

## **Problem Posing untuk Menilai Hasil Belajar Matematika**

Dr. Ali Mahmudi

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta

Email: ali\_uny73@yahoo.com.

### **Abstrak**

*Problem posing* merupakan salah satu metode yang dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika. Berbagai studi menunjukkan bahwa metode *problem posing* cukup menjanjikan untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi, seperti kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan berpikir kreatif matematis. Selain sebagai metode pembelajaran, *problem posing* dapat pula digunakan untuk menilai hasil belajar matematika, terutama untuk menilai kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi.

**Kata kunci:** *problem posing, menilai hasil belajar*

### **A. Pendahuluan**

Melalui pembelajaran matematika, siswa diharapkan memiliki kemampuan-kemampuan strategis, seperti kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama (Depdiknas, 2006). Diperlukan berbagai upaya kreatif dan stategis untuk mewujudkan tujuan ideal pembelajaran matematika tersebut. Di sisi lain, diperlukan pula metode, cara, atau jenis penilaian khusus yang perlu dikembangkan untuk menilai atau mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran matematika tersebut. Hal ini dapat dipahami karena cara atau jenis penilaian yang pada umumnya digunakan dalam pembelajaran matematika yang cenderung terdiri atas soal-soal matematika dengan kategori biasa tidak mampu menjangkau atau mengukur hasil belajar tersebut. Terkait hal itu, artikel ini menawarkan *problem posing* sebagai salah satu cara untuk menilai kemampuan matematis tingkat tinggi, seperti kemampuan berpikir kreatif, kemampuan pemecahan masalah, atau kemampuan komunikasi matematis.

### **B. Pembuatan Soal (*Problem Posing*)**

*Problem posing* telah menjadi kecenderungan pembelajaran matematika saat ini. Reformasi pembelajaran matematika terkini merekomendasikan penerapan *problem posing* dalam pembelajaran matematika (Christou *et al*, 1999). *Problem posing* sesungguhnya bukan ide baru dalam pembelajaran matematika, melainkan telah

diperkenalkan dan diteliti di berbagai negara, seperti Amerika, Inggris, Australia, Jepang, dan Singapura pada beberapa dekade yang lalu.

Apa itu *problem posing*? Terdapat beberapa pengertian *problem posing*. Menurut Ellerton (Christou *et al*, 1999), *problem posing* adalah pembuatan soal oleh siswa yang dapat mereka pikirkan tanpa pembatasan apapun baik terkait isi maupun konteksnya. Pengertian lain *problem posing* diberikan oleh Lin (2004), yaitu sebagai pembuatan pembentukan soal berdasarkan konteks, cerita, informasi, atau gambar yang diketahui.

Dalam *problem posing*, apakah soal-soal tersebut harus merupakan soal-soal baru? Tidak harus demikian. Menurut Silver (Lin, 2004), *problem posing* dapat berarti pembuatan soal berdasarkan soal yang telah diselesaikan. Dalam hal ini, untuk membuat soal dapat dilakukan dengan mereformulasi soal-soal yang sudah dikenal atau telah dikerjakan. Misalnya, untuk membuat soal dapat dilakukan dengan mengubah informasi yang terdapat pada soal yang telah dikerjakan, seperti mengubah bilangan, operasi, syarat, atau konteks soal tersebut.

