PENGARUH FAKTOR PERTUMBUHAN POPULASI TERHADAP EPIDEMI DEMAM BERDARAH DENGUE

Kusbudiono Dan Basuki Widodo

Jurusan Matematika ITS Surabaya

Abstrak

Demam Berdarah Dengue telah menjadi salah satu penyakit yang tergolong epidemik dan endemik serta belum ditemukan obatnya. Pada daerah dengan tingkat kepadatan penduduk tinggi tingkat penyebaran juga akan semakin tinggi. Salah satu model pertumbuhan penduduk adalah model pertumbuhan populasi logistik akan dapat meramalkan tingkat kepadatan penduduk. Selama ini antara pertumbuhan penduduk dengan epidemik suatu penyakit dianggap sebagai sesuatu yang terpisah. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis akan mencoba mengaitkan antara laju pertumbuhan populasi dari model pertumbuhan populasi logistik dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Metode penelitian pada tesis ini adalah studi pustaka dan simulasi model, nantinya akan dikaji model pertumbuhan populasi logistik. Selain itu juga akan dibahas kaitan antara pertumbuhan populasi dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Hasil dari penelitian ini adalah penyelesaian dan simulasi model pertumbuhan logistik dan model epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Selain itu juga dihasilkan bahwa laju pertumbuhan populasi berpengaruh dalam epidemi penyakit demam berdarah Dengue.

Kata kunci: laju pertumbuhan populasi, model pertumbuhan populasi logistik

PENDAHULUAN

Perubahan jumlah populasi populasi setiap waktu merupakan salah satu penanda terjadinya pertumbuhan populasi yang dipengaruhi oleh jumlah kelahiran, kematian dan migrasi. Salah satu model pertumbuhan adalah model pertumbuhan kontinu khususnya model logistik. Dimana model pertumbuhan logistik tersebut tentunya mempunyai kelebihan dan kekurangan. Dengan diketahuinya banyaknya kelahiran, kematian dan migrasi maka laju perubahan populasi dapat dihitung. Kembali pada model pertumbuhan logistik, model ini merupakan pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial yang pertama kali dicetuskan oleh Maltus. Model pertumbuhan logistik ini pertama kali dicetuskan oleh Pierre Velhust pada tahun 1838.(Muchyidin, 2009)

Salah satu contoh terapan model matematika yang diambil dalam penelitian ini adalah bidang kesehatan, yaitu terjadinya penyebaran penyakit demam berdarah. Penyakit demam berdarah Dengue merupakan salah satu penyakit menular yang dapat menimbulkan Kejadian Luar Biasa / wabah. Nyamuk penularnya (Aedes aegypti) dan virus Dengue tersebar luas, sehingga penularan penyakit demam berdarah dengue terjadi di semua tempat / wilayah yang terdapat nyamuk penular penyakit tersebut. (Agushybana, 2005)

Untuk itu perlu dikembangkan suatu sistem surveilans yang didukung oleh sistem komputer dan teknologi informasi. Sebelum digunakan, diberikan pelatihan kepada para tenaga yang akan mengoperasikannya.(Agushybana, 2005). Salah satu alat untuk menunjang sistem tersebut adalah model matematika yang berbentuk sistem persamaan differensial biasa order satu. Dalam penelitian ini akan dilakukan simulasi dan analisa dengan menyelesaikan model tersebut secara numerik dengan metode Runge-Kutta.

Pada daerah dengan tingkat kepadatan penduduk tinggi maka akan mening-katkan angka kejadian. (Djallalluddin dkk, 2004). Laju kelahiran dan kematian tidak hanya berpengaruh terhadap perubahan jumlah populasi. Akan tetapi keduanya juga berpengaruh terhadap epidemi penyakit.

Salah satunya adalah penyakit demam berdarah Dengue. Selama ini antara pertumbuhan penduduk dengan epidemik suatu penyakit dianggap sebagai sesuatu yang terpisah. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis akan mencoba mengaitkan antara laju pertumbuhan populasi dari model pertumbuhan populasi logistik dengan epidemi penyakit demam berdarah Dengue.

