

**PENENTUAN KOEFISIEN DIFUSI LARUTAN GULA MENGGUNAKAN
GRADIEN INDEKS BIAS DENGAN TEKNIK DEFLEKSI LASER DAN
PENGOLAHAN CITRA**

TUGAS AKHIR SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains



Oleh :

Tegar Ari Widiyanto

16306141051

PROGRAM STUDI FISIKA

JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2020

Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula menggunakan Gradien Indeks Bias dengan Teknik Defleksi Laser dan Pengolahan Citra

Oleh:

Tegar Ari Widiyanto

16306141051

Abstrak

Koefisien difusi larutan gula dapat ditentukan menggunakan gradien indeks bias yang diamati menggunakan defleksi sinar laser (*Wiener's Experiment*). Pengukuran kedalaman defleksi berkas sinar laser yang melewati campuran larutan transparan memerlukan waktu pengamatan yang lama jika rentang daerah terjadinya defleksi laser semakin besar. Pengukuran secara manual juga sulit dilakukan jika kedalaman defleksi laser sangat kecil pada daerah tertentu akibat keterbatasan alat ukur dengan ketelitian yang tepat. Pengolahan citra memungkinkan kedalaman defleksi dapat ditentukan secara langsung serta memungkinkan pengukuran kedalaman defleksi yang kecil pada daerah tertentu.

Metode pengolahan citra yang digunakan dalam penelitian ini adalah segmentasi citra. Segmentasi citra terdiri atas pengelompokan citra Red, Green, dan Blue (RGB) dan *thresholding*. Citra defleksi laser yang terdiri atas tiga warna dasar (merah, hijau dan biru) dipartisi melalui pengelompokan citra RGB sehingga diperoleh citra dengan warna dasar merah. Langkah selanjutnya melakukan *thresholding* citra untuk menentukan batas ambang intensitas cahaya citra. Citra dengan ambang batas yang sesuai kemudian didefinisikan posisinya menggunakan software Matlab R2012b.

Hasil yang diperoleh dari pengolahan citra tersebut berupa posisi pixel penyusun citra. Kedalaman defleksi dapat ditentukan dengan mengetahui posisi pixel citra. Kedalaman defleksi citra di setiap titik bervariasi bergantung nilai gradien indeks bias. Hubungan kedalaman defleksi citra dan gradien indeks bias digunakan untuk menentukan koefisien difusi larutan gula menggunakan pendekatan regresi linear. Hasil penelitian ini mendapatkan bahwa koefisien difusi larutan gula dalam air adalah $D = (6,66 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 35$ menit dan $D = (6,54 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 45$ menit. Hasil penelitian ini masih terbatas untuk konsentrasi awal larutan gula yang digunakan, yaitu $C_0 = 23$ gram/200 ml dan waktu difusi lebih dari 35 menit. Pengolahan citra dalam penelitian ini dapat meminimalisir waktu pengukuran dengan memungkinkan nilai koefisien difusi yang diperoleh tetap akurat sesuai referensi.

Kata kunci: koefisien difusi, gradien indeks bias, defleksi laser, segmentasi citra, *Wiener's Experiment*

Determination of Diffusion Coefficient of Sugar Solution using Refractive Index Gradient from Laser Deflection Measurement and Image Processing

By

Tegar Ari Widiyanto

(16306141051)

Abstract

The diffusion coefficient of sugar solution can be obtained using *Wiener's Experiment*. Measuring the deflection depth of the laser beam that passing through the transparent solution mixture requires a long observation time if the range of areas where laser deflection occurs is greater. Manual measurements are also difficult if the laser deflection depth is very small in a certain regions due to limited measuring instruments with precise accuracy. Image processing allows deflection depth to be determined directly as well as allows measurement of small deflection depths in certain regions.

Image processing method used in this study is image segmentation. Image segmentation consists of red, green and blue (RGB) image grouping and thresholding. The laser deflection image which consists of three basic colours is divided through RGB grouping so that an image with red base color is obtained. The next step is to perform image thresholding to determine the threshold for the light intensity of the image. The position of the image with the appropriate intensity threshold is then defined using Matlab R2012b.

The results obtained from the image processing are in the form of image compiler pixel positions. The depth of laser deflection can be obtained by knowing the pixel positions,. The depth of image deflection at each point varies depending on refractive index gradient. The relation between image deflection depth and refractive index gradient can be used to determine the diffusion coefficient of sugar solution using a linear regression approximation. The diffusion coefficient values of the sugar solution-water mixture, were $D = (6,66 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ for $t = 35$ minutes and $D = (6,54 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ for $t = 45$ minutes have been obtained. The results of this study is still limited due to initial concentration of sugar solution of $C_0 = 23$ grams/200 ml and the diffusion time more than 35 minutes. Image processing can minimize measurement time and allows to obtain diffusion coefficient still accurate as reference.

Keyword: coefficient diffusion, refractive index gradient, laser deflection, image segmentation, *Wiener's Experiment*

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Tegar Ari Widiyanto
NIM : 16306141051
Program Studi : Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi : Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula menggunakan
Gradien Indeks Bias dengan Teknik Defleksi Laser dan
Pengolahan Citra

menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya pemikiran sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat orang lain yang ditulis dan diterbitkan oleh orang lain kecuali sebagai acuan yang dituliskan dalam kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Yogyakarta, 16 September 2020

Yang Menyatakan,

Tegar Ari Widiyanto

NIM 16306141051

LEMBAR PERSETUJUAN

Tugas Akhir Skripsi dengan Judul
Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula menggunakan Gradien Indeks Bias
dengan Teknik Defleksi Laser dan Pengolahan Citra

Disusun oleh
Tegar Ari Widiyanto
16306141051

Telah memenuhi syarat dan disetujui oleh dosen pembimbing untuk dilaksanakan
ujian akhir skripsi bagi yang bersangkutan

Yogyakarta, 17 September 2020
Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Restu Widiatmono, M.Si
NIP. 19720522 199802 1 001

Mengetahui

Ketua Program Studi Fisika



Dr. Warsono, M.Si
NIP. 19681101 199903 1 002

HALAMAN PENGESAHAN

Tugas Akhir Skripsi

Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula menggunakan Gradien Indeks Bias dengan Teknik Defleksi Laser dan Pengolahan Citra

Disusun oleh:

Tegar Ari Widiyanto

NIM 16306141051

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir Skripsi Program Studi Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta

Pada Tanggal: 01 Oktober 2020

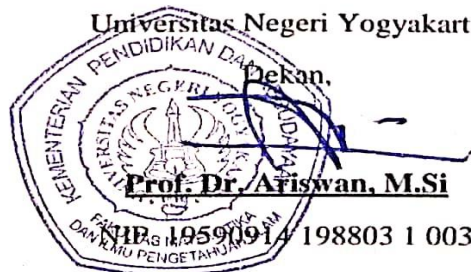
TIM PENGUJI

Nama/Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
<u>Dr. Restu Widiatmono, M.Si</u> Ketua Penguji		4/11/2020
<u>Dr. Rida Siti Nur'aini M. M.Si</u> Penguji I		03/11/2020
<u>Dr. Kuncoro Asih Nugroho, M.Pd</u> Penguji II		03/11/2020

Yogyakarta, 6 November 2020

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta



HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya tulis ini saya persembahkan untuk ibu tercinta, ayah, kakak, adik , dan keluarga besar

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala nikmat, rahmat dan hidayah, serta izin-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir Skripsi dalam rangka untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk mendapatkan gelar Sarjana Sains dengan judul **“Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula menggunakan Gradien Indeks Bias dengan Teknik Defleksi Laser dan Pengolahan Citra”**.

Penulis menyadari bahwa sepanjang proses penyelesaian tugas akhir skripsi ini, tidak lepas dari bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak tersebut.

1. Bapak Dr. Restu Widiatmono, M.Si., selaku pembimbing skripsi yang telah memberikan dukungan semangat, arahan, dorongan dan bimbingan selama penyusunan Tugas Akhir Skripsi ini.
2. Bapak Dr. Warsono, M.Si., selaku Ketua Jurusan Pendidikan Fisika, seluruh dosen dan staff serta asisten laboratorium komputer yang telah memberikan bantuan dan fasilitas selama proses penyusunan Tugas Akhir Skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. Ariswan selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan persetujuan pelaksanaan Tugas Akhir Skripsi.
4. Ibu Laila Katriani, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik.

5. Seluruh keluarga besar saya, terutama Ibu Harmini yang selalu mendoakan saya hingga saat ini, selalu memberikan semangat dan dukungan moril dan materiil sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir Skripsi ini dengan lancar.
6. Teman-teman seperjuangan skripsi, Puteri Arfa, KBK Nuklir UNY dan keluarga besar Fisika E 2016 atas kebersamaan suka duka, kerja sama dan semangatnya selama penyusunan Tugas Akhir Skripsi ini.
7. Serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih atas segala dukungan dan bantuannya. Semoga Allah SWT selalu melindungi dan memberikan pahala yang berlimpah ruah.

Penulis menyadari bahwa penelitian ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan adanya masukan dan kritik yang membangun guna perbaikan penelitian ke depannya. Semoga laporan tugas akhir skripsi dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya di bidang Fisika Optik. Terima kasih.

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	Error! Bookmark not defined.
HALAMAN PENGESAHAN	Error! Bookmark not defined.
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I	1
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Identifikasi Masalah	7
C. Batasan Masalah	7
D. Rumusan Masalah	7
E. Tujuan Penelitian	8
F. Manfaat Penelitian	8
BAB II	9
KAJIAN PUSTAKA	9
A. Koefisien Difusi	9
B. Gradien Indeks Bias	10
C. <i>Wiener's Experiment</i>	12
D. Pengolahan Citra	16
E. Segmentasi Citra	19
F. Kerangka Berpikir	21
BAB III	22

METODE PENELITIAN	22
A. Waktu dan Tempat Penelitian	22
B. Variabel Penelitian	23
C. Jenis Penelitian.....	23
D. Alat dan Bahan Penelitian.....	23
E. Subjek dan Objek Penelitian	24
F. Teknik Pengumpulan Data.....	25
G. Teknik Analisis Data.....	27
H. Diagram Alir	31
BAB IV	33
HASIL DAN PEMBAHASAN	33
A. Hasil Pengolahan Citra Defleksi Laser dan Profil Gradien Indeks Bias	33
B. Hasil Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula dalam Air	42
BAB V	51
PENUTUP	51
A. Kesimpulan	51
B. Saran	52
DAFTAR PUSTAKA	53
LAMPIRAN-LAMPIRAN	56

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 5$ menit	65
Tabel 2. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 15$ menit	69
Tabel 3. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 25$ menit	73
Tabel 4. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 35$ menit	78
Tabel 5. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 45$ menit	83
Tabel 6. Data $\ln \left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 5$ menit	90
Tabel 7. Data $\ln \left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 15$ menit	93
Tabel 8. Data $\ln \left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 25$ menit	98
Tabel 9. Data $\ln \left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 35$ menit	103
Tabel 10. Data $\ln \left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 45$ menit	108

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Skema <i>Wiener's Experiment</i>	12
Gambar 2. Contoh bahan yang akan diobservasi pada sel difusi	13
Gambar 3. Sketsa defleksi sinar laser setelah melalui sel difusi	14
Gambar 4. Koordinat suatu citra digital	16
Gambar 5. Skema setup penelitian	26
Gambar 6. Setup penelitian	26
Gambar 7. Skema Penelitian	31
Gambar 8. Diagram alur pengolahan citra gradien indeks bias.....	32
Gambar 9. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 0$ menit	34
Gambar 10. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 5$ menit	34
Gambar 11. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 15$ menit	35
Gambar 12. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 25$ menit	35
Gambar 13. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 35$ menit	36
Gambar 14. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 45$ menit	36
Gambar 15. citra Thresholding $t = 0$ menit.....	39
Gambar 16. citra Thresholding $t = 5$ menit.....	39
Gambar 17. citra Thresholding $t = 15$ menit.	39
Gambar 18. citra Thresholding $t = 25$ menit.	39
Gambar 19. citra Thresholding $t = 35$ menit.	39
Gambar 20. citra Thresholding $t = 45$ menit.	39
Gambar 21. Kurva defleksi cahaya laser pada waktu.....	40
Gambar 22. Profil gradien indeks bias di dalam sel difusi.....	41
Gambar 23. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 5$ menit.	42
Gambar 24. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 15$ menit.....	43
Gambar 25. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 35$ menit.....	44

Gambar 26. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dY} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 35$ menit. 45

Gambar 27. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dY} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 45$ menit. 46

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Listing Program Matlab Pengolah Citra.....	56
Lampiran 2. Listing Program Penghitung Koefisien Difusi	63
Lampiran 3. Data Penelitian.....	64

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Difusi adalah pergerakan molekul suatu zat secara acak yang menghasilkan pergerakan molekul dari konsentrasi tinggi ke konsentrasi rendah. Contoh peristiwa difusi adalah campuran air dan larutan garam dalam sebuah bejana (Faedah, 2016), difusi gula dalam air panas sehingga gula akan menyebar ke seluruh volume di dalam air tanpa diaduk, larutnya kopi ke dalam air, nutrisi dan oksigen yang terlarut dalam larutan dan mendifusi ke mikroorganisme (Utami dan Azhar, 2017), dan difusi oksigen dalam membran polimer (Trihandaru dkk, 2012).

Difusi tidak hanya terjadi pada skala mikro saja. Pada skala makro peristiwa ini juga terjadi, misalkan peristiwa difusi gas dalam galaksi yang memungkinkan partikel-partikel gas tertentu dapat tersebar dan berada di bagian galaksi tertentu saja. Keberadaan gas oksigen di bumi semula disebabkan oleh peristiwa difusi ini. Difusi berperan penting dalam berbagai proses, mulai dari biokimia sampai astrofisika (Trihandaru dkk, 2012). Model dasar yang digunakan dalam penelitian tentang difusi biasanya adalah Hukum Fick. Hukum I Fick menyatakan bahwa besarnya fluks difusi berbanding lurus dengan gradien konsentrasi (*steady state*) (Binarjo, 2012) sedangkan Hukum II Fick menyatakan laju perubahan konsentrasi proses difusi sebanding dengan variasi gradien

konsentrasi zat pada kedalaman tertentu (Setiawan, 2012). Salah satu parameter penting dalam peristiwa difusi adalah koefisien difusi. Koefisien difusi menyatakan seberapa cepat suatu bahan dapat berdifusi di dalam bahan yang lain. Semakin tinggi nilai koefisien difusi, semakin cepat proses difusi berlangsung (Haryanto, 2008). Dalam bidang industri maritim dan infrastruktur, pengukuran parameter ini sangat penting untuk memprediksi korosi. Dalam dunia farmasi, seorang formulator harus mengetahui parameter berupa koefisien difusi untuk memformulasikan obat agar dapat bekerja secara optimal (Budiman, 2013). Dalam bidang kedokteran, reaksi difusi yang melibatkan koefisien difusi dapat digunakan dalam pemodelan atau simulasi pertumbuhan kanker dalam suatu jaringan hidup untuk mengetahui pola pertumbuhan kanker sebagai fungsi laju konsumsi nutrisi dan untuk meningkatkan teknik terapi kanker (Hadi dan Nurlaila, 2019).

Berbagai penelitian telah dilakukan untuk mengukur koefisien difusi suatu zat. Seperti penelitian Kazem Jamshidi-Ghaleh (2004) yang menghasilkan nilai koefisien difusi larutan gula. Metode yang mereka gunakan yaitu *Moire' Deflectometry* yang berhasil mengukur koefisien difusi larutan gula dalam air murni yaitu sebesar $D = (0,66 \pm 0,05) \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ dalam suhu ruang. Penelitian lain dilakukan oleh Suryasatriya Trihandaru dkk (2012) yang berhasil menentukan koefisien difusi larutan gula dengan menganalisis lintasan laser yang mengalami pembelokan ketika melewati sebuah wadah kaca berukuran $3 \times 15 \times 8 \text{ cm}^3$ berisi larutan gula (250 gram gula dalam 125 gram air). Larutan gula

ditempatkan di dasar wadah, sementara air ditempatkan secara perlahan di atas larutan gula. Hasil penelitian yang mereka peroleh berupa nilai koefisien difusi larutan gula yaitu $D = 5,998 \times 10^{-6}$ (m²/h) atau $6,942 \times 10^{-11}$ (m²/s). Hasil pengukuran pada penelitian tersebut mendekati nilai yang tercantum pada *CRC Handbook of Chemistry and Physics* sebesar $D = 6,7 \times 10^{-6}$ cm²/s (Lide, 2004).

Pada tahun 1974, ilmuwan Amerika bernama Barnard dan Ahlborn memublikasikan sebuah paper untuk menjelaskan eksperimen sederhana yang mengilustrasikan adanya efek defleksi sinar oleh medium yang memiliki indeks bias yang bervariasi (*Wiener's Experiment*). Skema yang mereka perkenalkan adalah dengan menembakkan sinar laser ke campuran dua cairan yang berbeda konsentrasinya. Transmisi dari sinar laser yang diteruskan ke layar akan menampilkan berkas sinar laser yang terdefleksi membentuk sebuah kurva tertentu. Proses difusi dari campuran dua cairan tersebut dapat diamati melalui pengukuran indeks bias di zona campurannya secara berkala. Dari eksperimen yang mereka rancang, dapat ditentukan variasi gradien indeks bias campuran cairan tersebut pada waktu yang berbeda. Gradien indeks bias merupakan perubahan indeks bias pada jarak tertentu di dalam suatu bahan (*rate of change of refractive index with respect to distance in material*) (Weik, 2000).

Lebih lanjut, gradien indeks bias menjadi salah satu parameter penting yang dapat digunakan untuk menentukan koefisien difusi larutan yang transparan menggunakan metode defleksi laser (Cadavid dan Garzon, 2011). Pengukuran koefisien difusi menggunakan metode ini sudah pernah dilakukan secara

eksperimental pada larutan garam dalam aquades oleh Hifzhi dkk (2017), yang memperoleh nilai koefisien difusi $D = 1,55 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$. Koefisien difusi larutan garam dalam *Handbook of Chemistry and Physics* yaitu $D = 1,448 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ (Weast, 1988). Penggunaan teknik defleksi laser *Wiener's Experiment* membutuhkan waktu yang lama untuk menghitung koefisien difusi suatu campuran larutan transparan. Hal ini disebabkan karena banyaknya tahapan yang harus dilalui untuk menentukan koefisien difusi menggunakan *Wiener's Experiment*. Beberapa tahapan tersebut, antara lain:

- 1) Pembuatan garis pola defleksi cahaya laser pada layar,
- 2) Mengukur kedalaman defleksi cahaya laser setiap titik data yang akan dianalisis,
- 3) Menghitung gradien indeks bias,
- 4) Melinearisasi hubungan antara gradien indeks bias dan variasi konsentrasi sebagai fungsi elevasi,
- 5) Menghitung gradien persamaan garis lurus pada poin (4),
- 6) Menghitung koefisien difusi berdasarkan hasil perhitungan gradien pada poin (5).

Penulis menggunakan teknik pengolahan citra untuk mengatasi kendala tersebut diatas. Pengolahan citra dalam penelitian ini dapat diterapkan untuk membuat pola defleksi cahaya laser dan menentukan kedalaman defleksi cahaya laser secara otomatis. Penggunaan teknik ini memudahkan perhitungan yang terlalu banyak dan memakan waktu lama jika semakin banyak titik defleksi laser

yang dipilih sebagai sampel. Semakin banyak titik sampel yang dipilih, diharapkan dapat menjelaskan hasil yang sesuai dengan kondisi sebenarnya. Nilai koefisien difusi yang dihasilkan juga diharapkan semakin baik dan mendekati nilai yang sebenarnya dengan pengambilan titik sampel sebanyak mungkin.

Pengolahan citra adalah suatu cara untuk menghasilkan citra lain yang lebih baik atau sesuai dengan yang diinginkan. Dengan kata lain, pengolahan citra adalah suatu proses dengan masukan citra untuk menghasilkan keluaran citra seperti yang dikehendaki (Sulistiyanti dkk, 2016). Pengolahan citra memiliki beberapa metode, antara lain:

- 1) Konvolusi, yaitu citra dimanipulasi untuk menghasilkan citra yang baru. Biasanya metode ini digunakan dalam proses *smoothing* citra, *sharpen* (mempertajam) citra dll.
- 2) Transformasi citra, yaitu proses mengubah bentuk citra untuk mendapatkan informasi tertentu yang sebelumnya tidak tersedia, misalnya mengubah citra dari suatu bentuk ruang spasial ke ruang frekuensi.
- 3) Perbaikan kualitas citra, yaitu proses mendapatkan citra yang lebih mudah diinterpretasikan oleh mata manusia, misal menghilangkan derau pada citra yang diakibatkan oleh faktor tertentu.
- 4) Segmentasi Citra, yaitu proses mempartisi citra menjadi beberapa daerah atau objek, berdasarkan sifat-sifat tertentu dari citra (Fauziah, 2014). Tahapan dasar segmentasi citra menurut Kumaseh dkk (2013) yaitu: pengelompokkan

citra RGB (*red green blue*) atau *Grayscale, thresholding* hingga pada akhirnya diperoleh citra yang dapat diubah ke bentuk koordinat titik-titik penyusun citra.

- 5) Histogram equalisasi, yaitu mengubah nilai tingkat keabuan (*grey level value*) pixel tertentu tanpa memperhatikan lokasinya dalam citra, tujuannya adalah untuk memperoleh penyebaran histogram yang merata sehingga setiap derajat keabuan memiliki jumlah pixel yang relatif sama (Fauziah, 2014).

Berdasarkan metode-metode tersebut, segmentasi citra merupakan metode yang tepat digunakan dalam pengolahan citra defleksi untuk memperoleh koordinat posisi dari *pixel* penyusun citra. Koordinat posisi titik-titik penyusun citra dapat dihasilkan menggunakan *tools* yang tersedia dalam *software* MATLAB R2012b. Koordinat titik-titik penyusun citra inilah yang dapat merepresentasikan gradien indeks bias pada campuran dua larutan yang kemudian digunakan untuk menghitung koefisien difusi larutan.

Penelitian ini dilakukan untuk menentukan koefisien difusi sebuah larutan gula dalam air menggunakan teknik defleksi laser dengan bantuan pengolahan citra. Penelitian ini dilakukan sebagai pengembangan teknik eksperimen yang telah digunakan sebelumnya oleh Hifzhi dkk (2017) agar lebih akurat dan cepat dalam menentukan koefisien difusi larutan gula dalam aquades. Selain itu, penelitian ini juga dilakukan karena penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra belum pernah dilakukan.

B. Identifikasi Masalah

1. Perlu dikembangkan teknik/metode penentuan nilai koefisien difusi larutan yang dapat memperoleh hasil dengan cepat dan mudah.
2. Perlunya teknik penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra agar diperoleh hasil yang akurat dan cepat.
3. Penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra perlu diketahui batasan penggunaannya dan keakuratan hasilnya.

C. Batasan Masalah

Penelitian ini menggunakan sumber cahaya laser merah pada panjang gelombang 632 nm. Difusi yang terjadi diasumsikan tidak bergantung konsentrasi dan memenuhi persamaan difusi linear. Air yang digunakan adalah jenis aquades. Konsentrasi larutan gula yang digunakan hanya satu jenis yaitu $C_0 = 23 \text{ gram}/200 \text{ ml aquades}$.

D. Rumusan Masalah

1. Bagaimana teknik penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra agar diperoleh nilai koefisien difusi yang akurat dan cepat?
2. Bagaimana batasan penggunaan dan keakuratan hasil penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra?

E. Tujuan Penelitian

1. Menentukan nilai koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra agar diperoleh nilai koefisien difusi yang akurat dan cepat.
2. Menentukan batas ukur dan akurasi penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini antara lain:

1. Sebagai sumber referensi penentuan koefisien difusi larutan gula menggunakan gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra.
2. Penelitian ini diharapkan juga dapat menjadi rujukan bagi peneliti lain untuk menerapkan pengukuran koefisien difusi pada larutan lain atau bahkan bahan transparan lainnya.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Koefisien Difusi

Difusi adalah gerak spontan atom atau molekul di dalam bahan yang cenderung membentuk komposisi yang seragam (Budinski, 1999). Koefisien difusi merupakan ukuran yang menyatakan laju difusi dalam suatu zat (Haryanto, 2008).

