ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 14

Pengajaran Matriks Dan Persamaan Linier Di Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa Jakarta

Oleh : Dr. Maspul Aini Kambry, M.Sc.
Dosen Matematik Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa
dan
Dra. Zahra Chairani, M.Pd.
Dosen Matematik STKIP PGRI Banjarmasin

Abstract :
Matrix and linier equation represent subject do not enthuse by most faculty of technique student. Matrix operational and linier equation getting good impression, shall is started to inculcate matrix and determinant bases and its difference. The forms of resolving linier equation such as those on literature usually only representing resolving of the problem without explaining usefulness of the problems. Beside of that not be explained which easiest able to be utilized by student. Lecturer shall earn to build knowledge of student about usefulness of matrix and linier equation, in order to desire to studying it. Moderation Instruction of matrix and linier equation represent effort which must be developed. Students given a change for contribution in direct learning. With these constribution the teaching process became powerfull because student can solve mathematics problem by himselves. By these method students fells mathematic as familiar tool for help their problem, not become an additional problem.

Abstrak :
Matriks dan persamaan linier merupakan mata pelajaran tidak diminati oleh sebagian besar mahasiswa fakultas teknik. Operasional matriks dan persamaan linier agar mendapat kesan yang baik, hendaknya dimulai dengan menanamkan definisi dasar matriks, determinan dan perbedaannya. Bentuk-bentuk dan pemecahan persamaan linier seperti yang ada pada literatur biasanya hanya merupakan pemecahan persoalan tanpa menerangkan kegunaan permasalahan. Disamping itu tidak diterangkan metode mana yang paling mudah yang dapat dipergunakan oleh mahasiswa. Dosen hendaknya dapat membangun pengetahuan mahasiswa tentang kegunaan matriks dan persamaan linier, agar ada keinginan untuk mempelajarinya. Penyederhanaan pengajaran matriks dan persamaan linier merupakan upaya yang harus dikembangkan. Mahasiswa diberi kesempatan berkontribusi selama pembelajaran berlangsung. Dengan konstribusi ini proses pembelajaran menjadi bermakna karena mahasiswa bisa menyelesaikan masalah matematik oleh mereka sendiri. Dengan methode ini mahasiswa merasakan bahwa matematika menjadi alat dikenal untuk menolong memecahkan persoalan mereka, bukan menjadi masalah tambahan.

Kata kunci : matriks, operasional matriks, dan persamaan linier.

PENDAHULUAN

1.1. Latar belakang masalah

Matakuliah matriks dan persamaan linier termasuk kedalam kategori matakuliah yang tidak disenangi oleh mahasiswa fakultas teknik Universitas Tama Jagakarsa. Apalagi jika dosen yang memberikan matakuliah tersebut murni mengajarkan matematika hanya pada penerapan rumus dan persamaan. Pengajaran matriks dan persamaan linier hendaknya diterapkan menggunakan bentuk teori dan hubungan perkalian matriks, determinan, dan invers, dengan persamaan linier secara terpadu. Usman(2004) menunjukan bahwa mengajar matematik dengan memberikan kebebasan pada pelajar memerlukan energi dan pengetahuan lebih tapi sangat mengasikan dan banyak manfaat yang didapat. Pengalaman ini menerapkan sistem pembelajaran yang

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dianjurkan oleh Martin (1996), dan Wahl (1998). Hal yang sama juga ditemui penulis pada waktu mengajar matematika pada tingkat pertama teknik arsitektur, (Maspul Aini Kambry dan Puji Wiranto, 2007).