Pada bagian awal akan dikaji macam-macam model pertumbuhan populasi. Selanjutnya dari bahasan mengenai pertumbuhan populasi penduduk ini diperoleh permasalahan sebagai berikut

a. Bagaimana pengaruh laju pertumbuhan logistik terhadap dinamika penyebaran penyakit demam berdarah Dengue?

b. Bagaimana penyelesaian dan simulasi model pertumbuhan logistik dan model penyebaran penyakit demam berdarah?

Tujuan utama dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menganalisa model pertumbuhan populasi dan kaitannya dengan epidemi penyakit demam berdarah. Untuk mencapai tujuan tersebut, terlebih dahulu akan dikaji model pertumbuhan populasi kontinu yang didalamnya membahas model pertumbuhan eksponensial dan logistik kemudian dikaji juga model penyebaran demam berdarah. Tujuan berikutnya adalah dari data-data yang diperoleh dilakukan simulasi dengan terlebih dahulu membuat program penyelesaian dari model logistik dan model penyebaran demam berdarah tersebut.

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. bagi peneliti akan diperoleh tambahan informasi mengenai pengaruh dari laju pertumbuhan penduduk terhadap penyebaran penyakit demam berdarah dengue,

b. bagi Dinas Kesehatan Kabupaten khususnya puskesmaspuskesmas dengan menggunakan metode pada penelitian ini akan diperoleh taksiran jumlah penderita demam berdarah Dengue.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode kajian pustaka dengan melakukan studi literature dan pengumpulan referensi mengenai teori-teori yang mendukung penyelesaian penelitian ini, antara lain :

a. penyakit demam berdarah dengue,

b. model matematika dari pertumbuhan logistik,

c. model matematika dari penyebaran penyakit demam berdarah dengue,

d. penyelesaian dari model matematika penyebaran penyakit demam berdarah.

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Model Pertumbuhan Populasi Logistik

Model pertumbuhan populasi logistik ini merupakan penyempurnaan dari model pertumbuhan eksponensial diatas. Pada model ini jumlah populasi dipengaruhi oleh besar kecilnya daya dukung lingkungan seperti suplai makanan, tempat tinggal, kualitas bangunan dan lain sebagainya. Dengan hal tersebut diharapkan model ini mempunyai penyimpangan data populasi yang sangat kecil atau mempunyai kemiripan dengan data yang sebenarnya.

Untuk mengkonstruksi model pertumbuhan ini diasumsikan bahwa besarnya perubahan populasi (Δt) dalam selang waktu Δt sebanding dengan:

(1) banyaknya populasi pada saat t, $y(t)$

(2) selang waktu Δt

(3) proporsi "sisa" banyaknya individu dalam populasi yang belum digunakan ($1-\frac{y}{K}$). Dengan K adalah jumlah maksimum banyaknya individu dalam suatu populasi.

Sehingga dari asumsi-asumsi diatas diperoleh hubungan $\Delta y(t) \propto y(t)\left(1-\frac{y(t)}{K}\right)\Delta t$ yang berarti

$$\Delta y(t) = ry(t)\left(1-\frac{y}{K}\right)\Delta t \tag{3.1}$$

dengan r merupakan konstanta kesebandingan. Hasil tersebut memberikan laju pertumbuhan populasi logistik sebagai berikut

$$\frac{dy}{dt} = ry(t)\left(1-\frac{y(t)}{K}\right) \tag{3.2}$$

Dengan cara yang sama pada persamaan pertumbuhan ekspoennsial didapat solusi khusus persamaan (3.2)

$$y(t) = \frac{Ky_0}{\left(K-y_0\right)e^{-rt}+y_0} \tag{3.3}$$

dari persamaaan (3.3) untuk $t \to\infty$ didapat

$$y_{t\to\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{Ky_0}{\left(K-y_0\right)e^{-rt}+y_0} = K \tag{3.4}$$

Hal tersebut berarti untuk jangka waktu yang sangat lama terdapat jumlah maksimum dari populasi tersebut yang membatasi pertumbuhan populasinya.

Sebagai ilustrasi akan dilakukan simulasi model dengan menggunakan data penduduk Indonesia antara tahun 1961 -2010 yang ditunjukkan oleh tabel 1.

