

## Simulasi Laju Vaksinasi Dan Keefektifan Vaksin Pada Model Sis

Adi Tri Ratmanto dan Respatiwulan  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret  
adi.triratmanto@yahoo.com

### Abstrak

Penyebaran penyakit yang individu terinfeksi mempunyai kekebalan tubuh rendah dapat dimodelkan dengan model epidemic *SIS* (*susceptible-infected-susceptible*). Salah satu upaya untuk menurunkan laju penyebaran penyakit adalah program vaksinasi. Tujuan dari artikel ini adalah untuk mengetahui pengaruh laju vaksinasi dan keefektifan vaksin pada model *SIS*. Berdasarkan simulasi jumlah individu *infected* dapat dikurangi dengan meningkatkan laju vaksinasi dan memperbesar keefektifan vaksin.

**Kata kunci:** Model *SIS*, laju vaksinasi, keefektifan vaksin.

### PENDAHULUAN

Penyakit infeksi merupakan masalah utama dalam kehidupan manusia. Hal ini dikarenakan penyakit infeksi merupakan pembunuh terbesar populasi manusia di samping perang. Fenomena penyebaran penyakit infeksi dapat digambarkan melalui pemodelan matematika. Melalui pemodelan matematika, fenomena-fenomena yang terjadi di kehidupan sehari-hari dapat digambarkan secara sederhana dan sistematis. Sebagaimana yang telah dituliskan oleh Lewis [4], bahwa perilaku penyebaran penyakit dapat digambarkan melalui pemodelan matematika.

Beberapa penyakit seperti *hepatitis B*, *tuberculosis*, dan *pertussis* merupakan penyakit infeksi yang berbahaya. Menurut Hetchote [2], penyebaran penyakit *hepatitis B*, *tuberculosis*, dan *pertussis* dapat disajikan menggunakan model endemik *SIS*. Sesuai dengan namanya, pada model ini populasi dikelompokkan menjadi dua kelas yaitu kelas untuk individu yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) dan kelas untuk individu yang telah terinfeksi penyakit (*infected*). Pada model *SIS*, individu yang telah sembuh dapat terinfeksi kembali. Hal ini dikarenakan, tubuh tidak mempunyai kekebalan permanen terhadap penyakit-penyakit yang telah disebutkan sebelumnya. Hal ini dijelaskan oleh Ianelli [3].

Penyakit seperti *hepatitis B*, *tuberculosis*, dan *pertussis* mempunyai dampak yang merugikan bagi manusia. Oleh karena itu, perlu adanya suatu upaya untuk mengurangi atau mencegah penyebaran penyakit-penyakit tersebut. Salah satu upaya yang dilakukan adalah dengan adanya pemberian vaksin atau lebih dikenal dengan imunisasi. Menurut

WHO [5], Imunisasi adalah proses dimana seseorang dibuat kebal atau resisten terhadap penyakit menular, biasanya dengan pemberian vaksin. Vaksin merangsang sistem kekebalan tubuh untuk melindungi orang terhadap infeksi berikutnya atau penyakit. Pada artikel ini akan dibahas mengenai model *SIS* dengan pengaruh vaksinasi dan keefektifan vaksin.

## PEMBAHASAN

### 1. Model *SIS*

Menurut Iannelli [3], penyebaran penyakit infeksi dapat dimodelkan dengan model *SIS*. Pada model *SIS* populasi dikelompokkan menjadi dua yaitu *susceptible* (*S*) dan *infected* (*I*). *Susceptible* adalah kelompok yang sehat tetapi rawan terinfeksi penyakit dan *infected* adalah kelompok yang telah terinfeksi penyakit.

Untuk menurunkan model *SIS* diperlukan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Berikut asumsi-asumsi dalam penurunan model *SIS*.

1. Individu yang lahir merupakan individu yang sehat tetapi rentan terserang suatu penyakit. Laju kelahiran yang masuk sama dengan laju kematiannya, sehingga populasi pada suatu wilayah adalah konstan.
2. Jumlah individu dalam populasi bercampur secara homogen, sehingga bisa terjadi kontak langsung dengan individu terinfeksi atau melalui perantara lainnya dalam penularan penyakit. Dengan laju kontak atau penularannya adalah konstan.
3. Hanya terdapat satu jenis penyakit, sehingga hanya terdapat satu macam penularan dengan penyakit yang sama.
4. Individu yang telah sembuh dianggap tidak memiliki kekebalan permanen sehingga dapat tertular penyakit lagi.
5. Masa inkubasi penyakit tidak diperhatikan
6. Infeksi penyakit tidak menyebabkan kematian terhadap penderitanya
7. Tidak terjadi emigrasi atau imigrasi dalam daerah tersebut.

