*Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA,*
*Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 14 Mei 2011*

# PENERAPAN METODE PEMBELAJARAN PROBLEM SOLVING MODEL POLYA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MEMECAHKAN MASALAH BAGI SISWA KELAS IX J DI SMPN 3 CIMAHI

**Kokom Komariah**

*SMPN 3 Cimahi*
*Email: Komaryah@gmail.com*

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penerapan metode pembelajaran *problem solving* model Polya serta peningkatan hasil belajar siswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran. Secara khusus penelitian ini bertujuan untuk: (I) mendiskripsikan pelaksanaan metode pembelajaran problem solving model polya pada program pembelajaran intensif siap menghadapi UN 2011 pada mata pelajaran matematika yang mengacu pada SKL, (2) mengetahui peningkatan kemampuan memecahkan masalah matematika siswa kelas IX J SMPN 3 Cimahi dengan metode pembelajaran problem solving model polya. Penelitian ini dilaksanakan di Kelas IX J SMPN 3 Cimahi yang terdiri dari 40 siswa pada tanggal 14 Maret sampai 26 maret 2011. Rancangan penelitian yang digunakan adalah penelitian tindakan kelas. Penelitian ini terdiri dari dua siklus. Siklus I membahas tentang menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perbandingan. Siklus II membahas tentang menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan jual-beli dan perbankan atau koperasi. Instrumen yang digunakan untuk mengukur kemampuan memecahkan masalah adalah hasil belajar siswa melalui tes pada akhir masing-masing siklus. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode pembelajaran *problem solving* model Polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah matematika. Hal ini ditunjukan dengan adanya peningkatan rata-rata nilai hasil belajar siswa seperti berikut ini. Rata- rata hasil belajar siswa pada siklus I meningkat sebesar 3,7 yaitu dari 52,4 menjadi 56 ,1. Sedangkan pada siklus II meningkat sebesar 8,9 yaitu dari 56,1 menjadi 65. Dengan pembelajaran ini siswa lebih teliti dalam mengerjakan suatu soal, sehingga tingkat kesalahan dalam mengerjakan soal juga berkurang. Kendala yang masih dihadapi adalah kurangnya kemampuan siswa dalam materi apersepsi yang mendukung penyelesaian masalah.

**Kata kunci**: *problem solving* model Polya

## PENDAHULUAN

### Latar Belakang Masalah

Perubahan paradigma dalam proses pembelajaran yang tadinya berpusat pada guru (teacher centered) menjadi pembelajaran yang berpusat pada siswa (learner centered) diharapkan dapat mendorong siswa untuk terlibat secara aktif dalam membangun pengetahuan, sikap dan perilaku. Dalam proses pembelajaran yang berpusat pada siswa , siswa memperoleh kesempatan dan fasilitas untuk membangun sendiri pengetahuannya sehingga mereka akan memperoleh pemahaman yang mendalam (deep learning) dan pada akhirnya dapat meningkatkan kualitas hasil belajar siswa.

Pembelajaran yang inovatif dengan pendekatan berpusat pada siswa (student centered learning) memiliki keragaman metode pembelajaran yang menuntut partisipasi aktif dari siswa. Metode- metode tersebut antara lain adalah: a) berbagi informasi ; (b) belajar dari pengalaman (experience Based); (c) pembelajaran melalui pemecahan masalah (problem solving based).

Problem Solving dapat diartikan sebagai rangkaian aktivitas pembelajaran yang menekankan kepada proses penyelesaian masalah yang dihadapi secara ilmiah. Terdapat 3 ciri utama dari *problem solving*.

1. *problem solving* merupakan rangkaian aktivitas pembelajaran, artinya dalam implementasi Problem Solving ada sejumlah kegiatan yang harus dilakukan siswa. Problem Solving tidak mengharapkan siswa hanya sekedar mendengarkan, mencatat, kemudian menghafal materi pelajaran, akan tetapi melalui *problem solving* siswa aktif berpikir, berkomunikasi, mencari dan mengolah data, dan akhirnya menyimpulkan.
2. Aktivitas pembelajaran diarahkan untuk menyelesaikan masalah. *problem solving* menempatkan masalah sebagai kata kunci dari proses pembelajaran. Artinya, tanpa masalah maka tidak mungkin ada proses pembelajaran.
3. Pemecahan masalah dilakukan dengan menggunakan pendekatan berpikir secara ilmiah. Berpikir dengan menggunakan metode ilmiah adalah proses berpikir deduktif dan induktif. Proses berpikir ini dilakukan secara secara sistematis dan empiris. Sistematis artinya berpikir ilmiah dilakukan melalui tahapan-tahapan tertentu; sedangkan empiris artinya proses penyelesaian masalah didasarkan pada data dan fakta yang jelas.

Salah satu model pemecahan masalah adalah model Polya. Langkah-langkah dalam pembelajaran *problem solving* menurut Polya ada 4, yaitu : (1) memahami masalah, (2) menentukan rencana strategi penyelesaian masalah, (3) menyelesaikan strategi penyelesaian masalah, dan (4) memeriksa kembali jawaban yang diperoleh. Pembelajaran ini dimulai dengan pemberian masalah, kemudian siswa berlatih memahami, menyusun strategi dan melaksanakan strategi sampai dengan menarik kesimpulan. Guru membimbing siswa pada setiap langkah *problem solving* dengan memberikan pertanyaan yang mengarah pada konsep.

Dalam implemantasinya di lapangan sampai saat ini proses pembelajaran yang berpusat pada siswa masih mengalami banyak kendala. Salah satu kendalanya adalah rendahnya kemampuan siswa dalam memecahkan masalah yang ditandai dengan (1) rendahnya kemampuan siswa dalam menganalisis masalah, (2) rendahnya kemampuan siswa dalam merancang rencana penyelesaian masalah, dan (3) rendahnya kemampuan siswa dalam melaksanakan perhitungan terutama yang berkaitan dengan materi apersepsi yang mendukung proses pemecahan masalah.

Mengacu pada berbagai teori diatas maka metode *problem solving* model Polya sangat tepat untuk diterapkan sebagai solusi untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

**Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, masalah penelitian ini dirumuskan, apakah penerapan metode *problem solving* model Polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika ?

**Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah : “Untuk mengetahui apakah penerapan metode *problem solving* model Polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.”

**Manfaat Penelitian**

Menyimak uraian pada tujuan penelitian tersebut di atas, dan dengan tercapainya tujuan tersebut dapat dipetik manfaat penelitian, yaitu:

1. Bagi guru; jika penerapan metode *problem solving* model Polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah, maka dalam menentukan metode pembelajaran, metode *problem solving* model Polya tepat untuk digunakan.
2. Bagi siswa; akan tumbuh kesadaran pentingnya mengembangkan kemampuan dalam

memecahkan masalah matematika, sehingga masalah akan dengan mudah terselesaikan.

