

Perhitungan Energi Pengisian pada Sistem Transistor Elektron Tunggal

Ratno Nuryadi

Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT)

BPPT Gedung II Lt. 22. Jl. M.H. Thamrin No. 8 Jakarta 10340

E-mail : ratnon@gmail.com

Abstrak

Transistor elektron tunggal (*single electron transistor*) adalah transistor jenis baru yang bekerja atas pergerakan elektron satu per satu. Transistor elektron tunggal mempunyai struktur titik kuantum (*quantum dot*) di tengah yang diapit oleh dua kapasitor terobosan (*tunnel capacitor*) dan satu kapasitor normal sebagai pengontrol aliran arus listrik. Perubahan energi total sistem transistor karena adanya satu elektron yang melewati kapasitor terobosan dipengaruhi oleh besarnya energi pengisian (*charging energy*) dan energi suplai dari sumber tegangan. Makalah ini membahas cara perhitungan energi pengisian pada sistem transistor elektron tunggal. Energi pengisian total dari transistor ini merupakan penjumlahan dari masing-masing energi pengisian pada semua kapasitor. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari tegangan drain, tegangan gate dan muatan pada titik kuantum. Ketika tegangan drain dan tegangan gate bernilai konstan, maka perubahan energi pengisian total disebabkan oleh pergerakan satu elektron hanya ditentukan oleh perubahan muatan pada titik kuantum.

1. Pendahuluan

Transistor elektron tunggal (*single electron transistor*) adalah transistor generasi terbaru yang bekerja berdasarkan prinsip pergerakan elektron satu per satu [1-5]. Istilah elektron tunggal sendiri relatif masih baru, diperkenalkan oleh ilmuwan fisika asal Rusia bernama Likharev sekitar pertengahan tahun 80-an [1-2]. Istilah tersebut lahir setelah dilatarbelakangi oleh perkembangan teknologi fabrikasi semikonduktor seperti *electron beam lithography*, yang dengan teknologi tersebut dapat dibuat divais elektronika berukuran nanometer (nano elektronika) sehingga memungkinkan untuk mengontrol pergerakan elektron satu-per-satu. Faktor lain yang melatarbelakangi adalah prediksi adanya limitasi kinerja MOSFET (*metal-oxide-semiconductor field-effect transistor*) ketika ukuran transistor ini terus diturunkan mendekati level beberapa nanometer [6]. Di sisi lain, eksplorasi peluang digunakannya divais baru berbasis elektron tunggal memberikan harapan yang menggembirakan, yaitu divais baru yang bekerja dengan energi kecil (*low power*), berukuran kecil, kinerja dengan kecepatan tinggi dan mempunyai fitur aplikasi baru yang luas [7-10].

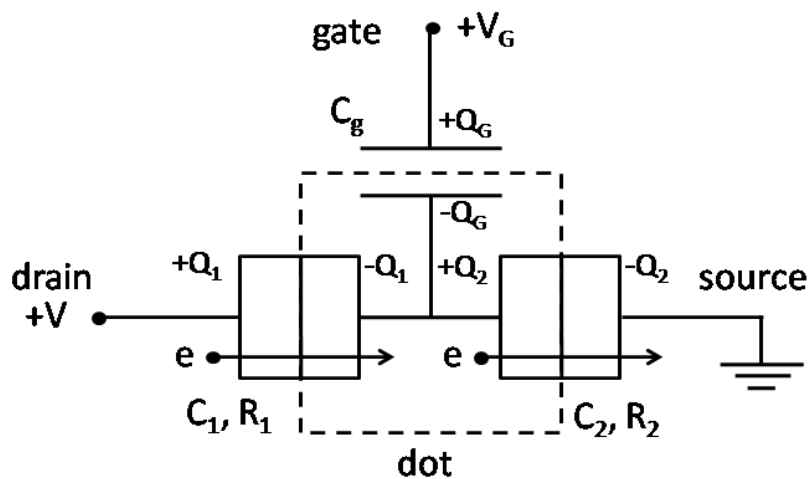
Struktur transistor elektron tunggal mempunyai kemiripan dengan MOSFET, yaitu adanya elektroda *source*, *drain* dan *gate*. Perbedaannya, pada transistor elektron tunggal, antara *source* dan *drain* terdapat titik kuantum (*quantum dot*) yang diapit oleh dua