Sebagaimana yang telah diasumsikan bahwa penularan atau penyebaran penyakit terjadi dikarenakan adanya kontak dengan individu *infected*. Laju kontak dinotasikan dengan  $\beta$  dan banyaknya individu *susceptible* yang menjadi *infected* yaitu sebesar  $\frac{\beta SI}{N}$

untuk setiap  $t$ . Jumlah semua kelahiran masuk dalam kelompok *susceptible* Dimisalkan  $\mu$  merupakan laju kelahiran sehingga jumlah populasi pada kelompok *susceptible* bertambah sebesar  $\mu N$ . Akan tetapi, dikarenakan adanya kematian alami pada kelompok *susceptible* yaitu sebesar  $\mu S$ . Jumlah individu yang sembuh dari sakit kemudian masuk dalam kelompok *susceptible*. Besarnya laju kesembuhan penyakit dinotasikan dengan  $\gamma$ . Sehingga banyaknya individu yang sembuh adalah  $\gamma I$ . Dari hal tersebut diperoleh laju perubahan populasi pada kelompok *susceptible* ( $S$ ) untuk setiap  $t$  waktu dapat diekspresikan sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} + \gamma I \quad (2.1.1)$$

Berkurangnya individu *susceptible* karena terinfeksi oleh suatu penyakit mengakibatkan bertambahnya individu *infected* sebanyak  $\beta \frac{SI}{N}$ . Pada kelompok *infected* terjadi kematian alami yang mengakibatkan berkurangnya individu *infected* sebesar  $\mu I$ . Individu *infected* yang telah sembuh akan mengakibatkan berkurangnya jumlah individu *infected* dengan laju kesembuhan  $\gamma$  sebanyak  $\gamma I$ . Sehingga didapat laju perubahan populasi pada kelompok *infected* ( $I$ ) untuk setiap  $t$  waktu yang diekspresikan sebagai berikut

$$\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \quad (2.1.2)$$

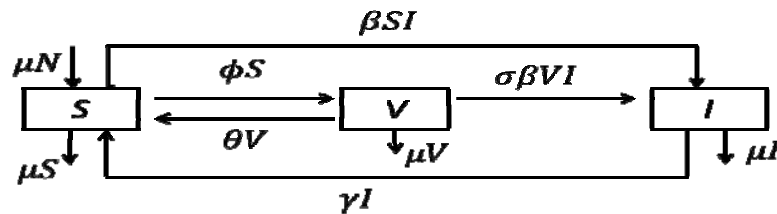
Dari persamaan (2.1) dan (2.2), diperoleh model *SIS* sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \gamma I \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

## 2. Model *SIS* dengan Vaksinasi

Pada bagian ini dijelaskan model *SIS* dengan vaksinasi. Diasumsikan bahwa efek dari vaksin tidak 100 % efektif dan cakupan pemberian vaksin tidak dapat mencakup semuanya. Vaksinasi ditujukan terhadap individu-individu pada kelas *susceptible* ( $S$ ). Laju pemberian vaksin sebesar  $\phi$  dan besarnya laju vaksin yang usang (*wears off*) sebesar  $\theta$ . Individu-individu yang divaksin kemudian masuk dalam kelas *vaccinated* ( $V$ ). Pada kelas *vaccinated* ( $V$ ), populasi berkurang karena adanya vaksin yang usang (*wears*

off). Jumlah populasi dikarenakan vaksin yang usang (*wears off*) sebesar  $\mu V$  yang masuk dalam kelas *susceptible* (*S*). Keefektifan vaksin sebesar  $\sigma$ , dengan interval  $\theta$ . Jika  $\sigma > \theta$  maka vaksin efektif mengurangi penyakit, sedangkan jika  $\sigma < \theta$  maka vaksin tidak efektif mengurangi penyakit. Perubahan populasi model *SIS* dengan vaksinasi disajikan pada Gambar 1.



Selanjutnya **Gambar 1. Dinamika populasi model *SIS* dengan vaksinasi** model *SIS* dengan vaksinasi disajikan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= \mu N - \mu S - \beta SI + \gamma I - \phi S \\
 \dot{V} &= \phi S - \theta V - \mu V \\
 \dot{I} &= \beta SI - \sigma \beta VI - \gamma I - \mu I
 \end{aligned}
 \tag{2.2.1}$$

Nilai parameter  $\mu$  dan  $\beta$  adalah positif. Laju vaksinasi adalah  $\phi$  dan keefektifan vaksin  $\sigma$ .