3. Bagi dunia pendidikan; bahwa paradigma pendidikan sekarang berubah ke arah student centre yang berarti bahwa proses pembelajaran lebih ditekankan pada aktivitas siswa sebagai konsekuensinya siswa dituntut untuk memiliki kemampuan dalam menyelesaikan masalah.

## METODE PENELITIAN

### Rancangan Penelitian

Desain penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas, dilaksanakan pada program pembelajaran intensip siap UN 2011 yang dilaksanakan mulai tanggal 14 Maret sampai 26 maret 2011. Penelitian tindakan kelas ini terdiri dari 2 siklus, setiap siklus dilaksanakan dalam 3 pertemuan yang masing- masing berdurasi 2 x 40 menit.

### Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah seluruh siswa kelas IX J tahun pelajaran 2010-2011, di lingkungan SMP Negeri 3 Cimahi Kota Cimahi. sebanyak 40 orang terdiri dari 23 orang siswa perempuan dan 17 orang siswa laki- laki.

### Prosedur Penelitian

Secara garis besar penelitian yang dilakukan ini dapat dibagi menjadi empat tahap, yaitu

**1. Tahap Persiapan**

Tahap persiapan ini meliputi :(a) Menentukan Subyek Penelitian, (b) Menentukan banyak siklus dan (c) Membuat Alat Pengumpul Data

**2. Tahap Pelaksanaan**

a. Melaksanakan siklus I berdasarkan rencana tindakan 1.
b. Melakukan analisis terhadap informasi pada instrumen penelitian pada siklus I , serta merefleksi kekurangan dan kelebihan dalam pembelajaran pada siklus I.
c. Merencanakan tindakan 2 untuk memperbaiki kekurangan pada siklus I
d. Melaksanakan siklus II berdasarkan rencana tindakan 2
e. Melakukan analisis terhadap informasi pada instrumen penelian pada siklus II, serta merefleksi kekurangan dan kelebihan dalam pembelajaran pada siklus II.
f. Data-data yang diperoleh pada setiap siklus tindakan diolah untuk mengetahui sejauh mana peningkatan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah dengan menerapkan metode *problem solving model Polya*.

**3. Tahap Evaluasi dan refleksi**

*Evaluasi:*

Menganalis hasil belajar siswa untuk mengetahui keberhasilan penerapan metode problem solving yang telah dilaksanakan pada tiap siklus.

*Refleksi:*

Mereview proses pembelajaran yang sudah dilaksanakan untuk mengetahui factor-faktor pendukung dan kendala yang dihadapi.

**4. Tahap pelaporan**

Pelaporan direalisasikan dalam bentuk makalah.

### Instrumen dan Teknik Analisis Data

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah instrumen pengumpul data hasil penelitian yaitu berupa Instrumen kinerja siswa berkenaan dengan kemampuan siswa dalam strategi pemecahan masalah. Instrumen ini memuat penilaian terhadap komponen indikator kemampuan pemecahan masalah matematika yang mengacu pada langkah- langkah pemecahan masalah model Polya yang meliputi kemampuan memahami masalah (*understanding the* *problem*), merencanakan penyelesaian (*devising a plan*), melaksanakan perhitungan (*carrying out the plan*), dan memeriksa kembali proses atau hasil (*looking back*).

Teknik analisis data dilakukan dengan menganalisis kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah matematika melalui penskoran. Skor penilaian yang digunakan adalah cara yang lazim dilakukan , yaitu skala 10 –100. Sehingga untuk mengetahui peningkatan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah dilakukan dengan melihat peningkatan rata- rata hasil belajar.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Setelah data terkumpul melalui observasi dan analisis instrument pengumpul data mengenai kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah ternyata menunjukkan bahwa metode *problem solving* model polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah matematika dengan rincian sebagai berikut:

1. Kemampuan pada aspek menganalisis masalah, ditunjukan dengan kemampuan siswa dalam menentukan apa yang diketahui , apa yang ditanyakan, dan apa yang diperlukan.
2. Kemampuan dalam merencanakan penyelesaian masalah, ditunjukkan dengan kemampuan mengkoneksitas atau menentukan konsep-konsep yang terkait yang mendukung proses pemecahan masalah.
3. Kemampuan melakukan perhitungan sesuai dengan yang direncanakan, hal ini ditunjukkan dengan kemampuan siswa menyelesaikan perhitungan secara sistematis sesuai dengan tahap- tahap yang direncanakan.
4. Kemampuan mengoreksi langkah- langkah penyelesaian yang sudah dilakukan , hal ini ditunjukkan dengan sikap siswa yang meragukan hasil akhir setelah proses perhitungan dan tertuntut untuk mengoreksi kembali langkah- langkah penyelesaian yang saling terkait.

Pada siklus 1 siswa melakukan pemecahan masalah sesuai dengan model Polya. Pada proses menganalisis masalah siswa sudah terampil menentukan factor yang diketahui ,dan factor yang ditanyakan. Namun masih ditemukan kendala dalam menyusun rencana penyelesaian masalah dikarenakan hal- hal seperti berikut ini:

1. Sempitnya wawasan siswa terhadap konsep-konsep yang terkait dengan suatu masalah.
2. Kurangnya kemampuan siswa dalam materi apersepsi.

Karena keterbatasan tersebut maka kemampuan siswa dalam memecahkan masalah belum ada peningkatan yang signifikan yaitu baru terjadi kenaikan rata- rata nilai *sebesar 3,7 yaitu dari 52,4 menjadi 56 ,1. Berdasarkan hasi refleksi pada siklus 1 maka disusun rencana* untuk pelaksanaan siklus 2 yaitu dengan penugasan terstruktur mengenai keterampilan siswa dalam menyusun rencana penyelesaian masalah dengan menekankan pada keterampilan siswa menganalisis konsep- konsep yang terkait dari suatu masalah matematika yang diberikan dan mengingatkan kembali penguasaan materi apersepsi yang terkait tersebut.

Dengan diterapkannya rencana tersebut pada siklus ke- 2 terdapat peningkatan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah, hal ini bisa dilihat dari adanya peningkatan rata-rata nilai *sebesar 8,9 yaitu dari 56,1 menjadi 65,0.*

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan terhadap masalah dalam tulisan ini maka dapat disimpulkan bahwa, metode *problem solving* model polya dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah matematika. Langkah- langkah pemecahan masalah model polya dapat membimbing kreativitas siswa dalam menyelesaikan masalah secara ilmiah. Hal ini memotivasi siswa untuk dapat belajar secara mandiri dan melatih siswa untuk berpikir logis dan teliti sehingga kesalahan siswa dalam proses menyelesaikan massalah terkontrol dengan dilakukannya looking back terhadap langkah- langkah yang telah dilakukan.