Tabel 1. Daftar Jumlah Penduduk Indonesia

Tahun	Jumlah Penduduk Indonesia
1961	97.100.000
1971	119.208.229
1980	147.490.298
1990	179.378.946
2000	205.132.458
2010	237.556.363

Dari tabel 1. terlihat bahwa dari mulai tahun 1961-2010 jumlah penduduk Indonesia mengalami kenaikan. Secara umum terlihat dari awal tahun pada tabel bila dibandingkan dengan akhir tahun pada tabel telah terjadi kenaikan jumlah penduduk.

Untuk menentukan model logistik dengan data jumlah penduduk Indonesia pada tabel 1, terlebih dahulu harus diketahui nilai K dan r. Salah satu caranya adalah melakukan pelinieran solusi persaman logistik pada persamaan (3.3). Pelinieran solusi tersebut dapat mengunakan metode *nonlinier least squares estimation* yang memenuhi persamaan berikut:

$$y_i = \frac{\beta_1}{1+e^{\beta_2+\beta_3 t}}+\varepsilon_i \tag{3.5}$$

β1

dengan y_i merupakan jumlah populasi pada saat t, β_1 adalah nilai asimtotik pertumbuhan populasi, β_2 jumlah populasi pada saat t = 0 dan β_3 kontrol laju pertumbuhan populasi. Pada tabel 1, jumlah penduduk Indonesia masih berada dibawah 400.000.000, dengan demikian dapat dipilih nilai β_1 = 400.000.000. Selanjutnya dimisalkan t = 0 adalah tahun 1961 dengan satuan waktu 10 tahun kemudian substitusikan kedalam persamaan (3.5) dan menggunakan nilai y_0 = 97.100.000 dari data tabel 1 serta diasumsikan error adalah 0, maka diperoleh

$$\beta_2 = 1{,}137 \tag{3.6}$$

dengan cara yang sama, untuk t_1 = 1 pada tahun 1971 diperoleh β_3 = −0,281. Dan dengan memadankan persamaan (3.3) dengan persamaan (3.5) diperoleh

$$\begin{aligned} K &= 400.000.000 \\ r &= 0,281 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Selanjutnya dengan mensubtitusikan nilai pada persamaan (3.7) kedalam persamaan (3.3) serta mensubtitusikan persamaan (3.6) dan (3.7) kedalam persamaan (3.5), diperoleh

$$y(t) = \frac{400.000.000 * 97.100.000}{(250.000.000 - 97.100.000)\, e^{-0,281t} + 97.100.000} \tag{3.8}$$

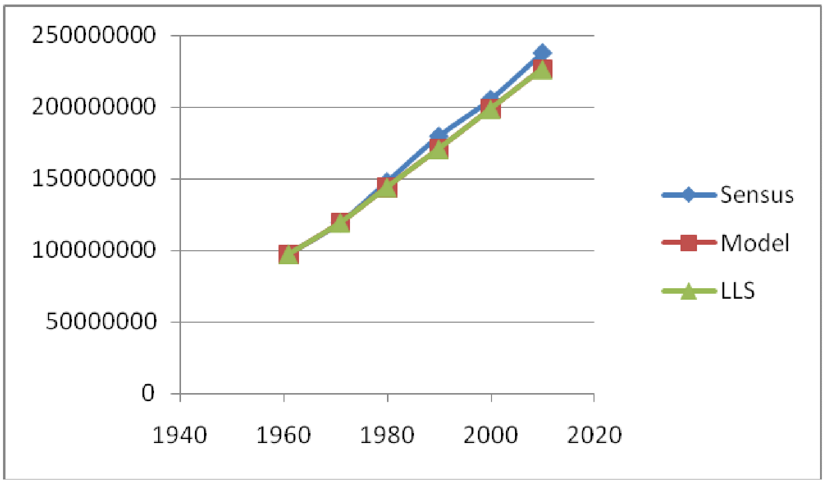
untuk persamaan logistik dan

$$y(t) = \frac{400.000.000}{1 + e^{0,454 - 0,0361t}} \tag{3.9}$$

untuk persamaan logistic least square.