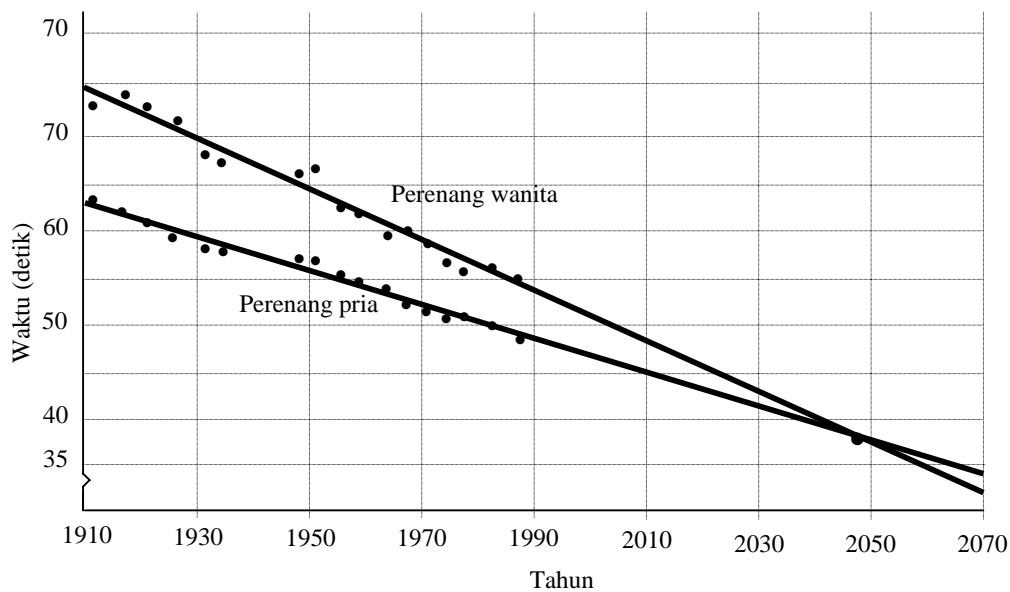
Menurut Silver (Abu-Elwan, 2000), *problem posing* meliputi beberapa pengertian, yaitu (1) perumusan ulang soal yang telah diberikan dengan beberapa perubahan agar lebih mudah dipahami siswa, (2) perumusan soal yang berkaitan dengan syarat-syarat pada soal yang telah diselesaikan dalam rangka penemuan alternatif penyelesaian, dan (3) pembuatan soal dari suatu situasi yang diberikan. Sedangkan Silver (1997) mengklasifikasikan tiga aktivitas kognitif dalam pembuatan soal sebagai berikut.

**1. Pre-solution posing**, yaitu pembuatan soal berdasarkan situasi atau informasi yang diberikan.

#### **Contoh**

Grafik berikut menunjukkan rekor waktu (dalam detik) dari perenang pria dan wanita dalam kejuaraan renang dunia 100 meter dari tahun 1912 sampai tahun 1988. Garis-garis itu menunjukkan kecenderungan perubahan rekor waktu dari perenang pria dan wanita dari tahun ke tahun.





Gambar 1. Ilustrasi Tugas *Problem Posing*

Buatlah soal atau pertanyaan terkait grafik tersebut.

Beberapa contoh pertanyaan yang dapat dibuat siswa adalah sebagai berikut.

- Bandingkan gradien dua garis tersebut. Garis manakah yang mempunyai gradien lebih besar? Apa makna gradien tersebut?*
- Perkirakan koordinat titik potong kedua garis tersebut. Bersesuaian dengan tahun berapakah titik potong tersebut? Apa makna titik potong tersebut?*

2. ***Within-solution posing***, yaitu pembuatan atau formulasi soal yang sedang diselesaikan. Pembuatan soal demikian dimaksudkan sebagai penyederhanaan dari soal yang sedang diselesaikan. Dengan demikian, pembuatan soal demikian akan mendukung penyelesaian soal semula.

### ***Contoh***

Diketahui soal sebagai berikut.

Sebanyak 20.000 galon air diisikan ke kolam renang dengan kecepatan tetap.

Setelah 4 jam pengisian, isi kolam renang tersebut menjadi  $\frac{5}{8}$ -nya. Jika sebelum

pengisian kolam tersebut telah berisi seperempatnya, berapakah kecepatan aliran air tersebut?

Soal-soal yang mungkin disusun siswa yang dapat mendukung penyelesaian soal tersebut adalah sebagai berikut.

- a. *Berapa galon air di kolam renang ketika kolam itu berisi seperempatnya?  
Berapa galon air di kolam renang ketika kolam renang itu bersisi  $\frac{5}{8}$ -nya?*
- b. *Berapakah perubahan banyaknya air dalam kolam renang setelah 5 jam pengisian?*
- c. *Berapakah rata-rata perubahan banyaknya air di kolam renang itu?*
- d. *Berapa waktu yang diperlukan untuk mengisi kolam renang tersebut sampai penuh?*

**3. Post-Solution Posing.** Strategi ini juga disebut sebagai strategi “*find a more challenging problem*”. Siswa memodifikasi atau merevisi tujuan atau kondisi soal yang telah diselesaikan untuk menghasilkan soal-soal baru yang lebih menantang. Pembuatan soal demikian merujuk pada strategi “*what-if-not ...?*” atau “*what happen if ...*”. Beberapa teknik yang dapat digunakan untuk membuat soal dengan strategi itu adalah sebagai berikut.