Berdasarkan hasil analisis data , kendala yang dihadapi oleh siswa kelas IX dalam memecahkan masalah matematika yang terkait dengan SKL adalah:

1. Sempitnya wawasan siswa tentang keterkaitan antar konsep dalam matematika, sehingga siswa kesulitan dalam menyusun strategi pemecahan masalah.
2. Rendahnya kemampuan siswa pada materi apersepsi yang terkait sehingga siswa perlu diingatkan lagi, akibatnya pembelajaran menjadi tidak efektif dan efisien karena dalam kenyataannya banyak ditemukan siswa yang sama sekali tidak mengetahui tentang materi apersepsi tersebut dan hal ini menuntut guru untuk kembali memberikan pembelajaran ulang (remedial).

Untuk mengatasi kedua kendala tersebut, maka penulis menyarankan, agar pembelajaran matematika dibuat seperti pesan berangkai. Hal ini sesuai dengan karakteristik mata pelajaran matematika yang salah satunya adalah bersifat spiral artinya konsep sebelumnya merupakan fondasi bagi keberhasilan penguasaan materi selanjutnya. Untuk mewujudkannya sepanjang perjalanan jenjang kelas siswa harus ditantang dengan masalah- masalah matematika yang dalam penyelesaiannya mengaitkan beberapa konsep terdahulu yang sudah dipelajari sehingga imforcement atau penguatan konsep yang telah dikuasai siswa dapat dipertahankan.

## DAFTAR PUSTAKA

Adjie, N. dan Maulana. (2006). Pemecahan Masalah Matematika. Bandung : UPI Press

Trianto. 2009. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP).* Jakarta: Kencana

Ahmadi, A. & Prasetya, J.T. (1997). *Strategi Belajar Mengajar*. Bandung: Pustaka Setia.

Dahar, R.W.(1996). *Teori-Teori Belajar*, Jakarta; Erlangga.

Jones, T. (2000). Instructional Approaches to Teaching Problem Solving in Mathematics : Integrating Theories of Learning and Technology. Final Paper, EDUC6100

Suharsimi Arikunto (2002). *Prosedur Penelitian; Suatu Pendekatan Praktek.* J Jakarta: Rineka Cipta.

Wahyudin. (2007). Strategi Belajar Mengajar Matematika. Bandung : Sekolah Pascasarjana UPI Bandung.

## LAMPIRAN

**Contoh masalah untuk menguji kemampuan menyelesaikan masalah berkaitan dengan skala dan perbandingan.**

Sebuah gedung direncanakan selesai dibangun selama 20 hari oleh 28 pekerja. Setelah dikerjakan 8 hari, pekerjaan dihentikan seama 4 hari. Jika kemampuan bekerja setiap orang sama dan supaya pembangunan gedung selesai tepat waktu, banyak pekerja tambahan yang diperlukan adalah …
Alternatif cara penyelesaian ke-1:
Langkah- langkah Penyelesaian:

1. ***Analisis masalah***
   Berdasarkan konteks cerita, masalah termasuk perbandingan berbalik nilai
   Diketahui:
   Banyak pekerja 28 orang kesanggupan waktu 20 hari
   Waktu yang sudah dilaksanakan 8 hari maka sisa waktu tinggal 20-8 = 12 hari.
   Dari 12hari sisa waktu, pekerjaan diistirahatkan selama 4 hari, maka sisa waktu yang masih tersedia adalah 12-4 = 8 hari

Artnya yang seharusnya diselesaikan selama 12 hari lagi oleh 28 pekerja harus diselesaikan dalam waktu 8 hari. Karena hal tersebut maka diperlukan penambahan pekerja.

2. ***Rencana penyelesaian Masalah***

Menerapkan pola penyelesaian perbandingan berbalik nilai

$$\frac{\text{Waktu ideal}}{\text{waktu yang tersedia}} = \frac{\text{Banyak pekerja yang diharapkan}}{\text{Banyak pekerja yang sudah tersedia}}$$

3. ***Melakukan perhitungan sesuai yang direncanakan***

Misal banyak pekerja yang diharapkan adalah x

$$\frac{12}{8} = \frac{x}{28}$$

Penyelesaian soal dilanjutkan dengan mengaitkan pada materi system persamaan linier satu variable dalam bentuk pecahan

Siswa diarahkan untuk berpikir logis,

Fokus masalah: menentukan berapa nilai x ( satu x)

Ruas kiri dan ruas kanan dikalikan dengan 28, sehingga diperoleh:

$\Leftrightarrow 28 \text{ x } \frac{12}{8} = 28 \text{ x } \frac{x}{28}$

$\Leftrightarrow \frac{12x28}{8} = \text{x}$

$\Leftrightarrow$ x = 42

Artinya pekerjaan akan selesai tepat waktu jika dikerjakan oleh 42 orang pekerja.

Kesimpulan: Dengan demikian diperlukan penambahan pekerja sebanyak

42 orang – 28 orang =14 0rang.

4. ***Looking back***

Proses konfirmasi dengan mensubtitusiakan 14 terhadap x pada persamaan

$\frac{12}{8} = \frac{x}{28}$

$\Leftrightarrow \frac{12}{8} = \frac{42}{28}$

$\Leftrightarrow$

12 x 28 = 42 x 8 Menghasilkan pernyataan benar

Alternatif penyelesaian ke- 2:

1. ***Analisis masalah sama dengan di atas.***
2. ***Rencana pemecahan masalah***

Dengan mengkomunikasikan masalah ke dalam diagram.

