BAB II

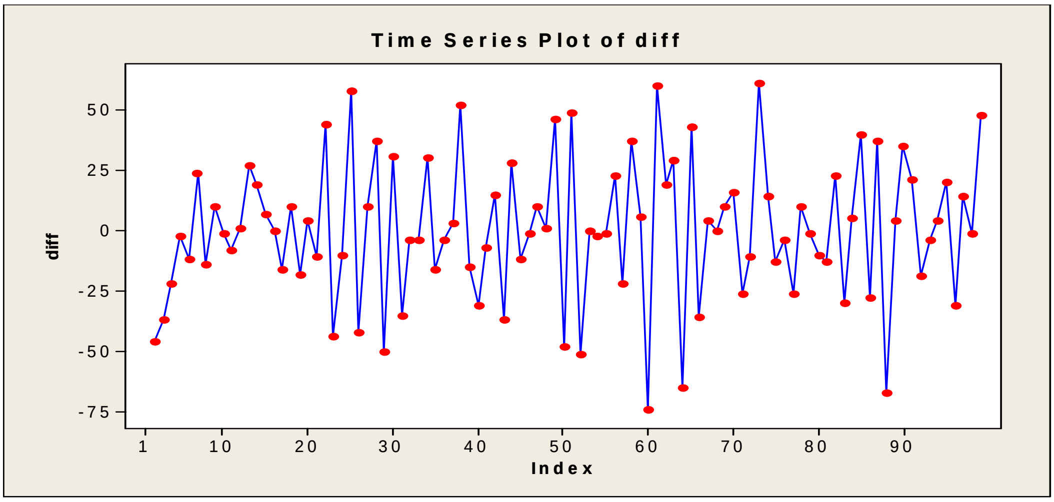
KAJIAN PUSTAKA

A. *Time Series*

Time series atau runtun waktu adalah himpunan observasi data terurut dalam waktu (Hanke&Winchern, 2005: 58). Metode *time series* adalah metode peramalan dengan menggunakan analisa pola hubungan antara variabel yang akan dipekirakan dengan variabel waktu. Peramalan suatu data *time series* perlu memperhatikan tipe atau pola data. Secara umum terdapat empat macam pola data *time series*, yaitu horizontal, *trend*, musiman, dan siklis (Hanke dan Wichren, 2005: 158). Pola horizontal merupakan kejadian yang tidak terduga dan bersifat acak, tetapi kemunculannya dapat memepengaruhi fluktuasi data *time series*. Pola *trend* merupakan kecenderungan arah data dalam jangka panjang, dapat berupa kenaikan maupun penurunan. Pola musiman merupakan fluktuasi dari data yang terjadi secara periodik dalam kurun waktu satu tahun, seperti triwulan, kuartalan, bulanan, mingguan, atau harian. Sedangkan pola siklis merupakan fluktuasi dari data untuk waktu yang lebih dari satu tahun.