- a. Mengubah informasi atau data pada soal semula
- b. Menambah informasi atau data pada soal semula
- c. Mengubah nilai data yang diberikan, tetapi tetap mempertahankan kondisi atau situasi soal semula.
- d. Mengubah situasi atau kondisi soal semula, tetapi tetap mempertahankan data atau informasi yang ada pada soal semula.

*Contoh*

Luas persegi panjang dengan panjang 2 m dan lebar 4 m adalah  $8 \text{ m}^2$ .

Soal-soal yang dapat disusun adalah sebagai berikut.

- a. *Bagaimana jika lebarnya bukan 2 m tetapi 3 m? Bagaimana luasnya?*
- b. *Apa yang terjadi jika mengubah panjang dan lebarnya masing-masing menjadi dua kali? Apakah luasnya juga akan menjadi dua kali luas semula?*
- c. *Bagaimana jika kita mengubah panjangnya menjadi dua kali dan mengurangi lebarnya menjadi setengahnya? Apakah luasnya akan tetap?*
- d. *Tentukan panjang dan lebar suatu persegi panjang yang luasnya sama dengan dua kali luas persegi panjang semula.*

---

Abu-Elwan (2000) mengklasifikasikan *problem posing* menjadi 3 tipe, yaitu *free problem posing* (*problem posing* bebas), *semi-structured problem posing* (*problem posing* semi-terstruktur), dan *structured problem posing* (*problem posing* terstruktur). Pemilihan tipe-tipe itu dapat didasarkan pada materi matematika, kemampuan siswa, hasil belajar siswa, atau tingkat berpikir siswa. Berikut diuraikan masing-masing tipe tersebut.

1. *Free problem posing* (*problem posing* bebas). Menurut tipe ini siswa diminta untuk membuat soal secara bebas berdasarkan situasi kehidupan sehari-hari. Tugas yang diberikan kepada siswa dapat berbentuk: "buatlah soal yang sederhana atau kompleks", buatlah soal yang kamu sukai, buatlah soal untuk kompetisi matematika atau tes, "buatlah soal untuk temanmu", atau "buatlah soal sebagai hiburan (*for fun*)".
2. *Semi-structured problem posing* (*problem posing* semi-terstruktur). Dalam hal ini siswa diberikan suatu situasi bebas atau terbuka dan diminta untuk mengeksplorasinya dengan menggunakan pengetahuan, keterampilan, atau konsep yang telah mereka miliki. Bentuk soal yang dapat diberikan adalah soal terbuka (*open-ended problem*) yang melibatkan aktivitas investigasi matematika, membuat soal berdasarkan soal yang diberikan, membuat soal dengan konteks yang sama dengan soal yang diberikan, membuat soal yang terkait dengan teorema tertentu, atau membuat soal berdasarkan gambar yang diberikan.
3. *Structured problem posing* (*problem posing* terstruktur). Dalam hal ini siswa diminta untuk membuat soal berdasarkan soal yang diketahui dengan mengubah data atau informasi yang diketahui. Brown dan Walter (1990) merancang formula pembuatan soal berdasarkan soal-soal yang telah diselesaikan dengan memvariasikan kondisi atau tujuan dari soal yang diberikan.

### **C. Problem Posing untuk Menilai Hasil Belajar Matematika**

Melalui pembelajaran matematika, siswa diharapkan memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama (Depdiknas, 2006). Secara terperinci, pembelajaran matematika dimaksudkan untuk mencapai tujuan-tujuan sebagai berikut.