Hukum pertama Fick menyatakan bahwa laju difusi merupakan fungsi koefisien difusi dan gradien konsentrasi. Hukum kedua Fick menyatakan difusi zat pada kedalaman tertentu merupakan fungsi waktu.

Hukum Fick I (1 –Dimensi):

$$J = - \frac{dC}{dX} \quad (2.1)$$

Hukum Fick II (1-Dimensi):

$$\frac{dC}{dt} = D \frac{d^2C}{dx^2} \quad (2.2)$$

dengan, J = fluks atau aliran atom (jumlah atom per satuan waktu per satuan luas); D = koefisien difusi (satuan luas per satuan waktu); $C(x)$ = konsentrasi pada jarak x dari permukaan; t = lamanya proses difusi; x = jarak dari permukaan dC/dx = gradien konsentrasi (Arianto, 2009).

B. Gradien Indeks Bias

Indeks bias menyatakan perbandingan (rasio) antara kelajuan cahaya di ruang hampa terhadap kelajuan cahaya di dalam bahan (Murdaka dkk, 2010). Dalam bidang kimia, pengukuran terhadap indeks bias secara luas telah digunakan antara lain untuk mengetahui konsentrasi larutan (Subedi dkk, 2006) dan mengetahui komposisi bahan-bahan penyusun larutan. Indeks bias juga dapat digunakan untuk mengetahui kualitas suatu larutan (Achmad, 2013). Cepat rambat gelombang cahaya pada ruang hampa sebesar c . Jika melalui suatu medium maka cahaya tersebut akan mengalami perubahan kecepatan menjadi v . Ketika cahaya merambat dalam suatu bahan, kelajuannya akan turun sebesar suatu faktor yang ditentukan oleh karakteristik bahan yang dinamakan indeks bias (n) (Achmad, 2013). Pernyataan tersebut dapat dituliskan dalam persamaan berikut:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.3)$$

n = indeks bias

c = laju cahaya dalam ruang hampa ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

v = laju cahaya di dalam medium

Gradien indeks bias merupakan variasi indeks bias pada posisi-posisi tertentu di dalam suatu bahan. Gradien indeks bias juga dapat diartikan sebagai kemiringan profil indeks bias pada setiap lokasi dalam bahan. Gradien indeks bias dinyatakan dalam satuan resiprokal jarak (m^{-1}) (Weik, 2000).

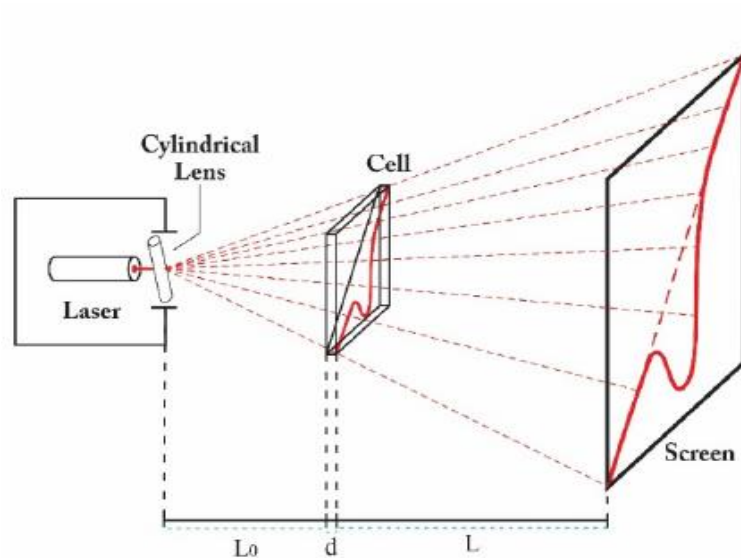
Beberapa contoh gradien indeks bias antara lain variasi indeks bias pada arah radial sebuah inti fiber optik, variasi indeks bias udara di atmosfer pada arah vertikal (Weik, 2000), variasi indeks bias pada lensa mata manusia yang berubah seiring bertambahnya usia manusia (Hemenger dkk, 1995), dan terbentuknya fatamorgana di atas pasir yang variasi indeks biasnya dipengaruhi oleh gradien suhu udara di sekitar pasir tersebut (Barnard dan Ahlborn, 1975).

Gradien indeks bias pada suatu bahan dapat diperoleh dengan cara-cara berikut (Isabel dkk, 2017):

1. Iradiasi neutron - lensa kaya unsur boron dibombardir dengan neutron untuk menyebabkan perubahan konsentrasi boron, dan dengan demikian indeks bias lensa berubah.
2. Deposisi uap kimia - Melibatkan pengendapan kaca-kaca yang berbeda dengan berbagai indeks bias ke permukaan untuk menghasilkan perubahan bias kumulatif.
3. Teknik Sol-Gel – pencampuran suatu material dengan dopant, sehingga proses difusi dopan dalam material menimbulkan gradien indeks bias.
4. Pertukaran ion - Kaca direndam dalam cairan ghasi yang meleleh dengan ion lithium. Sebagai hasil difusi, ion natrium dalam gelas sebagian bertukar dengan ion litium, dengan jumlah pertukaran yang lebih besar terjadi di tepi. Dengan demikian sampel memperoleh gradien struktur bahan sehingga memunculkan gradien indeks bias.

C. *Wiener's Experiment*

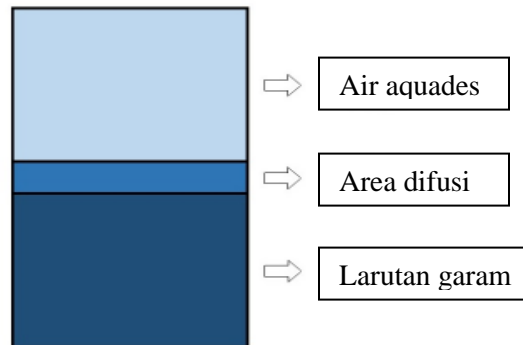
Penentuan koefisien difusi larutan menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser ini dikenal dengan istilah *Wiener's experiment*. Eksperimen ini terdiri atas beberapa perangkat yaitu; laser dengan lensa silinder dan celah sempit, sel difusi dan layar sebagai tempat menangkap pola defleksi laser (Hifzhi dkk, 2017). Skema *Wiener's experimental* ditunjukkan gambar 1.



Gambar 1. Skema *Wiener's Experiment*. Jarak laser-sel difusi L_0 jarak sel difusi-layar L dan tebal sel difusi d (Hifzhi dkk, 2017).

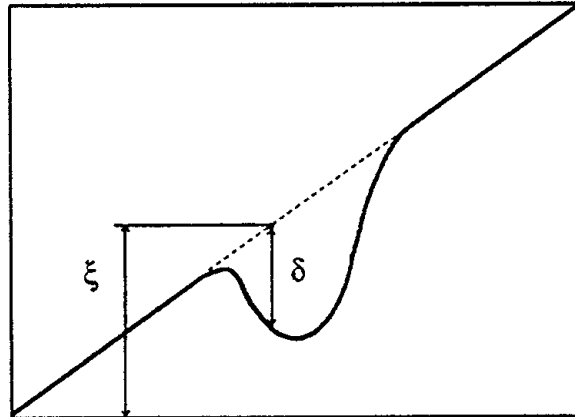
Laser yang digunakan dalam eksperimen tersebut diatur sedemikian rupa sehingga menghasilkan sinar laser yang membentuk garis lurus menggunakan lensa silinder. Sinar ini kemudian diorientasikan membentuk sudut 45° terhadap vertikal jika diproyeksikan ke layar. Celah sempit pada perangkat laser berfungsi

sebagai pengatur fokus cahaya laser. Sel difusi digunakan untuk meletakkan bahan larutan yang ingin diobservasi (Soedarmawan dkk, 2017).



Gambar 2. Contoh bahan (larutan garam) yang akan diobservasi pada sel difusi (Hifzhi dkk, 2017)

Setelah larutan dengan konsentrasi tertentu dimasukkan ke dalam sel difusi yang berisikan cairan lain yang berbeda konsentrasi, bentuk defleksi sinar laser yang diproyeksikan pada layar akan berubah mengikuti pola difusi yang terjadi. Peristiwa perubahan tersebut ditunjukkan oleh gambar 3. Garis putus-putus pada gambar tersebut merupakan garis referensi di mana belum terjadi campuran di antara kedua larutan pada sel difusi.



Gambar 3. Sketsa defleksi sinar laser setelah melalui sel difusi berisi dua larutan berbeda indeks bias (Gaffney dan Chau, 2000).

Profil dari gradien indeks bias sebagai fungsi posisi vertikal dalam fluida diperoleh dengan mencari hubungan posisi vertikal pada layar (ξ_i) dengan tinggi vertikal dalam sel (Y_i) relatif, dan mencari hubungan defleksi vertikal dengan gradient indeks bias $(dn/dY)_i$. Secara geometris, dapat diperoleh hubungan berikut (Hifzhi dkk, 2017):

$$Y_i = \frac{\xi_i L_0}{L_0 + d + L} \quad (2.4)$$

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \quad (2.5)$$

Indeks $i = 1, 2, 3 \dots$ adalah titik-titik ke- i yang dianalisis pada layar.

Persamaan (2.5) hanya berlaku untuk kondisi gradien indeks bias yang kecil dalam ruang. Pada peristiwa difusi dua fluida (fluida pelarut dan fluida terlarut)

di mana konsentrasi fluida terlarut C bergantung pada posisi vertikal y dan indeks biasanya yang bergantung pada konsentrasinya saat itu, maka gradien indeks biasanya dinyatakan sebagai (Gaffney dan Chau, 2000):

$$\left(\frac{dn}{dY}\right) = \left(\frac{dn}{dC}\right) \left(\frac{dC}{dY}\right) \quad (2.6)$$

Menggunakan Hukum II Fick pada persamaan (2.2), solusi umum $\left(\frac{dC}{dY}\right)$ berbentuk (Yusuf dkk, 1997):

$$\left(\frac{dC}{dY}\right) \approx \frac{C_0}{2\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}\right) \quad (2.7)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.7) ke (2.6) dan melinearkannya, diperoleh persamaan berikut (Hifzhi dkk, 2017):

$$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i \approx m(h - Y_i)^2 + \text{Konstanta} \quad (2.8)$$

Indeks $i = 1,2,3 \dots$ adalah titik-titik ke- i yang dianalisis pada layar.

m merupakan gradien dari sebuah persamaan garis lurus (2.6) yang memiliki hubungan dengan koefisien difusi:

$$m = -\frac{1}{4Dt} \quad (2.9)$$

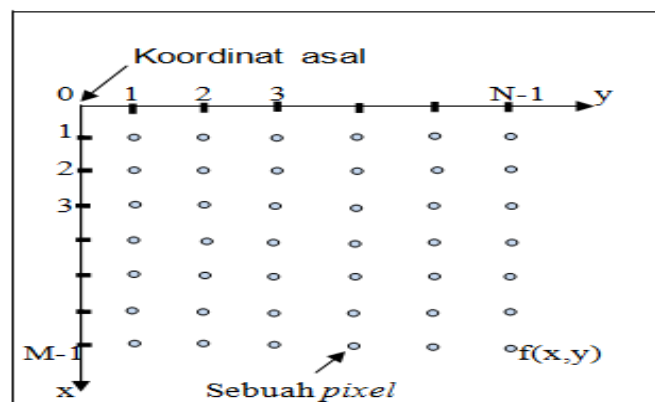
Maka koefisien difusi dapat ditentukan dengan persamaan:

$$D = -\frac{1}{4mt} \quad (2.10)$$

Variabel C , D , t , h secara berturut-turut adalah konsentrasi, koefisien difusi, waktu proses difusi, dan Y_i pada keadaan gradien indeks biasanya maksimum $\left(\frac{dn}{dY}\right)_{i_{maks}}$.

D. Pengolahan Citra

Citra menurut kamus webster adalah suatu representasi atau gambaran, kemiripan, atau imitasi dari suatu objek atau benda, contohnya yaitu foto seseorang dari kamera yang mewakili orang tersebut, foto sinar X -*throrax* yang mewakili gambar bagian tubuh seseorang dan lain sebagainya (Zulen., A.A, 2018). Menurut Purba (2010), citra adalah gambar pada bidang dua dimensi yang dihasilkan dari gambar analog dua dimensi dan kontinu menjadi gambar diskrit. Gambar analog dibagi menjadi M baris dan N kolom sehingga menjadi gambar diskrit melalui proses sampling (Kumaseh dkk, 2013). Koordinat suatu citra digital terhadap sumbu (x,y) dua dimensi ditunjukkan oleh gambar 4.



Gambar 4. Koordinat suatu citra digital (Kumaseh dkk, 2013)

Secara matematis, suatu citra digital dapat dinyatakan dalam bentuk matriks berikut (Kumaseh dkk, 2013):

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & \cdots & f(0, N - 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M - 1, 0) & \cdots & f(M - 1, N - 1) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Simbol $f(x, y)$ menyatakan besarnya intensitas cahaya yang diterima sensor di setiap titik (x, y) . $f(x, y)$ sebanding dengan energi cahaya yang dipancarkan oleh sumber cahaya, sehingga besar intensitas $f(x, y)$ adalah sebagai berikut (Suhendra, 2012):

$$0 < f(x, y) < \infty \quad (2.12)$$

Citra terbagi menjadi beberapa jenis diantaranya;

- 1) Citra RGB (*Red, Green, Blue*), yaitu terdiri dari tiga bidang citra yang saling lepas, masing-masing terdiri dari warna utama (merah, hijau dan biru) pada setiap *pixel* (Kumaseh dkk, 2013),
- 2) Citra *grayscale*, yaitu citra keabuan yang dihasilkan dari citra RGB menggunakan metode tertentu (Santi, 2011),
- 3) Citra biner, adalah citra digital dengan dua kemungkinan nilai *pixel* yaitu *pixel-pixel* objek bernilai 1 dan *pixel-pixel* latar belakang bernilai 0 (Destiningtyas, 2010).

Pengolahan citra adalah suatu proses untuk menghasilkan keluaran berupa citra seperti yang dikehendaki (Sulistiyanti dkk, 2016). Istilah pengolahan citra

secara umum didefinisikan sebagai pemrosesan citra dua dimensi dengan komputer, tetapi definisi yang lebih luas, pengolahan citra juga mencakup semua data dua dimensi (Indriyani. L, 2017).

Beberapa fungsi dari pengolahan citra yaitu untuk memperbaiki kualitas citra, mentransformasikan citra menjadi citra lain (Indriyani. L, 2017), modifikasi citra, pengelompokkan citra, dan penggabungan citra (Bustomi. M.A, 2014). Dari beberapa fungsi tersebut, secara garis besarnya ditujukan untuk 2 hal yaitu memperbaiki kualitas citra dan mengolah informasi untuk keperluan yang diinginkan atau mengenali pola suatu objek. Pengolahan citra dapat membentuk suatu sistem yang akan memproses citra masukan sehingga citra tersebut dapat dikenali secara langsung (Sulistyanti, dkk, 2016). Beberapa metode pengolahan citra, antara lain:

- 1) Konvolusi, proses *smoothing* citra, *sharpen* (mempertajam) citra dll.
- 2) Transformasi citra, proses pengubahan citra dari suatu bentuk ruang spasial ke ruang frekuensi.
- 3) Perbaikan kualitas citra, proses untuk memperbaiki suatu citra yang mengalami derau.
- 4) Segmentasi Citra, proses mempartisi citra menjadi beberapa daerah atau objek, berdasarkan sifat-sifat tertentu dari citra (Fauziah, 2014).
- 5) Histogram equalisasi, proses untuk memperoleh penyebaran histogram yang merata sehingga setiap derajat keabuan memiliki jumlah pixel yang relatif sama (Fauziah, 2014).

6) Deteksi Tepi (*Edge Detection*), proses untuk menentukan lokasi titik-titik yang merupakan tepi dari sebuah objek pada citra, membatasi dua wilayah citra, menemukan perubahan intensitas yang berbeda pada bidang citra dan mencirikan batas objek dan berguna untuk proses segmentasi dan identifikasi objek (Amelia dan Rini, 2013).

E. Segmentasi Citra

Segmentasi citra adalah proses pengolahan citra yang bertujuan memisahkan wilayah objek dengan wilayah latar belakang agar objek mudah dianalisis. Hal ini dilakukan dalam rangka mengenali objek yang banyak melibatkan komponen citra (Destyningtyas, 2010). Sebagai contoh misalnya, segmentasi warna pada citra merupakan upaya pemisahan bagian warna tertentu (Putranto dkk, 2010). Seiring dengan perkembangan teknologi pada aplikasi yang memproses sebuah objek seperti rekonstruksi objek tiga dimensi, pengenalan benda, pengenalan tulisan, deteksi wajah dan pengkodean objek proses segmentasi semakin diperlukan (Adipranata, 2005).

Proses segmentasi dengan metode yang sangat bervariasi, digunakan dalam berbagai penerapan dengan tujuan yang sama, yaitu mendapatkan representasi sederhana yang berguna dari suatu citra. Terdapat berbagai macam metode dalam melakukan segmentasi sehingga cukup sulit untuk menentukan metode mana yang paling benar. Oleh karena itu, pemilihan metode bergantung

pada pendekatan yang akan digunakan dan fitur yang ingin diperoleh dari citra (Putranto dkk, 2010).

Segmentasi citra terdiri dari beberapa tahapan dasar menurut Kumaseh dkk (2013) yaitu: pengelompokkan citra RGB (*red green blue*) atau *Grayscale*, *thresholding* hingga pada akhirnya diperoleh citra yang dapat dengan mudah dianalisis. Pengelompokkan citra RGB adalah proses mempartisi komponen warna penyusun citra menjadi warna merah, hijau atau biru saja pada citra. Pengelompokkan citra *grayscale* merupakan proses mengubah gambar RGB menjadi gambar keabuan dengan metode yang umum digunakan, yaitu:

$$\frac{(R+G+B)}{3} \quad (2.13)$$

Nilai yang dihasilkan dari persamaan di atas akan diinput ke masing-masing unsur warna dasar citra *grayscale* (Santi, 2011). *Thresholding* secara umum bertujuan untuk menghasilkan citra biner yang secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(x,y) \geq T \\ 0 & \text{if } f(x,y) \leq T \end{cases} \quad (2.14)$$

Dengan $g(x,y)$ adalah citra biner dari citra *grayscale* $f(x,y)$ dan T menyatakan nilai *threshold* (Purba, 2010).

F. Kerangka Berpikir

Perbedaan konsentrasi pada campuran larutan gula-air menyebabkan munculnya gradien indeks bias. Gradien indeks bias menyebabkan cahaya laser yang melalui campuran larutan gula-air terdefleksi dan membentuk pola defleksi cahaya laser pada layar. Pola defleksi ini kemudian direkam menggunakan kamera untuk menghasilkan citra. Citra defleksi laser kemudian diolah menggunakan program pengolah citra yang dibangun menggunakan Matlab R2012b berdasarkan metode *thresholding*. Hasil yang diperoleh dari program pengolah citra berupa posisi setiap pixel penyusun citra defleksi cahaya laser. Posisi setiap pixel penyusun citra digunakan untuk menentukan nilai kedalaman defleksi cahaya laser. Nilai kedalaman defleksi cahaya laser inilah yang dibutuhkan untuk menghitung koefisien difusi larutan gula dalam air yang hubungannya dinyatakan oleh persamaan 2.4 - 2.10.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Waktu dan Tempat Penelitian

1. Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan Januari-Mei 2020.

2. Tempat Penelitian

- a. Proses persiapan yang terdiri dari penakaran gula dan aquades, pemanasan aquades, pelarutan gula, dan pendinginan larutan gula pada suhu ruang dilakukan di Laboratorium Fisika Dasar, Gedung Laboratorium Lantai I, Laboratorium Fisika Universitas Negeri Yogyakarta.
- b. Observasi dan pengambilan data berupa citra defleksi laser hasil difusi larutan gula dalam aquades dilakukan di Ruang Spektroskopi, Gedung Laboratorium Lantai II, Laboratorium Fisika Universitas Negeri Yogyakarta.
- c. Pembuatan program perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan Matlab 2012 serta uji validitas program dan hasil observasi dilakukan di Laboratorium Fisika Komputasi, Gedung Laboratorium Lantai III, Laboratorium Fisika Universitas Negeri Yogyakarta.

B. Variabel Penelitian

Berikut merupakan variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini:

1. Variabel bebas dalam penelitian ini adalah waktu difusi, yaitu $t = 5, 15, 25, 35$ dan 45 menit.
2. Variabel terikat dalam penelitian ini adalah posisi berkas cahaya laser sebelum terdefleksi (ξ_i), posisi berkas cahaya laser setelah terdefleksi relatif terhadap berkas sebelum terdefleksi (δ_i), gradien indeks bias $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$, dan koefisien difusi larutan gula dalam aquades (D). Dengan indeks $i = 1, 2, 3 \dots$ menyatakan titik-titik ke- i yang dianalisis pada layar.

C. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah kuantitatif berdasarkan hasil eksperimen.

Data yang diambil berupa citra cahaya laser yang terdefleksi setelah melewati campuran larutan berbeda konsentrasi. Citra tersebut kemudian diolah menggunakan program yang dibangun menggunakan software Matlab R2012b untuk kemudian ditentukan nilai koefisien difusi larutan gula dalam aquades.

D. Alat dan Bahan Penelitian

Alat dan bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Alat

- a. Line Laser Module (Laser dioda dengan panjang gelombang $\lambda = 632$ nm dan lensa silinder)
- b. Sel difusi (6,5 cm x 0,8 cm x 9,5 cm)
- c. Layar

- d. Optical Rail dengan skala panjang
- e. Pipet
- f. Handycam Sony HDR-PJ410
- g. Tripod
- h. Laptop Lenovo Intel CORE-i3
- i. Software MATLAB R2012b
- j. Software Microsoft Excell 2010

2. Bahan

- a. Larutan gula konsentrasi 23 gram/200 ml aquades
- b. 25 ml aquades

E. Subjek dan Objek Penelitian

1. Subjek Penelitian

Citra defleksi cahaya laser untuk waktu pengamatan 5, 15, 25, 35 dan 45 menit

2. Objek Penelitian.

- a. Gradien indeks bias campuran larutan gula dan aquades di setiap titik

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$$

- b. Koefisien difusi larutan gula dalam aquades (D).

F. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang dilakukan pada penelitian ini menggunakan prosedur-prosedur berikut:

1. Studi Literatur.

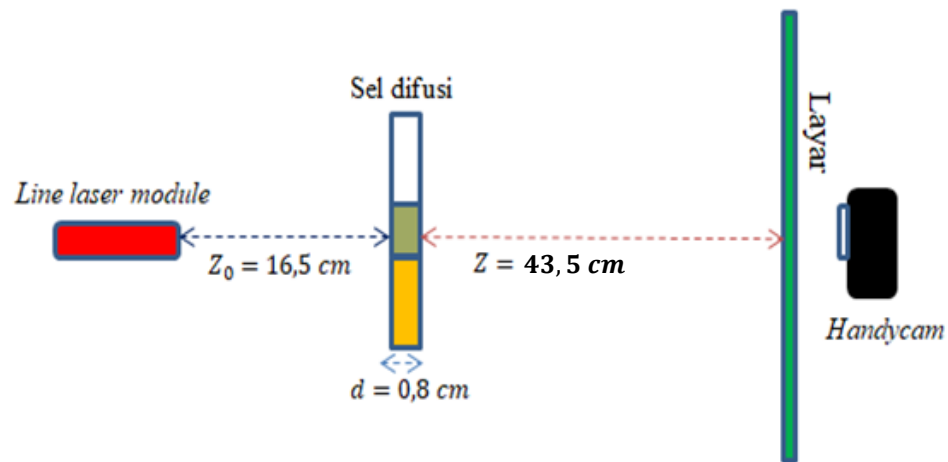
Peneliti melakukan studi literatur untuk memperoleh informasi dan pengetahuan mengenai difusi, koefisien difusi, gradien indeks bias, *Wiener's Experiment*, dan metode pengolahan citra yang dapat dijadikan pedoman dalam penelitian yaitu dengan mempelajari, meneliti, mengkaji, dan menelaah literatur-literatur berupa buku dan jurnal. Studi literatur menjadi landasan peneliti untuk melakukan eksperimen penentuan koefisien difusi larutan gula dan menentukan metode pengolahan citra yang tepat untuk mengolah citra defleksi cahaya laser yang diperoleh dari hasil eksperimen.