Tabel 2. Daftar Perbandingan Jumlah Penduduk Indonesia Hasil Sensus dan Hasil Model

Tahun	Sensus	Model	LLS
1961	97.100.000	97.100.000	97.100.000
1971	119.208.229	119.189.020	119.191.686
1980	147.490.298	141.647.836	141.650.460
1990	179.378.946	163.063.247	163.065.670
2000	205.132.458	182.269.870	182.271.981
2010	237.556.363	198.571.521	198.573.267



Gambar 1. Grafik Perbandingan Jumlah Penduduk Indonesia Hasi Sensus dan Hasil Model

Dari persamaan (3.8) dan (3.9) diatas diperoleh jumlah taksiran model pertumbuhan logistik seperti pada tabel diatas. Dari tabel (2) maupun seperti terlihat dari gambar (1) diatas, model pertumbuhan logistik dan metode LLS cukup signifikan untuk menaksir pertumbuhan populasi antara tahun 1961-2010.

Kajian Model Penyebaran Demam Berdarah Dengue

Model Matematika

Model transmisi demam berdarah Dengue yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}S^h &= \alpha N_T - \frac{b\beta_h}{N_T}S^h I^v - \mu_h S^h \\
\frac{d}{dt}I^h &= \frac{b\beta_h}{N_T}S^h I^v - \left(\mu_h + r\right)I^h \\
\frac{d}{dt}R^h &= rI^h - \mu_h R^h \\
\frac{d}{dt}S^v &= D - \frac{b\beta_h}{N_T}S^v I^h - \mu_h S^v \\
\frac{d}{dt}I^h &= \frac{b\beta_v}{N_T}S^v I^h - \mu_v I^v
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Dengan kondisi-kondisi:

$$N_T = S^h + I^h + R^h \text{ dan } N_v = S^v + I^v \tag{3.11}$$

dimana:

S^h : sub populasi sehat yang dapat ternfeksi demam berdarah Dengue,
I^h : sub populasi individu yang terinfeksi oleh virus demam berdarah Dengue,
R^h : sub populasi invdividu yang sembuh dari penyakit demam berdarah Dengue,
S^v : sub populasi nyamuk sehat yang rentan terinfeksi,
I^v : sub populasi nyamuk yang terinfeksi.

Jumlah total populasi diasumsikan konstan untuk kedua populasi manusia dan vektor. Jadi tingkat perubahan bagi manusia total dan populasi vektor sama dengan nol. Untuk populasi manusia diperoleh $\lambda = \mu_h$. Sedangkan jumlah populasi vektor adalah $N_v = \frac{D}{\mu_h}$. Kemudian dengan memisalkan $S = \frac{S^h}{N_T}, I = \frac{I^h}{N_T}, R = \frac{R^h}{N_T}, S_v = \frac{S^v}{N_v}$ dan $I_v = \frac{I^v}{N_v}$ persamaan (3.10) dinormalkan menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \lambda - \gamma_h S I_v - \mu_h S \\
\frac{dI}{dt} &= \gamma_h S I_v - \left(\mu_h + r\right)I \\
\frac{dI_v}{dt} &= \gamma_v\left(1 - I_v\right)I - \mu_v I_v
\end{aligned} \tag{3.12}$$

dengan $\gamma_v = b\beta_v$ dan $\gamma_h = b\beta_h n$ untuk $n = \frac{D/\mu_v}{N_T}$ dan semuanya memenuhi kondisi $S + I + R = 1$ dan $S_v + I_v = 1$.

Hubungan Pertumbuhan Populasi dengan Epidemi Demam Berdarah Dengue.

