

Matematika Eigenface Menggunakan Metrik Euclidean

Beni Utomo
Sekolah Tinggi Teknologi Bontang, Indonesia

Abstract

Salah satu sistem pengenalan wajah (*face recognition*) adalah metode *eigenface*. Metode ini bekerja dengan cara memberikan bobot pada selisih suatu citra wajah dengan rata-rata citra wajah, rata-rata citra diperoleh dengan cara mengambil rata-rata dari suatu himpunan citra wajah. Himpunan training adalah himpunan citra dimana rata-rata citra dihitung. Pengenalan wajah bekerja dengan cara proyeksi linear citra wajah menjadi citra wajah berdimensi rendah dan pembobotan selisih citra wajah yang berkaitan dengan suatu himpunan eigenvector. Jika selisih (bobot) citra dibawah ambang batas yang diberikan maka citra dikenali sebagai wajah yang dikenal, sebaliknya jika bobot tidak dibawah ambang batas maka citra wajah diklasifikasikan sebagai wajah tidak dikenal atau bukan wajah. Untuk membandingkan citra dipilih metrik Euclidean.

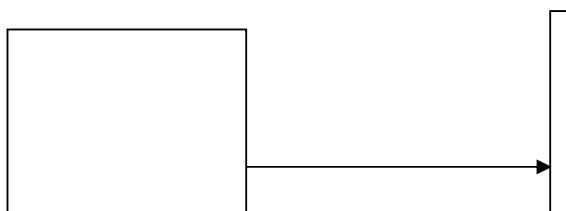
Keywords: eigenface, eigenvector, metrik Euclidean, face recognition

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Sebuah citra jika dinyatakan secara visual menggunakan monitor atau alat elektronik lain merupakan kumpulan dari elemen-elemen yang disebut pixel (*picture element*). Nilai setiap pixel yang menentukan warna pixel merupakan komponen penting dalam memvisualisasi setiap citra digital. Selanjutnya bisa juga dipandang bahwa nilai setiap pixel tersebut sebagai elemen pada suatu matriks, sehingga setiap citra digital merupakan sebuah matriks besar dengan ukuran matriks bergantung pada ukuran citra digital tersebut.

Sebuah citra wajah mempunyai karakteristik khusus dibandingkan dengan citra lain. Pada suatu proses pengenalan citra wajah ada beberapa metode yang dikembangkan. Metode yang paling sederhana mengenai pengenalan wajah adalah mengubah citra wajah dalam hal ini citra abu-abu (greyscale) menjadi vektor matriks.



Citra sebagai matriks berukuran $N \times N$

Citra matriks berukuran $N^2 \times 1$

Akibatnya teori-teori yang berlandaskan matriks bisa dilakukan pada pendekatan ini. Selanjutnya citra adalah matriks.

Rumusan Masalah

Masalah akan muncul karena matriks yang dihasilkan mempunyai dimensi yang sangat tinggi. Gambaran ukuran atau dimensi matriksnya adalah sebagai berikut. Misalkan citra wajah yang akan diproses mempunyai ukuran 128×128 pixel. Ketika citra tersebut dijadikan dalam bentuk matriks maka diperoleh sebuah matriks dengan ukuran 128×128 . Berdasarkan pendekatan yang dilakukan maka diperoleh vektor (matriks kolom) berukuran $(128)^2 \times 1$ yaitu 16384×1 .

Untuk menghindari penggunaan matriks dengan dimensi yang tinggi dilakukan pemetaan data matriks tersebut menjadi matriks dengan dimensi yang rendah. Selanjutnya adalah mencari cara bagaimana membuat pemetaan dari matriks berdimensi tinggi menjadi matriks berdimensi rendah sehingga menghindari kerja dengan beban data yang sangat tinggi tersebut.

Tujuan dan Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan secara umum bisa bermanfaat pada proses identifikasi wajah pada kamera digital serta perangkat lunak yang bekerja dengan menggunakan wajah, bisa berguna pada masalah keamanan komputer atau peralatan sejenis misalkan sistem sbsensi digital berdasarkan wajah serta kegunaan lain. Namun pada tulisan ini tujuan yang ingin dicapai adalah menemukan dasar matematika yang baik serta teori-teori yang mendukungnya sehingga mempunyai penjelasan yang baik pada penggunaan matematika dalam perkembangan teknologi terkini dengan kajian yang sederhana.