2. Pengambilan Data.

Proses pengambilan data menggunakan prosedur-prosedur berikut ini:

- a. Menyusun setup penelitian seperti pada gambar 5.
- b. Menyalakan laser dan mengatur posisi hingga terbentuk berkas laser diagonal pada layar setelah melewati sel difusi. Jarak laser ke sel difusi, tebal sel difusi, dan jarak dari sel difusi ke layar secara berturut-turut dinyatakan sebagai Z_0 , d dan Z .
- c. Mengatur jarak fokus laser pada layar.

- d. Memasukkan larutan gula ke dalam sel difusi sampai batas yang telah ditentukan pada sel difusi yaitu berupa garis putih, kemudian meneteskan aquades secara perlahan sebanyak 40 tetes (trial and error) ke dalam sel difusi melalui lubang yang tersedia di pojok atas sel menggunakan pipet sehingga akan terbentuk lapisan larutan gula dan aquades.
- e. Mengatur setup alat penelitian sehingga dapat menghasilkan pola *Wiener's Experiment* yang baik.
- f. Mengulangi langkah (d) dengan menempatkan perekam video untuk menangkap citra di layar.



Gambar 5. Skema setup alat penelitian



Gambar 6. Setup alat penelitian

G. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data untuk menentukan koefisien difusi larutan gula dalam aquades dalam penelitian ini, yaitu:

1. Konversi satuan *pixel* pada citra ke satuan *cm*. Teknik ini dilakukan dengan membuat garis lurus pada layar sepanjang *5 cm* menggunakan pensil hitam. Kemudian pada saat pengambilan video, citra ini juga diambil bersamaan dengan proses defleksi sinar laser yang terjadi. Melakukan *screenshoot* citra garis tersebut kemudian menghitung berapa ukuran *pixel* yang terbaca pada *software* MATLAB R2012b untuk garis sepanjang *5 cm*. Rasio antara panjang garis sebenarnya dalam *cm* dan panjang garis dalam *pixel* akan menjadi faktor pengali untuk ukuran defleksi sinar laser yang terbaca pada *software* MATLAB R2012b.

2. Input citra defleksi sinar laser ke hasil *screenshot* video pada beberapa waktu difusi yaitu 5 menit, 15 menit, 25 menit, 35 menit dan 45 menit ke software MATLAB 2012.
3. Citra tersebut diolah menggunakan program yang dibangun oleh peneliti menggunakan MATLAB R2012b agar menghasilkan informasi berupa koordinat posisi titik (*pixel*) citra defleksi sinar laser. Program ini dibangun untuk membentuk garis kurva secara otomatis dari citra defleksi cahaya laser yang diperoleh dari eksperimen. Pembentukan garis kurva tersebut menggunakan metode pemilihan posisi terbaik pixel pada tiap kolom citra yang dilakukan dengan sedikit memodifikasi metode *thresholding*. Pada penelitian ini, metode *thresholding* digunakan untuk mengkonversi besaran intensitas ke besaran koordinat/posisi dengan hanya mempertimbangkan pixel dengan intensitas tertentu saja yang diolah. Pixel-pixel yang dipertimbangkan dalam penelitian ini adalah pixel yang intensitas cahayanya mewakili dan membentuk kurva defleksi cahaya laser. Proses penentuan posisi pixel terbaik ini merupakan kombinasi dari berbagai pertimbangan peneliti, antara lain:
 - 1) pixel yang dikenai intensitas cahaya di sekitar nilai maksimum (200 sd 255),
 - 2) pixel yang dianggap dapat mewakili kelengkungan kurva defleksi tapi intensitasnya tergolong rendah (≤ 100) yang disebabkan oleh noise atau penyerapan cahaya ketika melewati larutan),

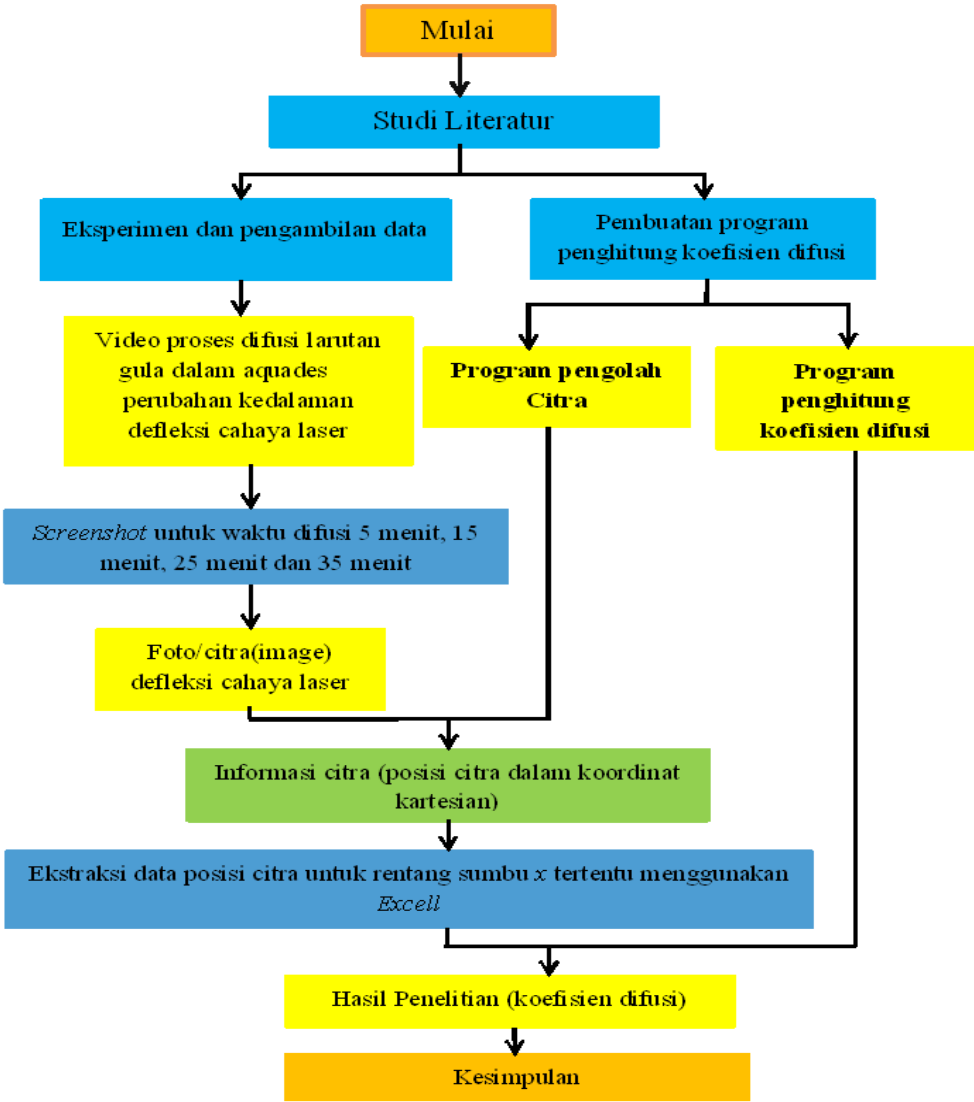
3) pixel yang memenuhi *range* intensitas tertentu (selain yang disebutkan pada 1 dan 2) dengan hasil konversinya ke dalam koordinat posisi dapat membentuk kurva defleksi sesuai yang diharapkan peneliti. Setelah ketiga pertimbangan di atas dapat menghasilkan kurva yang sesuai harapan, data yang membentuk kurva ini kemudian dipilih untuk dianalisis.

Output dari program ini adalah posisi titik citra defleksi sinar laser dalam koordinat kartesian sumbu x - y .

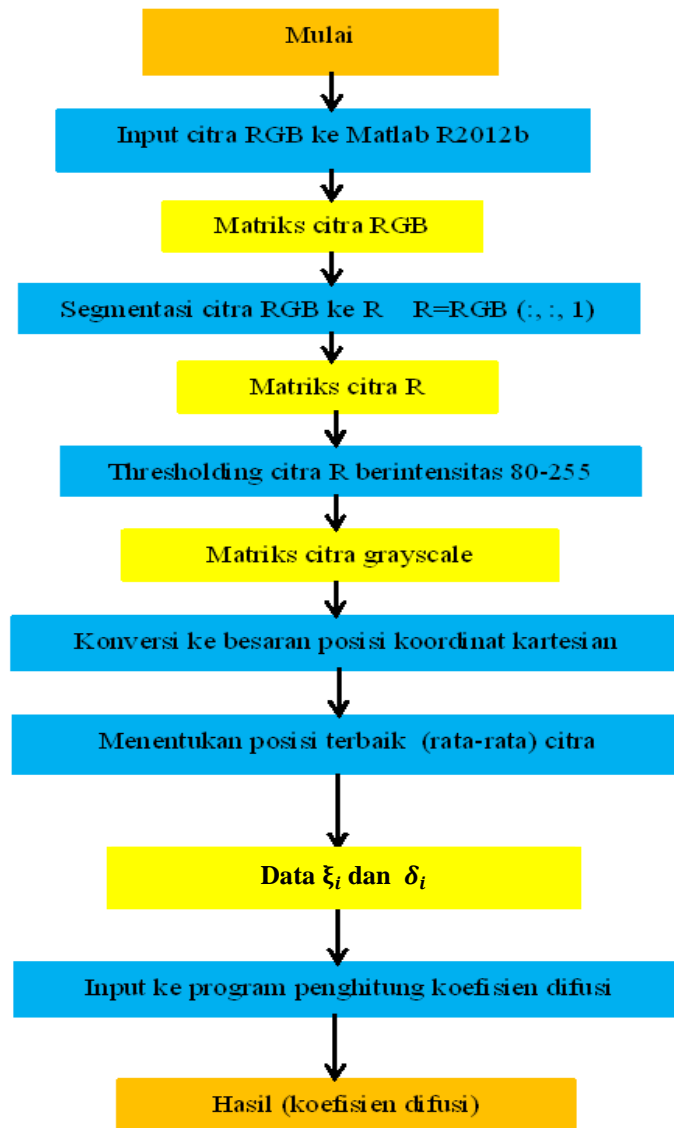
4. Pengolahan data menggunakan Ms.Excell 2010 untuk menyaring region mana saja dalam citra (sumbu x - y) yang ingin dianalisis. Region yang dipilih adalah region di mana terjadinya defleksi sinar laser.
5. Langkah selanjutnya adalah perhitungan koefisien difusi menggunakan program pada MATLAB R2012b. Diagram alir program yang digunakan dapat dilihat pada gambar 7.
6. Penentuan koefisien difusi larutan gula dalam aquades pada penelitian ini dilakukan dengan memilih $t = 5$ s.d 45 menit sebagai waktu difusi sebagai salah satu parameter yang digunakan untuk menghitung koefisien difusi. Jarak laser-sel difusi $Z_0 = 16,5$ cm, tebal sel difusi $d = 0,8$ cm dan jarak sel difusi-layar $Z = 43,5$ cm.
7. Titik data yang dipilih tersebut disimpan ke *Excell*, kemudian diimpor kembali ke Matlab R2012b. Penentuan ralat perhitungan koefisien difusi

menggunakan metode regresi linear sederhana. Program untuk menghitung koefisien difusi dibangun berdasarkan persamaan 2.4 - 2.10.

H. Diagram Alir



Gambar 7. Skema Penelitian



Gambar 8. Diagram alur pengolahan citra gradien indeks bias

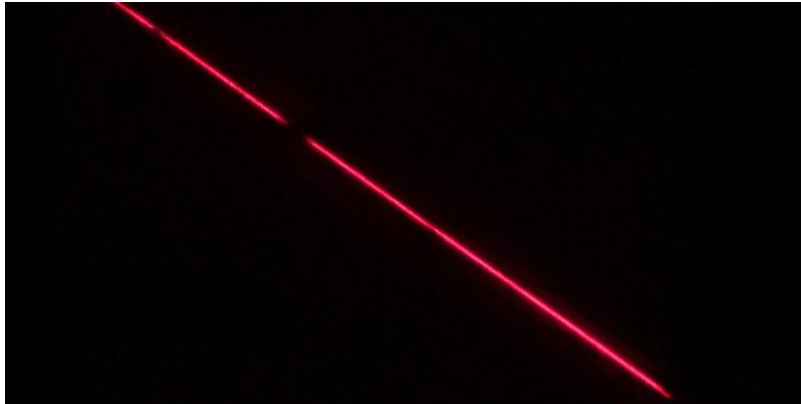
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

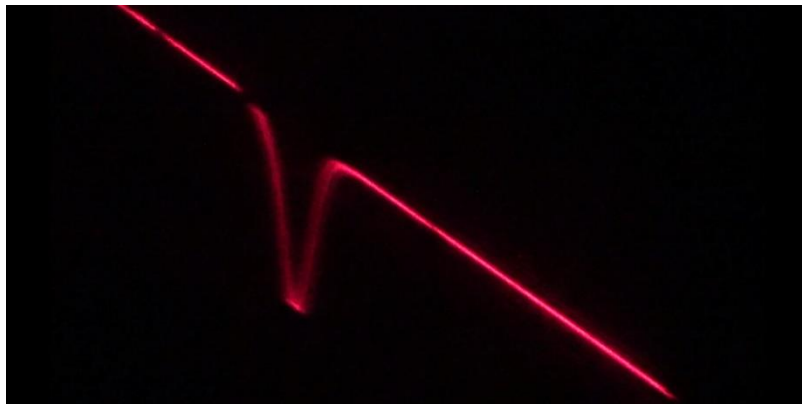
Dalam bab ini akan dibahas hasil yang diperoleh dalam penelitian ini. Tujuan penelitian ini adalah menentukan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan gradien indeks bias dan pengolahan citra dan mengetahui batasan penggunaan dan keakuratan hasilnya.

A. Hasil Pengolahan Citra Defleksi Laser dan Profil Gradien Indeks Bias.

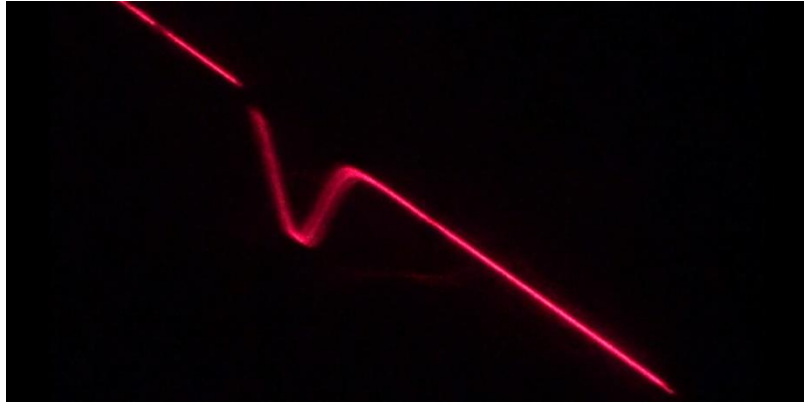
Pengolahan data menggunakan program yang sudah dibangun peneliti menggunakan software Matlab R2012b sebagaimana yang tercantum dalam lampiran. *Screenshot* image hasil eksperimen yang akan diolah adalah sebagai berikut:



Gambar 9. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 0$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.



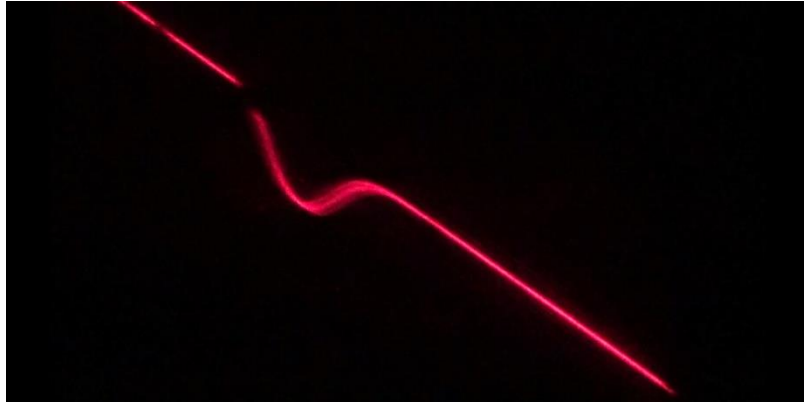
Gambar 10. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 5$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.



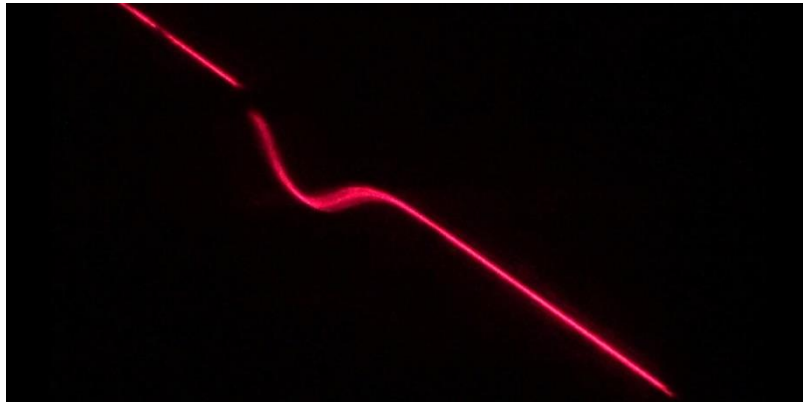
Gambar 11. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 15$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.



Gambar 12. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 25$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.

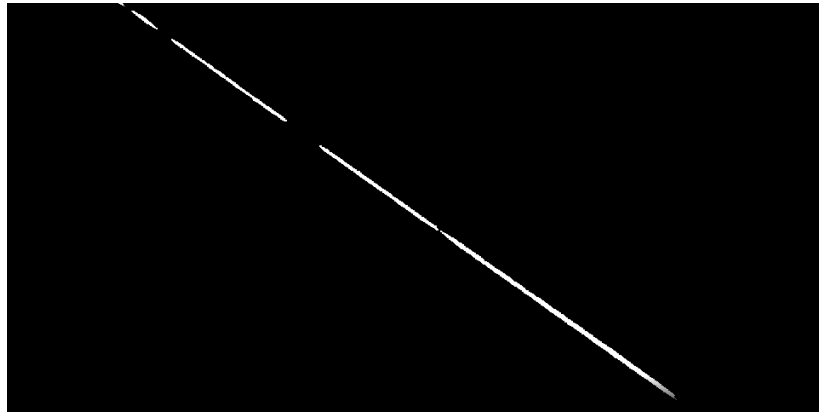


Gambar 13. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 35$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.

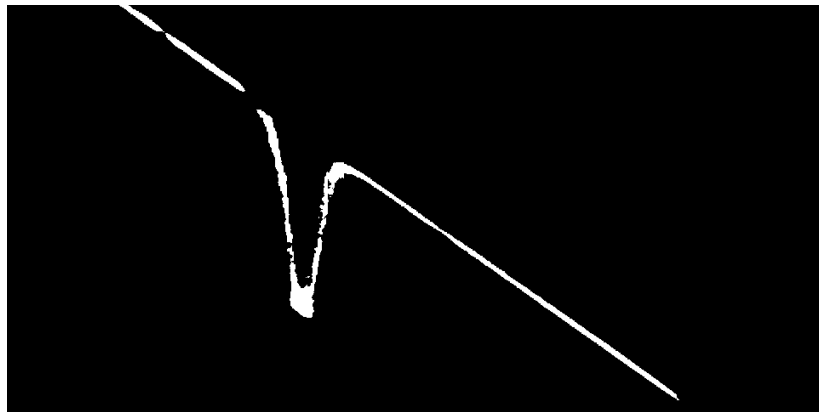


Gambar 14. Image defleksi cahaya laser pada waktu $t = 45$ menit dengan konsentrasi larutan gula $C_0 = 23\text{gram}/200\text{ ml}$.

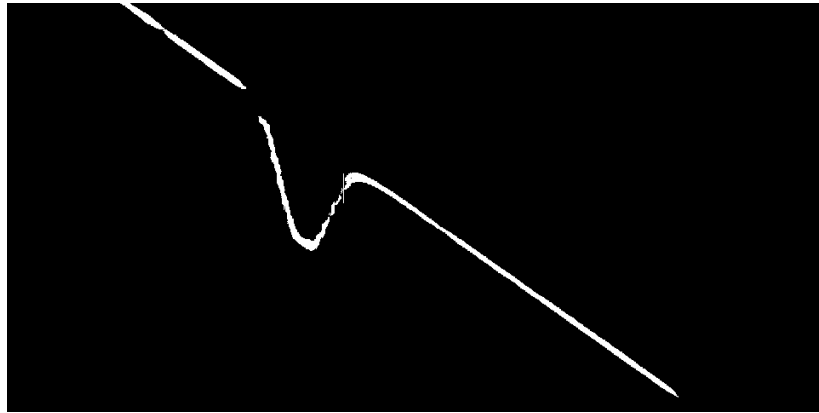
Hasil *thresholding* citra ditunjukkan oleh gambar di bawah:



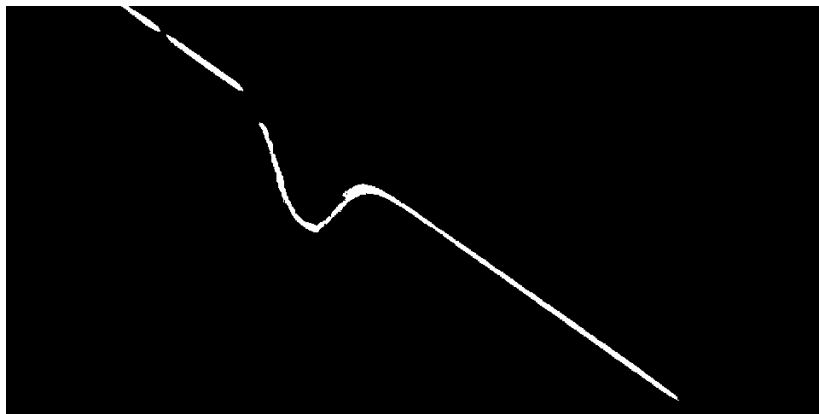
Gambar 15. citra Thresholding $t = 0$ menit.



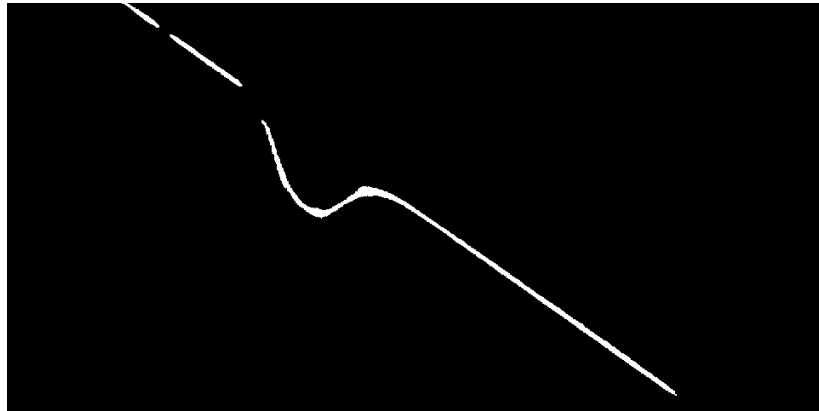
Gambar 16. citra Thresholding $t = 5$ menit.



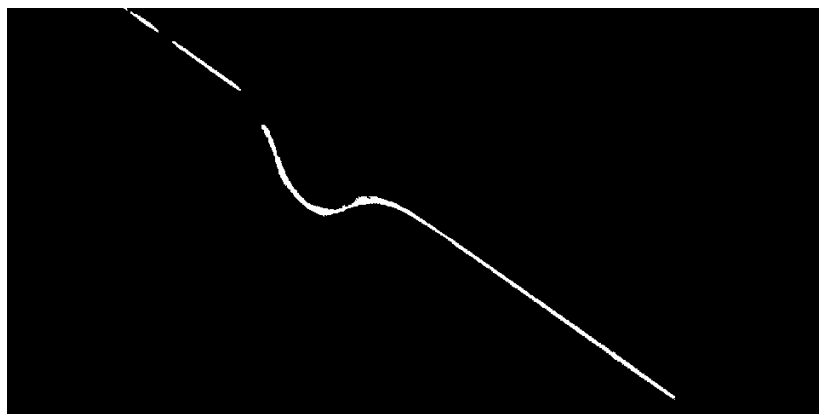
Gambar 17. citra Thresholding $t = 15$ menit.