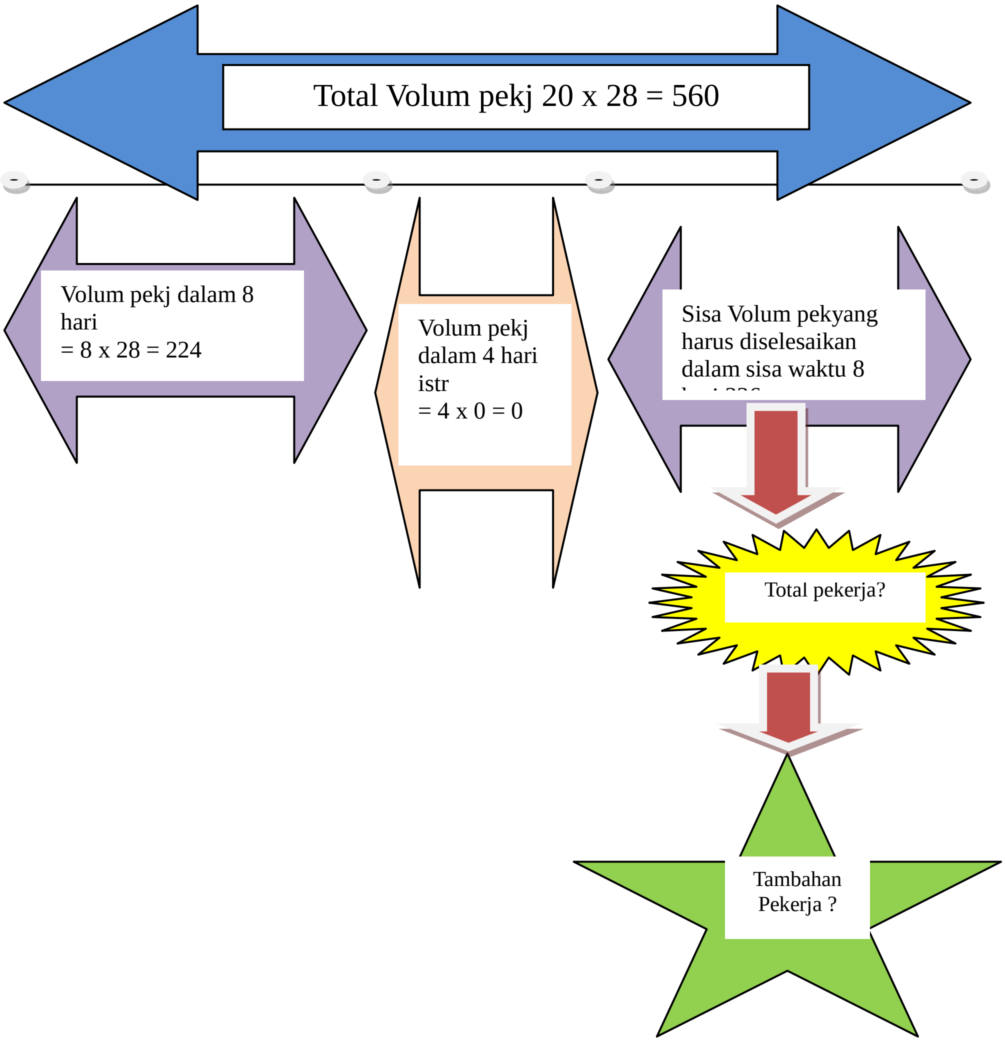
Misal perkalian jumlah pekerja dengan waktu didefinisikan sebagai volume pekerjaan. Maka:

Rencana awal didefinisikan sebagai berikut: Total Volum pekj= 28 orang x 20 hari = 560

Volum pekj dalam 8 hari pertama yang sudah dilaksanakan = 28 orang x 8 hari = 224

Volum pekj selama diberhentikan 4 hari   0 orang  x 4hari  = 0  ( 0 orang artinya tidak ada satu orangpun yang bekerja)
Jadi sisa volum pekj 560 – 224= 336
Sehingga formula yang dipergunakan untuk mengetahui **total pekerja yang diperlukan** adalah **sisa volum pekj : sisa waktu yang tersedia, yaitu:** 336 : 8 = 42
Dengan demikian diperlukan tambahan pekerja sebanyak 42 – 28 = 14 orang.

Jika dikomunikasikan dalam diagram seperti berikut ini,




**Contoh masalah untuk menguji kemampuan menyelesaikan masalah berkaitan dengan jual-beli dan perbankan atau koperasi.**
Sebuah pedagang menjual jam tangan dengan harga Rp. 660.000,00. Pedagang tersebut mendapat untung 32%. Harga pembelian jam tangan tersebut adalah…..
Alternatif cara penyelesaian:

1. ***Analisis soal***
   Diketahui: Harga jual = Rp. 660.000,00.

Besar keuntungan = 32%.

Ditanyakan: Harga beli

2. ***Rencana pemecahan masalah***

Landasan :

Definisi: besar keuntungan adalah prosentase keuntungan dikali harga pembelian

Konsep "untung", adalah Harga jual > harga beli

maka masalah dirumuskan dengan: Harga jual = harga beli + keuntungan

3. ***Proses perhitungan***

Misal harga beli = b dan harga jual = j

Maka: Harga jual = harga beli + keuntungan

$\Leftrightarrow$ j = b + 32% x b

$\Leftrightarrow$ j = $\frac{132}{100}b$ ( dikaitkan dengan operasi bilangan pecahan)

$\Leftrightarrow$ b = j : $\frac{132}{100}$

$\Leftrightarrow$ b = 660.000 : $\frac{132}{100}$

$\Leftrightarrow$ b = 500.000

4. **Looking Back**

Mengkonfirmasi kebenaran penyelesaian dengan dua konsep tentang keuntungan.

Harga beli = Rp. 500.000,00

Harga jual = Rp. 660.000,00

Konsep 1

Besar keuntungan = Harga jual – Harga beli

= Rp. 660.000,00 - Rp. 500.000,00

= Rp.160.000,00

Konfirmasi dengan konsep 2.

Besar keuntungan = prosentasi keuntungan x harga beli

Besar keuntungan = 32% x Rp. 500.000,00 = Rp.160.000,00

Berdasarkan uraian di atas maka disimpulkan bahwa harga beli jam tangan adalah Rp.160.000,00

# PENGARUH FAKTOR PERTUMBUHAN POPULASI TERHADAP EPIDEMI DEMAM BERDARAH DENGUE

**Kusbudiono dan Basuki Widodo**

*Jurusan Matematika ITS Surabaya*

**Abstrak**

Demam Berdarah Dengue telah menjadi salah satu penyakit yang tergolong epidemik dan endemik serta belum ditemukan obatnya. Pada daerah dengan tingkat kepadatan penduduk tinggi tingkat penyebaran juga akan semakin tinggi. Salah satu model pertumbuhan penduduk adalah model pertumbuhan populasi logistik akan dapat meramalkan tingkat kepadatan penduduk. Selama ini antara pertumbuhan penduduk dengan epidemik suatu penyakit dianggap sebagai sesuatu yang terpisah. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis akan mencoba mengaitkan antara laju pertumbuhan populasi dari model pertumbuhan populasi logistik dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Metode penelitian pada tesis ini adalah studi pustaka dan simulasi model, nantinya akan dikaji model pertumbuhan populasi logistik. Selain itu juga akan dibahas kaitan antara pertumbuhan populasi dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Hasil dari penelitian ini adalah penyelesaian dan simulasi model pertumbuhan logistik dan model epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Selain itu juga dihasilkan bahwa laju pertumbuhan populasi berpengaruh dalam epidemi penyakit demam berdarah Dengue.