kapasitor terobosan (*tunnel capacitor*), sedangkan pada MOSFET terdapat saluran tempat mengalirnya elektron antara source dan drain. Saat ini transistor elektron tunggal marak diteliti oleh para ilmuwan baik dari sisi eksperimen maupun simulasi. Dari sisi studi simulasi, perhitungan metode numerik dengan resolusi perhitungan pergerakan satu elektron mutlak dibutuhkan. Untuk itu perhitungan energi pengisian (*charging energy*) karena pergerakan satu elektron harus dilakukan [5], untuk kemudian dapat dihasilkan perhitungan perubahan energi total sistem transistor.

Makalah ini membahas perhitungan energi pengisian pada transistor elektron tunggal. Perhitungan ini untuk mengetahui seberapa besar pengaruh pergerakan satu elektron diantara energi suplai dari sumber tegangan. Meskipun perhitungan ini kelihatan rumit, tetapi dapat diselesaikan dengan prinsip elektrostatika sederhana sebagaimana dibahas pada makalah ini.

2. Struktur Transistor Elektron Tunggal

Rangkaian transistor electron tunggal dapat dilihat pada Gambar 1. Transistor elektron tunggal mempunyai struktur titik kuantum di tengah yang diapit oleh dua kapasitor terobosan dan satu kapasitor *gate*. *Source* dihubungkan ke *ground*, sedangkan *drain* dan *gate* masing-masing diberi tegangan V dan V_G [5].



Gambar 1. Struktur transistor electron tunggal terdiri dari 2 kapasitor terobosan yang mengapit titik kuantum (*quantum dot*) dan satu kapasitor *gate*.

Formulasi tegangan pada masing-masing kapasitor dapat dihitung melalui langkah-langkah berikut. Pertama, besar muatan pada setiap kapasitor dapat dirumuskan sebagaimana persamaan berikut [5],

$$Q_1 = C_1 V_1 = C_1 (V - V_2), \quad (1)$$

$$Q_2 = C_2 V_2, \quad (2)$$

$$Q_G = C_G (V_G - V_2). \quad (3)$$

Di sini, V_2 adalah tegangan yang dikenakan pada kapasitor 2. V_2 juga merupakan tegangan titik kuantum.

Besar muatan di dalam titik kuantum dapat dinyatakan sebagai Q , di mana besar harga Q ini mempunyai hubungan dengan muatan Q_1 , Q_2 dan Q_G sebagai berikut,

$$Q = Q_2 - Q_1 - Q_G \quad (4)$$

Jika persamaan (1-3) dimasukkan ke persamaan (4) dapat diperoleh hubungan antara tegangan yang dikenai oleh kapasitor 2 (V_2) dengan tegangan V dan V_G sebagai berikut,

$$Q = C_2 V_2 - C_1 (V - V_2) - C_G (V_G - V_2)$$

$$Q = (C_2 + C_1 + C_G) V_2 - C_1 V - C_G V_G$$

$$(C_1 + C_2 + C_G) V_2 = C_1 V + C_G V_G + Q$$

Sehingga diperoleh,

$$V_2 = \frac{1}{C_2} (C_1 V + C_G V_G + Q) \quad (5)$$

Di mana C_x adalah total kapasitansi antara dot dan lingkungan di luarnya, yang dapat ditulis sebagai,

$$C_x = C_1 + C_2 + C_G. \quad (6)$$

Karena $V_1 = V - V_2$, maka dengan menggunakan persamaan (5) akan didapatkan tegangan yang dikenai oleh kapasitor 1 (V_1), menjadi

$$V_1 = V - \frac{1}{C_2} (C_1 V + C_G V_G + Q)$$

$$V_1 = \frac{(C_1 + C_2 + C_G)V}{C_2} - \frac{(C_1 V + C_G V_G + Q)}{C_2}$$

$$V_1 = \frac{1}{C_2} [(C_2 + C_G)V - C_1 V - C_G V_G - Q] \quad (7)$$

Dapat diketahui di sini bahwa baik V_1 maupun V_2 merupakan fungsi dari Q , V dan V_G .