1.2. Rumusan masalah

Semua obyek dalam pembelajaran matematika adalah abstrak, karena matematika penuh dengan struktur-struktur dan konsep-konsep yang saling berkaitan, dan setiap konsep adalah abstrak. Oleh karena itu konsep-konsep matematika dipahami siswa melalui proses abstraksi. Seseorang dikatakan memahami konsep apabila ia dapat mengklasifikasikan suatu obyek yang merupakan contoh dan yang bukan contoh. Sehingga konsep dikatakan sebagai ide abstrak yang digunakan untuk mengklasifikasikan contoh dan bukan contoh. (Zahra Chairani, 2010)

Berdasarkan kurikulum berbasis kompetensi program studi teknik sipil dan teknik informatika matriks, persamaan linier diajarkan pada semester I. Dengan adanya pengajaran matriks dan persamaan linier ini diharapkan mahasiswa mengenal perbedaan matriks dan determinan, perbedaan matrik diagonal dan matriks bukan diagonal, baris dan kolom, persayaratan operasi matrik sampai dengan matriks kofaktor, invers matrik dan determinan. Dengan pengetahuan ini mahasiswa dapat menyelesaikan berbagai masalah dalam persamaan linier dengan menggunakan sifat-sifat determinan, perkalian matriks dan invers matrik.

Setelah perhitungan secara teori dimulai dari ukuran matrik yang paling rendah sampai yang relatif besar (sampai dengan baris-kolom = 4), dapat diselesaikan oleh mahasiswa. Dimulai memperkenalkan matlab dalam penyelesaian masalah matriks, determinan dan persamaan linier. Disebabkan oleh karena mahasiswa telah terbiasa menghitung permasalahan matriks seperti operasi matrik, determinan dan persamaan linier dengan menggunakan teori, pemecahan masalah dengan menggunakan matlab membuat mahasiswa tercengang dan merasa alangkah mudahnya permasalahan matrik jika digunakan matlab. Demontrasi menggunakan matlab dilanjutkan untuk matrik yang berukuran lebih besar dari 4X4, yang sepertinya membosankan dihitung dengan manual terjawab dengan mudah jika menggunakan matlab untuk ukuran yang lebih besar dari 10x10.

Penggunaan matlab, yang menakjubkan itu, yang merupakan kotak hitam ilmu pengetahuan, sedikit demi sedikit di bedah dengan memperkenalkan program pascal

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang diajarkan pada semester satu juga. Dengan menggunakan Pemerograman pascal mahasiswa mengerti bagaimana algoritma mendapatkan operasi matrik, yang mereka buat sendiri. Peranan dosen matematik pada tingkat pertama di tuntut agar bisa menjelaskan apa arti matriks dan determinan, dan solusi pemecahannya baik secara teori, kotak hitam dan pemerograman. Solso (2007) memberikan pernyataan bahwa kreatifitas adalah suatu aktifitas kognitif yang menghasilkan suatu pandangan yang baru mengenai suatu bentuk permasalahan dan tidak dibatasai pada hasil yang selalu dipandang menurut kegunaannya

1.3. Tujuan penelitian

Meningkatkan *kemampuan* dan *kemauan* dosen untuk memiliki pengetahuan baik secara teoritis maupun praktis tentang pengelolaan pembelajaran, keterampilan meramu berbagai pendekatan, dan metode sebagai upaya untuk melaksanakan pembelajaran yang efektif, yang akhirnya akan mengantarkan dosen untuk menjadi dosen professional.

1.4. Manfaat penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk :

a. Membantu mahasiswa fakultas teknik dalam menyelesaikan persoalan matriks, determinan, operasi matriks dan kaitannya dengan persamaan linier.
b. Menciptakan suasana pembelajaran yang kondusif, lebih mengutamakan student center learning daripada teacher center learning

2. Metodologi Penelitian

Pembelajaran mengenai matriks, determinan dan persamaan linier dimulai dengan tahapan, memperkenalkan teori matriks, determinan dan persamaan linier yang diperinci sebagai berikut :

2.1 Penggunaan Matlab

Penggunaan matlab dalam pengajaran adalah untuk memeriksa hasil yang didapat pada penyelesaian teori meliputi penulisan matrik, operasi matrik, invers matrik dan penyelesaian persamaan linier dengan cara persamaan determinan dan menggunakan invers matrik.