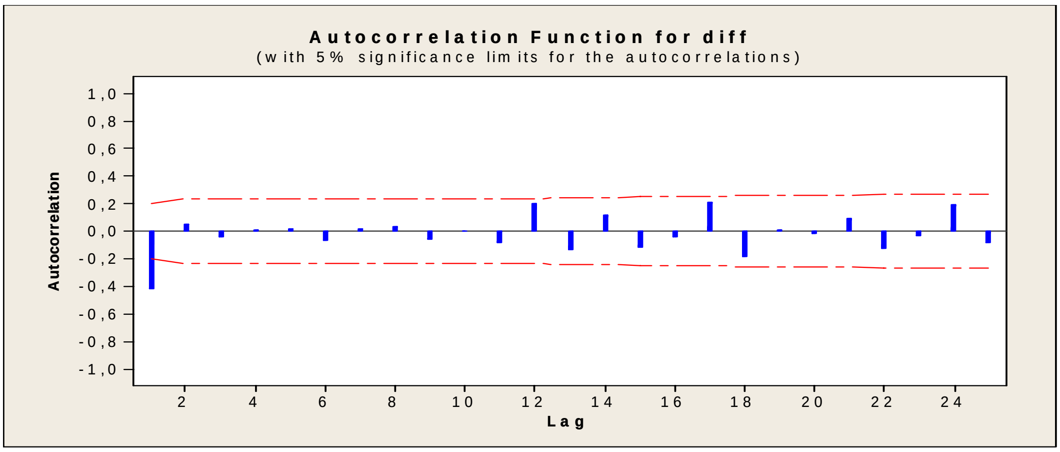
B. Stasioneritas

Stasioneritas berarti bahwa tidak terjadinya pertumbuhan dan penurunan data. Suatu data dapat dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan disekitar nilai rata-rata yang konstan dan variansi disekitar rata-rata tersebut konstan selama waktu tertentu (Makridakis, 1999: 61). *Time series* dikatakan stasioner apabila tidak ada unsur *trend* dalam data dan tidak ada unsur musiman atau rata-rata dan variannya tetap, seperti pada Gambar 2.1.



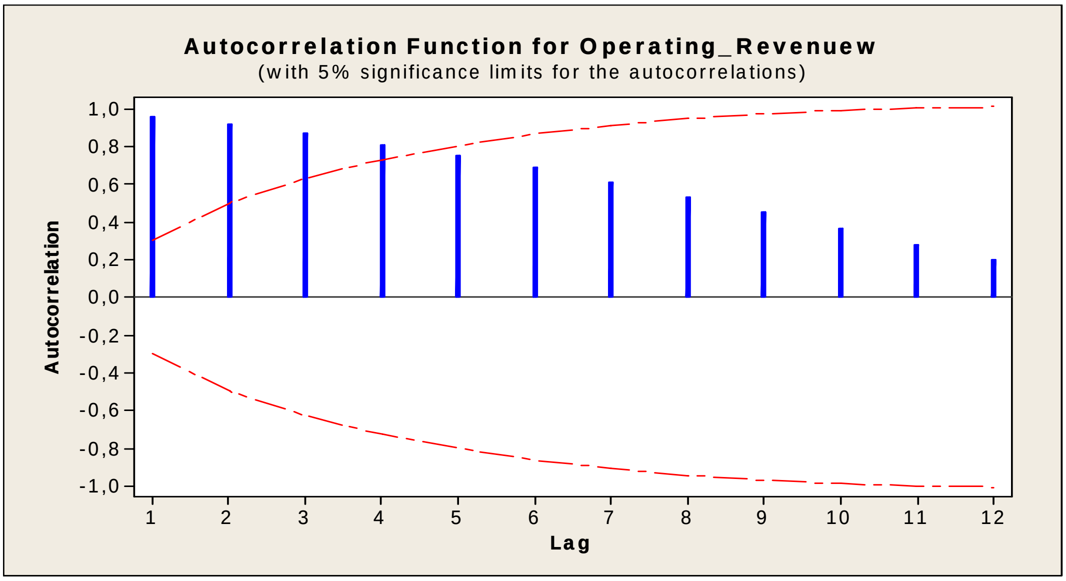
Gambar 2.1. Plot *time series* data Stasioner dalam rata-rata dan variansi (Hanke&Winchern, 2005: 71)

Selain dari plot *time series*, stasioner dapat dilihat dari plot *Autocorrelation Function (ACF)* data tersebut. Apabila plot data *Autocorrelation Function* (*ACF*) turun mendekati nol secara cepat, pada umumnya setelah *lag* kedua atau ketiga maka dapat dikatakan stasioner (Hanke&Winchern, 2005: 67). Gambar 2.2 menunjukkan plot *ACF* dari data stasioner.



Gambar 2.2. Plot *ACF* data stasioner (Hanke&Winchern, 2005: 71**)**

Data nonstasioner apabila terdapat unsur *trend* dalam data, yaitu mengalami kenaikan dan penurunan seiring bertambahnya periode waktu. Pada data nonstasioner yang memiliki *trend* akan memiliki nilai *Autocorrelation Function* (*ACF*) yang signifikan pada *lag-lag* awal kemudian mengecil secara bertahap, seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3. Plot *ACF* data tidak stasioner (Hanke&Winchern, 2005: 71)