3. Perhitungan Energi Pengisian

Energi pengisian total pada sistem transistor elektron tunggal dapat dihitung dengan menjumlahkan masing-masing energi pengisian pada kapasitor C_1 , C_2 dan C_G sebagaimana berikut,

$$E_C = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} + \frac{Q_G^2}{2C_G}$$

$$E_C = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{Q_2^2}{C_2} + \frac{Q_G^2}{C_G} \right) \tag{8}$$

Dengan memasukkan persamaan (1-3) ke dalam persamaan (8) akan didapatkan,

$$E_C = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1^2 V_1^2}{C_1} + \frac{C_2^2 V_2^2}{C_2} + \frac{C_G^2 (V_G - V_2)^2}{C_G} \right)$$

$$E_C = \frac{1}{2} (C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 + C_G (V_G - V_2)^2) \tag{9}$$

Di sini dapat terlihat bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari V_1 , V_2 dan V_G .

Dengan menggunakan persamaan (5) dan (7), maka persamaan (9) menjadi,

$$E_C = \frac{1}{2} \left(C_1 \left(\frac{(C_1 + C_2)V - C_2 V_G - Q}{C_2} \right)^2 + C_2 \left(\frac{C_1 V + C_2 V_G + Q}{C_2} \right)^2 + C_G \left(V_G - \frac{C_1 V + C_2 V_G + Q}{C_2} \right)^2 \right) \tag{10}$$

Untuk mempermudah perhitungan di atas, persamaan (10) dipecah-pecah menjadi,

$$E_C = \frac{1}{2} (A + B + C) \tag{11}$$

di mana,

$$A = C_1 \left(\frac{(C_1 + C_2)V - C_2 V_G - Q}{C_2} \right)^2$$

$$B = C_2 \left(\frac{C_1 V + C_2 V_G + Q}{C_2} \right)^2$$

$$C = \left(V_G - \frac{C_1 V + C_2 V_G + Q}{C_2} \right)^2$$

Selanjutnya dengan menggunakan hubungan persamaan-persamaan di bawah ini dilakukan perhitungan A, B dan C.

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

Perhitungan nilai A:

$$A = C_1 \left(\frac{C_1 V + C_2 V - C_2 V_G - Q}{C_2} \right)^2$$

$$A = \frac{C_1}{C_2^2} \{ C_1^2 V^2 + C_2^2 V^2 + C_2^2 V_G^2 + Q^2 + 2C_1 C_2 V^2 - 2C_1 C_2 V V_G - 2C_1 V Q - 2C_2^2 V V_G - 2C_2 V Q + 2C_2 V_G Q \}$$

$$A = \frac{C_1}{C_2^2} \{ C_1^2 V^2 + C_2^2 V^2 + C_2^2 V_G^2 + Q^2 + 2C_1 C_2 V^2 - 2C_1 C_2 V V_G - 2C_1 V Q - 2C_2^2 V V_G - 2C_2 V Q + 2C_2 V_G Q \}$$

$$A = \frac{1}{c_2^2} \{c_1 c_2^2 V^2 + c_1 c_2^2 V^2 + c_1 c_2^2 V^2 + c_1 Q^2 + 2c_1 c_2 c_2 V^2 - 2c_1 c_2 c_2 V V_G - 2c_1 c_2 V Q - 2c_1 c_2^2 V V_G - 2c_1 c_2 V Q + 2c_1 c_2 V_G Q\}$$

(12)

