jika  $\Delta E$  positif, hitung besar faktor Boltzmann  $w = e^{-\beta\Delta E}$ .
6. Mengeset bilangan random ( $r$ ) dari interval 0-1 ( $rand(I)$ ).
7. Jika  $r \leq w$  maka keadaan diterima, jika tidak maka keadaan sebelumnya yang digunakan.
8. Menentukan besaran fisis yang diinginkan.
9. Mengulangi langkah 2 sampai 8 untuk memperoleh beberapa keadaan.
10. Menentukan rata-rata dari keadaan secara periodik

## 2. Model Ising 2D dengan Metode Monte Carlo pada Kasus Ferromagnet

Momen magnet dari bahan ferromagnet memiliki keunikan tersendiri yaitu cenderung sejajar dan searah (paralel). Jumlahan total momen magnetik tidak sama dengan nol sehingga menimbulkan magnetisasi yang dapat diamati efeknya secara langsung.



Gambar 5: Kesejajaran Spin pada Ferromagnet



Gambar 6: Domain Magnet (Stancil & Prabhakar, 2001: 4)

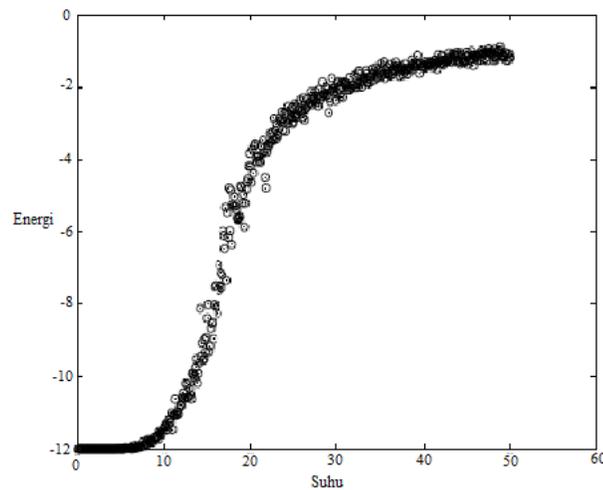
Tanpa medan magnet eksternal, keteraturan momen magnet ferromagnet secara umum memiliki pola kompleks dalam domain magnetnya. Momennya teratur pada domain tertentu namun berubah perlahan di setiap batas domain. Dalam hal ini setiap domain bertindak sebagai magnet kecil yang volumenya lebih kecil jika dibandingkan dengan sampel material namun lebih besar daripada momen magnetik dasar. Ketika dikenai medan eksternal, antar domain mulai sejajar sehingga menaikkan jumlah magnetisasinya. Efek ini akan bertahan meskipun medan magnet eksternal diiadakan (Stancil & Prabhakar, 2009: 4). Ferromagnet dapat dijadikan contoh sebagai magnet permanen. Bahan yang termasuk dalam ferromagnet adalah besi, nikel, kobal, dan beberapa logam yang dicampur dengan ketiga unsur tersebut.

Perhitung nilai energi pada bahan ferromagnet dapat menggunakan model Ising 2 dimensi. Dalam model ini, seluruh spin berada pada sumbu-z sehingga memiliki nilai  $\pm 1$ , menyatakan spin *up* dan spin *down*. Untuk sistem ferromagnet, karena semua spin sejajar dan searah (paralel) maka interaksi spin yang terjadi antar tetangga terdekat keduanya berupa spin *up* atau spin *down*. Interaksi diharapkan terjadi antara tetangga terdekat ( $J_1$ ) dan dengan tetangga terdekat berikutnya ( $J_2$ ). Misalkan kekisi dengan ukuran  $N_x \times N_y$ , dan tanpa adanya medan magnet eksternal, energi sistem berdasarkan

model Ising dapat dinyatakan sebagai:

$$E = -J_1 \sum_{ij} \sigma_i \sigma_j - J_2 \sum_{kl} \sigma_k \sigma_l \quad (26)$$