C. *Differencing*

Differencing (pembedaan) dilakukan untuk menstasionerkan data nonstasioner. Operator *shift* mundur *(backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis, 1999: 383). Penggunaan *backward shift* adalah sebagai berikut

$$BX_t = X_{t-1} \tag{2.1}$$

dengan X_t = nilai variabel X pada waktu t

X_{t-1} = nilai variabel X pada waktu $t-1$

B = *backward shift*

Notasi B yang dipasang pada X memepunyai pengaruh menggeser data satu waktu kebelakang. Sebagai contoh, jika suatu data *time series* nonstasioner maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* orde pertama dari data. Rumus untuk *differencing* orde pertama, yaitu

$$X_t' = X_t - X_{t-1} \tag{2.2}$$

dengan X_t' = nilai variabel X pada waktu t setelah *differencing*

dengan menggunakan *backward shift*, persamaan (2.2) dapat ditulis menjadi

$$X_t' = X_t - BX_t \tag{2.3}$$

atau

$$X_t' = (1-B)X_t \tag{2.4}$$

Differencing pertama pada persamaan (2.4) dinyatakan oleh $(1-B)$

D. *Autocorrelation Function/*Fungsi Autokorealsi (*ACF*)

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pengamatan suatu data *time series*. Menurut Wei, (2006: 10), koefisien autokorelasi untuk *lag*–*k* dari data runtun waktu dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(X_{t,}X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t)}\sqrt{Var(X_{t+k})}} = \frac{E(X_t-\mu)(X_{t+k}-\mu)}{\sqrt{E(X_t-\mu)^2}\sqrt{E(X_{t+k}-\mu)^2}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2.5}$$

dengan

μ = rata-rata

γ_k = autokovariansi pada *lag-k*

ρ_k = autokorelasi pada *lag- k*

t = waktu pengamatan, t = 1,2,3,...

$Var(X_t)=Var(X_{t+k})=\gamma_0$

Menurut Mulyana, (2004: 8), karena ρ_k merupakan fungsi atas *k*, maka hubungan koefisien autokorealsi dengan *lag*nya disebut dengan fungsi autokorelasi. Koefisien autokorelasi ρ_k diduga dengan koefisien autokorelasi sampel (Makridakis, 1999: 339).

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2} \tag{2.6}$$

dengan

r_k = koefisien autokorealsi pada *lag-k*

k = selisih waktu

n = jumlah observasi

$\bar{x}$ = rata-rata dari pengamatan $\{z_t\}$

x_t = pengamatan pada waktu ke-*t*

x_{t+k} = pengamatan pada waktu ke *t*+*k*, *k* = 1,2,3,...

Untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi signifikan atau tidak, perlu dilakukan uji. Pengujian dapat dilakukan hipotesis

Ho: $\rho_k = 0$ (koefisien autokorelasi tidak signifikan)

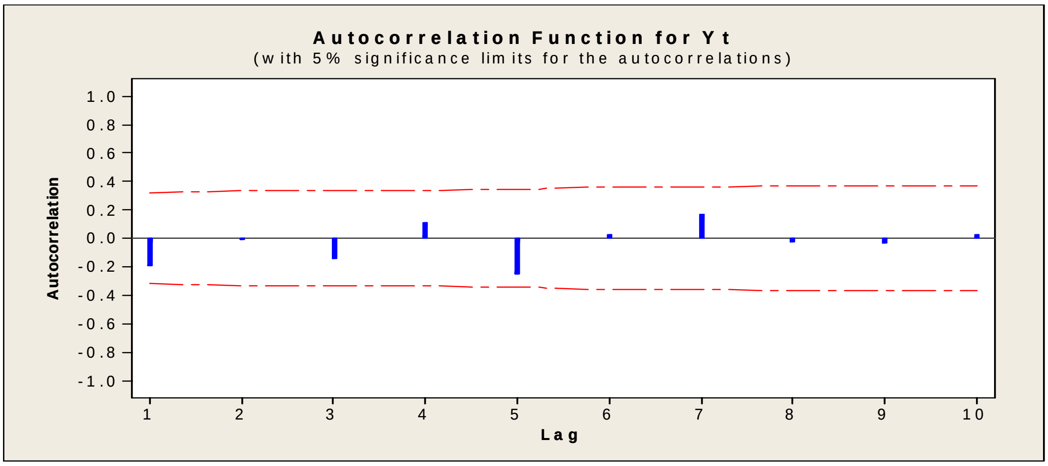
H_1 : $\rho_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi signifikan)

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t = \frac{r_k}{SEr_k}$$

dengan $SE = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Kriteria keputusan Ho ditolak jika $t_{hit} > t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$. Selain menggunakan uji tersebut, untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi yang diperoleh signifikan atau tidak dapat dilihat pada *output software* MINITAB 16, yaitu grafik *ACF* residual. Jika pada grafik *ACF* tidak ada *lag* yang melebihi garis batas signifikansi (garis putus–putus), maka koefisien autokorelasi yang diperoleh signifikan atau tidak terjadi korelasi antar *lag* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.4 berikut