Perhingan nilai B:

$$B = c_2 \left(\frac{c_1 V + c_2 V_G + Q}{c_2} \right)^2$$

$$B = \frac{c_2}{c_2^2} \{c_1^2 V^2 + c_2^2 V_G^2 + Q^2 + 2c_1 c_2 V V_G + 2c_1 V Q + 2c_2 V_G Q\}$$

$$B = \frac{1}{c_2^2} \{c_2 c_1^2 V^2 + c_2 c_2^2 V_G^2 + c_2 Q^2 + 2c_1 c_2 c_2 V V_G + 2c_1 c_2 V Q + 2c_2 c_2 V_G Q\} \quad (13)$$

Perhitungan nilai C:

$$C = c_2 \left(V_G - \frac{c_1 V + c_2 V_G + Q}{c_2} \right)^2$$

$$C = \frac{c_2}{c_2^2} (V_G c_2 - (c_1 V + c_2 V_G + Q))^2$$

$$C = \frac{c_2}{c_2^2} (V_G (c_1 + c_2 + c_2) - (c_1 V + c_2 V_G + Q))^2$$

$$C = \frac{c_2}{c_2^2} (V_G c_1 + V_G c_2 + V_G c_2 - c_1 V - c_2 V_G - Q)^2$$

$$C = \frac{c_2}{c_2^2} (V_G c_1 + V_G c_2 - c_1 V - Q)^2$$

$$C = \frac{c_2}{c_2^2} (c_1^2 V^2 + c_2^2 V_G^2 + c_2^2 V^2 + Q^2 + 2V_G^2 c_1 c_2 + 2V_G c_1^2 V + 2V_G c_1 Q + 2V_G c_2 c_1 V + 2V_G c_2 Q + 2c_1 V Q)$$

$$C = \frac{1}{c_2^2} (c_1^2 c_2 V^2 + c_2^2 c_2 V^2 + c_1^2 c_2 V^2 + c_2 Q^2 + 2V_G^2 c_1 c_2 c_2 - 2V_G c_1^2 c_2 V - 2V_G c_1 c_2 Q - 2V_G c_2 c_1 c_2 V - 2V_G c_2 c_2 Q + 2c_1 c_2 V Q)$$

(14)

Nilai A pada persamaan (12), nilai B pada persamaan (13) dan nilai C pada persamaan (14) kemudian dijumlahkan sehingga menjadi,

$$A + B + C = \frac{1}{c_2^2} \{c_1 c_2^2 V^2 + c_1 c_2^2 V^2 + c_1 c_2^2 V^2 + c_1 Q^2 + 2c_1 c_2 c_2 V^2 - 2c_1 c_2^2 V V_G - 2c_1 c_2 V Q\} + \frac{1}{c_2^2} \{c_2 c_1^2 V^2 + c_2 c_2^2 V_G^2 + c_2 Q^2\} + \frac{1}{c_2^2} \{c_1^2 c_2 V^2 + c_2^2 c_2 V^2 + c_1^2 c_2 V^2 + c_2 Q^2 + 2V_G^2 c_1 c_2 c_2 - 2V_G c_1^2 c_2 V - 2V_G c_1 c_2 Q - 2V_G c_2 c_1 c_2 V + 2c_1 c_2 V Q\}$$

(15)

Ruas sebelah kanan pada persamaan (15) di atas dapat disederhanakan menjadi,

$$A + B + C = \frac{1}{C_2^2} (C_1 + C_2 + C_G) \{C_1 C_2 V^2 + C_1 C_G V^2 + C_1 C_G V_G^2 + C_2 C_G V_G^2 - 2C_1 C_G V V_G + Q^2\}$$

(16)

Sehingga didapatkan,

$$A + B + C = \frac{C_2}{C_2^2} \{C_1 C_2 V^2 + C_1 C_G (V^2 - 2C_1 C_G V V_G + V_G^2) + C_2 C_G V_G^2 + Q^2\}$$

$$A + B + C = \frac{1}{C_2} \{C_1 C_2 V^2 + C_1 C_G (V - V_G)^2 + C_2 C_G V_G^2 + Q^2\}$$

(17)