Untuk menentukan besaran magnetisasi dan energi dalam ferromagnet dapat diperoleh dengan cara simulasi. Simulasi yang dilakukan menggunakan metode Monte Carlo dengan algoritma Metropolis. Sudah banyak simulasi yang dilakukan oleh para fisikawan untuk mendapatkan informasi fisis dalam bahan ferromagnet. Peneliti juga melakukan simulasi untuk menyelidiki kasus bahan ferromagnet dengan kekisi segitiga  $6 \times 6$ . Dari hasil simulasi yang dilakukan diperoleh grafik energi sebagai berikut:

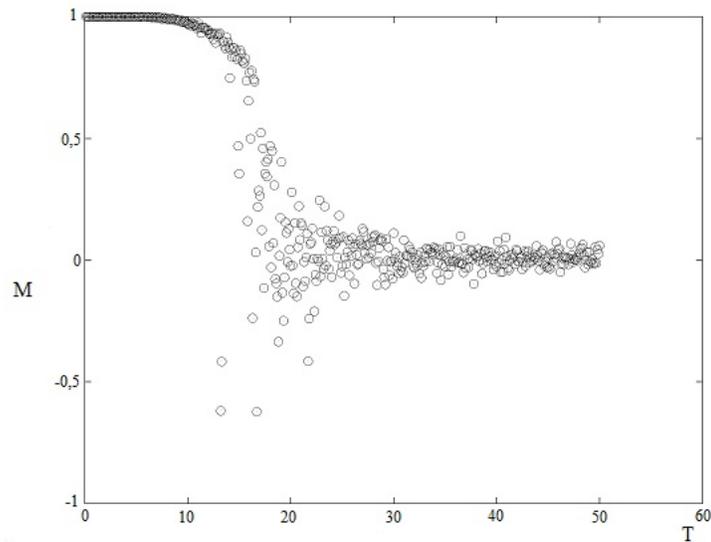


Gambar 7: Energi Bahan Ferromagnet dengan Titik Kekisi  $6 \times 6$

Simulasi dilakukan pada suhu  $0,1 - 50,0$  dengan kenaikan suhu  $0,1$  sedangkan nilai  $k_B = 1$ . Berdasarkan grafik energi yang diperoleh, dapat dilihat bahwa energi pada suhu terendahnya ( $\neq 0$ ) diperoleh  $-12$  perubahan fase terjadi mulai suhu sekitar 10 kemudian naik secara signifikan sampai suhu 23, selanjutnya naik perlahan hingga pada suhu 40 nilai energi sekitar  $-1$ . Fenomena ini muncul akibat pemanasan (penambahan

suhu) yang dilakukan. Awalnya spin tertata secara teratur (*order*) dan searah, karena pengaruh suhu, spin bahan mengalami *disorder*. Semakin besar suhu maka energi yang dikenakan pada bahan semakin besar, ketika melewati suhu kritis, energi akan meningkat secara drastis dan digunakan bahan untuk mengubah fase dari bahan ferromagnet menjadi paramagnet.

Sedangkan simulasi pada kasus yang sama, grafik magnetisasi diperoleh sebagai berikut:



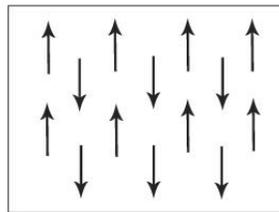
Gambar 8: Magnetisasi Bahan Ferromagnet pada Kekisi  $6 \times 6$

Untuk magnetisasi ferromagnet, pada keadaan awal terdapat magnetisasi total maksimal per spin yaitu bernilai 1. Dengan kenaikan suhu yang diberikan, sistem awalnya masih bertahan pada keadaan awal, namun ketika suhu bertambah secara terus-menerus, sistem mulai rusak dan magnetisasi turun secara drastis pada suhu 10 – 23, sistem mengalami ketidakteraturan spin dan magnetisasi lenyap pada suhu sekitar 25. Oleh karena magnetisasinya lenyap maka sistem berada pada fase paramagnet. Dapat

diketahui bahwa bahan ferromagnet tersebut telah berubah menjadi bahan paramagnet. Perubahan fase ini terjadi pada suhu  $10 - 23$ , pada perubahan fase tersebut energi yang dimiliki bahan meningkat secara drastis.