Gambar 2.4. (Hanke&Winchern, 2005: 68)

E. *Partial Autocorrelation Function/*Fungsi Autokorelasi Parsial (*PACF*)

Autokorealsi parsial merupakan korelasi antara X_t dan X_{t+k} dengan mengabaikan ketidakbebasan $X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k-1}$. Menurut Wei, (2006: 11), autokorelasi parsial X_t dan X_{t+k} dapat diturunkan dari model regresi linear, dengan variabel *dependent* X_{t+k} dan independent X_{t+k-1}, X_{t+k-2}, ..., X_t, yaitu:

$$X_{t+k} = \phi_{k1} X_{t+k-1} + \phi_{k2} X_{t+k-2} + \cdots + \varphi_{kk} X_t + a_{t+k} \tag{2.7}$$

dengan ϕ_{ki} merupakan parameter regresi ke-i untuk i = 1,2,...,k dan a_{t+k} merupakan residu dengan rata-rata nol dan tidak berkorelasi dengan X_{t+k-j} untuk j = 1,2,...,k. Dengan mengalikan X_{t+k-j} pada kedua ruas persamaan (2.7) dan menghitung nilai nol harapannya (*expected value*), diperoleh

$$E(X_{t+k-j} X_{t+k}) = \phi_{k1} E(X_{t+k-j} X_{t+k}) + \phi_{k2} E(X_{t+k-j} X_{t+k-1}) + \cdots + \phi_{kk} E(X_{t+k-j} X_{t+k-2})$$
$$+ E(X_{t+k-j} e_{t+k})$$

$$\gamma_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \gamma_{j-2} + \cdots + \phi_{kk} \gamma_{j-k} \tag{2.8}$$

dan

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \cdots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \tag{2.9}$$

untuk j = 1,2,...,k, diperoleh sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\
\rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\
&\vdots \\
\rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_0
\end{aligned}$$

dengan menggunakan aturan Cramer, berturut-turut k = 1,2,..., diperoleh

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\vdots$$

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \tag{2.10}$$

Karena ϕ_{kk} merupakan fungsi atas *k*, maka ϕ_{kk} disebut fungsi autokorealsi parsial.

Hipotesis untuk menguji koefisien autokorelasi parsial sebagai berikut:

$H_0 : \phi_{kk} = 0$

$H_1 : \phi_{kk} \neq 0$

Statistik uji yang digunakan: $t = \dfrac{\phi_{kk}}{SE(\phi_{kk})}$ dengan $SE(\phi_{kk}) = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$. Kriteria keputusan tolak H_0 jika $\left|t_{hitung}\right| > t_{\frac{\alpha}{2} df}$, dengan derajat bebas df = n-1, n adalah banyaknya data (Wei, 2006: 50).

F. Proses *White Noise*

Suatu proses $\{e_t\}$ disebut *white noise* jika merupakan barisan variabel acak yang tidak berkorelasi dengan rata-rata $E(e_t) = 0$, varians konstan $Var(e_t) = \sigma_t^2$. Oleh karena itu, suatu proses *white noise* $\{e_t\}$ adalah stasioner dengan fungsi autokovariansi (Wei, 2006: 15).

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_t^2, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases} \tag{2.11}$$

fungsi autokorelasi

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases} \tag{2.12}$$

fungsi autokorelasi parsial

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases} \tag{2.13}$$

Langkah-langkah pengujian *white noise*:

H_0: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \cdots = \rho_K = 0$ (residu memenuhi proses *white noise*)

H_1: $\exists\ \rho_k \neq 0$, $k = 1, 2, \cdots, K$ (residu tidak memenuhi proses *white noise*)