Harapan supaya penelitian ini bisa bermanfaat bagi pembelajaran matematika secara umum khususnya tentang matriks dan penggunaan perangkat lunak untuk belajar matematika dengan berbekal pengetahuan matematika yang mungkin tidak terlalu kompleks bisa terwujud.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan subjek utama citra wajah terbatas pada citra abu-abu dengan beberapa kondisi yang harus dipenuhi yaitu ukuran semua citra wajah harus sama serta posisi wajah pada citra harus ditengah (*center*), terdapat tepat satu wajah pada citra masukan (*input*), citra wajah tampak muka dari depan (*frontal view*), serta wajah tidak dalam posisi miring atau berotasi ketika diambil citranya.

Diberikan Γ yaitu suatu vektor berukuran $N^2 \times 1$ yang berkorespondensi dengan citra wajah berukuran $N \times N$. Idenya adalah menyatakan Γ ($\Phi = \Gamma - \text{mean face}$) menjadi suatu ruang berdimensi rendah berikut:

$$\hat{\Phi} - \text{mean} = w_1 u_1 + w_2 u_2 + \dots + w_k u_k \text{ dengan } k \ll N^2$$

Komputasi Eigenface

Metode yang dipilih adalah metode eigenface atau *Pricipal Component Analysis* (PCA). Berikut adalah langkah-langkah yang diperlukan dalam menghitung eigenface secara komputasi.

Langkah 1

Bentuk training sets : I_1, I_2, \dots, I_M yaitu himpunan citra wajah (sangat penting bahwa citra wajah harus pada posisi terpusat dan ukurannya harus sama).

Langkah 2

Nyatakan setiap citra wajah I_i sebagai vektor Γ_i

Langkah 3

Hitung rata-rata vektor citra wajah Ψ :

$$\text{dengan } \Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Gamma_i$$

Langkah 4

Kurangkan citra wajah Γ_i dengan rata-rata Ψ atau $\Phi_i = \Gamma_i - \Psi$

Langkah 5

Hitung matriks kovariansi C dengan:

$$C = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Phi_n \Phi_n^T = AA^T \quad (N^2 \times N^2 \text{ matriks})$$

Dengan $A = [\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_M]$ (matriks $N^2 \times M$)

Langkah 6

Hitung eigenvector u_i dari matriks AA^T

Matriks AA^T ukurannya sangat besar sehingga membuat keadaan menjadi tidak praktis.

Langkah6.1

Diberikan matriks $A^T A$ (matriks $M \times M$)

Langkah6.2

Hitung eigenvektor v_i dari $A^T A$ dengan cara menyelesaikan $A^T A v = \mu_i v_i$

Berikut ini hubungan antara us_i dan v_i

$$A^T A v_i = \mu_i v_i \Rightarrow A A^T A v_i = \mu_i A v_i \Rightarrow$$

$$C A v_i = \mu_i A v_i \text{ atau } C u_i = \mu_i u_i \text{ dengan } u_i = A v_i$$

Demikian, $A^T A$ dan AA^T mempunyai eigenvalue yang sama serta

Eigenvektor yang berkaitan seperti: $u_i = A v_i$.

Diperhatikan bahwa

1. AA^T bisa paling banyak hingga N^2 eigenvalue dan eigenvektor
2. $A^T A$ bisa paling banyak hingga M eigenvalue dan eigenvektor
3. nilai M eigenvalue dari $A^T A$ (sepanjang dengan eigenvektor yang berkaitan) berkaitan dengan M eigenvalue terbesar dari AA^T (sepanjang berkaitan dengan nilai eigenvektornya).