Dengan demikian dari persamaan (11) dan persamaan (17) didapatkan hasil akhir energi pengisian total menjadi,

$$E_C = \frac{1}{2C_2} \{C_1 C_2 V^2 + C_1 C_G (V - V_G)^2 + C_2 C_G V_G^2 + Q^2\}$$

(18)

Dapat dilihat pada persamaan (18) ini bahwa V dan V_G adalah tegangan yang diberikan dari eksternal secara konstan, sehingga perubahan energy pengisian karena pergerakan satu elektron hanya dipengaruhi oleh unsur $Q^2/2C_2$ saja. Karena itu, perubahan energi pengisian ΔE_C menjadi,

$$\Delta E_C = E_C^{after} - E_C^{before}$$

$$\Delta E_C = \frac{(Q \pm e)^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_2}$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2C_2} (Q^2 \pm 2Qe + e^2 - Q^2)$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2C_2} (e^2 \pm 2Qe)$$

$$\Delta E_C = \frac{e}{2C_2} (e \pm 2Q)$$

(19)

Harga muatan titik kuantum Q dapat ditulis sebagai,

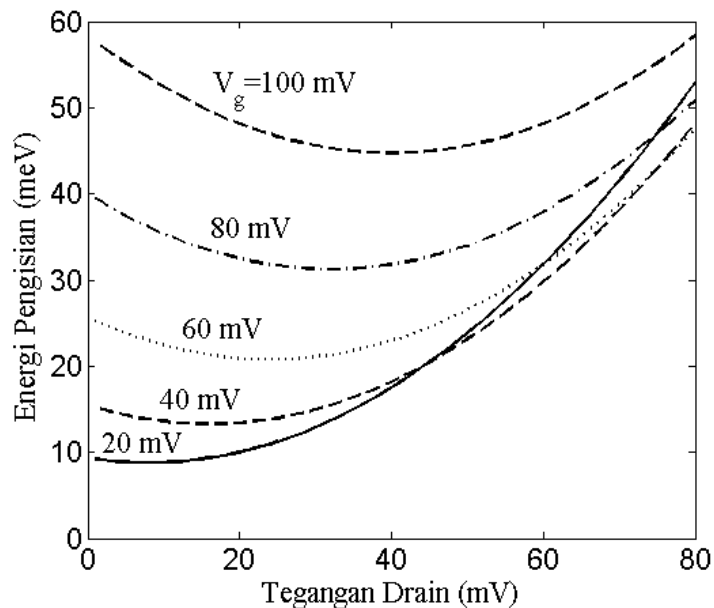
$$Q = -Ne + Q_0$$

(20)

Di sini $N = n_1 - n_2$ yang menyatakan jumlah elektron di dalam titik kuantum dengan n_1 dan n_2 masing-masing adalah jumlah elektron yang mengalir melalui kapasitor C_1 dan kapasitor C_2 . Tanda minus (-) pada $(-Ne)$ menunjukkan muatan elektron adalah negatif, dan arah geraknya berlawanan dengan arah arus listrik. Q_0 adalah *background charge* yang dapat ditimbulkan dari impuritas di dalam titik kuantum atau penyebab lain seperti perbedaan fungsi kerja (*work function*).