Statistik uji yaitu uji Ljung Box-Pierce. Rumus uji Ljung-Box atau Box-Pierce (Wei, 2006: 153):

$$Q_K = n\,(n+2)\sum_{k=1}^{K} \frac{r_k^2}{n-k} \tag{2.14}$$

dengan

n = banyaknya observasi dalam runtun waktu

K = banyaknya *lag* yang diuji

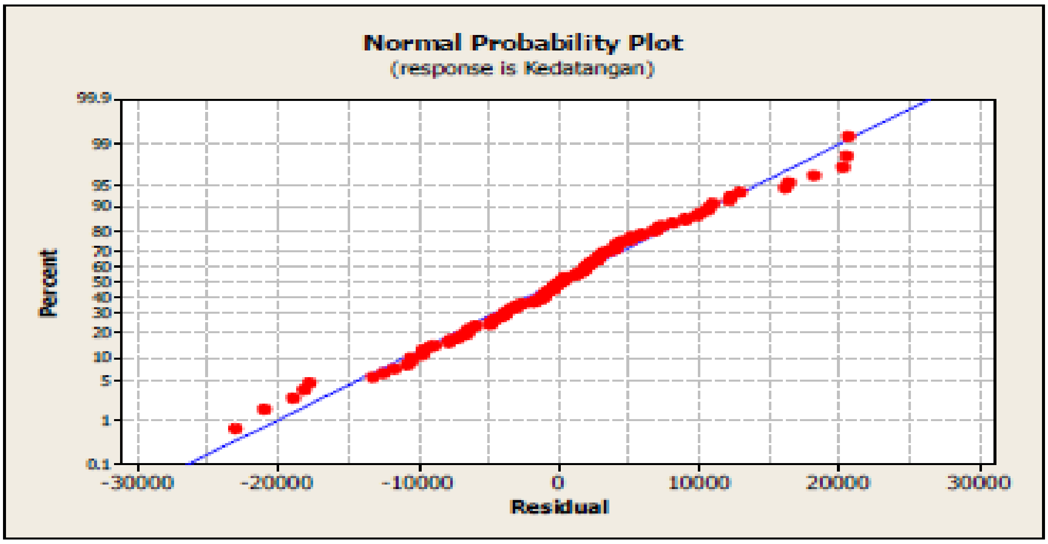
r_k = nilai koefisien autokorelasi pada *lag-k*

Kriteria keputusan: H_0ditolak jika Q > χ^2 tabel dengan derajat bebas (db) = K-p atau p-value < α dengan p adalah banyaknya parameter.

Selain itu, autokorelasi residual dapat dilihat dari plot *ACF* residual. Apabila tidak ada *lag* yang keluar dari garis signifikansi, maka dapat dikatakan bahwa tidak ada autokorelasi seperti pada Gambar 2.3.

G. Uji Normalitas Galat

Uji normalitas residu dilakukan untuk mengetahui apakah galat berdistribusi normal atau tidak. Pengujian dapat dilakukan dengan analisis grafik *normal probability plot.* Jika residu berada disekitar garis diagonal maka galat berdistribusi normal. Sebaliknya, jika residu tidak berdistribusi normal, maka residu akan menyebar seperti pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5. Grafik *normal probability plot* untuk galat berdistribusi normal (Nur Iriawan&Septin Puji Astuti, 2006: 219)

H. Metode Maksimum *Likelihood*

Metode untuk mengestimasikan harga parameter dari suatu data runtun waktu digunakan metode maksimum *likelihood*, menurut Bain dan Engelhardt, (1992: 292), untuk mendapatkan metode maksimum *likelihood* akan di berikan definisi fungsi *likelihood* sebagai berikut:

Definisi 1

Fungsi densitas bersama dari n variable random $X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$ dengan nilai pengamatan $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ dinotasikan dengan $f(x_1, x_2, \cdots\cdots x_n, \theta)$ dan disebut fungsi *likelihood*. Untuk $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ tetap adalah fungsi dari θ dan dinotasikan dengan $L(\theta)$. Jika $X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$ adalah sampel random dari fungsi densitas $f(x_1;\theta)$, maka fungsi *likelihood*nya adalah:

$L(\theta) = f(x_1;\theta) f(x_j;\theta) = \prod_{j-1}^{n} f(x_j;\theta)$ (Bain dan Engelhard, 1992: 293).

Definisi 2

Misalkan $L(\theta) = f(x_1;\theta) f(x_j;\theta) \cdots\cdots f(x_n;\theta) = \prod_{j=1}^{n} f(x_j;\theta), \theta \in \Omega$

adalah fungsi densitas bersama X_1, X_2, ...X_n. Bila diberikan himpunan dari pengamatan x_1, x_2, ... x_n, nilai $\hat{\theta}$ dalam Ω yang memaksimumkan L(θ) disebut penduga maksimum *likelihood* dari *θ*. Dalam hal ini $\hat{\theta}$ merupakan nilai dari θ yang memenuhi $f(x_t, \cdots, x_n; \hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Omega} f(x_t, \cdots, x_n; \theta)$ (Bain dan Engelhardt, 1992: 294).