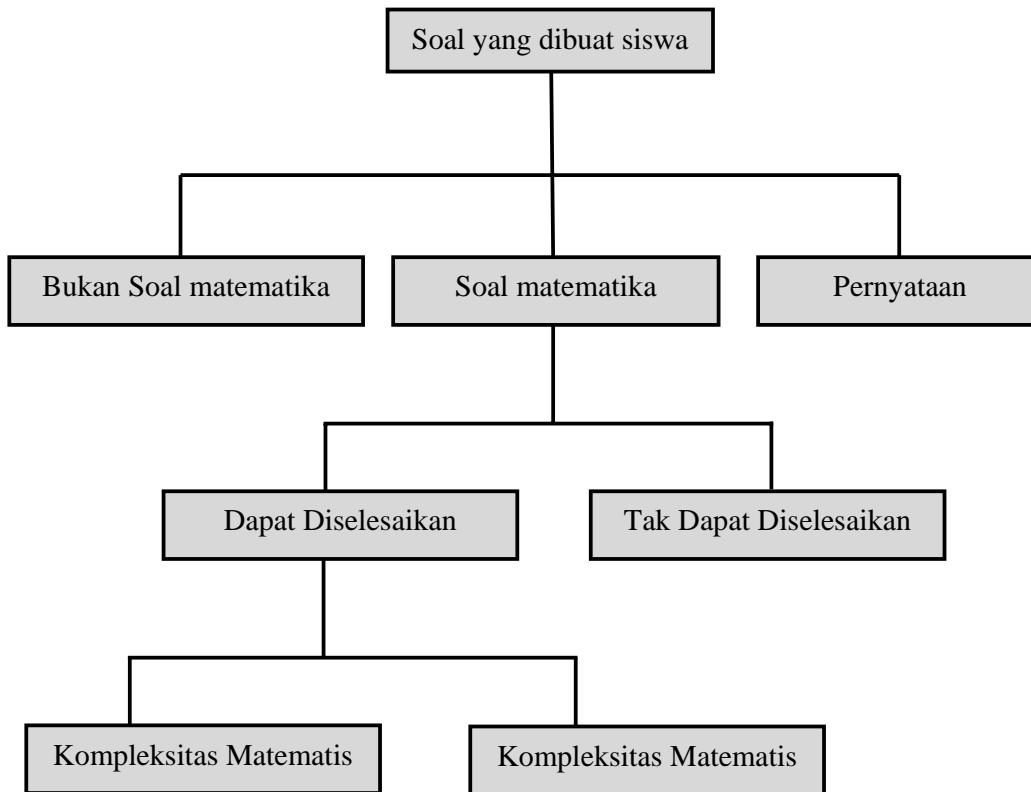
1. Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik simpulan, misalnya melalui kegiatan penyelidikan; eksplorasi; eksperimen; menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsistensi, dan inkonsistensi.
2. Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinal, keingintahuan, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba.
3. Mengembangkan kemampuan pemecahan masalah.
4. Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, grafik, peta, dan diagram.

Tujuan pembelajaran matematika tersebut menghendaki agar siswa memiliki berbagai kemampuan strategis atau kemampuan matematis tingkat tinggi. Untuk mencapai kemampuan-kemampuan strategis tersebut diperlukan pembelajaran matematika kreatif yang dapat memfasilitasi siswa mengembangkan potensinya. Di sisi lain, pengembangan pembelajaran matematika yang bersifat kreatif guna mencapai penguasaan kemampuan-kemampuan strategis tersebut perlu diikuti atau dilengkapi dengan pengembangan strategi kreatif pula untuk menilai hasil belajar atau mengukur kemampuan-kemampuan matematis tersebut. Hal ini dapat dipahami karena strategi atau metode penilaian hasil belajar yang bersifat konvensional yang pada umumnya menggunakan soal-soal yang bersifat rutin tentu tidak memadai untuk mengukur kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi tersebut.

Salah satu metode untuk menilai hasil belajar matematika siswa atau khususnya untuk menilai kemampuan matematika tingkat tinggi adalah *problem posing*. Hasil belajar atau kemampuan matematis seperti apa yang dapat diukur atau dinilai dengan *problem posing*? Menurut Balka dan Torrance (Silver, 1997) kemampuan berpikir kreatif dapat diukur dengan menggunakan *problem posing*. Aspek-aspek kemampuan berpikir kreatif tersebut adalah kelancaran, keluwesan, keaslian, dan elaborasi. Aspek kelancaran berkaitan dengan banyaknya pertanyaan relevan. Aspek keluwesan berkaitan dengan banyaknya ragam atau jenis pertanyaan. Sedangkan aspek kebaruan berkaitan dengan keunikan atau seberapa jarang suatu jenis pertanyaan. Sementara aspek elaborasi meliputi kemampuan menjelaskan secara terperinci, runtut, dan koheren

terhadap prosedur matematis, jawaban, atau situasi matematis tertentu. Penjelasan ini menggunakan konsep, representasi, istilah, atau notasi matematis yang sesuai

Untuk menilai tugas *problem posing* dapat diperhatikan skema sebagai berikut.



