

## Beberapa Bukti $0,999 \dots = 1$ (Pengajaran Matematika Sekolah Menengah)

Suprpto  
SMP 1 Banguntapan, Bantul  
*suprpto\_72@yahoo.com*

### Abstrak

Bilangan  $0,999 \dots$  dibuktikan sama dengan 1. Untuk membuktikan  $0,999 \dots = 1$  digunakan empat metode (teknik) pembuktian yaitu dengan argumentasi numerik, pola bilangan, bentuk aljabar dan jumlah deret geometri.

**Kata Kunci:** bilangan  $0,999 \dots$ , numerik, pola bilangan, aljabar, deret geometri.

### Abstrack

*0,999 ... will proved equal to 1. To proof  $0,999 \dots = 1$  used 4 methods of proof, there are numerical argument, numbers pattern, algebraic argument and sum of geometry series.*

**Key Words:** *0,999 ..., numerical, numbers pattern, algebraic, geometry series.*

## 1. Pendahuluan

Betulkah bahwa  $0,999 \dots$  sama dengan 1? Dari hasil pengamatan (survey) penulis pada siswa di SMP 1 Banguntapan Bantul menunjukkan bahwa semua siswa kelas 3 tahun 2010 dan 2011(433 siswa) dan beberapa guru berpendapat bahwa  $0,999 \dots \neq 1$ . Mengubah pendapat di atas ( $0,999 \dots \neq 1$ ), tidaklah mudah. Oleh karena itu dianggap perlu untuk membuktikan dengan metode (teknik) yang secara penalaran dan logika matematik dapat diterima. Bukti secara matematik (pengajaran matematik) akan membuktikan kebenaran argument tanpa mem-benar-kan atau men-salah-kan berdasarkan penalaran dan berpikir logis.

Tujuan utama dari paper ini adalah untuk menunjukkan kepada siswa bahwa matematika itu menarik (mathematics is beautiful). Diharapkan siswa dapat berpikir bahwa dengan pengetahuan matematika yang mereka dapatkan sebelumnya, ternyata dapat untuk membuktikan (menyelesaikan) masalah matematika yang mereka hadapi. Harapan ke depan, siswa akan menyukai dan dapat menikmati dengan pelajaran matematika yang selama ini dianggap sulit.

Bukti-bukti yang dipaparkan dalam paper ini memakai pengetahuan matematika yang telah siswa dapatkan sebelumnya. Paling tidak, siswa dapat mengikuti alur pembuktian dari bukti-bukti yang dipaparkan.

## 2. Beberapa Bukti

Berikut ini akan dibukti bahwa  $0,999 \dots = 1$  dengan beberapa metode (teknik) yang dapat dipertanggungjawabkan secara matematik (pengajaran matematik) yaitu dengan argumentasi numerik, pola bilangan, bentuk aljabar, dan deret geometri. Diharapkan siswa dapat mengikuti alur dan pola pikir dari bukti-bukti berikut.

### Bukti 2.1 Argumentasi Numerik

Jika  $0,999 \dots \neq 1$ , maka  $0,999 \dots < 1$  atau  $0,999 \dots > 1$ . Jika  $0,999 \dots < 1$  atau  $0,999 \dots > 1$ , maka terdapat bilangan  $x, y \in \mathbb{R}$  sehingga  $0,999 \dots + x = 1$  atau  $0,999 \dots = y + 1$ . Karena tidak dapat ditemukan bilangan  $x, y \in \mathbb{R}$ , maka terbukti  $0,999 \dots = 1$ .

Agar siswa dapat mengikuti alur pembuktian, hendaknya guru dapat menjelaskan (menerangkan) sesuai dengan pola pikir siswa.

### Bukti 2.2 Pola Bilangan

Perhatikan pola bilangan berikut:

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{9} = 0,111 \dots & \frac{5}{9} = 0,555 \dots \\ \frac{2}{9} = 0,222 \dots & \frac{6}{9} = 0,666 \dots \\ \frac{3}{9} = 0,333 \dots & \frac{7}{9} = 0,777 \dots \\ \frac{4}{9} = 0,444 \dots & \frac{8}{9} = 0,888 \dots \\ & \frac{9}{9} = 0,999 \dots \end{array}$$

Dari pola bilangan di atas, maka terbukti  $0,999 \dots = 1$

Dalam pembuktian ini diharapkan guru mengikutkan siswa dalam menghitung bilangan rasional yang diberikan, agar siswa merasa ikut membuktikan pernyataan di atas.