Gambar 18. citra Thresholding $t = 25$ menit.

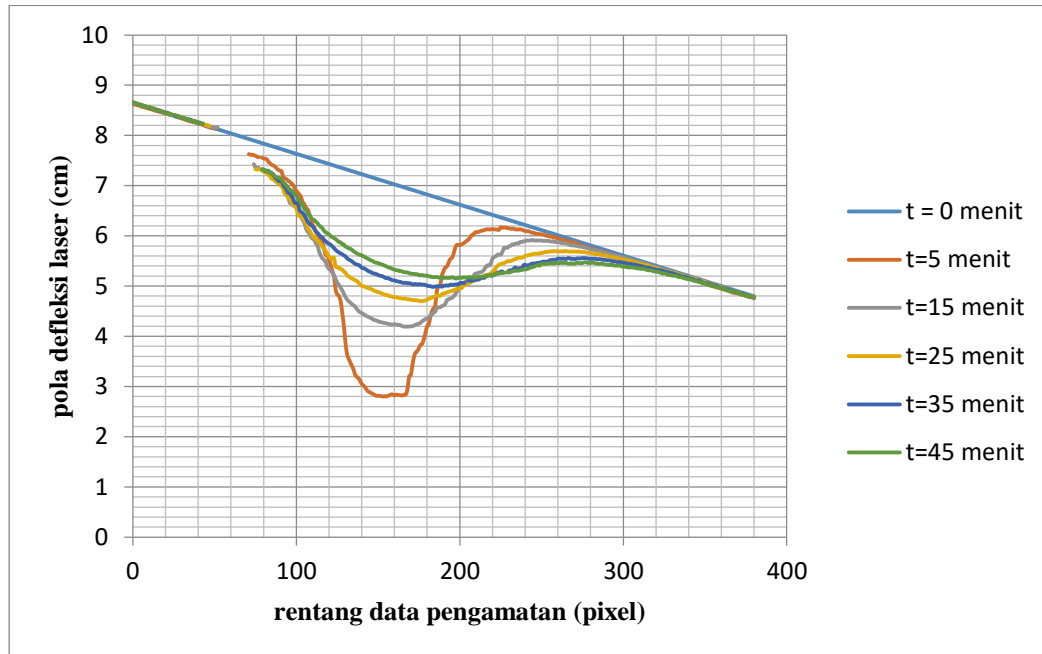


Gambar 19. citra Thresholding $t = 35$ menit.



Gambar 20. citra Thresholding $t = 45$ menit.

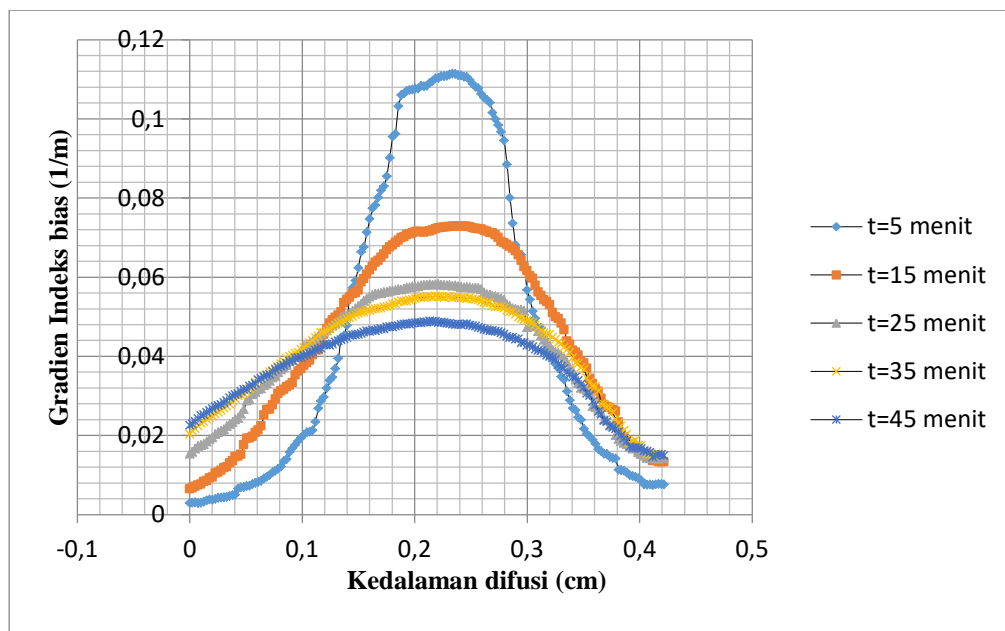
Berdasarkan hasil *thresholding*, didapatkan citra yang semakin halus untuk waktu difusi yang relatif lebih lama. Perbandingan hasil kehalusan citra *thresholding* dapat dibandingkan dari Gambar 14-17. Semakin halus citra yang dihasilkan, maka data yang direpresentasikan oleh citra tersebut juga akan semakin baik. Perubahan kedalaman defleksi cahaya laser pada proses difusi larutan gula dalam aquades dapat dilihat pada gambar di bawah:



Gambar 21. Kurva defleksi cahaya laser pada waktu $t = 0, 5, 15, 25, 35$ dan 45 menit.

Berdasarkan gambar di atas, perubahan kedalaman defleksi cahaya laser akan semakin kecil untuk waktu difusi yang semakin lama. Proses perubahan kedalaman defleksi cahaya laser tersebut mengikuti karakteristik proses difusi larutan gula dalam aquades. Semakin lama proses difusi terjadi, maka semakin banyak molekul gula yang terdifusi di dalam campuran larutan. Hal ini menyebabkan variasi indeks bias yang semula besar lama-kelamaan akan semakin kecil menuju nol (indeks bias campuran larutan seragam/homogen). Dengan demikian, kedalaman defleksi cahaya laser sebanding dengan variasi indeks bias (gradien indeks bias) antara titik satu ke titik yang lainnya. Semakin besar gradien indeks bias, maka semakin dalam kurva defleksi cahaya laser yang

terlihat pada layar. Semakin lama proses difusi terjadi, maka semakin lebar rentang kurva defleksi yang terbentuk. Hal ini disebabkan semakin dalamnya pencampuran larutan gula-aquades. Profil gradien indeks bias untuk waktu difusi $t = 5, 15, 25, 35$ dan 45 menit di dalam sel difusi (campuran larutan gula-aquades) dapat dilihat pada gambar di bawah:



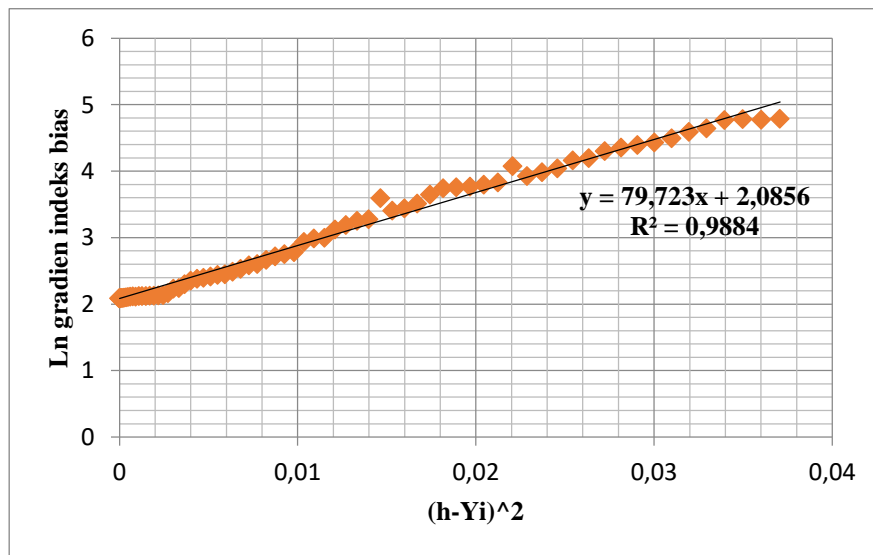
Gambar 22. Profil gradien indeks bias di dalam sel difusi pada waktu $t = 5, 15, 25, 35$ dan 45 menit.

Gambar 21 memberikan interpretasi adanya variasi indeks bias (gradien indeks bias) pada kedalaman tertentu di dalam campuran larutan gula-aquades pada waktu $t = 5, 15, 25, 35$ dan 45 menit. Profil yang dibentuk identik dengan kurva *gaussian*. Gradien indeks bias semakin besar untuk daerah sekitar lapisan pertemuan campuran larutan gula-aquades. Gradien indeks bias maksimumnya

tepat berada pada lapisan pertemuan campuran larutan gula-aquades akibat perbedaan indeks bias larutan gula-aquades maksimum pada lapisan ini. Perbedaan indeks bias pada lapisan ini berangsur berkurang seiring waktu yang ditandai dengan pergeseran puncak kurva *gaussian* profil gradien indeks bias searah sumbu y.

B. Hasil Penentuan Koefisien Difusi Larutan Gula dalam Air

Garis lurus yang terbentuk dalam proses linearisasi (persamaan 2.8) pada perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra untuk $t = 5$ menit ditunjukkan oleh gambar di bawah:



Gambar 23. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 5$ menit.

Masukan (input) untuk program yang dibangun adalah:

jarak sel-layar: 43,5 cm

tebal sel difusi: 0,8 cm

jarak laser-sel difusi: 16,5 cm

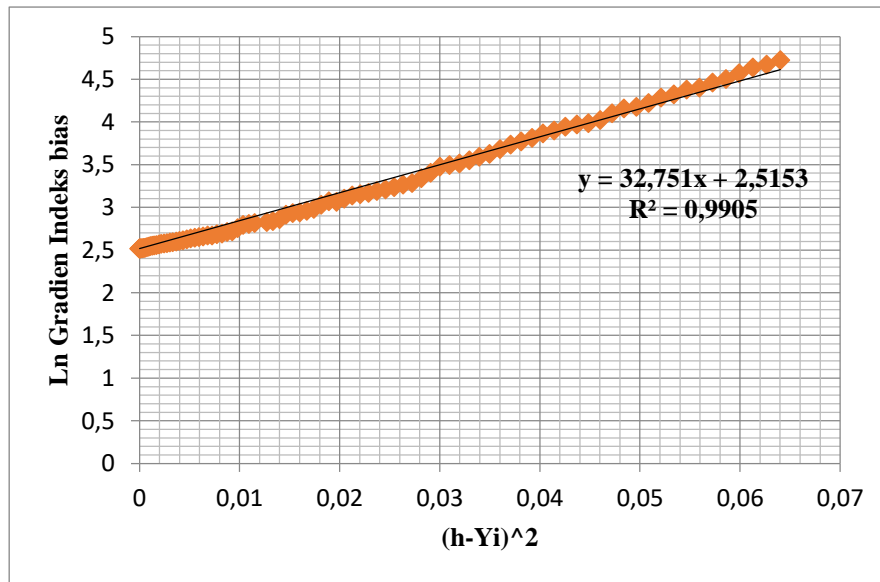
waktu: 300 s

Keluaran (output) dari program yang dibangun adalah:

$$D = 10,453e - 06 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\Delta D = 2,560e - 07 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Garis lurus yang terbentuk dalam proses linearisasi (persamaan 2.8) pada perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra untuk $t = 15$ menit ditunjukkan oleh gambar di bawah:



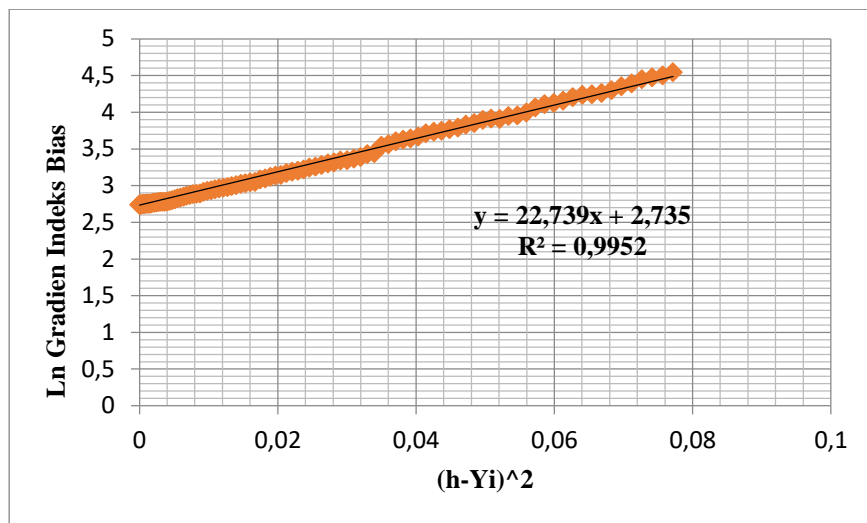
Gambar 24. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 15$ menit.

Keluaran (output) dari program yang dibangun adalah:

$$D = 8,481e - 06 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\Delta D = 1,461e - 07 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Garis lurus yang terbentuk dalam proses linearisasi (persamaan 2.8) pada perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra untuk $t = 25$ menit ditunjukkan oleh gambar di bawah:



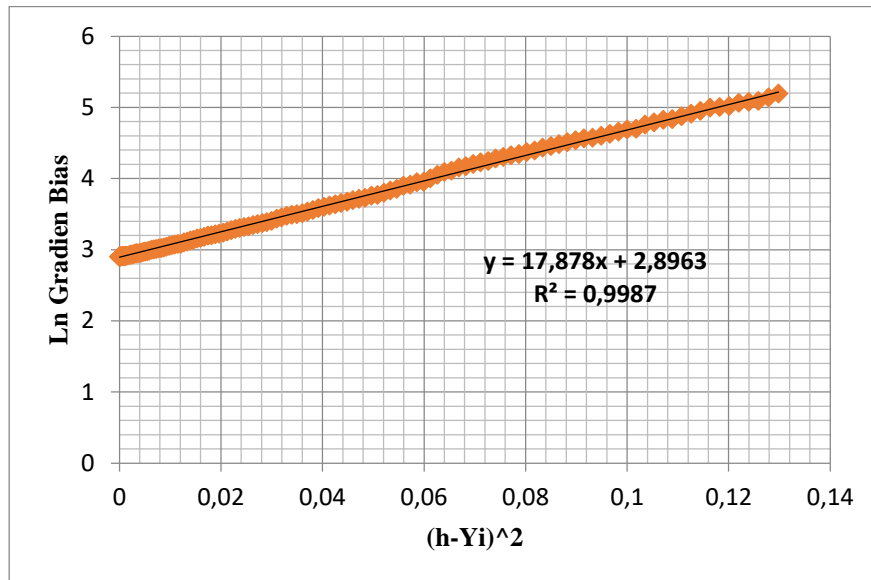
Gambar 25. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 25$ menit.

Keluaran (output) dari program yang dibangun adalah:

$$D = 7,329e - 06 \text{ cm}^2/s$$

$$\Delta D = 0,71967e - 07 \text{ cm}^2/s$$

Garis lurus yang terbentuk dalam proses linearisasi (persamaan 2.8) pada perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra untuk $t = 35$ menit ditunjukkan oleh gambar di bawah:



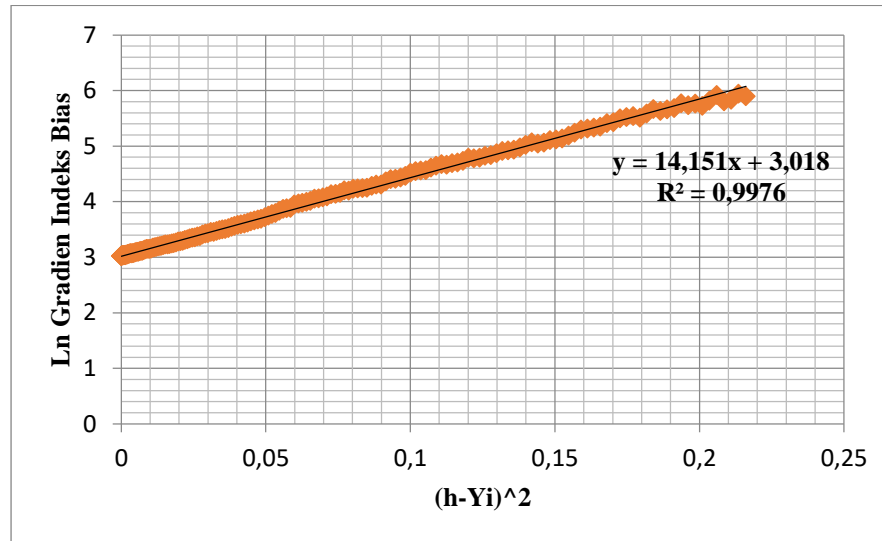
Gambar 26. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 35$ menit.

Keluaran (output) dari program yang dibangun adalah:

$$D = 6,6588e - 06 \text{ cm}^2/s$$

$$\Delta D = 0,2814e - 07 \text{ cm}^2/s$$

Garis lurus yang terbentuk dalam proses linearisasi (persamaan 2.8) pada perhitungan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra untuk $t = 45$ menit ditunjukkan oleh gambar di bawah:



Gambar 27. Grafik hubungan $\ln \left(\frac{dn}{dy} \right)_i$ vs $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 45$ menit.

Keluaran (output) dari program yang dibangun adalah:

$$D = 6,543e - 06 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\Delta D = 0,1570e - 07 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Dari hasil tersebut, koefisien difusi larutan gula dalam air yang sesuai dengan literatur terjadi pada $t = 35$ menit sebesar $D = (6,66 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ dan $t = 45$ menit sebesar $D = (6,54 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$. Pengukuran koefisien difusi larutan gula dalam air cenderung konstan pada rentang waktu tersebut. Koefisien difusi larutan gula dalam air sebesar $D = 6,7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ berdasarkan *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (Lide, 2004) . Hasil penelitian lain yang menyepakati ini antara lain adalah penelitian Kazem Jamshidi-Ghaleh (2004) yang menghasilkan nilai koefisien difusi larutan gula dalam air murni pada suhu ruang, yaitu $D = (0,66 \pm 0,05) \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ menggunakan metode *Moire' Deflectometry* dan penelitian oleh

Suryasatriya Trihandaru dkk (2012) yang menganalisis lintasan laser yang mengalami pembelokan ketika melewati sebuah wadah kaca berukuran $3 \times 15 \times 8 \text{ cm}^3$ berisi larutan gula (250 gram gula dalam 125 gram air). Diperoleh hasil koefisien difusi larutan gula dalam air murni adalah $6,942 \times 10^{-6} (\text{cm}^2/\text{s})$.

Kenyataannya, koefisien difusi bukanlah sebuah konstanta yang memiliki nilai pasti. Koefisien difusi merupakan parameter fisis yang menjelaskan kemampuan suatu bahan untuk berdifusi pada bahan lain. Molekul-molekul bahan terdifusi yang dalam hal ini adalah molekul gula menyebar ke seluruh ruang pada campuran larutan gula-aquades akibat adanya perbedaan konsentrasi di dalam ruang tersebut. Perbedaan konsentrasi (gradien konsentrasi) inilah yang berperan sebagai pemicu pergerakan molekul-molekul gula dalam peristiwa difusi. Apabila perbedaan konsentrasi berubah atau cenderung semakin kecil menuju kesetimbangan seiring waktunya, maka akan mempengaruhi laju pergerakan molekul-molekul gula dalam ruang campuran larutan gula-aquades. Semakin besar gradien konsentrasi, akan semakin besar laju molekul-molekul gula dalam ruang campuran larutan gula-aquades dan sebaliknya. Laju molekul-molekul gula inilah yang menentukan koefisien difusinya. Pada sebuah proses difusi diketahui bahwa gradien konsentrasi besar di awal terjadinya proses dan semakin mengecil seiring bertambahnya waktu. Tentunya hal ini akan berpengaruh terhadap perubahan laju molekul-molekul gula yang juga menyebabkan perubahan nilai koefisien difusi larutan gula dalam aquades setiap

waktunya. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa dengan menggunakan metode analisis gradien indeks bias dan pengolahan citra, koefisien difusi larutan gula dalam aquades yang mendekati nilai pada referensi adalah dengan mengamati peristiwa difusi tersebut hingga waktu 35 menit atau 2100 detik dengan batasan penelitian yaitu konsentrasi awal larutan gula yaitu 23 gram/200 ml (23 gram gula pasir dalam 200 ml aquades). Menurut *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (Lide, 2004), nilai $D = 6,7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ diperoleh berdasarkan asumsi bahwa proses pengenceran dilakukan pada jumlah zat (campuran larutan) yang sangat besar bahkan mendekati infinit tetapi dengan perbedaan konsentrasi yang sangat kecil.

Asumsi serupa berlaku pada penelitian ini apabila waktu terjadinya proses difusi semakin lama. Semakin lama proses difusi berlangsung, maka perbedaan konsentrasi setiap posisi dalam ruang sel difusi yang berisi campuran larutan gula-aquades akan semakin kecil. Perbedaan konsentrasi yang sangat kecil di setiap posisi dan menganggap sel difusi sangat tipis, maka cahaya laser akan terdefleksi dengan sudut defleksi total yang sangat kecil sepanjang lintasannya dalam sel difusi. Persamaan 2.5 berlaku pada kondisi tersebut. Oleh karena itu, eksperimen dilakukan sebisa mungkin agar kondisi tersebut terjadi.

Kondisi di atas cocok untuk rentang waktu pengamatan di atas 35 menit. Pada waktu tersebut sudah mengindikasikan perbedaan konsentrasi yang sangat kecil antara titik satu dengan titik lainnya (fungsi elevasi) dalam sel difusi.

Artinya, pemilihan waktu pengamatan memainkan peran penting dalam hal penentuan koefisien difusi agar sesuai dengan kondisi yang tercantum pada referensi. Rentang waktu $t = 0$ menit sampai dengan $t = 15$ menit dirasa bukan rentang waktu yang tepat untuk memenuhi kondisi di atas dikarenakan gradien konsentrasi masih sangat besar. Hal tersebut menyebabkan sudut defleksi cahaya laser dalam sel difusi juga besar. Kondisi ini menyebabkan persamaan 2.5 tidak berlaku. Ilustrasi fenomena ini juga dapat dijelaskan oleh gambar 19. Gradien indeks bias adalah parameter yang muncul akibat adanya gradien konsentrasi pada suatu ruang spasial. Pada rentang $t = 15$ menit pertama, gradien indeks biasnya tergolong besar dan mulai mengecil di atas rentang itu ($t = 35$ s.d 45 menit dan seterusnya). Namun, rentang waktu yang terlalu besar juga akan menyebabkan ketidakakuratan hasil dikarenakan gradien indeks bias menjadi terlalu kecil bahkan hampir nol. Kondisi tersebut tidak memungkinkan peneliti untuk memperoleh profil gradien indeks bias yang merupakan parameter penting untuk menentukan koefisien difusi pada metode penelitian ini.

Belum ada variasi konsentrasi awal larutan gula yang digunakan pada penelitian ini untuk mengamati proses difusinya terhadap waktu. Konsentrasi awal larutan gula yang beragam diharapkan dapat mempelajari kekonsistensian waktu pengamatan yang diperlukan. Tujuannya adalah untuk membuktikan apakah kita dapat memperoleh hasil koefisien difusi yang cenderung konstan pada rentang waktu pengamatan di atas 35 menit untuk konsentrasi awal

yang berbeda. Konsentrasi awal ini juga ada batasannya agar tidak terlalu kental kita dapat mengabaikan parameter viskositas larutan gula ketika berdifusi dalam aquades.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa:

1. Penentuan koefisien difusi larutan gula dalam aquades menggunakan analisis gradien indeks bias dengan teknik defleksi laser dan pengolahan citra telah dilakukan dan diperoleh hasil $D = (6,66 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 35$ menit dan $D = (6,54 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 45$ menit. Hasil ini sesuai dengan referensi. Dengan bantuan pengolahan citra, dibutuhkan waktu analisis dan perhitungan yang lebih cepat dibandingkan dengan analisis dan perhitungan manual.
2. Keakuratan hasil penelitian ini masih terbatas dan hanya berlaku untuk konsentrasi awal $C_0 = 23$ gram/200 ml larutan gula dan waktu difusi lebih dari 35 menit dengan rentang waktu pengamatan 10 menit. Ralat perhitungan koefisien difusi ditentukan menggunakan regresi linear dan diperoleh harga $\Delta D = 0,03 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 35$ menit dan $\Delta D = 0,02 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ untuk $t = 45$ menit. Ralat tersebut tidak lebih besar dari 1%.