**Kata kunci**: laju pertumbuhan populasi, model pertumbuhan populasi logistik

## PENDAHULUAN

Perubahan jumlah populasi populasi setiap waktu merupakan salah satu penanda terjadinya pertumbuhan populasi yang dipengaruhi oleh jumlah kelahiran, kematian dan migrasi. Salah satu model pertumbuhan adalah model pertumbuhan kontinu khususnya model logistik. Dimana model pertumbuhan logistik tersebut tentunya mempunyai kelebihan dan kekurangan. Dengan diketahuinya banyaknya kelahiran, kematian dan migrasi maka laju perubahan populasi dapat dihitung. Kembali pada model pertumbuhan logistik, model ini merupakan pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial yang pertama kali dicetuskan oleh Maltus. Model pertumbuhan logistik ini pertama kali dicetuskan oleh Pierre Velhust pada tahun 1838.(Muchyidin, 2009)

Salah satu contoh terapan model matematika yang diambil dalam penelitian ini adalah bidang kesehatan, yaitu terjadinya penyebaran penyakit demam berdarah. Penyakit demam berdarah Dengue merupakan salah satu penyakit menular yang dapat menimbulkan Kejadian Luar Biasa / wabah. Nyamuk penularnya (Aedes aegypti) dan virus Dengue tersebar luas, sehingga penularan penyakit demam berdarah dengue terjadi di semua tempat / wilayah yang terdapat nyamuk penular penyakit tersebut. (Agushybana, 2005)

Untuk itu perlu dikembangkan suatu sistem surveilans yang didukung oleh sistem komputer dan teknologi informasi. Sebelum digunakan, diberikan pelatihan kepada para tenaga yang akan mengoperasikannya.(Agushybana, 2005). Salah satu alat untuk menunjang sistem tersebut adalah model matematika yang berbentuk sistem persamaan differensial biasa order satu. Dalam penelitian ini akan dilakukan simulasi dan analisa dengan menyelesaikan model tersebut secara numerik dengan metode Runge-Kutta.

Pada daerah dengan tingkat kepadatan penduduk tinggi maka akan mening-katkan angka kejadian. (Djallalluddin dkk, 2004). Laju kelahiran dan kematian tidak hanya berpengaruh terhadap perubahan jumlah populasi. Akan tetapi keduanya juga berpengaruh terhadap epidemi penyakit.

Salah satunya adalah penyakit demam berdarah Dengue. Selama ini antara pertumbuhan penduduk dengan epidemik suatu penyakit dianggap sebagai sesuatu yang terpisah. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis akan mencoba mengaitkan antara laju pertumbuhan populasi dari model pertumbuhan populasi logistik dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue.

Pada bagian awal akan dikaji macam-macam model pertumbuhan populasi. Selanjutnya dari bahasan mengenai pertumbuhan populasi penduduk ini diperoleh permasalahan sebagai berikut

a. Bagaimana pengaruh laju pertumbuhan logistik terhadap dinamika penyebaran penyakit demam berdarah Dengue?

b. Bagaimana penyelesaian dan simulasi model pertumbuhan logistik dan model penyebaran penyakit demam berdarah?

Tujuan utama dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menganalisa model pertumbuhan populasi dan kaitannya dengan epidemi penyakit demam berdarah. Untuk mencapai tujuan tersebut, terlebih dahulu akan dikaji model pertumbuhan populasi kontinu yang didalamnya membahas model pertumbuhan eksponensial dan logistik kemudian dikaji juga model penyebaran demam berdarah. Tujuan berikutnya adalah dari data-data yang diperoleh dilakukan simulasi dengan terlebih dahulu membuat program penyelesaian dari model logistik dan model penyebaran demam berdarah tersebut.

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. bagi peneliti akan diperoleh tambahan informasi mengenai pengaruh dari laju pertumbuhan penduduk terhadap penyebaran penyakit demam berdarah dengue,

b. bagi Dinas Kesehatan Kabupaten khususnya puskesmaspuskesmas dengan menggunakan metode pada penelitian ini akan diperoleh taksiran jumlah penderita demam berdarah Dengue.

## METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode kajian pustaka dengan melakukan studi literature dan pengumpulan referensi mengenai teori-teori yang mendukung penyelesaian penelitian ini, antara lain :

a. penyakit demam berdarah dengue,

b. model matematika dari pertumbuhan logistik,

c. model matematika dari penyebaran penyakit demam berdarah dengue,

d. penyelesaian dari model matematika penyebaran penyakit demam berdarah.

## ANALISIS DAN PEMBAHASAN

### Model Pertumbuhan Populasi Logistik

Model pertumbuhan populasi logistik ini merupakan penyempurnaan dari model pertumbuhan eksponensial diatas. Pada model ini jumlah populasi dipengaruhi oleh besar kecilnya daya dukung lingkungan seperti suplai makanan, tempat tinggal, kualitas bangunan dan lain sebagainya. Dengan hal tersebut diharapkan model ini mempunyai penyimpangan data populasi yang sangat kecil atau mempunyai kemiripan dengan data yang sebenarnya.

Untuk mengkonstruksi model pertumbuhan ini diasumsikan bahwa besarnya perubahan populasi ( $\Delta t$ ) dalam selang waktu $\Delta t$ sebanding dengan:

(1) banyaknya populasi pada saat $t, y(t)$

(2) selang waktu $\Delta t$

(3) proporsi “sisa” banyaknya individu dalam populasi yang belum digunakan ( $1-\frac{y}{K}$ ). Dengan $K$ adalah jumlah maksimum banyaknya individu dalam suatu populasi.

Sehingga dari asumsi-asumsi diatas diperoleh hubungan $\Delta y(t) \propto y(t)\left(1-\frac{y(t)}{K}\right)\Delta t$ yang berarti

$$\Delta y(t) = ry(t)\left(1 - \frac{y}{K}\right)\Delta t \tag{3.1}$$

dengan *r* merupakan konstanta kesebandingan. Hasil tersebut memberikan laju pertumbuhan populasi logistik sebagai berikut

$$\frac{dy}{dt} = ry(t)\left(1 - \frac{y(t)}{K}\right) \tag{3.2}$$

Dengan cara yang sama pada persamaan pertumbuhan ekspoennsial didapat solusi khusus persamaan (3.2)

$$y(t) = \frac{Ky_0}{K - y_0 \;\; e^{-rt} + y_0} \tag{3.3}$$

dari persamaaan (3.3) untuk $t \to \infty$ didapat

$$y_{t\to\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{Ky_0}{K - y_0 \;\; e^{-rt} + y_0} = K \tag{3.4}$$

Hal tersebut berarti untuk jangka waktu yang sangat lama terdapat jumlah maksimum dari populasi tersebut yang membatasi pertumbuhan populasinya.

Sebagai ilustrasi akan dilakukan simulasi model dengan menggunakan data penduduk Indonesia antara tahun 1961 -2010 yang ditunjukkan oleh tabel 1.

**Tabel 1. Daftar Jumlah Penduduk Indonesia**

| Tahun | Jumlah Penduduk Indonesia |
|---|---|
| 1961 | 97.100.000 |
| 1971 | 119.208.229 |
| 1980 | 147.490.298 |
| 1990 | 179.378.946 |
| 2000 | 205.132.458 |
| 2010 | 237.556.363 |

Dari tabel 1. terlihat bahwa dari mulai tahun 1961-2010 jumlah penduduk Indonesia mengalami kenaikan. Secara umum terlihat dari awal tahun pada tabel bila dibandingkan dengan akhir tahun pada tabel telah terjadi kenaikan jumlah penduduk.