Gambar 1. Skema Penilaian Tugas *Problem Posing*

Menurut skema di atas, dalam menilai tugas *problem posing*, jawaban siswa yang berupa pernyataan dan soal non-matematika disisihkan terlebih dahulu sebelum memfokuskan pada soal matematika. Selanjutnya, soal-soal matematika dapat dikategorikan menjadi soal yang dapat diselesaikan dan tidak dapat diselesaikan. Soal yang dapat diselesaikan selanjutnya dikategorisasi lagi menurut kompleksitasnya yang terdiri atas kompleksitas matematis maupun kompleksitas dari segi bahasa.

Selain meliputi 4 aspek sebagaimana dikemukakan di atas, tugas menurut Silver dan Cai (Lin dan Leng, 2010), *problem posing* dapat pula dinilai dari aspek kompleksitas yang meliputi kompleksitas hubungan antarkonsep matematis, tingkat kesulitan, dan kompleksitas susunan bahasa yang digunakan. Kompleksitas soal dapat

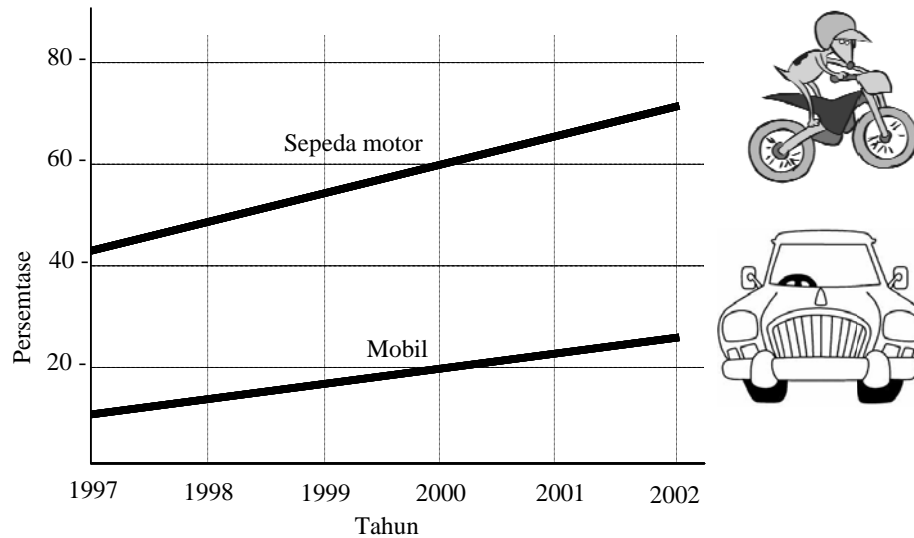
diklasifikasikan ke dalam kategori rendah, sedang, dan tinggi. Pengkategorian ditinjau dari aspek bernalar, melakukan prosedur matematis, memahami konsep, atau menyelesaikan masalah. Soal dengan tingkat kompleksitas rendah biasanya berupa soal yang mencakup aspek mengingat kembali sifat-sifat. Soal dengan tingkat kompleksitas sedang adalah soal yang memuat hubungan antara dua sifat, sedangkan soal dengan tingkat kompleksitas tinggi mencakup analisis asumsi-asumsi yang dibuat dalam model matematis. Berikut adalah karakteristik soal masing-masing kategori tersebut.

Tabel 1. Kategori Kompleksitas Soal

Rendah	Sedang	Tinggi
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mengingat atau mengenali fakta, istilah, atau sifat-sifat</li> <li>▪ Menghitung jumlah, selisih, hasil kali, atau pembagian</li> <li>▪ Melakukan prosedur matematis spesifik</li> <li>▪ Menyelesaikan soal dengan satu tahap penyelesaian</li> <li>▪ Mengidentifikasi informasi dari suatu grafik, tabel, atau gambar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Merepresentasikan suatu situasi secara matematis dengan lebih dari satu cara</li> <li>▪ Memberikan justifikasi langkah-langkah penyelesaian masalah</li> <li>▪ Menginterpretasikan representasi visual</li> <li>▪ Menyelesaikan soal dengan beberapa tahap</li> <li>▪ Memperluas pola</li> <li>▪ Mengidentifikasi informasi dari grafik, tabel, atau gambar dan menggunakannya untuk menyelesaikan suatu masalah</li> <li>▪ Menginterpretasikan penjelasan sederhana</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mendeskripsikan berbagai representasi berbeda untuk menyelesaikan masalah</li> <li>▪ Melakukan prosedur matematis yang melibatkan beberapa tahap</li> <li>▪ Menggeneralisasi pola</li> <li>▪ Menyelesaikan masalah dengan lebih dari satu cara</li> <li>▪ Menjelaskan dan menjustifikasi solusi suatu masalah</li> <li>▪ Mendeskripsikan, membandingkan, dan mengkontraskan metode-metode penyelesaian</li> <li>▪ Menganalisis asumsi-asumsi dalam proses solusi</li> <li>▪ Memberikan justifikasi matematis</li> </ul>