### 3. Model Ising 2D dengan Metode Monte Carlo pada Kasus Antiferromagnet

Jenis bahan yang memiliki momen magnet saling berlawanan arah dan besar momen magnetnya sama, digolongkan dalam kelompok antiferromagnet. Momen magnet yang dimiliki saling berlawanan sehingga total momen magnet dalam bahan antiferromagnet adalah 0 (tidak memiliki magnetisasi). Oleh karena nilai magnetisasi total adalah 0 maka bahan antiferromagnet tidak dapat teramati efek momen magnetnya secara makroskopis.

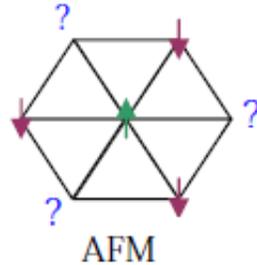


Gambar 9: Konfigurasi Spin pada Antiferromagnet

Interaksi yang terjadi dalam kasus antiferromagnet sederhana akan sama seperti ferromagnet. Untuk kasus ferromagnet karena arah spin adalah paralel, maka ketika melakukan perhitungan energi, kedua spin menggunakan tanda yang sama (keduanya (+) atau (-)), sedangkan dalam antiferromagnet, ciri khususnya adalah arah spin saling antiparalel, sehingga interaksi spin antara (+) dan (-) atau sebaliknya. Interaksi seperti ini akan mudah diselesaikan untuk kasus antiferromagnet Neel (kekisi *bipartite*). Kekisi jenis ini terjadi pada kekisi 1 dimensi, kekisi persegi, kubik pusat badan, dan simpel kubik, dan tidak terjadi pada kekisi segitiga dan kubik pusat muka. Jenis kekisi

segitiga dan kubik pusat muka, merupakan jenis kekisi yang mengalami kasus frustasi.

Interaksi setiap spin pada bahan antiferromagnet dengan geometri kekisi segitiga:



Gambar 10: Interaksi Spin dengan 6 Tetangga Terdekatnya (Takengny et.al, 2012)

Beberapa penelitian mengenai magnet yang terfrustasi secara geometri berfokus pada kemungkinan yang terjadi ketika bentuk kekisi yang dimiliki mencegah pembentukan *order* (keteraturan) dan konfigurasi spin pada suhu rendah yang sederhana. Umumnya, bentuk geometri semacam ini akan mengakibatkan pembentukan energi dasar yang bervariasi (lebih dari satu) (Moessner & Ramirez, 2006: 26).

Penyelesaian kasus antiferromagnet dengan metode Ising memiliki kesamaan dengan model Ising untuk ferromagnet, perbedaannya hanya pada nilai spin-spin yang saling berinteraksi karena arah spinnya yang saling antiparalel. Sehingga energi untuk kasus antiferromagnet terfrustasi diperoleh dengan:

$$\frac{E}{J_1} = - \sum_{ij} \sigma_i \sigma_j - \frac{J_2}{J_1} \sum_{kl} \sigma_k \sigma_l \quad (27)$$

Interaksi spin yang terjadi merupakan spin *up* dan spin *down* secara berselang-seling dan nilai  $J < 0$ . Sedangkan magnetisasi spin dapat dinyatakan secara matematis sebagai

berikut:

$$M = \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (28)$$

Dari nilai magnetisasi yang diperoleh dapat diamati terjadinya perubahan fase dari antiferromagnet menjadi paramagnet (Blundell, 2001: 118). Perubahan fase terjadi pada suhu tertentu, disebut dengan suhu Neel ( $T_N$ ) (Blundell, 2001: 93). Berikut nilai  $T_N$  untuk beberapa material:

Tabel 1: Suhu Neel untuk Beberapa Material (Chang, 2001)

Material	Kekisi Paramagnet	$T_N$ (K)
MnO	fcc	116
MnS	fcc	160
MnTe	hex, layer	307
MnF <sub>2</sub>	bc tetr	67
FeF <sub>2</sub>	bc tetr	79
FeCl <sub>2</sub>	hex layer	24
FeO	fcc	198
CoCl <sub>2</sub>	hex layer	25
CoO	fcc	291
NiCl <sub>2</sub>	hex layer	50
NiO	fcc	525
Cr	bcc	308