Untuk menentukan model logistik dengan data jumlah penduduk Indonesia pada tabel 1, terlebih dahulu harus diketahui nilai *K* dan *r*. Salah satu caranya adalah melakukan pelinieran solusi persaman logistik pada persamaan (3.3). Pelinieran solusi tersebut dapat mengunakan metode *nonlinier least squares estimation* yang memenuhi persamaan berikut:

$$y_i = \frac{\beta_1}{1 + e^{\beta_2 + \beta_3 t}} + \varepsilon_i \tag{3.5}$$

β1

dengan $y_i$ merupakan jumlah populasi pada saat *t*, $\beta_1$ adalah nilai asimtotik pertumbuhan populasi, $\beta_2$ jumlah populasi pada saat $t = 0$ dan $\beta_3$ kontrol laju pertumbuhan populasi. Pada tabel 1, jumlah penduduk Indonesia masih berada dibawah 400.000.000, dengan demikian dapat dipilih nilai $\beta_1$ = 400.000.000. Selanjutnya dimisalkan $t = 0$ adalah tahun 1961 dengan satuan waktu 10 tahun kemudian substitusikan kedalam persamaan (3.5) dan menggunakan nilai $y_0$ = 97.100.000 dari data tabel 1 serta diasumsikan error adalah 0, maka diperoleh

$$\beta_2 = 1{,}137 \tag{3.6}$$

dengan cara yang sama, untuk $t_1 = 1$ pada tahun 1971 diperoleh $\beta_3 = -0{,}281$. Dan dengan memadankan persamaan (3.3) dengan persamaan (3.5) diperoleh

$$\begin{aligned} K &= 400.000.000 \\ r &= 0,281 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Selanjutnya dengan mensubtitusikan nilai pada persamaan (3.7) kedalam persamaan (3.3) serta mensubtitusikan persamaan (3.6) dan (3.7) kedalam persamaan (3.5), diperoleh

$$y(t) = \frac{400.000.000 * 97.100.000}{250.000.000 - 97.100.000 \ e^{-0,281t} + 97.100.000} \tag{3.8}$$

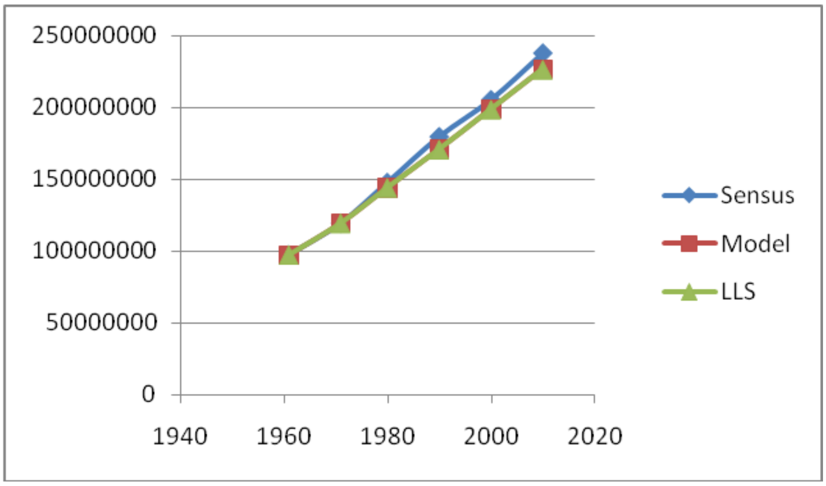
untuk persamaan logistik dan

$$y(t) = \frac{400.000.000}{1 + e^{0,454 - 0,0361t}} \tag{3.9}$$

untuk persamaan logistic least square.

**Tabel 2. Daftar Perbandingan Jumlah Penduduk Indonesia Hasil Sensus dan Hasil Model**

| Tahun | Sensus | Model | LLS |
|---|---|---|---|
| 1961 | 97.100.000 | 97.100.000 | 97.100.000 |
| 1971 | 119.208.229 | 119.189.020 | 119.191.686 |
| 1980 | 147.490.298 | 141.647.836 | 141.650.460 |
| 1990 | 179.378.946 | 163.063.247 | 163.065.670 |
| 2000 | 205.132.458 | 182.269.870 | 182.271.981 |
| 2010 | 237.556.363 | 198.571.521 | 198.573.267 |




**Gambar 1. Grafik Perbandingan Jumlah Penduduk Indonesia Hasi Sensus dan Hasil Model**

Dari persamaan (3.8) dan (3.9) diatas diperoleh jumlah taksiran model pertumbuhan logistik seperti pada tabel diatas. Dari tabel (2) maupun seperti terlihat dari gambar (1) diatas, model pertumbuhan logistik dan metode LLS cukup signifikan untuk menaksir pertumbuhan populasi antara tahun 1961-2010.

**Kajian Model Penyebaran Demam Berdarah Dengue**
**Model Matematika**

Model transmisi demam berdarah Dengue yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}S^h &= \alpha N_T - \frac{b\beta_h}{N_T}S^h I^v - \mu_h S^h \\
\frac{d}{dt}I^h &= \frac{b\beta_h}{N_T}S^h I^v - (\mu_h + r) I^h \\
\frac{d}{dt}R^h &= rI^h - \mu_h R^h \\
\frac{d}{dt}S^v &= D - \frac{b\beta_h}{N_T}S^v I^h - \mu_h S^v \\
\frac{d}{dt}I^h &= \frac{b\beta_v}{N_T}S^v I^h - \mu_v I^v
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

Dengan kondisi-kondisi:

$$N_T = S^h + I^h + R^h \text{ dan } N_v = S^v + I^v \tag{3.11}$$

dimana:

$S^h$ : sub populasi sehat yang dapat ternfeksi demam berdarah Dengue,
$I^h$ : sub populasi individu yang terinfeksi oleh virus demam berdarah Dengue,
$R^h$ : sub populasi invdividu yang sembuh dari penyakit demam berdarah Dengue,
$S^v$ : sub populasi nyamuk sehat yang rentan terinfeksi,
$I^v$ : sub populasi nyamuk yang terinfeksi.

Jumlah total populasi diasumsikan konstan untuk kedua populasi manusia dan vektor. Jadi tingkat perubahan bagi manusia total dan populasi vektor sama dengan nol. Untuk populasi manusia diperoleh $\lambda = \mu_h$. Sedangkan jumlah populasi vektor adalah $N_v = \frac{D}{\mu_h}$. Kemudian dengan memisalkan $S = \frac{S^h}{N_T}, I = \frac{I^h}{N_T}, R = \frac{R^h}{N_T}, S_v = \frac{S^v}{N_v}$ dan $I_v = \frac{I^v}{N_v}$ persamaan (3.10) dinormalkan menjadi

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \lambda - \gamma_h S I_v - \mu_h S \\
\frac{dI}{dt} &= \gamma_h S I_v - (\mu_h + r) I \\
\frac{dI_v}{dt} &= \gamma_v (1 - I_v) I - \mu_v I_v
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

dengan $\gamma_v = b\beta_v$ dan $\gamma_h = b\beta_h n$ untuk $n = \frac{D/\mu_v}{N_T}$ dan semuanya memenuhi kondisi $S + I + R = 1$ dan $S_v + I_v = 1$.