B. Saran

Saran yang dapat diajukan penulis untuk penelitian selanjutnya adalah terkait variasi konsentrasi awal yang digunakan. Dengan adanya variasi konsentrasi awal, dapat dipelajari lebih lanjut keakuratan hasil penentuan koefisien difusi larutan gula dalam aquades.

DAFTAR PUSTAKA

- Adipranata, R. Kombinasi Metode *Morphological Gradient* dan Transformasi *Watershed* pada Proses Segmentasi Citra Digital. Surabaya: Universitas Kristen Petra.
- Amelia L & R Mawarti. 2013. Perbandingan Metode Roberts dan Sobel dalam Mendeteksi Tepi suatu Citra Digital. *Jurnal Online Matematika S1*, 2013.
- Apriyanto, A., dkk. 2017. Rancang Bangun Sistem pengukuran Koefisien Difusi NaCl pada Material Nanopori. *e-Proceeding of Engineering*: Vol. 4, No. 1 April 2017 ISSN:2335-9365.
- Barnard, A.J & B Ahlborn. 1974. Measurement of Refractive Index Gradients by Deflection of a Laser Beam. *Journal of Physics* 43, 573 (1975); doi: 10.1119/1.9769
- Bustomi, M.A. 2014. Analisis Distribusi Intensitas RGB Citra Digital untuk Klasifikasi Kualitas Biji Jagung menggunakan Jaringan Syaraf Tiruan. *Jurnal Fisika dan Aplikasinya* Volume 10, Nomor 3 Oktober 2014. Institut Teknologi Sepuluh November.
- Cadavid, A & J Garzon. 2011. Optical Method for Liquid Diffusional Coefficients Calculation. *Revista Colombiana de Fisica*, Vol. 43, No. 2 de 2011.
- Destyningtyas B., dkk. 2010. Segmentasi Citra dengan Metode Pengembangan. *Jurnal ElektriKa*. Vol. 2, No. 1, 2010:39-49.
- Faedah, S.N. 2016. Proses Difusi Molekul KMnO_4 atau CuSO_4 Di dalam Aquades dan Tekanan Osmotik Cairan Sel Daun *Rhoe discolor* Dalam Larutan Glukosa dengan Konsentrasi yang berbeda. Program Studi Pendidikan Biologi Jurusan PMIPA FKIP Universitas Riau, Pekanbaru 28293.
- Gaffney, C & Cheuk-Kin Chau. 2001. Using Refractive Index Gradients to Measure Diffusivity between Liquids. *Am. J. Phys.*, Vol. 69, No. 7, July 2001.
- Haryanto, B. 2008. Pengaruh Pemilihan Kondisi Batas, Langkah Ruang, Langkah Waktu dan Koefisien Difusi pada Model Difusi. *Jurnal "APLIKA"*, Volume 8 Nomor 1, Februari 2008.

- Hifzhi, A., dkk. 2017. Simple Liquid-liquid Diffusion Coefficient Measurement System Based on Refractive Index Gradient. 2017 International Seminar on Sensor, Instrumentation, Measurement and Metrology (ISSIMM) Surabaya, Indonesia, August 25th – 26th, 2017.
- Indriyani, L., dkk. 2017. Teknik Pengolahan Citra menggunakan Aplikasi Matlab pada Pengukuran Diameter Buah Jeruk Keprok. *Indonesian Journal on Computer and Information Technology (ICJIT)* Volume 2 Nomor 1, Mei 2017, pp. 46-52.
- Jamshidi-Ghaleh, K., M.T. Tavassoly, N. Mansour. 2004. Diffusion Coefficient Measurement of Transparent Liquid Solutions using Moire Deflectometry. *J. Phys. D: Apply. Phys.* 37 (2004) 1993-1997.
- Kumaseh R, Max., dkk. 2013. Segmentasi Citra Digital Ikan menggunakan Metode *Thresholding*. *Jurnal Ilmiah Sains* Vol. 13 No. 1, April 2013.
- Kuswanto, A. Penentuan Koefisien Difusi Larutan HCL menggunakan Interferometer Michelson Berbasis Borland Delphi 7.0. Jurusan Fisika Universitas Negeri Malang.
- Murdaka, B., Karyono & Supriyatin. 2010. Penyetaraan Nilai Viskositas terhadap Indeks Bias pada Zat Cair Bening. *Jurnal Berkala Fisika* 13: 119-124.
- Noor, S. 2011. Mengubah Citra Berwarna menjadi Grayscale dan Citra Biner. *Jurnal Teknologi Informasi Dinamik*. Vol. 16 No. 1.
- Outtara, B., R.E. Simard, G. Piette, A. Begin, R.A. Holley. 2006. Diffusion of Acetic and Propionic Acids from Chitosan-based Antimicrobial Packaging Films. *Journal of Food Science/ Volume 65, Issue 5*.
- Purba, D. 2010. Pengolahan Citra Digital. Andi, Yogyakarta
- Soedarmawan, L., dkk. 2017. An Enhanced Laser Beam Deflection Measurement System for Refractive Index Gradient and Diffusivity. 2017 International Seminar on Sensor, Instrumentation, Measurement and Metrology (ISSIMM) Surabaya, Indonesia, August 25th – 26th, 2017.
- Subedi, D.P, P.R. Adhikari, U.M. Joshi, H.N. Poudel & B. Niraula. 2006. Study of Temperature and Concentration Dependence of Refractive Index of Liquids Using a Novel Technique. *Kathmandu University Journal of Science, Engineering and Technology* 2(1).

- Sulistiyanti, S.R., dkk. 2016. Pengolahan Citra Dasar dan Contoh Penerapannya. Yogyakarta: Teknosain.
- Suryasatriya., T., dkk. 2012. Pemodelan dan Pengukuran Difusi Larutan Gula dengan Lintasan Cahaya Laser. Universitas Kristen Satya Wacana Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVI HFI Jateng & DIY, Purworejo 14 April 2012 *ISSN:0853-0823*.
- Utami, H. dan Azhar. 2017. Transfer Massa dan Panas. Bandar Lampung: *Tekkim Publishing*.
- Varela, A.I dkk. 2017. Sol-Gel Glass Coating Shyntesis for Different Application: Active Gradient-Index Materials, Microlens Arrays and Biocompatible Channels. Journal in book: Recent Application in Sol-Gel Shyntesis.
- Weik, M.H. 2000. Refractive Index Gradient. In: Computer Science and Communications Dictionary. Springer, Boston, MA.
- Yusuf, S. Dkk. 1997. Penentuan Koefisien Difusi Konduktor Superionik AgI dengan Metode Perunut Radioaktif. Prosiding Pertemuan Ilmiah Sains Materi 1997.
- Zamroni, Achmad. 2013. Pengukuran Indeks Bias Zat Cair melalui Metode Pembiasan Menggunakan Plan Paralel. Universitas Negeri Semarang *Jurnal Fisika Vol. 3 No. 2*.
- Zulen, A.A. 2018. Penerapan Pohon Biner *Huffman* pada Kompresi Citra. *Komputika: Jurnal Sistem Komputer* Vol. 7, No. 2, Oktober 2018, hlm. 103-111.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Listing Program Matlab Pengolah Citra

```
clc;
clear all;
%part1:menampilkan image dan menampilkan matriksnya
fr=imread('referensi.jpg');
fs2=imread('limabelas.jpg');
fs4=imread('tigalima.jpg');
ra=fr(:,:,1);
rb=fs4(:,:,1);

[ya,xa]=size(ra); %y menyatakan baris dan x menyatakan kolom
a=1:xa; b=ya:-1:1;
[yb,xb]=size(rb); %y menyatakan baris dan x menyatakan kolom
c=1:xb; d=1:yb; e=yb:-1:1;
%part2:mendefinisikan gambar dalam angka yang ditentukan
for i=ya:-1:1
    for j=1:xa
        if ra(i,j)>=200&&ra(i,j)<=255;
            fa(i,j)=(5/350).*(b(i)+6); %nilai r(i,j) didefinisikan
            sebagai besaran elevasi
        else
            fa(i,j)=0;
        end
    end
end
for i=ya:-1:1
    for j=1:xa
        if fa(i,j)>0
            na(i,j)=1;
        else
            na(i,j)=0;
        end
    end
end
for j=1:xa
    if sum(fa(:,j))>0;
        ta(j)=(sum(fa(:,j)))/sum(na(:,j));
    else
        ta(j)=0;
    end
end
sni=sum(na);
%membangun fungsi linear kurva referensi
for j=1:xa
    if ta(j)>0;
        aa(j)=a(j);
        naa(j)=1;
    else
        aa(j)=0;
        naa(j)=0;
    end
end
```

```

end
sna=sum(naa);

%gradien kurva referensi
ma=((sna*(sum((5/350)*aa.*ta)))-
((sum((5/350)*aa))*(sum(ta))))/((sna*(sum(((5/350)*aa).^2)))-
((sum((5/350)*aa)^2));

%intercept kurva referensi
Ka=((sum(ta)*sum(((5/350)*aa).^2))-
(sum((5/350)*aa)*sum((5/350)*aa.*ta)))/((sna*(sum(((5/350)*aa).^2)))-
((sum((5/350)*aa)^2));
taa=(ma*(5/350)*a)+Ka; %persamaan kurva referensi

%persamaan kurva 1
for i=1:yb
    for j=1:448;
        if rb(i,j)>=160&&rb(i,j)<=255;
            fcl(i,j)=d(i); %nilai rc(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,j)=e(i);
            fca(i,j)=rb(i,j);
        else
            fcl(i,j)=0;
            fc2(i,j)=0;
            fca(i,j)=0;
        end
    end

    for k=449:461;
        if rb(i,k)>=160&&rb(i,k)<=255;
            fcl(i,k)=d(i); %nilai rc(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,k)=e(i);
            fca(i,k)=rb(i,k);
        else
            fcl(i,k)=0;
            fc2(i,k)=0;
            fca(i,k)=0;
        end
    end

    for l=462:489;
        if rb(i,l)>=145&&rb(i,l)<=255;
            fcl(i,l)=d(i); %nilai rc(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,l)=e(i);
            fca(i,l)=rb(i,l);
        else
            fcl(i,l)=0;

```

```

        fc2(i,j)=0;
        fca(i,l)=0;
    end
    end

    for m=490:492;
        if rb(i,m)>=170&&rb(i,m)<=255;
            fcl(i,m)=d(i); %nilai rc(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,m)=e(i);
            fca(i,m)=rb(i,m);
        else
            fcl(i,m)=0;
            fc2(i,m)=0;
            fca(i,m)=0;
        end
    end
    end
    for t=493:503;
        if rb(i,t)>=200&&rb(i,t)<=255;
            fcl(i,t)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,t)=e(i);
            fca(i,t)=rb(i,t);
        else
            fcl(i,t)=0;
            fc2(i,t)=0;
            fca(i,t)=0;
        end
    end
    end
    for u=504:539;
        if rb(i,u)>=200&&rb(i,u)<=255;
            fcl(i,u)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,u)=e(i);
            fca(i,u)=rb(i,u);
        else
            fcl(i,u)=0;
            fc2(i,u)=0;
            fca(i,u)=0;
        end
    end
    end
    for n=540:549;
        if rb(i,n)>=200&&rb(i,n)<=255;
            fcl(i,n)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
            fc2(i,n)=e(i);
            fca(i,n)=rb(i,n);
        else
            fcl(i,n)=0;
            fc2(i,n)=0;
        end
    end

```

```

        fca(i,n)=0;
    end
    end

    for o=550:562;
    if rb(i,o)>=200&&rb(i,o)<=255;
        fcl(i,o)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,o)=e(i);
        fca(i,o)=rb(i,o);
    else
        fcl(i,o)=0;
        fc2(i,o)=0;
        fca(i,o)=0;
    end
    end

    for h=563:565;
    if rb(i,h)>=180&&rb(i,p)<=255;
        fcl(i,h)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,h)=e(i);
        fca(i,h)=rb(i,p);
    else
        fcl(i,h)=0;
        fc2(i,h)=0;
        fca(i,h)=0;
    end
    end

    for p=566:587;
    if rb(i,p)>=180&&rb(i,p)<=255;
        fcl(i,p)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,p)=e(i);
        fca(i,p)=rb(i,p);
    else
        fcl(i,p)=0;
        fc2(i,p)=0;
        fca(i,p)=0;
    end
    end

    for q=588:591;
    if rb(i,q)>=190&&rb(i,q)<=255;
        fcl(i,q)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,q)=e(i);
        fca(i,q)=rb(i,q);
    else
        fcl(i,q)=0;

```

```

        fc2(i,q)=0;
        fca(i,q)=0;
    end
end

    for r=592:596;
    if rb(i,r)>=195&&rb(i,r)<=255;
        fcl(i,r)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,r)=e(i);
        fca(i,r)=rb(i,r);
    else
        fcl(i,r)=0;
        fc2(i,r)=0;
        fca(i,r)=0;
    end
end

    for cv=593:594;
    if rb(i,cv)>=200&&rb(i,cv)<=255;
        fcl(i,cv)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,cv)=e(i);
        fca(i,cv)=rb(i,r);
    else
        fcl(i,cv)=0;
        fc2(i,cv)=0;
        fca(i,cv)=0;
    end
end

    for h=595:596;
    if rb(i,h)>=200&&rb(i,h)<=255;
        fcl(i,h)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,h)=e(i);
        fca(i,r)=rb(i,r);
    else
        fcl(i,h)=0;
        fc2(i,h)=0;
        fca(i,h)=0;
    end
end

    for w=597:606;
    if rb(i,w)>=200&&rb(i,w)<=255;
        fcl(i,w)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,w)=e(i);
        fca(i,w)=rb(i,r);
    end
end

```

```

else
    fc1(i,w)=0;
    fc2(i,w)=0;
    fca(i,w)=0;
end
end

    for z=607:633;
    if rb(i,z)>=200&&rb(i,z)<=255;
    fc1(i,z)=d(i); %nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,z)=e(i);
        fca(i,z)=rb(i,z);
    else
        fc1(i,z)=0;
        fc2(i,z)=0;
        fca(i,z)=0;
    end
    end

        for zv=634:xa;
    if rb(i,zv)>=205&&rb(i,zv)<=255;
    fc1(i,zv)=d(i);%nilai rb(i,j) didefinisikan sebagai besaran
elevasi
        fc2(i,zv)=e(i);
        fca(i,zv)=rb(i,zv);
    else
        fc1(i,zv)=0;
        fc2(i,zv)=0;
        fca(i,zv)=0;
    end
    end
end
end
for i=1:yb
    for j=1:xb
        if fc1(i,j)>0
            ncl(i,j)=1;
        else
            ncl(i,j)=0;
        end
    end
end
end
for j=1:xb
    if sum(fc1(:,j))>0;
        tc1(j)=(sum(fc1(:,j)))/sum(ncl(:,j));
    else
        tc1(j)=0;
    end
end
end

for i=1:yb

```

```

    for j=1:xb
    if fc2(i,j)>0
        nc2(i,j)=1;
    else
        nc2(i,j)=0;
    end
    end
end
for j=1:xb
    if sum(fc2(:,j))>0;
        tc2(j)=(sum(fc2(:,j)))/sum(nc2(:,j));
    else
        tc2(j)=0;
    end
end

%grafik
sc1=sum(fc1)/sum(nc1);
sc2=sum(fc2)/sum(nc2);
%Menghitung ralat (standar deviasi dari kedalaman kurva defleksi)

ca=(5/350).*c; ac=(5/350).*a;
sc3=(5/350).*sc2;
sc4=sc3'; tbb=taa';
%Menampilkan grafik
figure(1)
imshow(fa)
figure(2)
imshow(fc1)
figure (3)
plot(c,sc2,'b',a,(350/5).*taa,'r'); grid on
figure(4)
plot(ca,sc3,'b',ac,taa,'r'); grid on
figure (5)
plot(c,sc1,'r');grid on

```

Lampiran 2. Listing Program Penghitug Koefisien Difusi

```
clc; clear all;
a=xlsread('datafixo','Sheet6'); %import data
ei=a(:,1);
di=a(:,3);
%input z z0 dan d
z=input('jarak sel-layar (cm) : ');
d=input('tebal sel difusi (cm) : ');
z0=input('jarak laser-sel difusi (cm): ');
t=input('waktu (s): ');
%menghitung Yi
Yi=((z0)/(z0+d+z)).*ei;
%menghitung gradien indeks bias
grad_indbias=((1/(z*d)).*di;
N=(-1).*log(grad_indbias); %logaritma gradien indeks bias
y=max(grad_indbias);
c=find(grad_indbias==y);
h=Yi(c);
X=(h-Yi).^2;
na=size(N);
n=na(:,1);
m=((n*(sum(X.*N)))-((sum(X))*(sum(N))))/((n*(sum(X.^2)))-
((sum(X))^2));
K=((sum(N)*sum(X.^2))-sum(X)*sum(X.*N))/((n*(sum(X.^2)))-
((sum(X))^2));
yii=Yi';
gi=grad_indbias';

%menghitung koefisien difusi
D=1/(4*m*t);
dt=5;%ralat waktu pengukuran
dm=((n/(n-2))*sum(((N-K-(m.*X)).^2)))/((n*(sum(X.^2)))-
((sum(X))^2)); %ralat gradien
dD=(1/(4*m*(t)))*sqrt((((dm/m)^2)+((dt/t)^2));
D %nilai koefisien difusi
dD %ralat koefisien difusi
figure(1)
plot(Yi,grad_indbias,'bx'); grid on
figure (2)
plot(X,N,'rx'); grid on
```

Lampiran 3. Data Penelitian

Berikut ini merupakan data hasil penelitian yang diperoleh. Besaran yang dicantumkan pada bagian ini adalah posisi berkas cahaya laser sebelum terdefleksi (ξ_i), posisi berkas cahaya laser setelah terdefleksi relatif terhadap berkas sebelum terdefleksi (δ_i), gradien indeks bias $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$, dan Y_i .

$$h = 1,923 \text{ cm}; Z = 43,5 \text{ cm}; Z_0 = 16,5 \text{ cm}; d = 0,8 \text{ cm}$$

Tabel 1. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 5 \text{ menit}$

$i=1,2,3,\dots$	ξ_i (cm)	δ_i (cm)	Y_i (cm)	$\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ (cm ⁻¹)
1	7,846989	0,289846	2,129528	0,008329
2	7,836854	0,293997	2,126778	0,008448
3	7,826719	0,291005	2,124027	0,008362
4	7,816584	0,295155	2,121277	0,008481
5	7,806449	0,33502	2,118526	0,009627
6	7,796314	0,353457	2,115776	0,010157
7	7,786179	0,371893	2,113025	0,010687
8	7,776044	0,376044	2,110275	0,010806
9	7,765908	0,387337	2,107524	0,01113
10	7,755773	0,412916	2,104774	0,011865
11	7,745638	0,431352	2,102024	0,012395
12	7,735503	0,435503	2,099273	0,012514
13	7,725368	0,439654	2,096523	0,012634
14	7,715233	0,550947	2,093772	0,015832
15	7,705098	0,555098	2,091022	0,015951
16	7,694963	0,566391	2,088271	0,016276
17	7,684828	0,59197	2,085521	0,017011
18	7,674692	0,596121	2,08277	0,01713
19	7,664557	0,6217	2,08002	0,017865
20	7,654422	0,640136	2,077269	0,018395
21	7,644287	0,694287	2,074519	0,019951
22	7,634152	0,734152	2,071768	0,021096
23	7,624017	0,766874	2,069018	0,022037
24	7,613882	0,792453	2,066267	0,022772
25	7,603747	0,840255	2,063517	0,024145
26	7,593612	0,929326	2,060766	0,026705
27	7,583476	0,954905	2,058016	0,02744

28	7,573341	1,023341	2,055265	0,029406
29	7,563206	1,041778	2,052515	0,029936
30	7,553071	1,120875	2,049764	0,032209
31	7,542936	1,207222	2,047014	0,03469
2	7,532801	1,325658	2,044263	0,038094
33	7,522666	1,351237	2,041513	0,038829
34	7,512531	1,435388	2,038762	0,041247
35	7,502396	1,473824	2,036012	0,042351
36	7,49226	1,520023	2,033261	0,043679
37	7,482125	1,553554	2,030511	0,044642
38	7,47199	1,608873	2,027761	0,046232
39	7,461855	1,723488	2,02501	0,049526
40	7,45172	1,830291	2,02226	0,052595
41	7,441585	1,827299	2,019509	0,052509
42	7,43145	1,924119	2,016759	0,055291
43	7,421315	1,99412	2,014008	0,057302
44	7,41118	2,109265	2,011258	0,060611
45	7,401044	2,201759	2,008507	0,063269
46	7,390909	2,452448	2,005757	0,070473
47	7,380774	2,547161	2,003006	0,073194
48	7,370639	2,561173	2,000256	0,073597
49	7,360504	2,64427	1,997505	0,075985
50	7,350369	2,854398	1,994755	0,082023
51	7,340234	3,107741	1,992004	0,089303
52	7,330099	3,43367	1,989254	0,098669
53	7,319964	3,669071	1,986503	0,105433
54	7,309828	3,751319	1,983753	0,107797
55	7,299693	3,819402	1,981002	0,109753
56	7,289558	3,878634	1,978252	0,111455
57	7,279423	3,941426	1,975501	0,113259
58	7,269288	4,03693	1,972751	0,116004
59	7,259153	4,066296	1,97	0,116848
60	7,249018	4,08668	1,96725	0,117433
61	7,238883	4,123803	1,964499	0,1185
62	7,228748	4,178748	1,961749	0,120079
63	7,218612	4,195801	1,958998	0,120569
64	7,208477	4,222763	1,956248	0,121344
65	7,198342	4,259718	1,953497	0,122406
66	7,188207	4,288207	1,950747	0,123224

67	7,178072	4,292358	1,947997	0,123344
68	7,167937	4,303651	1,945246	0,123668
69	7,157802	4,307802	1,942496	0,123787
70	7,147667	4,319095	1,939745	0,124112
71	7,137532	4,323246	1,936995	0,124231
72	7,127396	4,313111	1,934244	0,12394
73	7,117261	4,302976	1,931494	0,123649
74	7,107126	4,299983	1,928743	0,123563
75	7,096991	4,296991	1,925993	0,123477
76	7,086856	4,279713	1,923242	0,12298
77	7,076721	4,276721	1,920492	0,122894
78	7,066586	4,2523	1,917741	0,122193
79	7,056451	4,231451	1,914991	0,121593
80	7,046316	4,204197	1,91224	0,12081
81	7,03618	4,197847	1,90949	0,120628
82	7,026045	4,204617	1,906739	0,120822
83	7,01591	4,177169	1,903989	0,120034
84	7,005775	4,176957	1,901238	0,120028
85	6,99564	4,16633	1,898488	0,119722
86	6,985505	4,162698	1,895737	0,119618
87	6,97537	4,153695	1,892987	0,119359
88	6,965235	4,12952	1,890236	0,118664
89	6,9551	4,112242	1,887486	0,118168
90	6,944965	4,002777	1,884735	0,115022
91	6,934829	3,733587	1,881985	0,107287
92	6,924694	3,705456	1,879234	0,106479
93	6,914559	3,496961	1,876484	0,100487
94	6,904424	3,315206	1,873734	0,095265
95	6,894289	3,218349	1,870983	0,092481
96	6,884154	3,178959	1,868233	0,091349
97	6,874019	3,108458	1,865482	0,089323
98	6,863884	3,035312	1,862732	0,087222
99	6,853749	3,003749	1,859981	0,086315
100	6,843613	2,897899	1,857231	0,083273
101	6,833478	2,768492	1,85448	0,079554
102	6,823343	2,623343	1,85173	0,075383
103	6,813208	2,576663	1,848979	0,074042
104	6,803073	2,418271	1,846229	0,069491
105	6,792938	2,293224	1,843478	0,065897