2.2 Operasi Matriks Menggunakan Pemerograman

Pemerograman dilakukan karena disamping mempelajari aljabar linier mahasiswa semester I, universitas Tama Jagakarsa juga mempelajari Algoritma dan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pemerograman pascal, oleh karena itu dilakukan pembuatan propragam pascal agar mahasiswa lebih menghayati tentang matriks dan persamaan linier. Pemerograman pascal dibatasi pada penampilan matrik dan operasinya saja.

3. Definisi Matriks dan Determinan

Penelitian mahasiswa pada permulaannya adalah membedakan apa yang disebut matriks dan determinan. Perbedaan ini penting karena akan menentukan pada pemecahan persoalan selanjutnya.

3.1 Definisi matriks

Matriks adalah sekelompok bilangan atau huruf yang disusun menurut baris dan kolom dalam tanda kurung dan berbentuk seperti sebuah persegi panjang. Notasi Matriks : A = (a_{ij}), dengan a_{ij} adalah elemen pada baris ke i kolom ke j. Dua buah matriks A = (a_{ij}) dan B = (b_{ij}) dikatakan sama (A = B) jika ukuran nya sama yaitu (m x n) dan $a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap i dan j (i = 1,2,….,m ;j = 1,2,….,n).

3.2 Operasi Matriks

a. Penambahan

Jika A = (a_{ij}) dan B = (b_{ij}), matriks yang berukuran sama , maka A + B adalah suatu matriks C = (c_{ij}) , di mana $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk setiap i dan j.

b. Perkalian Matriks

Pada umumnya perkalian Matriks tidak komutatif terhadap operasi perkalian : AB ≠BA. Syarat Perkalian Matriks : Banyaknya kolom matriks pertama = banyaknya baris matriks kedua. Misal A = (a_{ij}) berukuran (m x n) dan B = (b_{ij}) berukuran (n x p). Maka perkalian AB adalah suatu matriks C = (c_{ij}) berukuran (m x p), dengan $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \ldots.. + a_{in} b_{nj}$ untuk setiap i = 1,2,,,,,,m dan j = 1,2,….,p

3.3 Determinan

a. Determinan matriks ordo 2 x 2

Matriks berordo 2 × 2 yang terdiri atas dua baris dan dua kolom. Pada bagian ini akan dibahas determinan dari suatu matriks berordo 2 × 2. Misalkan *A* adalah matriks persegi ordo 2 × 2 dengan bentuk $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, Determinan matriks *A* di definisikan sebagai selisih antara perkalian elemenelemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan dari matriks *A* dinotasikan dengan det *A* atau |*A*|. Nilai dari determinan suatu matriks berupa bilangan real. Berdasarkan definisi determinan suatu matriks, Anda bisa mencari nilaideterminan dari matriks *A*, yaitu:

$$\det A = |A| = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c = ad - bc$$

b. Determinan Matriks Ordo 3 x 3

Pada bagian ini, Anda akan mempelajari determinan mariks berordo 3 × 3. Misalkan *A* matriks persegi berordo 3 × 3 dengan bentuk

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$\text{Det (A)} = a_{11}(a_{22}.a_{33}-a_{23}.a_{32}) - a_{12}(a_{21}.a_{33}-a_{23}.a_{31}) + a_{13}(a_{21}.a_{32}-a_{22}.a_{31})$

3.4 Invers Matriks

Misalkan *A* dan *B* adalah dua matriks yang berordo 2 × 2 dan memenuhi persamaan *AB* = *BA* = *I*2 maka matriks *A* adalah matriks invers dari matriks *B* atau matriks *B* adalah matriks invers dari matriks *A*.

Contoh : perhatikanlah perkalian matriks-matriksberikut.

Misalkan A = $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ AB = $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 6-5 & 3-3 \\ -10+10 & -5+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

3.5 Perbedaan Matriks dan Determinan

Perbedaan matriks dan determinan adalah, determinan mempunyai nilai dan matriks merupakan susunan angka menurut baris dan kolom. Determinan suatu matriks mempunyai nilai jika matriks tersebut mempunyai baris = kolom.