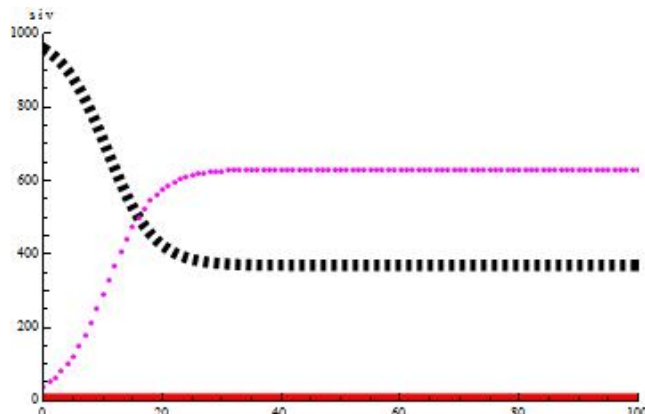
**SIMULASI MODEL**

Pada bagian ini diberikan simulasi model *SIS* dengan pengaruh vaksinasi dan keefektifan vaksin, dimana untuk kasus diambil dari Arino [1]. Diberikan nilai-nilai parameter yaitu laju kontak, laju kesembuhan sebesar  $\gamma$ , laju kelahiran dan kematian sama yaitu  $\mu$ , dan besarnya laju vaksin yang usang (*wears off*)  $\mu V$ . Kondisi awal jumlah penduduk *susceptible*, *infected*, dan *vaccinated* adalah 960, 40, 0.

Berdasarkan keterangan persamaan (2.2.1) menjadi

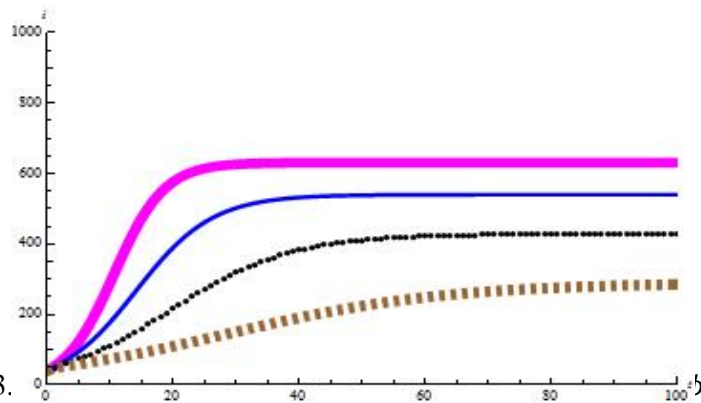
$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= \dots \\
 \dot{V} &= \dots \\
 \dot{I} &= \dots
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Dengan menggunakan model (3.1) dan metode Runge kutta orde 4 diperoleh perilaku  $S$ ,  $I$ ,  $V$  yang ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Perilaku  $S$  (garis putus-putus),  $I$  (titik-titik), dan  $V$  (garis tebal) terhadap perubahan waktu

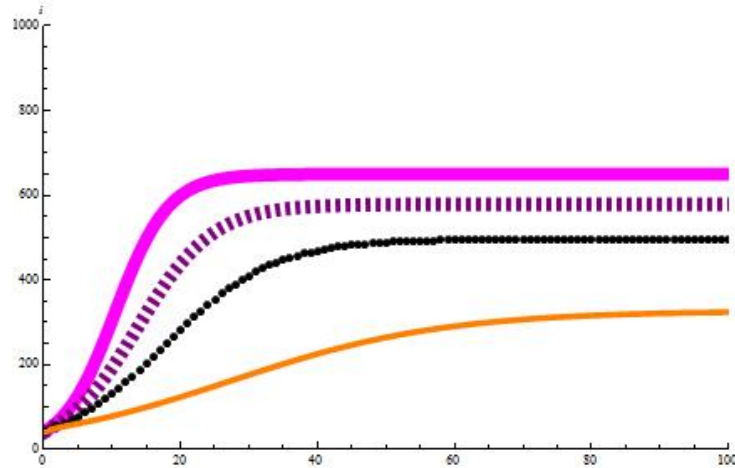
Pada Gambar 2 ditunjukkan bahwa individu *susceptible* mula-mula ada 960, dan jumlah individu yang terinfeksi ada 40. Besarnya jumlah individu yang mendapatkan vaksin adalah 0. Hal ini dikarenakan belum adanya program vaksinasi sehingga laju vaksinasinya adalah 0. Pada gambar dijelaskan seiring bertambahnya waktu jumlah individu *susceptible* mengalami penurunan menjadi 400 orang, sedangkan untuk individu yang terinfeksi bertambah menjadi 600 orang. Kemudian bagaimana pengaruh adanya program vaksinasi terhadap jumlah yang terinfeksi. Ditentukan besarnya laju vaksinasi adalah 0.175, 0.4, dan 0.7 dengan keefektifan vaksin sebesar 90 %. Pengaruh pemberian vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Perilaku  $I$  terhadap perubahan waktu untuk  $\phi = 0$  (garis tebal),  $\phi = 0.175$  (garis tipis),  $\phi = 0.4$  (garis titik-titik), dan  $\phi = 0.7$  (garis putus-putus)