4. Hasil perhitungan energi pengisian

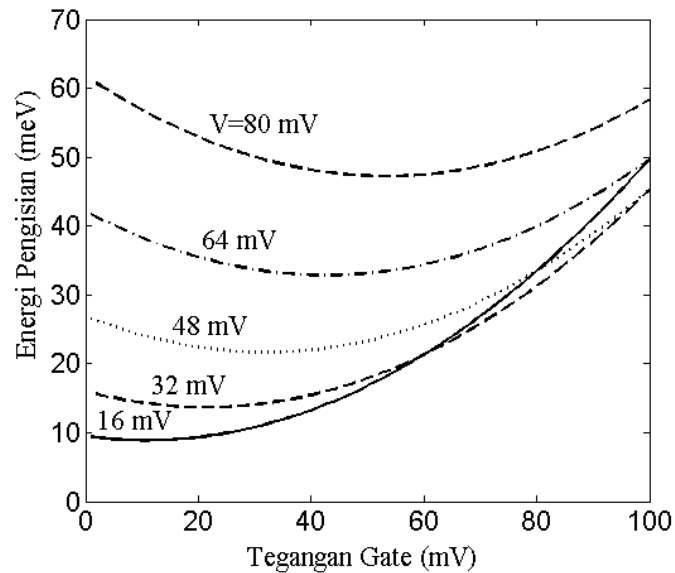
Gambar 2 adalah hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan drain pada beberapa nilai tegangan gate. Pada perhitungan ini diasumsikan $C_1=6$ aF, $C_2=3$ aF dan $C_G=2$ aF. Jumlah elektron di dalam titik kuantum diasumsikan $N=1$, tidak berubah ketika tegangan drain dinaikkan. *Background charge* diasumsikan sama dengan nol. Terlihat pada Gambar 2 bahwa ketika tegangan drain dinaikkan energi pengisian membentuk grafik hiperbolik. Hal ini terjadi untuk semua nilai tegangan gate, meskipun grafik hiperbolik nilainya membesar ketika tegangan gate dinaikkan. Selain itu terlihat juga bahwa nilai minimum grafik hiperbolik bergeser ke arah tegangan drain lebih tinggi ketika tegangan gate dinaikkan.



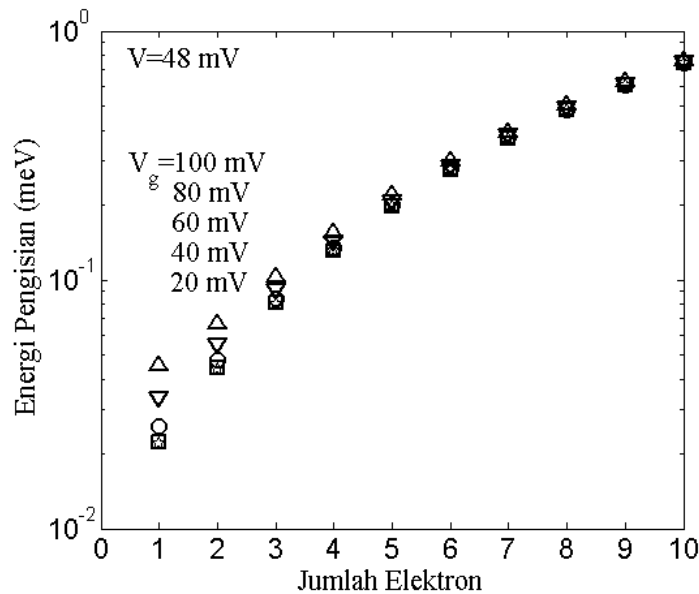
Gambar 2. Hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan drain dengan asumsi $C_1=6$ aF, $C_2=3$ aF dan $C_G=2$ aF. Pada perhitungan ini $N=1$ dan tidak berubah ketika tegangan drain dinaikkan.

Gambar 3 merupakan hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan gate pada beberapa nilai tegangan drain. Nilai-nilai C_1 , C_2 , C_G dan N yang digunakan sama dengan pada Gambar 2. Terlihat pada Gambar 3 bahwa grafik hiperbolik terbentuk sebagaimana pada Gambar 2. Ketika tegangan drain dinaikkan, grafik hiperbolik nilainya membesar. Nilai minimum grafik hiperbolik nilainya bergeser ke arah kanan ketika

tegangan gate dinaikkan. Gambar 4 menunjukkan hasil perhitungan energi pengisian versus jumlah elektron yang berada pada titik kuantum. Pada perhitungan ini, drain diberi tegangan 48 mV dan tegangan gate divariasikan antara 20 mV sampai dengan 100 mV. Terlihat hasil bahwa untuk semua nilai tegangan gate, nilai energi pengisian mengalami kenaikan ketika jumlah elektron pada titik kuantum dinaikkan. Terlihat juga bahwa ketika tegangan gate dinaikkan energi pengisian membesar (pada nilai N yang sama) tetapi kenaikannya tidak terlalu signifikan.