Penduga maksimum *likelihood* untuk θ dapat dicari dengan menyelesaikanpersamaan $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=0$. Misalkan terdapat k parameter yang tidak diketahui, maka pendugaan parameter *likelihood* dari θ_i didapat dengan menyelesaikan $\frac{d}{d\theta_i}\ln L(\theta_1,\theta_2,.......\theta_k)=0$ dengan i = 1,2,…,k (Bain dan Engelhardt, 1992: 298).

I. Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (*ARIMA*)

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (*ARIMA*) merupakan model *ARMA* nonstasioner yang telah di*differencing* sehingga menjadi model stasioner. Ada beberapa model *ARIMA* yang dapat digunakan pada data *time series*, yaitu:

1. Model *Autoregressive* (*AR*)

Model *Autogressive* (*AR)* dengan order p dinotasikan dengan *AR*(p). Bentuk umum model *AR*(p) adalah:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \ldots + \phi_p X_{t-p} + e_t \tag{2.15}$$

dengan

X_t = nilai variabel pada waktu ke-t

ϕ_i = koefisien *autoregressive*, i : 1,2,3,…….,p

e_t = nilai galat pada waktu ke-t

p = order *AR*

Persamaan (2.15) dapat ditulis menggunakan operator B (*backshift*):

$$X_t = \phi_1 B\, X_t + \phi_2 B^2\, X_t + \ldots + \phi_p B^p\, X_t + e_t \tag{2.16}$$

$$\phi_1(B)X_t = e_t \tag{2.17}$$

Order *AR* yang sering digunakan dalam analisis *time series* adalah p = 1 atau p = 2, yaitu model *AR*(1) dan *AR*(2).

a. Model *AR*(1)

   Bentuk umum model *AR*(1) adalah

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + e_t \tag{2.18}$$

   Persamaan (2.18) dapat ditulis dengan operator *backshift* (*B*), menjadi:

$$(1 - \phi_1\, B)X_t = e_t \tag{2.19}$$

b. Model *AR*(2)

   Bentuk umum model *Autoregressive* order 2 atau *AR*(2), yaitu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + e_t \tag{2.20}$$

   Persamaan (2.20) dapat ditulis dengan operator *backshift* (*B*), menjadi:

$$(1 - \phi_1\, B + \phi_2\, B^2)X_t = e_t \tag{2.21}$$

2. Model *Moving Average* (*MA*)

Moving Average (*MA*) merupakan nilai *time series* pada waktu *t* yang dipengaruhi oleh unsur kesalahan pada saat ini dan unsur kesalahan terbobot pada masa lalu (Makridakis, 1999: 524).

Model *Moving Average* (*MA*) order *q*, dinotasikan menjadi *MA*(*q*). Secara umum, model *MA*(*q*) adalah:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \ldots - \theta_q e_{t-q} \tag{2.22}$$

dengan

X_t = nilai variabel pada waktu ke-t

θ_i = parameter model *Moving Average* (*MA*)

e_t = nilai galat pada waktu ke-t

e_{t-q} = nilai kesalahan pada saat $t-q$

q = order *MA*

Persamaan (2.22) dapat ditulis menggunakan operator *backshift* (*B*), menjadi:

$$X_t = \left(1-\theta_1\ B-\theta_2\ B^2-\ldots-\theta_q\ B^q\right)e_t \tag{2.23}$$

$$X_t = \theta\ (B)\ e_t \tag{2.24}$$

dan $\theta\ (B) = \left(1-\theta_1\ B-\theta_2\ B^2-\ldots-\theta_q\ B^q\right)$ merupakan operator *MA*(*q*).

Secara umum, order *MA* yang sering digunakan dalam analisis *time series* adalah q = 1 atau q = 2, yaitu *MA*(1) dan *MA*(2).