**Hubungan Pertumbuhan Populasi dengan Epidemi Demam Berdarah Dengue**.
**Menentukan Laju Pertumbuhan Penduduk**

Laju pertumbuhan penduduk berhubungan erat dengan dengan jumlah kelahiran dan kematian pada suatu populasi. Untuk menentukan laju pertumbuhan penduduk yang dapat digunakan sebagai acuan memprediksi dinamka penduduk dimasa yang akan datang memerlukan data relatif homogen. Selanjutnya dari data laju pertumbuhan ini akan diolah sebagai informasi pada model epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Misalkan $r(t)=\frac{dN/dt}{N}$ merupakan laju pertumbuhan yang bergantung pada waktu. Untuk mengestimasi laju pertumbuhan populasi *r*(*t*) dengan interpolasi linier dari data suatu populasi dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

a) Misalkan $N_i$ dan $N_{i+1}$ adalah ukuran sensus yang berurutan dari jumlah populasi saat $t_i$ dan $t_{i+1}$. Dengan $\Delta N = N_{i+1}-N_i$ , $\Delta t = t_{i+1}-t_i$ dan $\delta N = N(t+\delta t)-N(t)$,
b) jika $\Delta t = t_i - t_{i+1}, \frac{\Delta N}{\Delta t}=\frac{\delta N}{\delta t}$, maka diperoleh estimasi $r(t)\cong\frac{\Delta N}{\Delta t N(t)}$ ,
c) aproksimasi yang baik diperoleh dengan mengganti *N*(*t*) dengan $N\left(t+\frac{\delta t}{2}\right)$.

Selanjutnya persamaan pada pernyataan ke-2 diatas dapat ditulis dalam bentuk $r(t)\cong\left(\frac{\Delta t}{\Delta N}N(t)\right)^{-1}$ dan dengan menggunakan deret Taylor diperoleh $N\left(t+\frac{\delta t}{2}\right)=N(t)+\frac{\delta t}{2}\frac{dN}{dt}$. Dan berdasarkan persamaan diatas, laju pertumbuhan penduduk dapat diaproksimasi dengan persamaan berikut:

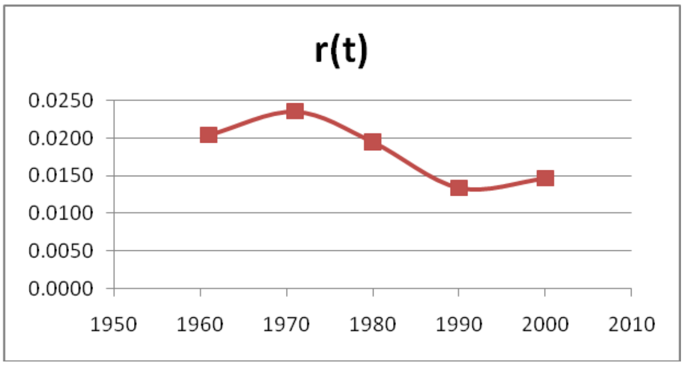
$$r(t)\cong\left(\frac{\delta t}{2}+\frac{N(t)\Delta t}{\Delta N}\right)^{-1} \qquad (3.13)$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (3.13) dan data pada tabel (1) didapat data r(t) pada tabel 3. Dari tabel (3) terlihat bahwa laju pertumbuhan penduduk Indonesia antara tahun 1961 2010 bernilai positif. Hal tersebut berarti bahwa pada kurun waktu tersebut telah terjadi kenaikan jumlah penduduk. Sedangkan dari gambar (2) tampak bahwa laju pertumbuhan memiliki kecenderungan turun dengan laju pertumbuhan tertinggi terjadi pada tahun 1971 dan terendah terjadi pada tahun 1990. Turunnya laju pertumbuhan ini menggambarkan jumlah penduduk Indonesia meskipun semakin bertambah tetapi pertambahannya semakin sedikit.

Selanjutnya apabila dilihat lebih teliti terlihat laju pertumbuhan penduduk pada tahun 1961 - 1971 memiliki kecenderungan naik. Sedangkan tahun 1971 -1990 memiliki kecenderungan turun. Penurunan laju pertumbuhan penduduk ini dipengaruhi oleh berbagai faktor salah satunya adalah kesadaran dalam merencanakan kelahiran anak. Selain itu juga penundaan usia perkawinan dengan alasan pendidikan dan tentu saja jumlah kematian dan kelahiran juga ikut berkontribusi terhadap penurunan laju pertumbuhan penduduk ini. Akan tetapi mulai tahun 1990 mulai terjadi kenaikan laju pertumbuhan.

**Tabel 3. Laju Pertumbuhan Penduduk Indonesia Tahun 1961 – 2010**

| **Tahun** | **Jumlah Penduduk** | **Nilai r(t)** |
|---|---|---|
| 1961 | 97.100.000 | 0,0204 |
| 1971 | 119.208.229 | 0,0236 |
| 1980 | 147.490.298 | 0,0195 |
| 1990 | 179.378.946 | 0,0134 |
| 2000 | 205.132.458 | 0,0134 |
| 2010 | 237.556.363 | |




**Gambar 2. Grafik Laju Pertumbuhan Penduduk Indonesia**

**Simulasi Numerik Kaitan Laju Pertumbuhan Penduduk dan Epidemi Demam Berdara Dengue.**

Berikut ini disajikan simulasi numerik berikut hasilnya untuk beberapa kondisi parameter tertentu.

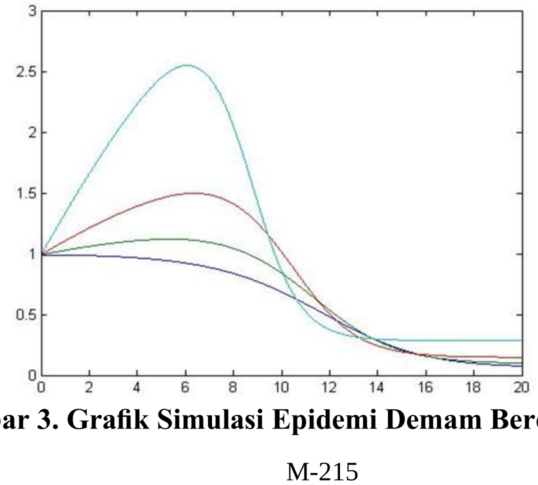
Keterangan:
(1) Garis warna ungu, ketika kelahiran dianggap masih normal.
(2) Garis warna hijau, ketika kelahiran naik dua kali dari keadaan normal.
(3) Garis warna merah, ketika kelahiran naik empat kali dari keadaan normal.
(4) Garis biru, ketika kelahiran naik sepuluh kali dari keadaan normal.

dari gambar (3), dengan menggunakan parameter data saat angka kelahiran dan kematian sama, kemudian sejalan dengan waktu populasi S turun menuju ke titik kesetimbangan. Pada saat kelahiran dinaikkan menjadi dua kali lipatnya, jumlah I dan Iv tidak mengalami kenaikan yang signifikan seperti yang terlihat pada gambar (4) dan gambar (5). Juga terlihat seiring dengan berjalannya waktu jumlah $I$ dan $I_v$ cenderung mengalami kenaikan yang cukup signifikan jika dibandingkan dengan saat kelahiran berada dalam keadaan normal. Begitu pula saat kelahiran dinaikkan menjadi sepuluh kali lipat.