Gambar 3 menunjukkan bahwa pada saat  $\phi = 0$  atau dikatakan tidak adanya vaksinasi, jumlah individu meningkat dari 40 orang menjadi 650 orang. Selanjutnya, ketika diadakan program vaksinasi dengan laju vaksinasi sebesar  $\phi = 0.175$ , jumlah individu yang terinfeksi mengalami penurunan sebesar 100 menjadi 550 orang yang terinfeksi. Selanjutnya dengan meningkatkan laju vaksinasi sebesar  $\phi = 0.4$ , jumlah individu yang terinfeksi menjadi 400 orang dan dengan laju vaksinasi sebesar  $\phi = 0.7$ , jumlah individu yang terinfeksi sebesar 300 orang.

Selanjutnya bagaimana pengaruh keefektifan vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi. Diberikan besarnya keefektifan vaksin yaitu antara  $0 \leq \sigma \leq 1$ , dengan laju vaksinasi tetap yaitu sebesar  $\phi = 0.7$ . Pengaruh keefektifan vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 Perubahan jumlah individu terinfeksi karena pengaruh keefektifan dari vaksin  $\sigma = 1$  (garis tebal),  $\sigma = 0.65$  (garis putus-putus),  $\sigma = 0.4$  (garis titik-titik) dan  $\sigma = 0.1$  (garis tipis)

Gambar 4 menunjukkan bahwa dengan keefektifan vaksin sebesar  $\sigma = 1$  atau dikatakan bahwa pemberian vaksin tidak efektif, jumlah individu yang terinfeksi sebesar 650 orang, kemudian dengan meningkatkan keefektifan vaksin sebesar 35 % atau  $\sigma = 0.65$ , jumlah individu yang terinfeksi menjadi 550 orang, selanjutnya dengan  $\sigma = 0.4$ , jumlah individu yang terinfeksi menjadi 450 orang, dan ketika keefektifan vaksin ditingkatkan menjadi 90 % atau  $\sigma = 0.1$ , jumlah individu yang terinfeksi menjadi 300 orang.

---

## KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dapat diambil kesimpulan

1. model *SIS* dengan vaksinasi ditunjukkan sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta S \frac{I}{N} - (\mu + \phi)S + \gamma I + \theta V$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta(S + \sigma V) \frac{I}{N} - (\mu + \gamma)I$$

$$\frac{dV}{dt} = \phi S - \sigma \beta V I - (\mu + \theta)V.$$

2. dari hasil simulasi adanya vaksinasi dengan laju vaksinasi sebesar  $\phi = 0.7$  dan keefektifan vaksin sebesar 90 % dapat menurunkan jumlah individu yang terinfeksi menjadi 300 orang dari sebelumnya ada 650 orang yang terinfeksi

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arino, J., K. L. Cooke, and J. Velasco Hernandez, *An Epidemiology Model That Includes A Leaky Vaccine with General Waning Function*. Discrete and Continuous Dynamical System Series, Vol.4, May 2004.
- [2] H. W., *Three Basic Epidemiology Models*, Springer Verlag Berlin Heidelberg **18** (1989), 119-142.
- [3] Ianelli, M, *The Mathematical Modelling of Epidemics* , Mathematics Department University of Trento, 2005.
- [4] Lewis, M, *Mathematical Modelling and Infectious Diseases Dynamics*. Wiclaw Kraweewicz (2004).
- [5] WHO. Immunization. <http://www.who.int/topics/immunization/en/>