106	6,782803	2,224561	1,840728	0,063924
107	6,772668	2,159999	1,837977	0,062069
108	6,762533	1,854559	1,835227	0,053292
109	6,752397	1,753985	1,832476	0,050402
110	6,742262	1,735691	1,829726	0,049876
111	6,732127	1,530396	1,826975	0,043977
112	6,721992	1,432045	1,824225	0,041151
113	6,711857	1,347141	1,821474	0,038711
114	6,701722	1,315137	1,818724	0,037791
115	6,691587	1,240937	1,815973	0,035659
116	6,681452	1,15288	1,813223	0,033129
117	6,671317	1,114174	1,810472	0,032016
118	6,661181	1,040943	1,807722	0,029912
119	6,651046	0,909332	1,804971	0,02613
120	6,640911	0,824977	1,802221	0,023706
121	6,630776	0,813265	1,79947	0,02337
122	6,620641	0,805583	1,79672	0,023149
123	6,610506	0,782631	1,79397	0,022489
124	6,600371	0,754656	1,791219	0,021686
125	6,590236	0,722306	1,788469	0,020756
126	6,580101	0,685931	1,785718	0,019711
127	6,569965	0,648957	1,782968	0,018648
128	6,55983	0,612116	1,780217	0,01759
129	6,549695	0,542552	1,777467	0,015591
130	6,53956	0,525274	1,774716	0,015094
131	6,529425	0,472282	1,771966	0,013571
132	6,51929	0,447861	1,769215	0,01287
133	6,509155	0,430583	1,766465	0,012373
134	6,49902	0,413305	1,763714	0,011877
135	6,488885	0,388885	1,760964	0,011175

Tabel 2. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 15$ menit

$i=1,2,3,\dots$	ξ_i (cm)	δ_i (cm)	Y_i (cm)	$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ (cm ⁻¹)
1	7,846989305	0,518417877	2,129528	0,014897
2	7,836854195	0,515425624	2,126778	0,014811
3	7,826719085	0,526719085	2,124027	0,015136
4	7,816583975	0,538012546	2,121277	0,01546
5	7,806448865	0,557877436	2,118526	0,016031
6	7,796313755	0,574885183	2,115776	0,01652
7	7,786178645	0,571892931	2,113025	0,016434
8	7,776043535	0,61175782	2,110275	0,017579
9	7,765908425	0,615908425	2,107524	0,017699
10	7,755773315	0,627201886	2,104774	0,018023
11	7,745638204	0,667066776	2,102024	0,019169
12	7,735503094	0,67121738	2,099273	0,019288
13	7,725367984	0,696796556	2,096523	0,020023
14	7,715232874	0,715232874	2,093772	0,020553
15	7,705097764	0,759383478	2,091022	0,021821
16	7,694962654	0,810268777	2,088271	0,023284
17	7,684827544	0,863398973	2,085521	0,02481
18	7,674692434	0,941018965	2,08277	0,027041
19	7,664557324	1,015136474	2,08002	0,029171
20	7,654422214	1,047279357	2,077269	0,030094
21	7,644287104	1,058572818	2,074519	0,030419
22	7,634151994	1,083024174	2,071768	0,031121
23	7,624016883	1,152588312	2,069018	0,03312
24	7,613881773	1,171024631	2,066267	0,03365
25	7,603746663	1,247556187	2,063517	0,035849
26	7,593611553	1,307897268	2,060766	0,037583
27	7,583476443	1,326333586	2,058016	0,038113
28	7,573341333	1,366198476	2,055265	0,039259
29	7,563206223	1,458078018	2,052515	0,041899
30	7,553071113	1,524499684	2,049764	0,043807
31	7,542936003	1,578650289	2,047014	0,045364
32	7,532800893	1,590283886	2,044263	0,045698
33	7,522665783	1,635318844	2,041513	0,046992
34	7,512530673	1,662314222	2,038762	0,047768
35	7,502395562	1,72014448	2,036012	0,049429

36	7,492260452	1,802081881	2,033261	0,051784
37	7,482125342	1,860696771	2,030511	0,053468
38	7,471990232	1,900561661	2,027761	0,054614
39	7,461855122	1,954712265	2,02501	0,05617
40	7,451720012	1,986005726	2,02226	0,057069
41	7,441584902	2,041584902	2,019509	0,058666
42	7,431449792	2,067164078	2,016759	0,059401
43	7,421314682	2,128132864	2,014008	0,061153
44	7,411179572	2,18910165	2,011258	0,062905
45	7,401044462	2,208187319	2,008507	0,063454
46	7,390909352	2,290909352	2,005757	0,065831
47	7,380774241	2,316488527	2,003006	0,066566
48	7,370639131	2,334924846	2,000256	0,067096
49	7,360504021	2,38907545	1,997505	0,068652
50	7,350368911	2,471797483	1,994755	0,071029
51	7,340233801	2,46880523	1,992004	0,070943
52	7,330098691	2,507479643	1,989254	0,072054
53	7,319963581	2,561824046	1,986503	0,073616
54	7,309828471	2,602685614	1,983753	0,07479
55	7,299693361	2,621121932	1,981002	0,07532
56	7,289558251	2,639558251	1,978252	0,075849
57	7,279423141	2,643708855	1,975501	0,075969
58	7,269288031	2,655002316	1,972751	0,076293
59	7,25915292	2,666295778	1,97	0,076618
60	7,24901781	2,684732096	1,96725	0,077147
61	7,2388827	2,703168415	1,964499	0,077677
62	7,22874759	2,72874759	1,961749	0,078412
63	7,21861248	2,754326766	1,958998	0,079147
64	7,20847737	2,765620227	1,956248	0,079472
65	7,19834226	2,769770831	1,953497	0,079591
66	7,18820715	2,766778578	1,950747	0,079505
67	7,17807204	2,77807204	1,947997	0,07983
68	7,16793693	2,789365501	1,945246	0,080154
69	7,15780182	2,786373248	1,942496	0,080068
70	7,14766671	2,79766671	1,939745	0,080393
71	7,1375316	2,808960171	1,936995	0,080717
72	7,127396489	2,813110775	1,934244	0,080837
73	7,117261379	2,810118522	1,931494	0,080751
74	7,107126269	2,807126269	1,928743	0,080665

75	7,096991159	2,811276873	1,925993	0,080784
76	7,086856049	2,801141763	1,923242	0,080493
77	7,076720939	2,805292368	1,920492	0,080612
78	7,066585829	2,802300115	1,917741	0,080526
79	7,056450719	2,792165005	1,914991	0,080235
80	7,046315609	2,796315609	1,91224	0,080354
81	7,036180499	2,779037642	1,90949	0,079857
82	7,026045389	2,761759674	1,906739	0,079361
83	7,015910279	2,751624564	1,903989	0,07907
84	7,005775168	2,734346597	1,901238	0,078573
85	6,995640058	2,724211487	1,898488	0,078282
86	6,985504948	2,70693352	1,895737	0,077785
87	6,975369838	2,703941267	1,892987	0,077699
88	6,965234728	2,679520442	1,890236	0,076998
89	6,955099618	2,662242475	1,887486	0,076501
90	6,944964508	2,652107365	1,884735	0,07621
91	6,934829398	2,634829398	1,881985	0,075713
92	6,924694288	2,617551431	1,879234	0,075217
93	6,914559178	2,607416321	1,876484	0,074926
94	6,904424068	2,590138353	1,873734	0,074429
95	6,894288958	2,572860386	1,870983	0,073933
96	6,884153847	2,555582419	1,868233	0,073436
97	6,874018737	2,524018737	1,865482	0,072529
98	6,863883627	2,499597913	1,862732	0,071828
99	6,853748517	2,475177089	1,859981	0,071126
100	6,843613407	2,457899121	1,857231	0,070629
101	6,833478297	2,440621154	1,85448	0,070133
102	6,823343187	2,41620033	1,85173	0,069431
103	6,813208077	2,413208077	1,848979	0,069345
104	6,803072967	2,374501538	1,846229	0,068233
105	6,792937857	2,357223571	1,843478	0,067736
106	6,782802747	2,318517032	1,840728	0,066624
107	6,772667637	2,294096208	1,837977	0,065922
108	6,762532526	2,215356447	1,835227	0,06366
109	6,752397416	2,130968845	1,832476	0,061235
110	6,742262306	2,106548021	1,829726	0,060533
111	6,732127196	2,082127196	1,826975	0,059831
112	6,721992086	2,071992086	1,824225	0,05954
113	6,711856976	2,061856976	1,821474	0,059249

114	6,701721866	2,037436152	1,818724	0,058547
115	6,691586756	1,991586756	1,815973	0,05723
116	6,681451646	1,889614911	1,813223	0,054299
117	6,671316536	1,857030821	1,810472	0,053363
118	6,661181426	1,839752854	1,807722	0,052866
119	6,651046316	1,808189173	1,804971	0,051959
120	6,640911205	1,769482634	1,802221	0,050847
121	6,630776095	1,680776095	1,79947	0,048298
122	6,620640985	1,613498128	1,79672	0,046365
123	6,610505875	1,627172542	1,79397	0,046758
124	6,600370765	1,566085051	1,791219	0,045002
125	6,590235655	1,511664226	1,788469	0,043439
126	6,580100545	1,487243402	1,785718	0,042737
127	6,569965435	1,462822578	1,782968	0,042035
128	6,559830325	1,431258896	1,780217	0,041128
129	6,549695215	1,406838072	1,777467	0,040426
130	6,539560105	1,368131533	1,774716	0,039314
131	6,529424995	1,329424995	1,771966	0,038202
132	6,519289884	1,30500417	1,769215	0,0375
133	6,509154774	1,232011917	1,766465	0,035403
134	6,499019664	1,15917004	1,763714	0,033309
135	6,488884554	1,079063126	1,760964	0,031008
136	6,478749444	1,057320873	1,758213	0,030383
137	6,468614334	1,040042905	1,755463	0,029886
138	6,458479224	1,001336367	1,752712	0,028774
139	6,448344114	0,960032426	1,749962	0,027587
140	6,438209004	0,928545138	1,747211	0,026682
141	6,428073894	0,878073894	1,744461	0,025232
142	6,417938784	0,832224498	1,74171	0,023914
143	6,407803674	0,800660816	1,73896	0,023007
144	6,397668563	0,769097135	1,736209	0,0221
145	6,387533453	0,730390596	1,733459	0,020988
146	6,377398343	0,705969772	1,730708	0,020286
147	6,367263233	0,67440609	1,727958	0,019379
148	6,357128123	0,657128123	1,725207	0,018883
149	6,346993013	0,646993013	1,722457	0,018592
150	6,336857903	0,622572189	1,719707	0,01789
151	6,326722793	0,576722793	1,716956	0,016572
152	6,316587683	0,545159111	1,714206	0,015665

153	6,306452573	0,535024001	1,711455	0,015374
154	6,296317463	0,510603177	1,708705	0,014673
155	6,286182353	0,479039495	1,705954	0,013766
156	6,276047242	0,461761528	1,703204	0,013269
157	6,265912132	0,437340704	1,700453	0,012567
158	6,255777022	0,427205594	1,697703	0,012276
159	6,245641912	0,402784769	1,694952	0,011574
160	6,235506802	0,385506802	1,692202	0,011078
161	6,225371692	0,361085978	1,689451	0,010376
162	6,215236582	0,336665153	1,686701	0,009674
163	6,205101472	0,326530043	1,68395	0,009383
164	6,194966362	0,309252076	1,6812	0,008887

Tabel 3. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 25$ menit

$i=1,2,3,\dots$	ξ_i (cm)	δ_i (cm)	Y_i (cm)	$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ (cm ⁻¹)
1	7,88753	0,558958	2,14053	0,016062
2	7,877395	0,555966	2,13778	0,015976
3	7,86726	0,545831	2,135029	0,015685
4	7,857124	0,55698	2,132279	0,016005
5	7,846989	0,554132	2,129528	0,015923
6	7,836854	0,55114	2,126778	0,015837
7	7,826719	0,555291	2,124027	0,015957
8	7,816584	0,58087	2,121277	0,016692
9	7,806449	0,592163	2,118526	0,017016
10	7,796314	0,610599	2,115776	0,017546
11	7,786179	0,650464	2,113025	0,018692
12	7,776044	0,647472	2,110275	0,018606
13	7,765908	0,673051	2,107524	0,019341
14	7,755773	0,691488	2,104774	0,01987
15	7,745638	0,702781	2,102024	0,020195
16	7,735503	0,721217	2,099273	0,020725
17	7,725368	0,739654	2,096523	0,021254
18	7,715233	0,779519	2,093772	0,0224
19	7,705098	0,876526	2,091022	0,025188
20	7,694963	0,873534	2,088271	0,025102
21	7,684828	0,923399	2,085521	0,026534

22	7,674692	0,932407	2,08277	0,026793
23	7,664557	1,000272	2,08002	0,028743
24	7,654422	1,025851	2,077269	0,029478
25	7,644287	1,05143	2,074519	0,030214
26	7,634152	1,062723	2,071768	0,030538
27	7,624017	1,195445	2,069018	0,034352
28	7,613882	1,218644	2,066267	0,035018
29	7,603747	1,232847	2,063517	0,035427
30	7,593612	1,243612	2,060766	0,035736
31	7,583476	1,290619	2,058016	0,037087
32	7,573341	1,323341	2,055265	0,038027
33	7,563206	1,413206	2,052515	0,040609
34	7,553071	1,438785	2,049764	0,041344
35	7,542936	1,492516	2,047014	0,042888
36	7,532801	1,532801	2,044263	0,044046
37	7,522666	1,55838	2,041513	0,044781
38	7,512531	1,583959	2,038762	0,045516
39	7,502396	1,595253	2,036012	0,045841
40	7,49226	1,613689	2,033261	0,04637
41	7,482125	1,653554	2,030511	0,047516
42	7,47199	1,693419	2,027761	0,048661
43	7,461855	1,711855	2,02501	0,049191
44	7,45172	1,758863	2,02226	0,050542
45	7,441585	1,798728	2,019509	0,051688
46	7,43145	1,845736	2,016759	0,053038
47	7,421315	1,864172	2,014008	0,053568
48	7,41118	1,882608	2,011258	0,054098
49	7,401044	1,836759	2,008507	0,05278
50	7,390909	1,998052	2,005757	0,057415
51	7,380774	2,009346	2,003006	0,05774
52	7,370639	2,008139	2,000256	0,057705
53	7,360504	2,017647	1,997505	0,057978
54	7,350369	2,021797	1,994755	0,058098
55	7,340234	2,047377	1,992004	0,058833
56	7,330099	2,062242	1,989254	0,05926
57	7,319964	2,105678	1,986503	0,060508
58	7,309828	2,116971	1,983753	0,060833
59	7,299693	2,128265	1,981002	0,061157
60	7,289558	2,139558	1,978252	0,061482

61	7,279423	2,143709	1,975501	0,061601
62	7,269288	2,155002	1,972751	0,061925
63	7,259153	2,159153	1,97	0,062045
64	7,249018	2,177589	1,96725	0,062574
65	7,238883	2,210311	1,964499	0,063515
66	7,228748	2,221605	1,961749	0,063839
67	7,218612	2,225755	1,958998	0,063958
68	7,208477	2,222763	1,956248	0,063873
69	7,198342	2,226914	1,953497	0,063992
70	7,188207	2,231064	1,950747	0,064111
71	7,178072	2,228072	1,947997	0,064025
72	7,167937	2,232223	1,945246	0,064144
73	7,157802	2,236373	1,942496	0,064264
74	7,147667	2,247667	1,939745	0,064588
75	7,137532	2,244674	1,936995	0,064502
76	7,127396	2,248825	1,934244	0,064621
77	7,117261	2,245833	1,931494	0,064535
78	7,107126	2,249983	1,928743	0,064655
79	7,096991	2,254134	1,925993	0,064774
80	7,086856	2,258285	1,923242	0,064893
81	7,076721	2,255292	1,920492	0,064807
82	7,066586	2,2523	1,917741	0,064721
83	7,056451	2,256451	1,914991	0,064841
84	7,046316	2,253458	1,91224	0,064755
85	7,03618	2,250466	1,90949	0,064669
86	7,026045	2,247474	1,906739	0,064583
87	7,01591	2,237339	1,903989	0,064291
88	7,005775	2,234347	1,901238	0,064205
89	6,99564	2,238497	1,898488	0,064325
90	6,985505	2,228362	1,895737	0,064033
91	6,97537	2,22537	1,892987	0,063947
92	6,965235	2,215235	1,890236	0,063656
93	6,9551	2,2051	1,887486	0,063365
94	6,944965	2,20925	1,884735	0,063484
95	6,934829	2,199115	1,881985	0,063193
96	6,924694	2,196123	1,879234	0,063107
97	6,914559	2,193131	1,876484	0,063021
98	6,904424	2,182995	1,873734	0,06273
99	6,894289	2,180003	1,870983	0,062644

100	6,884154	2,169868	1,868233	0,062353
101	6,874019	2,166876	1,865482	0,062267
102	6,863884	2,163884	1,862732	0,062181
103	6,853749	2,153749	1,859981	0,061889
104	6,843613	2,136471	1,857231	0,061393
105	6,833478	2,119193	1,85448	0,060896
106	6,823343	2,094772	1,85173	0,060195
107	6,813208	2,063208	1,848979	0,059288
108	6,803073	2,04593	1,846229	0,058791
109	6,792938	2,021509	1,843478	0,058089
110	6,782803	1,997088	1,840728	0,057388
111	6,772668	1,97981	1,837977	0,056891
112	6,762533	1,948247	1,835227	0,055984
113	6,752397	1,945255	1,832476	0,055898
114	6,742262	1,935119	1,829726	0,055607
115	6,732127	1,896413	1,826975	0,054495
116	6,721992	1,871992	1,824225	0,053793
117	6,711857	1,854714	1,821474	0,053296
118	6,701722	1,830293	1,818724	0,052595
119	6,691587	1,805872	1,815973	0,051893
120	6,681452	1,788595	1,813223	0,051396
121	6,671317	1,771317	1,810472	0,0509
122	6,661181	1,746896	1,807722	0,050198
123	6,651046	1,729618	1,804971	0,049702
124	6,640911	1,698054	1,802221	0,048795
125	6,630776	1,680776	1,79947	0,048298
126	6,620641	1,663498	1,79672	0,047802
127	6,610506	1,653363	1,79397	0,04751
128	6,600371	1,600371	1,791219	0,045988
129	6,590236	1,573093	1,788469	0,045204
130	6,580101	1,544386	1,785718	0,044379
131	6,569965	1,512823	1,782968	0,043472
132	6,55983	1,502687	1,780217	0,043181
133	6,549695	1,463981	1,777467	0,042068
134	6,53956	1,43956	1,774716	0,041367
135	6,529425	1,422282	1,771966	0,04087
136	6,51929	1,397861	1,769215	0,040168
137	6,509155	1,359155	1,766465	0,039056
138	6,49902	1,341877	1,763714	0,03856

139	6,488885	1,310313	1,760964	0,037653
140	6,478749	1,285892	1,758213	0,036951
141	6,468614	1,268614	1,755463	0,036454
142	6,458479	1,237051	1,752712	0,035547
143	6,448344	1,226916	1,749962	0,035256
144	6,438209	1,202495	1,747211	0,034554
145	6,428074	1,179094	1,744461	0,033882
146	6,417939	1,131126	1,74171	0,032504
147	6,407804	1,115967	1,73896	0,032068
148	6,397669	1,011954	1,736209	0,029079
149	6,387533	0,990131	1,733459	0,028452
150	6,377398	0,948827	1,730708	0,027265
151	6,367263	0,931549	1,727958	0,026769
152	6,357128	0,914271	1,725207	0,026272
153	6,346993	0,891993	1,722457	0,025632
154	6,336858	0,853865	1,719707	0,024536
155	6,326723	0,833866	1,716956	0,023962
156	6,316588	0,823731	1,714206	0,02367
157	6,306453	0,806453	1,711455	0,023174
158	6,296317	0,789175	1,708705	0,022677
159	6,286182	0,757611	1,705954	0,02177
160	6,276047	0,740333	1,703204	0,021274
161	6,265912	0,708769	1,700453	0,020367
162	6,255777	0,698634	1,697703	0,020076
163	6,245642	0,700999	1,694952	0,020144
164	6,235507	0,674162	1,692202	0,019372
165	6,225372	0,668229	1,689451	0,019202
166	6,215237	0,642127	1,686701	0,018452
167	6,205101	0,597959	1,68395	0,017183
168	6,194966	0,573538	1,6812	0,016481
169	6,184831	0,563403	1,678449	0,01619
170	6,174696	0,546125	1,675699	0,015693
171	6,164561	0,521704	1,672948	0,014991
172	6,154426	0,504426	1,670198	0,014495
173	6,144291	0,501434	1,667447	0,014409
174	6,134156	0,491299	1,664697	0,014118
175	6,124021	0,474021	1,661946	0,013621
176	6,113885	0,4496	1,659196	0,01292
177	6,10375	0,432322	1,656445	0,012423

178	6,093615	0,407901	1,653695	0,011721
179	6,08348	0,397766	1,650944	0,01143
180	6,073345	0,387631	1,648194	0,011139
181	6,06321	0,370353	1,645443	0,010642

Tabel 4. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 35$ menit

$i=1,2,3,\dots$	ξ_i (cm)	δ_i (cm)	Y_i (cm)	$\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ (cm ⁻¹)
1	7,836854	0,522568	2,126778	0,015016
2	7,826719	0,533862	2,124027	0,015341
3	7,816584	0,53087	2,121277	0,015255
4	7,806449	0,527877	2,118526	0,015169
5	7,796314	0,532028	2,115776	0,015288
6	7,786179	0,536179	2,113025	0,015407
7	7,776044	0,561758	2,110275	0,016142
8	7,765908	0,609606	2,107524	0,017517
9	7,755773	0,610238	2,104774	0,017536
10	7,745638	0,653257	2,102024	0,018772
11	7,735503	0,642646	2,099273	0,018467
12	7,725368	0,632511	2,096523	0,018176
13	7,715233	0,70809	2,093772	0,020347
14	7,705098	0,740812	2,091022	0,021288
15	7,694963	0,780677	2,088271	0,022433
16	7,684828	0,806256	2,085521	0,023168
17	7,674692	0,838978	2,08277	0,024109
18	7,664557	0,896888	2,08002	0,025773
19	7,654422	0,941279	2,077269	0,027048
20	7,644287	0,944287	2,074519	0,027135
21	7,634152	0,969866	2,071768	0,02787
22	7,624017	0,974017	2,069018	0,027989
23	7,613882	1,084818	2,066267	0,031173
24	7,603747	1,125175	2,063517	0,032333
25	7,593612	1,129326	2,060766	0,032452
26	7,583476	1,162048	2,058016	0,033392
27	7,573341	1,202442	2,055265	0,034553
28	7,563206	1,277492	2,052515	0,03671
29	7,553071	1,295928	2,049764	0,037239
30	7,542936	1,32865	2,047014	0,03818

31	7,532801	1,332801	2,044263	0,038299
32	7,522666	1,379809	2,041513	0,03965
33	7,512531	1,426816	2,038762	0,041
34	7,502396	1,452396	2,036012	0,041736
35	7,49226	1,470832	2,033261	0,042265
36	7,482125	1,503554	2,030511	0,043206
37	7,47199	1,514847	2,027761	0,04353
38	7,461855	1,540427	2,02501	0,044265
39	7,45172	1,558863	2,02226	0,044795
40	7,441585	1,584442	2,019509	0,04553
41	7,43145	1,588593	2,016759	0,045649
42	7,421315	1,599886	2,014008	0,045974
43	7,41118	1,618322	2,011258	0,046504
44	7,401044	1,643902	2,008507	0,047239
45	7,390909	1,669481	2,005757	0,047974
46	7,380774	1,687917	2,003006	0,048503
47	7,370639	1,69753	2,000256	0,04878
48	7,360504	1,709484	1,997505	0,049123
49	7,350369	1,714655	1,994755	0,049272
50	7,340234	1,725948	1,992004	0,049596
51	7,330099	1,737242	1,989254	0,049921
52	7,319964	1,762821	1,986503	0,050656
53	7,309828	1,781257	1,983753	0,051186
54	7,299693	1,785408	1,981002	0,051305
55	7,289558	1,796701	1,978252	0,051629
56	7,279423	1,815137	1,975501	0,052159
57	7,269288	1,826431	1,972751	0,052484
58	7,259153	1,830581	1,97	0,052603
59	7,249018	1,827589	1,96725	0,052517
60	7,238883	1,838883	1,964499	0,052841
61	7,228748	1,864462	1,961749	0,053576
62	7,218612	1,86147	1,958998	0,053491
63	7,208477	1,86562	1,956248	0,05361
64	7,198342	1,876914	1,953497	0,053934
65	7,188207	1,888207	1,950747	0,054259
66	7,178072	1,892358	1,947997	0,054378
67	7,167937	1,896508	1,945246	0,054497
68	7,157802	1,907802	1,942496	0,054822
69	7,147667	1,897667	1,939745	0,054531