Model *Moving Average* order 1 atau *MA*(1) secara matematis didefinisikan menjadi:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} \tag{2.25}$$

Persamaan (2.25) dapat ditulis dengan operator *B* (*backshift*), menjadi:

$$X_t = (1-\theta_1 B)e_t \tag{2.26}$$

Sedangkan model *Moving Average* order 2 atau *MA*(2) secara matematis didefinisikan

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} \tag{2.27}$$

Persamaan (2.27) dapat ditulis dengan operator *B* (*backshift*), menjadi:

$$X_t = \left(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2\right)e_t \tag{2.28}$$

3. Model *Autoregressive Moving Average* (*ARMA*)(*p,q*)

Model *Aoturegressive Moving Average* (*ARMA*) merupakan suatu gabungan dari model *AR*(*p*) dan *MA*(*q*). Bentuk umum model *ARMA*(*p,q*), yaitu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \ldots + \phi_p X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \ldots - \theta_q e_{t-q} \tag{2.29}$$

dengan

X_t = nilai variabel pada waktu ke-t

ϕ_i = koefisien *autoregressive* ke-i , i = 1, 2, 3, ..., p

p = order *AR*

q = order *MA*

θ_i = parameter model *MA* ke-i , i = 1, 2, 3, ...,q

e_t = nilai galat pada waktu ke-t

a. Estimasi parameter model *ARMA* (*p,q*)

Estimasi parameter model *Autoregressive Moving Average* (*ARMA*)(*p,q*) dilakukan dengan metode maksimum *likelihood*. Fungsi *likelihood* untuk model *Autoregressive Moving Average* (*ARMA*)(*p,q*) menurut Box-Jenkins (Hamilton, 1994: 132) adalah

$$\log f\left(y_T, \ldots, y_{p+1} \middle| y_p, \ldots, y_1, \varepsilon_p = 0, \ldots, \varepsilon_{p-q+1} = 0\right)$$

$$= -\frac{T-p}{2}\log(2\pi) - \frac{T-p}{2}\log\left(\sigma^2\right) - \sum_{t=p+}^{T} \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \tag{2.30}$$

dengan

$$\varepsilon_t = y_t - c - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} \cdots - \phi_p Y_{t-p}$$

$$- \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.31}$$

Proses perhitungan untuk mendapatkan estimator maksimum *likelihood* ϕ_1 dan θ dilakukan dengan *software* MINITAB.

J. Prosedur Pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Average* (*ARIMA*)

Langkah-langkah untuk menentukan model *Autoregressive Integrated moving Average* (*ARIMA*) adalah:

1. Identifikasi Model

Langkah pertama dalam pembentukan model *Autoregressive Integrated Moving Average* (*ARIMA*) adalah pembentukan plot data *time series*. Pembuatan plot data *time series* bertujuan untuk mendeteksi stasioneritas data *time series*. Data dikatakan stasioner jika pola data tersebut berada disekitar nilai rata-rata dan variansi yang konstan selama waktu tertentu. Selain itu, stasioneritas dapat dilihat dari plot *Autocorrelation Function* (*ACF*) data tersebut (Gambar 2.2).

2. Menentukan Orde *Autoregressive* (*AR*)dan*Moving Average* (*MA*)

Setelah data terbukti stasioner, langkah selanjutnya adalah menentukan orde *Autoregressive* (*AR*) yang sesuai. Hal ini dapat dilakukan dengan cara melihat plot *ACF* dan *PACF* dari data tersebut. Plot *Autocorrelation Function* (*ACF*) dan *Partial Autoregressive Function* (*PACF*) akan *cut off* setelah proses pada orde ke-*p* atau *lag-p*. Proses ini disebut dengan identifikasi model tentatif.

Pemilihan model yang tepat dilakukan dengan mengidentifikasi orde *Autorehressive* (*AR*) dan *Moving Average* (*MA*).

3. Estimasi Parameter

Setelah data terbukti stasioner, langkah selanjutnya adalah estimasi parameter model. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter *autoregressive* yaitu metode kuadrat terkecil (*least square method*) (Chatfield, 2003: 59). Model *AR*(*p*) dinyatakan dalam bentuk:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \ldots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.32}$$

Dari *n* observasi x_1, x_2, ..., x_n parameter $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ dapat diestimasi dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual *Sum Squared Error* (*SSE*)

$$S = \sum_{t=p+1}^{n} \left[X_t - \phi_1 X_{t-1} - \ldots - \phi_p X_{t-p} \right]^2 \tag{2.33}$$