Langkah 6.3

Hitung M eigenvektor terbaik dari AA^T : $u_i = A v_i$

(penting: normalisasi u_i sehingga $\|u_i\|=1$)

Langkah 7:

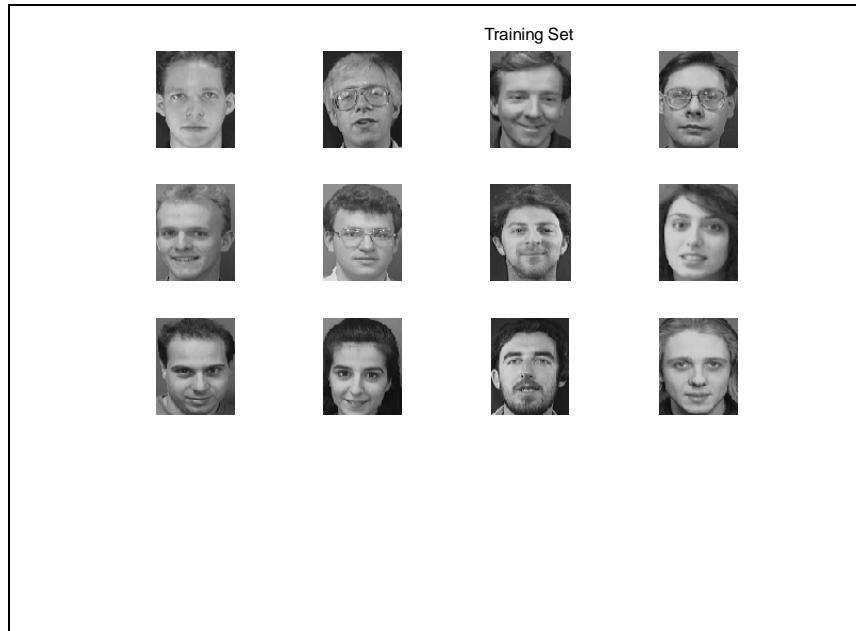
Jaga hanya K eigenvektor (berkaitan dengan K eigenvalue terbesar).

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN(5 halaman)

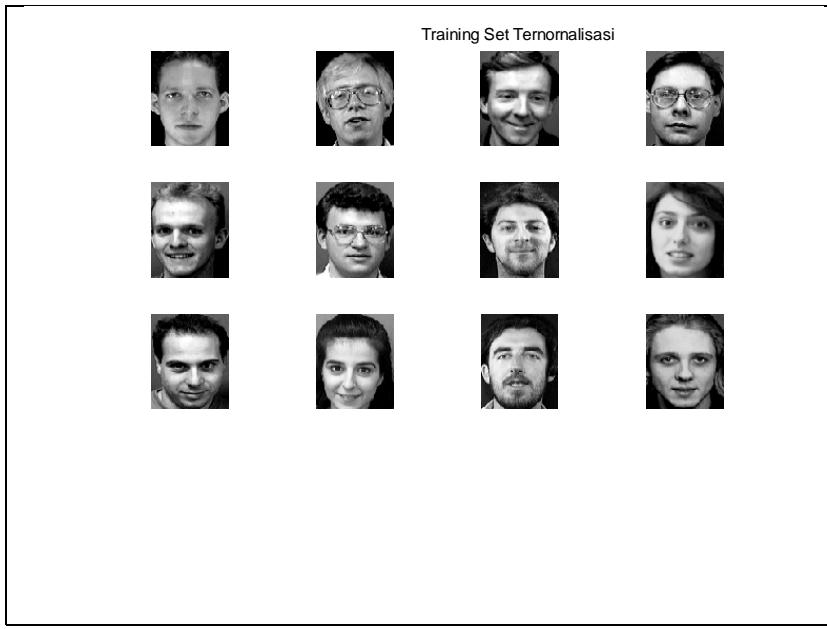
Berikut adalah hasil penelitian dan pembahasan

Langkah 1

Citra wajah yang akan dipakai untuk membentuk training set.



Setiap citra wajah tersebut berukuran sama yaitu 112×92 . Pada tulisan ini, dibentuk training set sejumlah 12 citra wajah. Diperoleh training set $\{I_2, I_3, \dots, I_{10}\}$. Dengan menggunakan Matlab maka diperoleh training set berupa himpunan matriks citra wajah tersebut.



Langkah 2

Selanjutnya menyusun matriks kolom atau vektor Γ berdasarkan citra wajah I , yaitu dengan membentuk himpunan $\{\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, 10\}$. Hal tersebut bisa dilakukan dengan cara

sebagai berikut. Bentuk matriks I^T yaitu transpose matriks I . Selanjutnya bentuk matriks Γ dengan menggunakan Matlab dengan cara membentuk matriks $B(i)$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, 10304$ dari matriks I^T sehingga diperoleh: $\Gamma = [B(i)]$.