70	7,137532	1,901817	1,936995	0,05465
71	7,127396	1,905968	1,934244	0,054769
72	7,117261	1,910119	1,931494	0,054888
73	7,107126	1,907126	1,928743	0,054802
74	7,096991	1,904134	1,925993	0,054716
75	7,086856	1,915427	1,923242	0,055041
76	7,076721	1,919578	1,920492	0,05516
77	7,066586	1,909443	1,917741	0,054869
78	7,056451	1,913594	1,914991	0,054988
79	7,046316	1,917744	1,91224	0,055108
80	7,03618	1,921895	1,90949	0,055227
81	7,026045	1,91176	1,906739	0,054936
82	7,01591	1,91591	1,903989	0,055055
83	7,005775	1,912918	1,901238	0,054969
84	6,99564	1,909926	1,898488	0,054883
85	6,985505	1,906934	1,895737	0,054797
86	6,97537	1,911084	1,892987	0,054916
87	6,965235	1,900949	1,890236	0,054625
88	6,9551	1,890814	1,887486	0,054334
89	6,944965	1,887822	1,884735	0,054248
90	6,934829	1,877687	1,881985	0,053957
91	6,924694	1,874694	1,879234	0,053871
92	6,914559	1,878845	1,876484	0,05399
93	6,904424	1,86871	1,873734	0,053699
94	6,894289	1,851432	1,870983	0,053202
95	6,884154	1,855582	1,868233	0,053321
96	6,874019	1,838304	1,865482	0,052825
97	6,863884	1,828169	1,862732	0,052534
98	6,853749	1,825177	1,859981	0,052448
99	6,843613	1,815042	1,857231	0,052156
100	6,833478	1,81205	1,85448	0,05207
101	6,823343	1,809057	1,85173	0,051984
102	6,813208	1,806065	1,848979	0,051898
103	6,803073	1,79593	1,846229	0,051607
104	6,792938	1,792938	1,843478	0,051521
105	6,782803	1,782803	1,840728	0,05123
106	6,772668	1,77981	1,837977	0,051144
107	6,762533	1,769675	1,835227	0,050853
108	6,752397	1,75954	1,832476	0,050562

109	6,742262	1,742262	1,829726	0,050065
110	6,732127	1,732127	1,826975	0,049774
111	6,721992	1,721992	1,824225	0,049483
112	6,711857	1,704714	1,821474	0,048986
113	6,701722	1,694579	1,818724	0,048695
114	6,691587	1,684444	1,815973	0,048404
115	6,681452	1,667166	1,813223	0,047907
116	6,671317	1,649888	1,810472	0,047411
117	6,661181	1,63261	1,807722	0,046914
118	6,651046	1,615332	1,804971	0,046418
119	6,640911	1,605197	1,802221	0,046126
120	6,630776	1,602205	1,79947	0,04604
121	6,620641	1,570641	1,79672	0,045133
122	6,610506	1,553363	1,79397	0,044637
123	6,600371	1,528942	1,791219	0,043935
124	6,590236	1,511664	1,788469	0,043439
125	6,580101	1,487243	1,785718	0,042737
126	6,569965	1,469965	1,782968	0,04224
127	6,55983	1,452687	1,780217	0,041744
128	6,549695	1,427076	1,777467	0,041008
129	6,53956	1,418132	1,774716	0,040751
130	6,529425	1,400854	1,771966	0,040254
131	6,51929	1,390718	1,769215	0,039963
132	6,509155	1,37344	1,766465	0,039467
133	6,49902	1,34902	1,763714	0,038765
134	6,488885	1,324599	1,760964	0,038063
135	6,478749	1,300178	1,758213	0,037361
136	6,468614	1,2829	1,755463	0,036865
137	6,458479	1,265622	1,752712	0,036368
138	6,448344	1,255487	1,749962	0,036077
139	6,438209	1,231066	1,747211	0,035375
140	6,428074	1,213788	1,744461	0,034879
141	6,417939	1,19651	1,74171	0,034382
142	6,407804	1,179232	1,73896	0,033886
143	6,397669	1,161954	1,736209	0,033389
144	6,387533	1,123248	1,733459	0,032277
145	6,377398	1,10597	1,730708	0,031781
146	6,367263	1,081549	1,727958	0,031079
147	6,357128	1,064271	1,725207	0,030582

148	6,346993	1,054136	1,722457	0,030291
149	6,336858	1,044001	1,719707	0,03
150	6,326723	1,01958	1,716956	0,029298
151	6,316588	0,995159	1,714206	0,028597
152	6,306453	0,970738	1,711455	0,027895
153	6,296317	0,95346	1,708705	0,027398
154	6,286182	0,936182	1,705954	0,026902
155	6,276047	0,918904	1,703204	0,026405
156	6,265912	0,901626	1,700453	0,025909
157	6,255777	0,884348	1,697703	0,025412
158	6,245642	0,86707	1,694952	0,024916
159	6,235507	0,849793	1,692202	0,024419
160	6,225372	0,839657	1,689451	0,024128
161	6,215237	0,815237	1,686701	0,023426
162	6,205101	0,805101	1,68395	0,023135
163	6,194966	0,780681	1,6812	0,022433
164	6,184831	0,75626	1,678449	0,021732
165	6,174696	0,738982	1,675699	0,021235
166	6,164561	0,707418	1,672948	0,020328
167	6,154426	0,697283	1,670198	0,020037
168	6,144291	0,672862	1,667447	0,019335
169	6,134156	0,66987	1,664697	0,019249
170	6,124021	0,638306	1,661946	0,018342
171	6,113885	0,606743	1,659196	0,017435
172	6,10375	0,582322	1,656445	0,016733
173	6,093615	0,572187	1,653695	0,016442
174	6,08348	0,547766	1,650944	0,01574
175	6,073345	0,537631	1,648194	0,015449
176	6,06321	0,520353	1,645443	0,014953
177	6,053075	0,510218	1,642693	0,014661
178	6,04294	0,500083	1,639943	0,01437
179	6,032805	0,482805	1,637192	0,013874
180	6,022669	0,472669	1,634442	0,013582
181	6,012534	0,462534	1,631691	0,013291
182	6,002399	0,452399	1,628941	0,013
183	5,992264	0,442264	1,62619	0,012709
184	5,982129	0,432129	1,62344	0,012418
185	5,971994	0,414851	1,620689	0,011921
186	5,961859	0,404716	1,617939	0,01163

187	5,951724	0,394581	1,615188	0,011339
188	5,941589	0,384446	1,612438	0,011047
189	5,931453	0,374311	1,609687	0,010756
190	5,921318	0,364176	1,606937	0,010465
191	5,911183	0,361183	1,604186	0,010379
192	5,901048	0,351048	1,601436	0,010088
193	5,890913	0,340913	1,598685	0,009796
194	5,880778	0,330778	1,595935	0,009505
195	5,870643	0,320643	1,593184	0,009214
196	5,860508	0,317651	1,590434	0,009128
197	5,850373	0,300373	1,587683	0,008631
198	5,840238	0,290238	1,584933	0,00834
199	5,830102	0,280102	1,582182	0,008049
200	5,819967	0,27711	1,579432	0,007963
201	5,809832	0,266975	1,576681	0,007672
202	5,799697	0,25684	1,573931	0,00738
203	5,789562	0,246705	1,57118	0,007089
204	5,779427	0,23657	1,56843	0,006798
205	5,769292	0,233577	1,56568	0,006712
206	5,759157	0,230585	1,562929	0,006626
207	5,749022	0,22045	1,560179	0,006335
208	5,738886	0,217458	1,557428	0,006249
209	5,728751	0,214466	1,554678	0,006163
210	5,718616	0,20433	1,551927	0,005872
211	5,708481	0,194195	1,549177	0,00558

Tabel 5. Data penelitian ξ_i , δ_i , $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$, dan Y_i untuk $t = 45$ menit

$i=1,2,3,\dots$	ξ_i (cm)	δ_i (cm)	Y_i (cm)	$\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ (cm ⁻¹)
1	7,846989	0,518418	2,129528	0,014897
2	7,836854	0,529711	2,126778	0,015222
3	7,826719	0,526719	2,124027	0,015136
4	7,816584	0,523727	2,121277	0,01505
5	7,806449	0,506449	2,118526	0,014553
6	7,796314	0,546314	2,115776	0,015699
7	7,786179	0,557607	2,113025	0,016023
8	7,776044	0,560805	2,110275	0,016115

9	7,765908	0,580194	2,107524	0,016672
10	7,755773	0,584345	2,104774	0,016792
11	7,745638	0,588495	2,102024	0,016911
12	7,735503	0,585503	2,099273	0,016825
13	7,725368	0,596797	2,096523	0,017149
14	7,715233	0,643804	2,093772	0,0185
15	7,705098	0,669383	2,091022	0,019235
16	7,694963	0,694963	2,088271	0,01997
17	7,684828	0,727685	2,085521	0,02091
18	7,674692	0,753264	2,08277	0,021646
19	7,664557	0,764557	2,08002	0,02197
20	7,654422	0,782994	2,077269	0,0225
21	7,644287	0,815716	2,074519	0,02344
22	7,634152	0,827009	2,071768	0,023765
23	7,624017	0,88116	2,069018	0,025321
24	7,613882	0,906739	2,066267	0,026056
25	7,603747	0,966032	2,063517	0,02776
26	7,593612	0,993612	2,060766	0,028552
27	7,583476	1,047762	2,058016	0,030108
28	7,573341	1,066198	2,055265	0,030638
29	7,563206	1,120349	2,052515	0,032194
30	7,553071	1,145928	2,049764	0,032929
31	7,542936	1,17865	2,047014	0,033869
32	7,532801	1,211372	2,044263	0,03481
33	7,522666	1,20838	2,041513	0,034724
34	7,512531	1,233959	2,038762	0,035459
35	7,502396	1,252396	2,036012	0,035988
36	7,49226	1,284097	2,033261	0,036899
37	7,482125	1,303554	2,030511	0,037458
38	7,47199	1,32199	2,027761	0,037988
39	7,461855	1,361855	2,02501	0,039134
40	7,45172	1,380291	2,02226	0,039664
41	7,441585	1,391585	2,019509	0,039988
42	7,43145	1,402878	2,016759	0,040313
43	7,421315	1,421315	2,014008	0,040842
44	7,41118	1,439751	2,011258	0,041372
45	7,401044	1,443902	2,008507	0,041491
46	7,390909	1,455195	2,005757	0,041816
47	7,380774	1,473631	2,003006	0,042346

48	7,370639	1,492068	2,000256	0,042876
49	7,360504	1,489075	1,997505	0,04279
50	7,350369	1,514655	1,994755	0,043525
51	7,340234	1,511662	1,992004	0,043439
52	7,330099	1,544384	1,989254	0,044379
53	7,319964	1,541392	1,986503	0,044293
54	7,309828	1,559828	1,983753	0,044823
55	7,299693	1,556836	1,981002	0,044737
56	7,289558	1,56813	1,978252	0,045061
57	7,279423	1,586566	1,975501	0,045591
58	7,269288	1,597859	1,972751	0,045916
59	7,259153	1,609153	1,97	0,04624
60	7,249018	1,613304	1,96725	0,046359
61	7,238883	1,617454	1,964499	0,046479
62	7,228748	1,614462	1,961749	0,046393
63	7,218612	1,624735	1,958998	0,046688
64	7,208477	1,629906	1,956248	0,046836
65	7,198342	1,641199	1,953497	0,047161
66	7,188207	1,64535	1,950747	0,04728
67	7,178072	1,656643	1,947997	0,047605
68	7,167937	1,660794	1,945246	0,047724
69	7,157802	1,664945	1,942496	0,047843
70	7,147667	1,676238	1,939745	0,048168
71	7,137532	1,673246	1,936995	0,048082
72	7,127396	1,670254	1,934244	0,047996
73	7,117261	1,674404	1,931494	0,048115
74	7,107126	1,671412	1,928743	0,048029
75	7,096991	1,675563	1,925993	0,048148
76	7,086856	1,679713	1,923242	0,048268
77	7,076721	1,683864	1,920492	0,048387
78	7,066586	1,688014	1,917741	0,048506
79	7,056451	1,692165	1,914991	0,048625
80	7,046316	1,689173	1,91224	0,048539
81	7,03618	1,700466	1,90949	0,048864
82	7,026045	1,697474	1,906739	0,048778
83	7,01591	1,701625	1,903989	0,048897
84	7,005775	1,691489	1,901238	0,048606
85	6,99564	1,69564	1,898488	0,048725
86	6,985505	1,685505	1,895737	0,048434

87	6,97537	1,689656	1,892987	0,048553
88	6,965235	1,686663	1,890236	0,048467
89	6,9551	1,683671	1,887486	0,048381
90	6,944965	1,673536	1,884735	0,04809
91	6,934829	1,677687	1,881985	0,048209
92	6,924694	1,674694	1,879234	0,048123
93	6,914559	1,671702	1,876484	0,048037
94	6,904424	1,661567	1,873734	0,047746
95	6,894289	1,658575	1,870983	0,04766
96	6,884154	1,64844	1,868233	0,047369
97	6,874019	1,65259	1,865482	0,047488
98	6,863884	1,649598	1,862732	0,047402
99	6,853749	1,63232	1,859981	0,046906
100	6,843613	1,636471	1,857231	0,047025
101	6,833478	1,626335	1,85448	0,046734
102	6,823343	1,6162	1,85173	0,046443
103	6,813208	1,620351	1,848979	0,046562
104	6,803073	1,610216	1,846229	0,046271
105	6,792938	1,614366	1,843478	0,04639
106	6,782803	1,604231	1,840728	0,046099
107	6,772668	1,594096	1,837977	0,045807
108	6,762533	1,583961	1,835227	0,045516
109	6,752397	1,580969	1,832476	0,04543
110	6,742262	1,577977	1,829726	0,045344
111	6,732127	1,574984	1,826975	0,045258
112	6,721992	1,557706	1,824225	0,044762
113	6,711857	1,547571	1,821474	0,04447
114	6,701722	1,537436	1,818724	0,044179
115	6,691587	1,527301	1,815973	0,043888
116	6,681452	1,517166	1,813223	0,043597
117	6,671317	1,499888	1,810472	0,0431
118	6,661181	1,489753	1,807722	0,042809
119	6,651046	1,493903	1,804971	0,042928
120	6,640911	1,490911	1,802221	0,042842
121	6,630776	1,463633	1,79947	0,042058
122	6,620641	1,456355	1,79672	0,041849
123	6,610506	1,44622	1,79397	0,041558
124	6,600371	1,428942	1,791219	0,041062
125	6,590236	1,418807	1,788469	0,04077

126	6,580101	1,408672	1,785718	0,040479
127	6,569965	1,398537	1,782968	0,040188
128	6,55983	1,381259	1,780217	0,039691
129	6,549695	1,378267	1,777467	0,039605
130	6,53956	1,375274	1,774716	0,039519
131	6,529425	1,357996	1,771966	0,039023
132	6,51929	1,347861	1,769215	0,038732
133	6,509155	1,330583	1,766465	0,038235
134	6,49902	1,313305	1,763714	0,037739
135	6,488885	1,30317	1,760964	0,037447
136	6,478749	1,293035	1,758213	0,037156
137	6,468614	1,275757	1,755463	0,03666
138	6,458479	1,258479	1,752712	0,036163
139	6,448344	1,234058	1,749962	0,035461
140	6,438209	1,223923	1,747211	0,03517
141	6,428074	1,213788	1,744461	0,034879
142	6,417939	1,19651	1,74171	0,034382
143	6,407804	1,186375	1,73896	0,034091
144	6,397669	1,154811	1,736209	0,033184
145	6,387533	1,137533	1,733459	0,032688
146	6,377398	1,127398	1,730708	0,032397
147	6,367263	1,102978	1,727958	0,031695
148	6,357128	1,099985	1,725207	0,031609
149	6,346993	1,082707	1,722457	0,031112
150	6,336858	1,065429	1,719707	0,030616
151	6,326723	1,055294	1,716956	0,030325
152	6,316588	1,045159	1,714206	0,030033
153	6,306453	1,027881	1,711455	0,029537
154	6,296317	1,00346	1,708705	0,028835
155	6,286182	0,986182	1,705954	0,028339
156	6,276047	0,968904	1,703204	0,027842
157	6,265912	0,958769	1,700453	0,027551
158	6,255777	0,948634	1,697703	0,02726
159	6,245642	0,931356	1,694952	0,026763
160	6,235507	0,914078	1,692202	0,026267
161	6,225372	0,8968	1,689451	0,02577
162	6,215237	0,879522	1,686701	0,025274
163	6,205101	0,869387	1,68395	0,024982
164	6,194966	0,844966	1,6812	0,024281

165	6,184831	0,820546	1,678449	0,023579
166	6,174696	0,796125	1,675699	0,022877
167	6,164561	0,78599	1,672948	0,022586
168	6,154426	0,755446	1,670198	0,021708
169	6,144291	0,729165	1,667447	0,020953
170	6,134156	0,71987	1,664697	0,020686
171	6,124021	0,716878	1,661946	0,0206
172	6,113885	0,671028	1,659196	0,019282
173	6,10375	0,658695	1,656445	0,018928
174	6,093615	0,650758	1,653695	0,0187
175	6,08348	0,640623	1,650944	0,018409
176	6,073345	0,629536	1,648194	0,01809
177	6,06321	0,606067	1,645443	0,017416
178	6,053075	0,603075	1,642693	0,01733
179	6,04294	0,59294	1,639943	0,017038
180	6,032805	0,582805	1,637192	0,016747
181	6,022669	0,558384	1,634442	0,016046
182	6,012534	0,555392	1,631691	0,01596
183	6,002399	0,545256	1,628941	0,015668
184	5,992264	0,520836	1,62619	0,014967
185	5,982129	0,524986	1,62344	0,015086
186	5,971994	0,507708	1,620689	0,014589
187	5,961859	0,502518	1,617939	0,01444
188	5,951724	0,499343	1,615188	0,014349
189	5,941589	0,498731	1,612438	0,014331
190	5,931453	0,480263	1,609687	0,013801
191	5,921318	0,470669	1,606937	0,013525
192	5,911183	0,471183	1,604186	0,01354
193	5,901048	0,443905	1,601436	0,012756
194	5,890913	0,426627	1,598685	0,012259
195	5,880778	0,423635	1,595935	0,012173
196	5,870643	0,4135	1,593184	0,011882
197	5,860508	0,403365	1,590434	0,011591
198	5,850373	0,378944	1,587683	0,010889
199	5,840238	0,368809	1,584933	0,010598
200	5,830102	0,365817	1,582182	0,010512
201	5,819967	0,362824	1,579432	0,010426
202	5,809832	0,345546	1,576681	0,009929
203	5,799697	0,335411	1,573931	0,009638

204	5,789562	0,325276	1,57118	0,009347
205	5,779427	0,329427	1,56843	0,009466
206	5,769292	0,319292	1,56568	0,009175
207	5,759157	0,316299	1,562929	0,009089
208	5,749022	0,306164	1,560179	0,008798
209	5,738886	0,288886	1,557428	0,008301
210	5,728751	0,293037	1,554678	0,008421
211	5,718616	0,290045	1,551927	0,008335
212	5,708481	0,27991	1,549177	0,008043
213	5,698346	0,276917	1,546426	0,007957
214	5,688211	0,266782	1,543676	0,007666
215	5,678076	0,256647	1,540925	0,007375
216	5,667941	0,253655	1,538175	0,007289
217	5,657806	0,250663	1,535424	0,007203
218	5,64767	0,240528	1,532674	0,006912
219	5,637535	0,230392	1,529923	0,00662
220	5,6274	0,220257	1,527173	0,006329
221	5,617265	0,224408	1,524422	0,006449
222	5,60713	0,221416	1,521672	0,006363
223	5,596995	0,211281	1,518921	0,006071
224	5,58686	0,208288	1,516171	0,005985
225	5,576725	0,205296	1,51342	0,005899
226	5,56659	0,195161	1,51067	0,005608
227	5,556454	0,185026	1,507919	0,005317
228	5,546319	0,174891	1,505169	0,005026
229	5,536184	0,171898	1,502418	0,00494
230	5,526049	0,168906	1,499668	0,004854
231	5,515914	0,165914	1,496917	0,004768
232	5,505779	0,155779	1,494167	0,004476

Pada bagian ini disajikan data hasil linearisasi (persamaan 2.8), yaitu $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$

Tabel 6. Data $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 5$ menit

$i = 1,2,3,..$	$(h - Y_i)^2$ (cm ²)	$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$
1	0	2,085611
2	7,57E-06	2,086571
3	7,57E-06	2,087958
4	3,03E-05	2,090311
5	3,03E-05	2,08919
6	6,81E-05	2,091006
7	6,81E-05	2,090154
8	0,000121	2,091702
9	0,000121	2,092781
0	0,000189	2,095731
1	0,000189	2,093749
12	0,000272	2,096431
13	0,000272	2,100414
14	0,000371	2,102157
15	0,000371	2,109128
16	0,000484	2,115533
17	0,000484	2,107072
18	0,000613	2,113534
19	0,000613	2,119606
20	0,000757	2,115046
21	0,000757	2,132842
22	0,000915	2,113434
23	0,000915	2,141884
24	0,001089	2,119984
25	0,001089	2,146885
26	0,001279	2,120034
27	0,001279	2,154133
28	0,001483	2,122582
29	0,001483	2,178075
30	0,001702	2,123454
31	0,001702	2,194134
32	0,001937	2,125619

33	0,001937	2,209523
34	0,002186	2,131456
35	0,002186	2,22751
36	0,002451	2,135649
37	0,002451	2,249679
38	0,002731	2,162629
39	0,002731	2,315988
40	0,003026	2,232248
41	0,003026	2,415721
42	0,003336	2,239811
43	0,003336	2,500756
44	0,003662	2,297723
45	0,003662	2,577222
46	0,004002	2,351098
47	0,004002	2,609152
48	0,004358	2,380749
49	0,004358	2,614638
50	0,004728	2,393064
51	0,004728	2,652531
52	0,005114	2,415491
53	0,005114	2,760361
54	0,005515	2,439303
55	0,005515	2,803278
56	0,005931	2,449756
57	0,005931	2,859414
58	0,006362	2,485631
59	0,006362	2,895149
60	0,006809	2,531315
61	0,006809	2,946778
62	0,00727	2,585168
63	0,00727	2,945142
64	0,007747	2,603122
65	0,007747	3,005267
66	0,008238	2,666565
67	0,008238	3,074083
68	0,008745	2,719659
69	0,008745	3,109072
70	0,009267	2,750058
71	0,009267	3,130892

72	0,009804	2,77951
73	0,009804	3,161757
74	0,010357	2,93197
75	0,010357	3,188182
76	0,010924	3,248597
77	0,010924	2,987727
78	0,011507	3,267708
79	0,011507	2,998212
80	0,012104	3,124091
81	0,012104	3,361296
82	0,012717	3,190514
83	0,012717	3,435508
84	0,013345	3,251633
85	0,013345	3,508689
86	0,013988	3,275677
87	0,013988	3,526544
88	0,014646	3,595761
89	0,014646	3,33375
90	0,015319	3,622913
91	0,015319	3,407354
92	0,016008	3,723668
93	0,016008	3,441504
94	0,016711	3,50949
95	0,016711	3,782239
96	0,01743	3,644662
97	0,01743	3,81505
98	0,018164	3,742017
99	0,018164	3,858657
100	0,018913	3,756316
101	0,018913	3,914487
102	0,019677	3,995691
103	0,019677	3,765806
104	0,020456	3,794711
105	0,020456	4,024915
106	0,021251	3,83111
107	0,021251	4,066929
108	0,02206	4,073916
109	0,02206	3,874924
110	0,022885	3,926595

111	0,022885	4,118088
112	0,023724	3,982006
113	0,023724	4,138228
114	0,024579	4,040451
115	0,024579	4,145734
116	0,025449	4,161088
117	0,025449	4,371385
118	0,026334	4,193452
119	0,026334	4,380871
120	0,027235	4,390447
121	0,027235	4,299796
122	0,02815	4,352889
123	0,02815	4,434128
124	0,02908	4,498078
125	0,02908	4,392232
126	0,030026	4,433186
127	0,030026	4,527668
128	0,030987	4,49409
129	0,030987	4,538767
130	0,031963	4,589612
131	0,032954	4,643182
132	0,03396	4,769871
133	0,034981	4,784033
134	0,036018	4,773803
135	0,037069	4,788021