### Bukti 2.3 Bentuk Aljabar

Misalkan  $n = 0,999 \dots$ , maka diperoleh

$$\begin{aligned} 10n = 9,999 \dots &\Leftrightarrow 10n - n = 9,999 \dots - 0,999 \dots = 9 \\ &\Leftrightarrow 10n - n = 9,999 \dots - 0,999 \dots = 9 \\ &\Leftrightarrow 9n = 9 \\ &\Leftrightarrow n = 1 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh  $0,999 \dots = 1$ .

Dalam pembuktian ini juga diharapkan guru dapat melibatkan siswa dalam menghitung bentuk aljabar yang diberikan, agar siswa juga merasa ikut membuktikan pernyataan di atas.

### Bukti 2.4 Deret Geometri

Perhatikan deret geometri berikut;

$$0,999 \dots = 0,9 + 0,09 + 0,009 + \dots \text{ (deret geometri takhingga)}$$

Menurut formula jumlah deret geometri dengan suku pertama  $a = 0,9$  dan rasio  $r = 0,1 < 1$ , maka diperoleh;

$$0,999 \dots = 0,9 + 0,09 + 0,009 + \dots = \frac{a}{1-r} = \frac{0,9}{1-0,1} = \frac{0,9}{0,9} = 1$$

Pada pembuktian ini, guru diharapkan sebelum pembuktian ini dilakukan, guru menugaskan kepada siswa untuk mencari formula atau rumus dari deret geometri takhingga. Sehingga siswa akan merasa lebih yakin dengan alur pembuktian yang dilakukan.

## 3. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut,

1. Bahwa bukti matematika tidak bertujuan mem-benar-kan atau men-salah-kan suatu pendapat, melainkan mencari kebenaran dari suatu masalah berdasarkan penalaran,

- 
- logika berpikir, dan fakta matematika yang telah dimiliki siswa, sehingga siswa diharapkan tertarik dan menyukai bahasan yang diberikan. Ke depan diharapkan akan menyukai materi matematika secara keseluruhan yang selanjutnya siswa dapat memahami masalah matematika yang diberikan.
2. Bukti matematika tidak tunggal adanya. Hal ini untuk menunjukkan kepada siswa bahwa dalam menyelesaikan masalah matematika dapat dilakukan dengan berbagai cara/teknik/metode. Yang penting adalah langkah-langkah pembuktian yang dilakukan sesuai dengan logika matematika, alur pikir yang soheh, dan penalaran yang benar. Dari hal ini, diharapkan siswa dapat berpikir bahwa penyelesaian masalah matematika tidak tunggal adanya.
  3. Secara materi matematika, dari bukti-bukti di atas dapat disimpulkan bahwa  $0,999\dots = 1$ . Dari hal ini, diharapkan siswa dapat berpikir bahwa masalah matematika yang sebelumnya “tampak tidak sama” ternyata “benar-benar sama”. Selanjutnya diharapkan siswa dapat berpikir bahwa “masalah matematika yang tampak sulit/komleks” mungkin “dapat diselesaikan dengan mudah” dengan bekal pengetahuan matematika yang telah diperolehnya.

#### 4. Referensi

1. Abdul Kodir, M., Drs., M.Sc., 1979, *Matematika untuk SMA jilid 7, 8, 9 dan 10*, Jakarta, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
2. Alders, C., J., 1981, *Ilmu Aljabar jilid I dan II*, Jakarta, Pradnya Paramita.
3. Stripp, C., and French, D., 2001, *Are You Sure? Learning about Proof*, London, United Kingdom, The Mathematical Association.
4. De Baan, M., A., dan Bos J., C., 1976, *Ilmu Aljabar untuk Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama jilid IIA dan IIB*, Jakarta, Pradnya Paramita.
5. Kusrin, Imam, Drs., et. al., 1992, *Teori dan Penerapan Matematika jilid 1A, 1B, 2A, 2B, 3A dan 3B*, Jakarta, Erlangga.