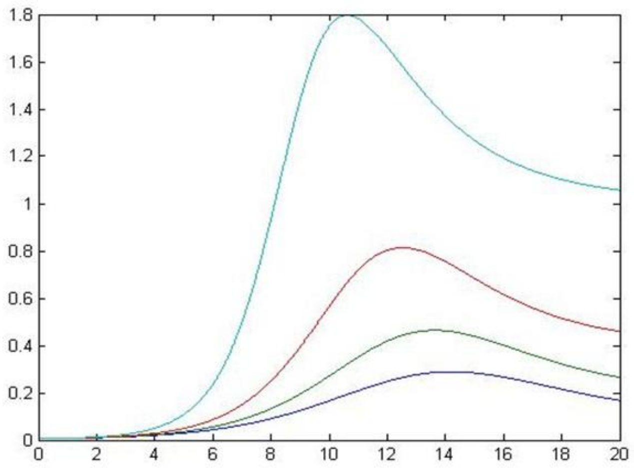
## KESIMPULAN

Model pertumbuhan logistik merupakan penyempurnaan dari model ekponensial. Hasil estimasi dengan model ini mempunyai penyimpangan tidak sebesar model ekponensial. Jumlah populasi menurut mkodel ini akan selalu menuju ke suatu nilai yang disebut carryingcapasity.

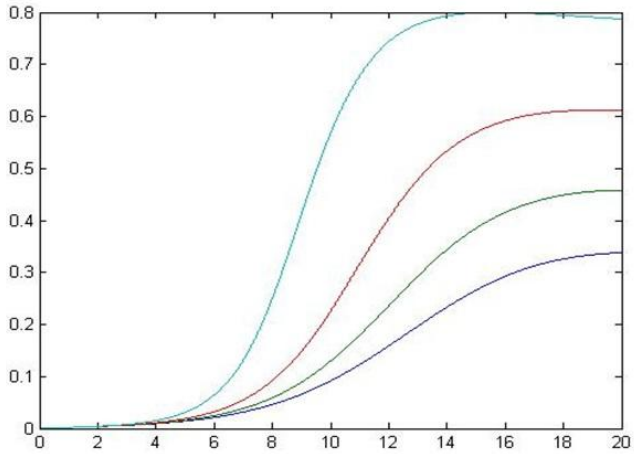
Pada model epidemi demam berdarah dapat disimpulkan bahwa jika laju pertumbuhan membesar, maka peluang jumlah pnduduk yang terindikasi terinfeksi demam berdarah juga akan membesar. Namun jika laju pertumbuhan penduduk tinggi, individu menjadi sehat mempunyai peluang yang lebih besar jika dibandingkan dengan model dengan peluang terinfeksi konstan.




**Gambar 3. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk *S***




**Gambar 4. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk *I***




**Gambar 4. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk $I_v$**

**SARAN**

Untuk menghasilkan estimasi suatu populasi dengan menggunakan model pertumbuhan populasi logistik harus dipilih data jumlah populasi dengan jumlah migrasi yang tidak terlalu besar. Untuk mengkaitkan laju pertumbuahan dengan epidemi demam berdarah, diperlukan data yang lebih lengkap dari data sekarang.

**DAFTAR PUSTAKA**

Agushybana, F. dan Purnami, C. T. (2007), Sistem Surveilans Demam Berdarah Dengue (DBD) Berbasis Komputer untuk Perencanaan, Pencegahan dan Pemberantasan DBD di Kota Semarang, INOVASI, Vol. 4, hal. 55-60

Dinata, A., (2006), Pengendalian Terpadu Nyamuk Demam Berdarah., http://www.litbang.depkes.go.id/lokaciamis/artikel/demamberdaraharda.htm. 21 Nopember 2006

Djallalluddin, Hasni, H.B., Riana, W. dan Lisda, H. (2004), Gambaran Penderita Pada Kejadian Luar Biasa Demam Berdarah Dengue Di Kabupaten Banjar Dan Kota Banjarbaru Tahun 2001., DEXA MEDIA., No. 2, Vol. 17, hal. 8591

Graham, R.R., Juffrie, M., Tan, R., Hayes, C.G., Laksono, I., Ma’roef, C., Sutaryo, Erlin, Porter, K.R. dan Halstead, S.B. (1999), A prospoective Seroepidemiologic Study on Dengue in Children Four to Nine Years of Age in Yogyakarta, Indonesia. Studies in 1995-1996, Am. J. Trop. Med. Hyg., Vol. 61, No. 3, hal. 412-419.

Guzman, M.G. dan Kouri, G. (2002 ), Dengue: an update, The Lancent Infectious Diseases., Januari 2, 2002.

Kristina, Isminah dan Wulandari, L. (2004), Kajian Masalah Kesehatan: Demam Berdarah Dengue, Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan, Departemen Kesehatan, Jakarta.

Muchyidin, A. (2009), Model Pertumbuhan Populasi dan Kaitannya dengan Epidemi Penyakit Tuberkolosis, Tesis Magister, Institut Teknologi Bandung, Bandung.

Nuraini, N., Soewono, E. dan Sidarto, K.A. (2007), Mathematical Model of Dengue Disease Transmission with Severe DHF Compartment, Bull. Malays. Math. Sci. Soc, Vol. 30, No. 2. hal. 143-157

Pongsumpun, P. (2006), Transmission Model for Dengue Disease With and Without The Effect of Extrinsic Incubation Period , KMITL sci. Tech. J., Vol. 6, No.
2. hal. 74-82

Purnomo, K.D. (2001), Model Pertumbuhan Populasi dengan Memodifikasi Model Pertumbuhan Logistik, Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika, Vol. 1,No. 1, hal. 21-29

Santoso, W. (1994), Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Modern, Erlangga, Jakarta.

Timuneno, H.M., Utomo, R.H.S. dan Widowati (2007), Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda, Jurnal Matematika, Vol. 11, No. 1, hal. 4351

Utama, A., (2004), Dengue, Permasalahan dan Solusinya, Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia. World Health Organizaton (1997), Dengue Haemorrhagic Fever: Diagnosis, Treatment, Prevention and Control, Geneva.