Gambar 3. Hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan gate. Diasumsikan bahwa $C_1=6$ aF, $C_2=3$ aF dan $C_G=2$ aF. $N=1$ dan nilainya tidak berubah ketika tegangan gate dinaikkan.



Gambar 4. Hasil perhitungan energi pengisian versus jumlah elektron pada titik kuantum pada berbagai variasi tegangan gate dengan tegangan drain sebesar 48 mV.

5. Kesimpulan

Formulasi energi pengisian pada sistem transistor elektron tunggal dilakukan pada penelitian ini. Energi pengisian total merupakan penjumlahan dari masing-masing energi pengisian pada tiga kapasitor, yaitu kapasitor drain C_1 , kapasitor source C_2 dan kapasitor gate C_g . Hasil perhitungan menunjukkan bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari tegangan drain, tegangan gate dan muatan pada titik kuantum. Ketika tegangan drain dan tegangan gate bernilai konstan, maka perubahan energi pengisian total disebabkan oleh pergerakan satu elektron hanya ditentukan oleh perubahan muatan pada titik kuantum. Sebagaimana terlihat pada Gambar 2 dan Gambar 3, grafik hiperbolik terbentuk di mana nilai minimum grafik hiperbolik bergeser ke arah tegangan lebih besar ketika tegangan gate (untuk Gambar 2) dan tegangan drain (untuk Gambar 3) dinaikkan. Cara formulasi dan perhitungan energi pengisian pada transistor elektron tunggal pada makalah ini dapat diekstensi untuk sistem rangkaian yang lebih besar dan kompleks.

Terima kasih disampaikan kepada Sdri. Sri Purwiyanti atas diskusi yang mendalam dalam pelaksanaan riset ini.

Daftar Pustaka

- [1] D.V. Averin and K.K. Likharev, *Mesoscopic phenomena in Solids*, edited by B.L. Altshuler, P.A. Lee, and R.A. Webb (Elsevier, Amsterdam, 1991), p. 173-271.
- [2] K.K. Likharev, "Correlated discrete transfer of single electrons in ultrasmall junctions", *IBM J. Res. Develop.* 32(1), 144-157 (1988).
- [3] K.K. Likharev, "Single-electron devices and their applications", *Proceedings of the IEEE*, 87, 606-632 (1999).
- [4] A.E. Hanna and M. Tinkham, "Variation of the Coulomb staircase in a two-junction system by fractional electron charge", *Phys. Rev. B*, 44, 5919-5922 (1991).
- [5] J.R. Tucker, "Complementary digital logic based on the "Coulomb blockade"". *J. of Appl. Phys.*, 72 (9), 4399-4413 (1992)
- [6] International Technology of Roadmap for Semiconductors (ITRS), 2010 Update.
- [7] Y. Takahashi, M. Nagase, H. Namatsu, K. Kurihara, K. Iwadate, Y. Nakajima, S. Horiguchi, K. Murase, and M. Tabe, "Fabrication technique Si single electron transistor operating at room temperature, *Electron. Lett.*, Vol. 31, No. 2, 136–137 (1995).
- [8] M. Saitoh, T. Saito, T. Inukai, and T. Hiramoto, "Transport spectroscopy of the ultrasmall silicon quantum dot in a single-electron transistor", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 79, No. 13, 2025 - 2027 (2001).
- [9] R. Nuryadi, H. Ikeda, Y. Ishikawa, and M. Tabe, "Ambipolar coulomb blockade characteristics in a two-dimensional Si multidot device", *IEEE Trans. Nanotechnol.* 2, 231-235 (2003).
- [10] R. Nuryadi, H. Ikeda, Y. Ishikawa and M. Tabe, "Current fluctuation in single-hole transport through a two-dimensional Si multidot", *Appl. Phys. Lett.*, 86, 133106(1)-133106(3) (2005).