Langkah 3

Selanjutnya dihitung rata-rata vektor citra wajah Ψ :

$$\text{dengan } \Psi = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \Gamma_i$$



Langkah 4

Kurangkan citra wajah Γ_i dengan rata-rata Ψ atau $\Phi_i = \Gamma_i - \Psi$ sehingga pada langkah ini diperoleh matriks Φ_i untuk $i = 1, 2, \dots, 12$

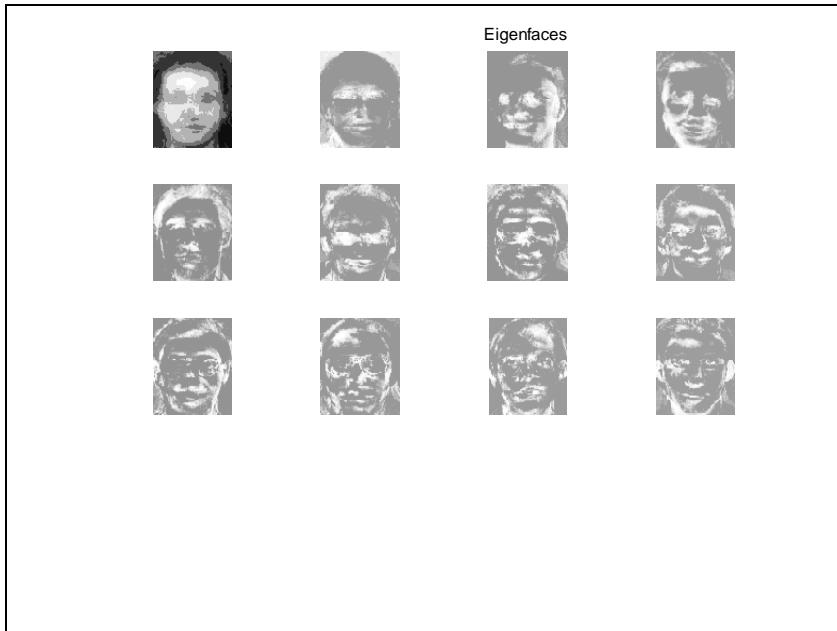
Langkah 5

Hitung matriks kovariansi C dengan:

$$C = \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} \Phi_n \Phi_n^T = AA^T$$

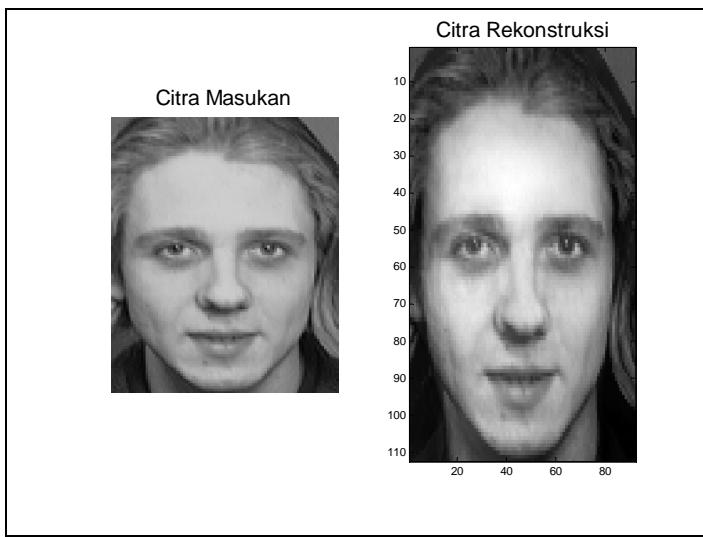
$$\text{Dengan } A = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_{12}]$$

Dengan mengikuti prosedur dari metode yang digunakan diperoleh eigenface berikut ini.