Sebagai contoh, diketahui model *AR*(1)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.34}$$

sehingga diperoleh galat $\varepsilon_t = X_t - \phi_1 X_{t-1}$

Untuk mengestimasi parameter ϕ_1 dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual

$$S = \sum_{t=2}^{n} \varepsilon_t^{\,2} \tag{2.35}$$

$$S = \sum_{t=2}^{n} \left(X_t - \phi_1 X_{t-1} \right)^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial \phi_1} = 0$$

$$\sum_{t=2}^{n} -2\left(X_{t-1}\right)\left(X_t - \phi_1 X_{t-1}\right) = 0$$

$$-2\sum_{t=2}^{n}\left(X_{t-1}X_t\right) + 2\phi_1\sum_{t=2}^{n}\left(X_{t-1}\right)^2 = 0$$

Estimator untuk parameter ϕ dinyatakan sebagai

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(X_{t-1}X_t\right)}{\sum_{t=2}^{n}\left(X_{t-1}\right)^2} \tag{2.36}$$

4. Uji Signifikansi Parameter

Berikut merupakan uji signifikansi parameter model pada parameter *autoregressive* (*AR*), yaitu

Hipotesis:

$H_0 : \phi = 0$ (parameter ϕ tidaksignifikan dalam model)

$H_1 : \phi \neq 0$ (parameter ϕ signifikan dalam model)

Taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$

Statistik uji: uji *t*

$$t_{hitung} = \frac{\phi}{SE(\phi)} \tag{2.37}$$

Kriteria keputusan: tolak H_0 jika $\left|t_{hitung}\right| > t_{\frac{\alpha}{2}}$, dengan derajat bebas db = n-m, dengan n banyaknya data dan m adalah banyaknya parameter dalam model.

5. Uji Asumsi Normalitas *Error*

Langkah selanjutnya yaitu uji kesesuaian model *Autoregressive* (*AR*) sementara. Uji kesesuaian model untuk membuktikan model sementara yang telah ditetapkan cukup memadai dengan menggunakan analisis galat untuk memenuhi asumsi kenormalan model. Uji kenormalan model dilakukan dengan uji Kolmogorov Smirnov.

Hipotesis:

H_0 : sampel berasal dari populasi berdistribusi normal

H_1 : sampel tidak berada dari populasi berdistribusi normal

Uji normalitas dilakukan menggunakan *software* MINITAB 16.

Kriteria keputusan: tolak H_0 jika nilai signifikansi < α .

Selain melakukan uji Kolmogorov Smirnov, dilakukan uji *white noise* untuk memenuhi asumsi tidak ada autokorelasi residual dengan menggunakan statistik uji Ljung Box (persamaan 2.14).

6. Peramalan (*Forecasting*)

Tujuan dalam analisis time series adalah untuk meramalkan nilai masa depan (Wei, 2006: 88). Tujuan peramalan adalah untuk menghasilkan ramalan optimum yang tidak memiliki galat atau sebisa mungkin galat yang kecil yang mengacu pada *Mean Square Deviation* (*MSD*) ramalannya. Oleh karena itu, setiap model peramalan pasti mnghasilkan kesalahan. Jika tingkat kesalahan yang dihasilkan semakin kecil, maka hasil peramalan akan semakin mendekati tepat. Setelah semua tahap dilakukan dan diperoleh model, maka model ini selanjutnya dapat digunakan untuk melakukan peramalan untuk data periode selanjutnya.

Alat ukur yang digunakan untuk menghitung kesalahan prediksi, antara lain:

1. *Mean Square Deviation* (*MSD*)

$$MSD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \hat{X}_t\right)^2 \tag{2.38}$$

2. *Mean Absolute Deviation* (*MAD*)

$$MAD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|X_t - \hat{X}_t\right| \tag{2.39}$$

3. *Mean Absolute Persentage Error* (*MAPE*)

$$MAPE = \frac{100\%}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t}\right| \tag{2.40}$$

dengan

n = banyaknya data

X_t = data observasi pada waktu *t*

$\hat{X}_t$ = data hasil peramalan pada waktu *t*

Semakin kecil nilai yang dihasilkan oleh ketiga alat ukur tersebut, maka model peramalan yang digunakan akan semakin baik. Dari ketiga alat ukur diatas, *MSD* yang paling sering digunakan. Pada *software* MINITAB, *MSD* untuk model *Seasonal ARIMA* dinyatakan dengan *MS*.