3.6 Persamaan Linier

Diketahui persamaan linear

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 10 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 29 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 25 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 18 \end{aligned}$$

persamaan linier ini dapat dituliskan dalam notasi matrix sebagai

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 29 \\ 25 \\ 18 \end{pmatrix}$$

atau lebih singkat lagi ditulis $A\underline{x} = \underline{b}$, tetapkan $\underline{x}$, Salah satu cara penyelesaian adalah dengan mengalikan ruas kiri dan ruas kanan tanda = dengan A^{-1}.

$A^{-1}A\underline{x} = A^{-1}\underline{b}$, Karena $A^{-1}A = I$ dan $I\underline{x} = \underline{x}$, maka diperoleh $\underline{x} = A^{-1}\underline{b}$.

Jika A adalah Matriks bujur sangkar, A^{-1} (asal matrix itu taksingular) dapat diperoleh. Maka penyelesaian adalah $\underline{x} := A^{-1}\underline{b}$.

4. Penggunaan Matlab pada Operasi Matriks

4.1 Penulisan Data Matriks

Masukkan matriks ke dalam Matlab seperti vector,

>> A=[1 1 1 1; 2 1 3 4; 3 2 2 3; 1 3 1 2]

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

>> B=[10 1 1 1;29 1 3 4;25 2 2 3;18 3 1 2]

$$B=\begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 \\ 29 & 1 & 3 & 4 \\ 25 & 2 & 2 & 3 \\ 18 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

4.2 Operasi Matriks

Penjumlahan

>> A+B

ans =

```
11   2   2   2
31   2   6   8
28   4   4   6
19   6   2   4
```

4.3 Penyelesaian Determinan

```
>> det(A)
ans =   6
```

4.4 Invers Matriks

```
>> inv(A)
ans =
```

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & -0.3333 & 0.6667 & -0.3333 \\ 0.5000 & -0.1667 & -0.1667 & 0.3333 \\ 2.5000 & 0.1667 & -0.8333 & -0.3333 \\ -2.0000 & 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \end{pmatrix}$$

4.5 Penyelesaian Persamaan Linier

Persamaan linier sepertiyang ditunjukan pada titik 3.6 dapat diselesaikan dengan beberapa cara, diantaranya eliminasi Gauss atau dengan cara persamaan determinan dengan menuliskan dulu matril A, B, C, D, dan E. Matrik A, dan B sudah ditentukan pada point 4.1. matriks C, D, dan E adalah sebagai berikut :

```
>> C=[1 10 1 1;2 29 3 4;3 25 2 3;1 18 1 2]
C =
    1   10    1    1
    2   29    3    4
    3   25    2    3
    1   18    1    2
>> D=[1 1 10 1;2 1 29 4;3 2 25 3;1 3 18 2]
D =
    1    1   10    1
    2    1   29    4
    3    2   25    3
    1    3   18    2
>> E=[1 1 1 10;2 1 3 29;3 2 2 25;1 3 1 18]
E =
    1    1    1   10
    2    1    3   29
    3    2    2   25
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1 3 1 18

Sehingga akan didapatkan :

>> x_1=det(B)/det(A), x_1 = 1

>> x_2=det(C)/det(A), x_2 = 2

>> x_3=det(D)/det(A), x_3 = 3, dan

>> x_4=det(E)/det(A), x_4 = 4

Penyelesaian dengan invers matrik A adalah sebagai berikut,

Inv(A) b

Adalah

ans =

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & -0.3333 & 0.6667 & -0.3333 \\ 0.5000 & -0.1667 & -0.1667 & 0.3333 \\ 2.5000 & 0.1667 & -0.8333 & -0.3333 \\ -2.0000 & 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 29 \\ 25 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

>> inv(A)*b

ans =

1.0000

2.0000

3.0000

4.0000

Artinya x_1=1, x_2=2, x_3=3 dan x_4=4

4.6 Pemerograman Pacsal Untuk Operasi Matrik

Sebagai perwujudan dari array dua dimensi, operasi aritmatika seperti penjumlahan, perkalian, dan pengurangan bisa dilakukan.

Contoh.