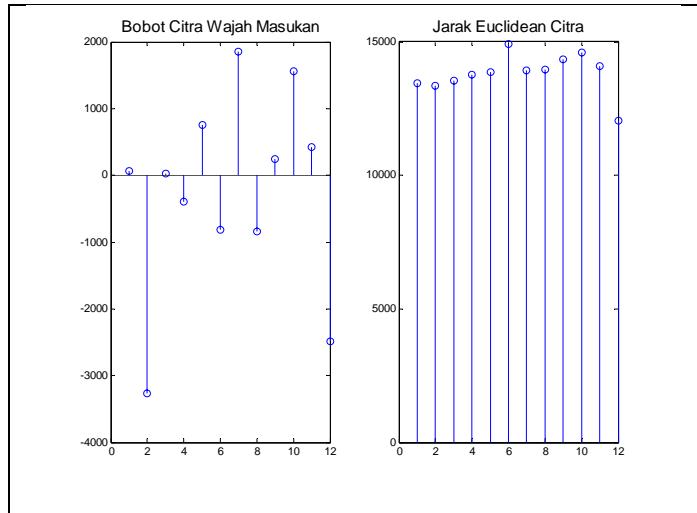


Karena setiap citra wajah merupakan vektor data maka eigenface sebenarnya merupakan eigenvektor untuk setiap eigenvalue yang bersesuaian.

Selanjutnya desain tersebut dicoba dengan menggunakan masukan menggunakan wajah asli dari orang yang citra wajahnya merupakan salah satu yang berada pada training set. Berikut adalah contohnya:



Dengan menggunakan metrik Euclidean diperoleh perbandingan citra masukan dengan citra yang dikonstruksi melalui eigenface sebagai berikut:



KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan paparan tersebut maka bisa diambil beberapa kesimpulan dan saran yang bisa digunakan untuk kegiatan penelitian lebih lanjut.

Kesimpulan

Pendekatan analisis citra menggunakan matriks dalam hal ini menggunakan Matlab bisa mengeksplorasi sifat matriks lebih banyak yang sebenarnya adalah analisis citra digital. Sehingga pembelajaran matriks yang selalu terkait dengan susunan angka bisa lebih berkembang dengan bahasan menggunakan citra digital. Beberapa teori masih memerlukan pengembangan lebih lanjut sehingga aspek matematis dari pengolahan citra digital bisa lebih terlihat dengan menggunakan bahasa yang sederhana.

Saran

Hasil yang diperoleh tersebut masih sangat sederhana dengan banyak asumsi yang dipakai sehingga memerlukan beberapa penyempurnaan diantaranya:

1. untuk membandingkan dua citra wajah bisa menggunakan metrik yang lain dan hasilnya bisa dibandingkan, misalkan metrik Hausdorff dan metrik Mahalanobis.
2. cara pengambilan citra wajah juga bisa dibuat beberapa jenis, termasuk ekspresi dan tidak perlu frontal view.
3. kajian diatas baru sebatas pada citra secara umum, perlu kajian lebih lanjut misalkan anatomi atau geometri wajah termasuk posisi mata, mulut, hidung dan sebagainya sehingga harapannya bisa berhasil lebih maksimal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] L.F. Chen, HY Liao, JC Lien, dan CC Han,(2000), *Why Recognition in a Statistics Base-Face Recognition System Should be Based on The Pure Face Portion: a Probabilistic Decision Based Proof*, Universitas Chiao Tung, Taiwan.
- [2] Gonzales,R.C., *Digital Image Processing Using Matlab*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey,2005
- [3] Mario I. Chachon, (2009), *State The Art Of Face Recognition*, I Tech Education and Publishing, Vienna, Austria
- [4] M. Turk dan A. Pentland, ‘Eigenface for Recognition’, *Journal of Cognitive Neuroscience*, vol. 3, No.1, pp. 71-86, 1991
- [5] R.Gross, Jianbo Shi, J.Cohn, (2001), *Qua Vadis Face Recognition*, Carnegie Mellon University, Pennsylvania
- [6] S. Nanavati, M.Thieme, R. Nanavati, (2002), *Biometrics: Identity Verification in a Networked World*, John Wiley and Sons, Canada
- [7] SOBERANO,L,A.,*The Mathematical Foundation of Image Compression*, University of North Carolina at Wilmington, North Carolina,2000
- [8] Wenyi Zhao, (2006), *Face Processing : Advanced Modelling and Methods*, Elsevier Inc
- [9] <http://www.cl.cam.ac.uk>