Berikut adalah contoh tugas *problem posing* yang dapat diberikan kepada siswa. Misalkan grafik berikut menunjukkan persentase banyaknya keluarga di kota Yogya yang memiliki sepeda motor dan mobil dari tahun 1997.



Susunlah sebanyak mungkin pertanyaan berdasarkan informasi pada grafik di atas.

Beberapa pertanyaan yang mungkin dapat dibuat siswa adalah sebagai berikut.

a. Soal dengan kompleksitas rendah

*Berapa persen banyaknya keluarga di kota Yogya yang memiliki mobil pada tahun 2000?*

b. Soal dengan kompleksitas sedang

*Bandingkan gradien dua garis tersebut. Garis manakah yang mempunyai gradien lebih besar? Apakah makna gradien dalam hal ini? Jelaskan jawabanmu.*

c. Soal dengan kompleksitas tinggi

▪ *Pada tahun 1997, sebanyak 42% keluarga di kota Yogya memiliki sepeda motor. Banyaknya keluarga yang memiliki sepeda motor meningkat 6% tiap tahun. Jika kecenderungan ini berlanjut, pada tahun berapakah, sebanyak 90% keluarga di kota Yogya akan memiliki sepeda motor?*

▪ *Persamaan  $y = -x + 12$  menyatakan persentase banyaknya keluarga (y) yang memiliki mobil pada tahun ke-x setelah tahun 1997. Dengan persamaan tersebut, pada tahun berapakah sebanyak 52% keluarga di kota Yogya akan memiliki mobil?*

---

## F. Penutup

Metode *problem posing* untuk menilai hasil belajar matematika, khususnya untuk menilai kemampuan-kemampuan matematika tingkat tinggi perlu dipraktikkan secara berkelanjutan. Metode ini merupakan salah satu metode kreatif yang akan memperkaya metode-metode penilaian yang telah sering digunakan dalam pembelajaran matematika. Selanjutnya perlu pula dikaji efektivitasnya.

## G. Daftar Pustaka

- Abu-Elwan, R. (2000). *Effectiveness of Problem Posing Strategies on Perspective Mathematics Teachers' Problem Solving Performance*. [Online] Tersedia <http://math.unipa.it/~grim/AAbuElwan1-6>. [7 September 2007]
- Brown, S., & Walter, M. I. (1990). *The Art of Problem Posing*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.
- Christou, C. (1999). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) – The International Journal on Mathematics Education*. [Online]. Tersedia <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm053a4.pdf>. [7]. [15 Januari 2007]
- Depdiknas (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Depdiknas
- Lin, P. (2004). *Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assesment to Understand Student's Mathematical Learning*. Proceeding of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol 3.
- Lin, K.M. & Leng, L.W. 2010. Using Problem Posing as an Assesment Tool. [Online]. Tersedia: [http://hkage.org.hk/en/events/080714%20APCG/02-%20Curriculum%20&%20Instruction/2.14%20Kwek%20&%20Lye\\_Using%20Problem-Posing%20as%20an%20Assessment%20Tool.pdf](http://hkage.org.hk/en/events/080714%20APCG/02-%20Curriculum%20&%20Instruction/2.14%20Kwek%20&%20Lye_Using%20Problem-Posing%20as%20an%20Assessment%20Tool.pdf) [26 Nopember 2011]
- Silver, E. A. (1997). *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) – The International Journal on Mathematics Education*. [Online]. Tersedia di: <http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm973a3.pdf>. ISSN 1615-679X. [15 Januari 2008]