Tabel 7. Data $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 15$ menit

$i = 1,2,3,\dots$	$(h - Y_i)^2$ (cm ²)	$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$
1	0	2,515326
2	7,57E-06	2,516391
3	7,57E-06	2,516803
4	3,03E-05	2,517456
5	3,03E-05	2,520832
6	6,81E-05	2,515979
7	6,81E-05	2,524877

8	0,000121	2,51959
9	0,000121	2,523803
0	0,000189	2,51811
1	0,000189	2,52786
12	0,000272	2,519177
13	0,000272	2,531934
14	0,000371	2,5228
15	0,000371	2,530853
16	0,000484	2,521315
17	0,000484	2,532352
18	0,000613	2,527513
19	0,000613	2,536444
20	0,000757	2,533749
21	0,000757	2,545775
22	0,000915	2,537426
23	0,000915	2,555193
24	0,001089	2,543725
25	0,001089	2,562036
26	0,001279	2,547438
27	0,001279	2,568927
28	0,001483	2,553801
29	0,001483	2,573172
30	0,001702	2,554907
31	0,001702	2,577435
32	0,001937	2,56398
33	0,001937	2,579006
34	0,002186	2,570449
35	0,002186	2,586015
36	0,002451	2,574263
37	0,002451	2,593074
38	0,002731	2,580799
39	0,002731	2,608898
40	0,003026	2,587378
41	0,003026	2,630339
42	0,003336	2,591258
43	0,003336	2,645883
44	0,003662	2,597906
45	0,003662	2,644672
46	0,004002	2,604599

47	0,004002	2,678711
48	0,004358	2,611337
49	0,004358	2,701638
50	0,004728	2,623765
51	0,004728	2,709565
52	0,005114	2,633488
53	0,005114	2,720669
54	0,005515	2,643305
55	0,005515	2,757445
56	0,005931	2,65031
57	0,005931	2,766126
58	0,006362	2,657365
59	0,006362	2,794372
60	0,006809	2,667421
61	0,006809	2,82344
62	0,00727	2,66866
63	0,00727	2,835891
64	0,007747	2,68483
65	0,007747	2,863492
66	0,008238	2,692133
67	0,008238	2,879374
68	0,008745	2,70869
69	0,008745	2,907468
70	0,009267	2,719278
71	0,009267	2,928666
72	0,009804	2,754204
73	0,009804	2,960675
74	0,010357	2,793041
75	0,010357	3,007209
76	0,010924	2,804567
77	0,010924	3,041407
78	0,011507	3,05778
79	0,011507	2,816227
80	0,012104	2,821107
81	0,012104	3,085705
82	0,012717	2,82601
83	0,012717	3,093047
84	0,013345	2,837925
85	0,013345	3,127951

86	0,013988	2,860686
87	0,013988	3,172498
88	0,014646	3,237585
89	0,014646	2,913244
90	0,015319	3,267199
91	0,015319	2,930639
92	0,016008	2,939986
93	0,016008	3,281197
94	0,016711	2,957291
95	0,016711	3,328431
96	0,01743	2,97893
97	0,01743	3,391738
98	0,018164	3,030362
99	0,018164	3,407607
100	0,018913	3,071213
101	0,018913	3,46986
102	0,019677	3,062774
103	0,019677	3,492696
104	0,020456	3,101038
105	0,020456	3,503422
106	0,021251	3,136406
107	0,021251	3,534594
108	0,02206	3,152693
109	0,02206	3,610409
110	0,022885	3,16925
111	0,022885	3,696496
112	0,023724	3,191063
113	0,023724	3,760007
114	0,024579	3,208273
115	0,024579	3,824866
116	0,025449	3,236171
117	0,025449	3,884764
118	0,026334	3,264871
119	0,026334	3,910879
120	0,027235	3,94828
121	0,027235	3,283411
122	0,02815	3,340969
123	0,02815	3,954483
124	0,02908	3,401913

125	0,02908	4,016104
126	0,030026	3,473524
127	0,030026	4,034274
128	0,030987	3,493879
129	0,030987	4,041036
130	0,031963	3,510355
131	0,031963	4,108421
132	0,032954	3,548282
133	0,032954	4,103202
134	0,03396	3,590406
135	0,03396	4,133233
136	0,034981	3,623754
137	0,034981	4,169491
138	0,036018	3,679642
139	0,036018	4,190705
140	0,037069	3,73327
141	0,037069	4,21238
142	0,038136	3,771935
143	0,038136	4,206591
144	0,039218	3,812155
145	0,040315	3,863793
146	0,041427	3,8978
147	0,042554	3,94354
148	0,043696	3,969494
149	0,044854	3,985037
150	0,046026	4,023513
151	0,047214	4,100011
152	0,048417	4,156295
153	0,049635	4,175061
154	0,050868	4,22178
155	0,052116	4,28559
156	0,05338	4,322324
157	0,054658	4,37666
158	0,055952	4,400107
159	0,057261	4,45897
160	0,058585	4,502814
161	0,059924	4,568257
162	0,061278	4,638284
163	0,062647	4,668851

164	0,064031	4,723216
-----	----------	----------

Tabel 8. Data $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 25$ menit

$i = 1,2,3,..$	$(h - Y_i)^2$ (cm ²)	$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$
1	0	2,735012
2	7,57E-06	2,736852
3	7,57E-06	2,736338
4	3,03E-05	2,738695
5	3,03E-05	2,737665
6	6,81E-05	2,740541
7	6,81E-05	2,735824
8	0,000121	2,73921
9	0,000121	2,737151
0	0,000189	2,741057
1	0,000189	2,73848
12	0,000272	2,739725
13	0,000272	2,73981
14	0,000371	2,744762
15	0,000371	2,74433
16	0,000484	2,74662
17	0,000484	2,745669
18	0,000613	2,748481
19	0,000613	2,743813
20	0,000757	2,747139
21	0,000757	2,748351
22	0,000915	2,749001
23	0,000915	2,749694
24	0,001089	2,750866
25	0,001089	2,754259
26	0,001279	2,749521
27	0,001279	2,758845
28	0,001483	2,751388
29	0,001483	2,756964
30	0,001702	2,756484
31	0,001702	2,761562
32	0,001937	2,771399

33	0,001937	2,762924
34	0,002186	2,779901
35	0,002186	2,764287
3	0,002451	2,781826
37	0,002451	2,768919
38	0,002731	2,78708
39	0,002731	2,770291
40	0,003026	2,789018
41	0,003026	2,774951
42	0,003336	2,79431
43	0,003336	2,776331
44	0,003662	2,799631
45	0,003662	2,777713
46	0,004002	2,80498
47	0,004002	2,782408
48	0,004358	2,825824
49	0,004358	2,790462
50	0,004728	2,833058
51	0,004728	2,798582
52	0,005114	2,84563
53	0,005114	2,810173
54	0,005515	2,847685
55	0,005515	2,825355
56	0,005931	2,852409
57	0,005931	2,833765
58	0,006362	2,851808
59	0,006362	2,845773
60	0,006809	2,857445
61	0,006809	2,857927
62	0,00727	2,941615
63	0,00727	2,866616
64	0,007747	2,916959
65	0,007747	2,882687
66	0,008238	2,9268
67	0,008238	2,884225
68	0,008745	2,93674
69	0,008745	2,889448
70	0,009267	2,962538
71	0,009267	2,909653

72	0,009804	2,98495
73	0,009804	2,922614
74	0,010357	3,01204
75	0,010357	2,931887
76	0,010924	3,022868
77	0,010924	2,945141
78	0,011507	3,046691
79	0,011507	2,958574
80	0,012104	3,071095
81	0,012104	2,968187
82	0,012717	3,082585
83	0,012717	2,977894
84	0,013345	3,08969
85	0,013345	2,991777
86	0,013988	3,105971
87	0,013988	3,001717
88	0,014646	3,122521
89	0,014646	3,020134
90	0,015319	3,149154
91	0,015319	3,030362
92	0,016008	3,185818
93	0,016008	3,040695
94	0,016711	3,203756
95	0,016711	3,046806
96	0,01743	3,269458
97	0,01743	3,079382
98	0,018164	3,294495
99	0,018164	3,096574
100	0,018913	3,331598
101	0,018913	3,114991
102	0,019677	3,340291
103	0,019677	3,13564
104	0,020456	3,351879
105	0,020456	3,142362
106	0,021251	3,371099
107	0,021251	3,168458
108	0,02206	3,488783
109	0,02206	3,18528
110	0,022885	3,499466

111	0,022885	3,197355
112	0,023724	3,524095
113	0,023724	3,214674
114	0,024579	3,549346
115	0,024579	3,242754
116	0,025449	3,619604
117	0,025449	3,255548
118	0,026334	3,629311
119	0,026334	3,279351
120	0,027235	3,684826
121	0,027235	3,298165
122	0,02815	3,681406
123	0,02815	3,311692
124	0,02908	3,798696
125	0,02908	3,336887
126	0,030026	3,851191
127	0,030026	3,345114
128	0,030987	3,876432
129	0,030987	3,365219
130	0,031963	3,902327
131	0,031963	3,384871
132	0,032954	3,918527
133	0,032954	3,426404
134	0,03396	3,945551
135	0,03396	3,439896
136	0,034981	3,984297
137	0,034981	3,537734
138	0,036018	3,979686
139	0,036018	3,559536
140	0,037069	4,042931
141	0,037069	3,602146
142	0,038136	4,07359
143	0,038136	3,620524
144	0,039218	4,092846
145	0,039218	3,639246
146	0,040315	4,137881
147	0,040315	3,663914
148	0,041427	4,145384
149	0,041427	3,7076

150	0,042554	4,139969
151	0,042554	3,7313
152	0,043696	4,134843
153	0,043696	3,743529
154	0,044854	4,155063
155	0,044854	3,764728
156	0,046026	4,136665
157	0,046026	3,786385
158	0,047214	4,131298
159	0,047214	3,827203
160	0,048417	3,850273
161	0,049635	3,893843
162	0,050868	3,908245
163	0,052116	3,904866
164	0,05338	3,943902
165	0,054658	3,952742
166	0,055952	3,992586
167	0,057261	4,063851
168	0,058585	4,105549
169	0,059924	4,123378
170	0,061278	4,154525
171	0,062647	4,200273
172	0,064031	4,233952
173	0,065431	4,239901
174	0,066846	4,260321
175	0,068275	4,296122
176	0,06972	4,349015
177	0,071181	4,388202
178	0,072656	4,446348
179	0,074146	4,471509
180	0,075652	4,497319
181	0,077172	4,542917

Tabel 9. Data $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 35$ menit

$i = 1,2,3,..$	$(h - Y_i)^2$ (cm ²)	$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$
1	0	2,896305821
2	7,57E-06	2,898467798
3	7,57E-06	2,901593273
4	3,03E-05	2,900634459
5	3,03E-05	2,899424536
6	6,81E-05	2,902805825
7	6,81E-05	2,900987548
8	0,000121	2,902553008
9	0,000121	2,897511974
10	0,000189	2,904120922
11	0,000189	2,899676563
12	0,000272	2,905590066
13	0,000272	2,901946702
14	0,000371	2,904019849
15	0,000371	2,907264144
16	0,000484	2,902452093
17	0,000484	2,912610014
18	0,000613	2,904627414
19	0,000613	2,914193788
20	0,000757	2,906807477
21	0,000757	2,919576931
22	0,000915	2,908992303
23	0,000915	2,921171787
24	0,001089	2,918960218
25	0,001089	2,903665687
26	0,001279	2,92436915
27	0,001279	2,909602897
28	0,001483	2,933658093
29	0,001483	2,911793846
30	0,001702	2,913989606
31	0,001702	2,931418768
32	0,001937	2,919988614
33	0,001937	2,940773734
34	0,002186	2,926023827
35	0,002186	2,94630228

36	0,002451	2,928251091
37	0,002451	2,94794037
38	0,002731	2,926644914
39	0,002731	2,953508791
40	0,003026	2,955158737
41	0,003026	2,940459228
42	0,003336	2,95681141
43	0,003336	2,946619644
44	0,003662	2,95846682
45	0,003662	2,944983715
46	0,004002	2,964094332
47	0,004002	2,947253659
48	0,004358	2,953456205
49	0,004358	2,965761852
50	0,004728	2,963665121
51	0,004728	2,971430684
52	0,005114	2,969970624
53	0,005114	2,973110492
54	0,005515	2,972298068
55	0,005515	2,978821256
56	0,005931	2,982702177
57	0,005931	2,98456482
8	0,006362	2,994432942
59	0,006362	2,997318849
60	0,006809	3,003840872
61	0,006809	3,00026714
62	0,00727	3,006135577
63	0,00727	3,010405711
64	0,007747	3,016219962
65	0,007747	3,013426042
66	0,008238	3,022183049
67	0,008238	3,0204432
68	0,008745	3,028181908
69	0,008745	3,026122104
70	0,009267	3,038492249
71	0,009267	3,037104719
72	0,009804	3,052544943
73	0,009804	3,048910002
74	0,010357	3,068227312

75	0,010357	3,059437427
76	0,010924	3,079684941
77	0,010924	3,07007686
78	0,011507	3,086768889
79	0,011507	3,076370946
80	0,012104	3,078236789
81	0,012104	3,089385064
82	0,012717	3,09813358
83	0,012717	3,105660761
84	0,013345	3,109195117
85	0,013345	3,117558028
86	0,013988	3,134302695
87	0,013988	3,125041267
88	0,014646	3,136406206
89	0,014646	3,141785805
90	0,015319	3,163789241
91	0,015319	3,152693046
92	0,016008	3,176403082
93	0,016008	3,1643785
94	0,016711	3,194171727
95	0,016711	3,17620212
96	0,01743	3,227672564
97	0,01743	3,193989674
98	0,018164	3,200277203
99	0,018164	3,262334725
100	0,018913	3,212535646
101	0,018913	3,26545378
102	0,019677	3,219796898
103	0,019677	3,290390149
104	0,020456	3,232298489
105	0,020456	3,304718655
106	0,021251	3,365263012
107	0,021251	3,250239233
108	0,02206	3,399433532
109	0,02206	3,268507736
110	0,022885	3,427996535
111	0,022885	3,287116197
112	0,023724	3,431678599
113	0,023724	3,300494209

114	0,024579	3,314053622
115	0,024579	3,468205401
116	0,025449	3,322093865
117	0,025449	3,575944028
118	0,026334	3,341736807
119	0,026334	3,58021446
120	0,027235	3,355871191
121	0,027235	3,606942411
122	0,02815	3,610132698
123	0,02815	3,370208223
124	0,02908	3,658441504
125	0,02908	3,3847538
126	0,030026	3,725188005
127	0,030026	3,399514077
128	0,030987	3,764971213
129	0,030987	3,433393131
130	0,031963	3,448894815
131	0,031963	3,797211251
132	0,032954	3,471223162
133	0,032954	3,849625717
134	0,03396	3,487327348
135	0,03396	3,894801437
136	0,034981	3,496896036
137	0,034981	4,007675305
138	0,036018	3,991778713
139	0,036018	3,506557169
140	0,037069	3,97540166
141	0,037069	3,530226672
142	0,038136	4,043524276
143	0,038136	3,55447003
144	0,039218	4,044559977
145	0,039218	3,579315763
146	0,040315	4,126301833
147	0,040315	3,597274857
148	0,041427	3,615562387
149	0,041427	4,172905268
150	0,042554	3,634190591
151	0,042554	4,18067647
152	0,043696	3,653172402

153	0,043696	4,188508537
154	0,044854	3,672521506
155	0,044854	4,182856081
156	0,046026	4,177235395
157	0,046026	3,692252396
158	0,047214	4,198616627
159	0,047214	3,712380444
160	0,048417	3,724378707
161	0,049635	3,75389431
162	0,050868	3,766404344
163	0,052116	3,797206502
164	0,05338	3,828987667
165	0,054658	3,852099297
166	0,055952	3,895750697
167	0,057261	3,910181219
168	0,058585	3,945832053
169	0,059924	3,950289021
170	0,061278	3,998554395
171	0,062647	4,049267978
172	0,064031	4,090349451
173	0,065431	4,107907347
174	0,066846	4,151524723
175	0,068275	4,17020067
176	0,06972	4,202865646
177	0,071181	4,222535212
178	0,072656	4,242599446
179	0,074146	4,277760648
180	0,075652	4,298976273
181	0,077172	4,320651776
182	0,078708	4,342807535
183	0,080259	4,365465315
184	0,081825	4,388648395
185	0,083406	4,429453046
186	0,085002	4,454187147
187	0,086613	4,479548571
188	0,08824	4,505569972
189	0,089882	4,532286618
190	0,091538	4,559736682
191	0,09321	4,567987137

192	0,094897	4,596449217
193	0,096599	4,625745179
194	0,098317	4,655925364
195	0,100049	4,687044813
196	0,101797	4,696420673
197	0,103559	4,752348899
198	0,105337	4,786673082
199	0,10713	4,822217419
200	0,108938	4,8329576
201	0,110761	4,870217511
202	0,1126	4,908919632
203	0,114453	4,949180122
204	0,116322	4,991129763
205	0,118206	5,003858941
206	0,120104	5,016752242
207	0,122018	5,061701348
208	0,123947	5,075367689
209	0,125892	5,089223389
210	0,127851	5,137634014
211	0,129826	5,188507985

Tabel 10. Data $\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ dan $(h - Y_i)^2$ untuk $t = 45$ menit

$i = 1,2,3,..$	$(h - Y_i)^2$ (cm ²)	$\ln\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$
1	0	3,018034
2	7,57E-06	3,020476
3	7,57E-06	3,024008
4	3,03E-05	3,021557
5	3,03E-05	3,018715
6	6,81E-05	3,027552
7	6,81E-05	3,025378
8	0,000121	3,025093
9	0,000121	3,023609
10	0,000189	3,026865
11	0,000189	3,026064
12	0,000272	3,028641
13	0,000272	3,028526

14	0,000371	3,034679
15	0,000371	3,030994
16	0,000484	3,033468
17	0,000484	3,032202
18	0,000613	3,035949
19	0,000613	3,033987
20	0,000757	3,035775
21	0,000757	3,03416
22	0,000915	3,041856
23	0,000915	3,036642
24	0,001089	3,043659
25	0,001089	3,034852
26	0,001279	3,049788
27	0,001279	3,033065
28	0,001483	3,047274
29	0,001483	3,039825
30	0,001702	3,049086
31	0,001702	3,042322
32	0,001937	3,059615
33	0,001937	3,044824
34	0,002186	3,051664
35	0,002186	3,057076
6	0,002451	3,063288
37	0,002451	3,05419
38	0,002731	3,069539
39	0,002731	3,061095
40	0,003026	3,066975
41	0,003026	3,064273
42	0,003336	3,073249
43	0,003336	3,070616
44	0,003662	3,070675
45	0,003662	3,068764
46	0,004002	3,076973
47	0,004002	3,071333
48	0,004358	3,08331
49	0,004358	3,073909
50	0,004728	3,089689
51	0,004728	3,080952
52	0,005114	3,088045

53	0,005114	3,09158
54	0,005515	3,093474
55	0,005515	3,099734
56	0,005931	3,095372
57	0,005931	3,106962
58	0,006362	3,106403
59	0,006362	3,105042
60	0,006809	3,112931
61	0,006809	3,116931
62	0,00727	3,119501
63	0,00727	3,114992
64	0,007747	3,126115
65	0,007747	3,136407
66	0,008238	3,132773
67	0,008238	3,13443
68	0,008745	3,144227
69	0,008745	3,151462
70	0,009267	3,151007
71	0,009267	3,149455
72	0,009804	3,148225
73	0,009804	3,161888
74	0,010357	3,15023
75	0,010357	3,174477
76	0,010924	3,168696
77	0,010924	3,182268
78	0,011507	3,17368
79	0,011507	3,185147
80	0,012104	3,180664
81	0,012104	3,198035
82	0,012717	3,192683
83	0,012717	3,211091
84	0,013345	3,199801
85	0,013345	3,219174
86	0,013988	3,20697
87	0,013988	3,227323
88	0,014646	3,214191
89	0,014646	3,24077
90	0,015319	3,226622
91	0,015319	3,270479

92	0,016008	3,228791
93	0,016008	3,284523
94	0,016711	3,230964
95	0,016711	3,299561
96	0,01743	3,243607
97	0,01743	3,324559
98	0,018164	3,251098
99	0,018164	3,339389
100	0,018913	3,264
101	0,018913	3,360337
102	0,019677	3,27707
103	0,019677	3,357864
104	0,020456	3,284817
105	0,020456	3,385247
106	0,021251	3,292625
107	0,021251	3,413402
108	0,02206	3,306078
109	0,02206	3,435977
110	0,022885	3,319713
111	0,022885	3,485518
112	0,023724	3,339309
113	0,023724	3,502961
114	0,024579	3,347556
115	0,024579	3,556026
116	0,025449	3,355871
117	0,025449	3,584175
118	0,026334	3,370208
119	0,026334	3,647518
120	0,027235	3,378715
121	0,027235	3,676134
122	0,02815	3,40568
123	0,02815	3,739557
124	0,02908	3,420755
125	0,02908	3,753307
126	0,030026	3,794248
127	0,030026	3,429705
128	0,030987	3,451604
129	0,030987	3,818076
130	0,031963	3,454321

131	0,031963	3,832957
132	0,032954	3,470153
133	0,032954	3,867505
134	0,03396	3,48624
135	0,03396	3,913515
136	0,034981	3,495798
137	0,034981	3,951016
138	0,036018	3,505448
139	0,036018	3,989978
140	0,037069	3,522118
141	0,037069	4,065796
142	0,038136	4,084901
143	0,038136	3,546163
144	0,039218	3,563531
145	0,039218	4,079804
146	0,040315	3,581207
147	0,040315	4,086882
148	0,041427	3,591722
149	0,041427	4,09401
150	0,042554	3,602349
151	0,042554	4,127999
152	0,043696	3,620731
153	0,043696	4,133718
154	0,044854	3,639457
155	0,044854	4,154179
156	0,046026	3,65854
157	0,046026	4,229949
158	0,047214	3,677994
159	0,047214	4,196402
160	0,048417	3,689584
161	0,048417	4,190705
162	0,049635	3,718076
163	0,049635	4,18504
164	0,050868	3,747403
165	0,050868	4,206591
166	0,052116	3,777617
167	0,05338	3,790429
168	0,054658	3,830064
169	0,055952	3,865473

170	0,057261	3,878302
171	0,058585	3,882467
172	0,059924	3,948561
173	0,061278	3,967111
174	0,062647	3,979235
175	0,064031	3,994932
176	0,065431	4,01239
177	0,066846	4,050382
178	0,068275	4,055331
179	0,06972	4,07228
180	0,071181	4,089521
181	0,072656	4,132326
182	0,074146	4,137699
183	0,075652	4,156116
184	0,077172	4,201938
185	0,078708	4,194001
186	0,080259	4,227466
187	0,081825	4,237741
188	0,083406	4,24408
189	0,085002	4,245305
190	0,086613	4,283039
191	0,08824	4,303217
192	0,089882	4,302126
193	0,091538	4,361761
194	0,09321	4,401462
195	0,094897	4,4085
196	0,096599	4,432715
197	0,098317	4,457531
198	0,100049	4,519984
199	0,101797	4,547094
200	0,103559	4,55524
201	0,105337	4,563454
202	0,10713	4,612246
203	0,108938	4,642015
204	0,110761	4,672698
205	0,1126	4,660018
206	0,114453	4,691267
207	0,116322	4,700683
208	0,118206	4,733251

209	0,120104	4,791339
210	0,122018	4,777074
211	0,123947	4,787337
212	0,125892	4,822906
213	0,127851	4,833653
214	0,129826	4,87094
215	0,131815	4,90967
216	0,13382	4,921398
217	0,13584	4,933265
218	0,137875	4,974538
219	0,139925	5,017589
220	0,14199	5,062576
221	0,144071	5,043907
222	0,146166	5,057331
223	0,148277	5,104186
224	0,150403	5,118449
225	0,152544	5,132919
226	0,1547	5,183548
227	0,156871	5,236877
228	0,159057	5,293211
229	0,161259	5,310469
230	0,163475	5,328029
231	0,165707	5,345903
232	0,167954	5,408935