```
Program OPERASI_MATRIK;
uses wincrt;
type
matrik=array[1..100,1..100] of real;
var
```

```
m,n, p, q: integer; {dimensi dari matrik}
A,B,C: matrik; {matrik A, B sebagai input, C sebagai hasil}

procedure bacamatrik(var A:matrik; m,n:integer);
var
i,j: integer; {faktor pengulang}
begin {read}
for i:=1 to m do
begin {do}
for j:=1 to n do
read(A[i,j]);
readln;
end; {do}
end; {read}

procedure tulismatrik(A:matrik; m,n:integer);
var
i,j: integer; {faktor pengulang}
begin {write}
for i:=1 to m do
begin {tiap baris}
writeln;
for j:=1 to n do
write(A[i,j]:6:2);
end; {tiap baris}
writeln;
end; {write}

procedure check_matrik(A,B,C:matrik; m,n,p,q:integer);
var i,j :integer;
begin
if (m=p) and (n=q) then
begin
for i:=1 to m do
begin
for j:=1 to n do
begin
C[m,n]=A[m,n]+B[m,n])
end;
end;
end
else
writeln('DIMENSI MATRIK TIDAK COCOK')
end;

procedure perkalian_matrik(A,B,C:matrik; m,n,p,q:integer);
var i,j, k :integer;
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

```
C1: matrik;
begin
if (n=p) then
begin
for i:=1 to m do
begin
for j:=1 to p do
begin {inner product}
C1[i,j]:=0;
for k:=1 to n do
C1[i,j]:=C1[i,j]+A[i,k]*B[k,j];
end; {inner product}
end;
n:=q;
for i:=1 to m do
for j:=1 to n do
C[i,j]:=C1[i,j];
end
else
writeln('DIMENSI MATRIK TIDAK COCOK')
end;
```

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

Dengan memperkenalkan konsep matrik, determinan dan invers matrik penyelesaian persamaan linier menjadi lebih cepat. Hasil yang didapatkan pada penyelesaian dengan cara eliminasi dapat dibandingkan dengan cara persamaan determinan. Lebih ekstrim lagi kalau digunakan prinsip invers matrik untuk menyelesaikan persamanan linier.

Pengunaan matlab, dilakukan setelah mahasiswa mengerti prinsip operasi matriks dan determinan secara teoritis, kedua hasil ini dapat dibandingkan dan jika ada jawaban yang tidak sesuai dapat mengoreksi pada bagian mana yang salah. Pemerograman pascal untuk operasi matrik dapat memberikan gambaran bagaimana kotak hitam matlab bekerja.

5.2 Saran

Dosen yang mengajar persamaan linier, hendaknya memambahkan penyelesaian melalui persamaan determinan, invers matrik dan pemerograman untuk mendapatkan operasi matriks tersebut agar mahasisawa lebih mendalami pengertian dan pembelajaran tidak membosankan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

DAFTAR PUSTAKA

Martin, H (1996) *Multiple Inteligences in the Mathematics Classroom*, Illonois : IRI/ SkyLight Training and Publishing, inc.

Maspul Aini Kambry dan Puji Wiranto, (2007), *Pengajaran Matematika pada Mahasiswa Arsitektur Universitas Tama Jagakarsa, S*eminar Nasional matematik Universitas Diponegoro

Solso, dkk. (2008) *Psikologi Kognitif*. Cetakan kedelapan. Penerbit Airlangga . Jakarta

Usman, M., Z. (2004) *Menjad*i *Guru Profesional,* Bandung : Remaja Rosdakarya

Wahl, M. (1998), *Math for Humans*, *Teaching Mathematics Through 7 Inteligences*. Australia : Hawker Brownlow Educatio

Zahra Chairani (2010), *Membangun Kreatifitas Dan Inovatif Guru Matematika*, Disampaikan pada Seminar Nasional tanggal 7 Nopember 2010 di aula BAPEDA Banjarmasin