Menentukan Laju Pertumbuhan Penduduk

Laju pertumbuhan penduduk berhubungan erat dengan dengan jumlah kelahiran dan kematian pada suatu populasi. Untuk menentukan laju pertumbuhan penduduk yang dapat digunakan sebagai acuan memprediksi dinamka penduduk dimasa yang akan datang memerlukan data relatif homogen. Selanjutnya dari data laju pertumbuhan ini akan diolah sebagai informasi pada model epidemi penyakit demam berdarah Dengue. Misalkan $r(t) = \frac{dN/dt}{N}$ merupakan laju pertumbuhan yang bergantung pada waktu. Untuk mengestimasi laju pertumbuhan populasi $r(t)$ dengan interpolasi linier dari data suatu populasi dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

a) Misalkan N_i dan N_{i+1} adalah ukuran sensus yang berurutan dari jumlah populasi saat t_i dan t_{i+1}. Dengan $\Delta N = N_{i+1} - N_i$, $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ dan $\delta N = N(t+\delta t) - N(t)$,
b) jika $\Delta t = t_i - t_{i+1}, \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\delta N}{\delta t}$, maka diperoleh estimasi $r(t) \cong \frac{\Delta N}{\Delta t N(t)}$,
c) aproksimasi yang baik diperoleh dengan mengganti $N(t)$ dengan $N\left(t + \frac{\delta t}{2}\right)$.

Selanjutnya persamaan pada pernyataan ke-2 diatas dapat ditulis dalam bentuk $r(t) \cong \left(\frac{\Delta t}{\Delta N} N(t)\right)^{-1}$ dan dengan menggunakan deret Taylor diperoleh $N\left(t + \frac{\delta t}{2}\right) = N(t) + \frac{\delta t}{2}\frac{dN}{dt}$. Dan berdasarkan persamaan diatas, laju pertumbuhan penduduk dapat diaproksimasi dengan persamaan berikut:

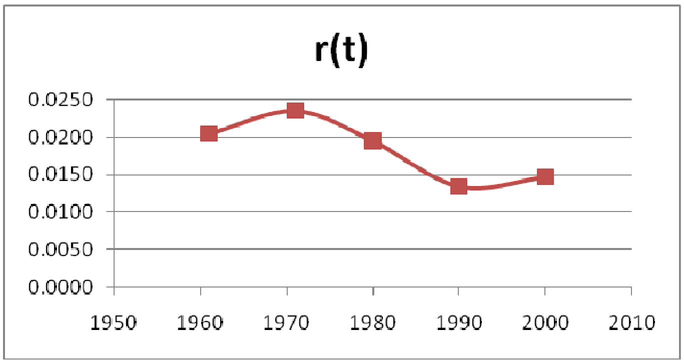
$$r(t) \cong \left(\frac{\delta t}{2} + \frac{N(t)\Delta t}{\Delta N}\right)^{-1} \tag{3.13}$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (3.13) dan data pada tabel (1) didapat data r(t) pada tabel 3. Dari tabel (3) terlihat bahwa laju pertumbuhan penduduk Indonesia antara tahun 1961 2010 bernilai positif. Hal tersebut berarti bahwa pada kurun waktu tersebut telah terjadi kenaikan jumlah penduduk. Sedangkan dari gambar (2) tampak bahwa laju pertumbuhan memiliki kecenderungan turun dengan laju pertumbuhan tertinggi terjadi pada tahun 1971 dan terendah terjadi pada tahun 1990. Turunnya laju pertumbuhan ini menggambarkan jumlah penduduk Indonesia meskipun semakin bertambah tetapi pertambahannya semakin sedikit.

Selanjutnya apabila dilihat lebih teliti terlihat laju pertumbuhan penduduk pada tahun 1961 - 1971 memiliki kecenderungan naik. Sedangkan tahun 1971 -1990 memiliki kecenderungan turun. Penurunan laju pertumbuhan penduduk ini dipengaruhi oleh berbagai faktor salah satunya adalah kesadaran dalam merencanakan kelahiran anak. Selain itu juga penundaan usia perkawinan dengan alasan pendidikan dan tentu saja jumlah kematian dan kelahiran juga ikut berkontribusi terhadap penurunan laju pertumbuhan penduduk ini. Akan tetapi mulai tahun 1990 mulai terjadi kenaikan laju pertumbuhan.

Tabel 3. Laju Pertumbuhan Penduduk Indonesia Tahun 1961 – 2010

Tahun	Jumlah Penduduk	Nilai r(t)
1961	97.100.000	0,0204
1971	119.208.229	0,0236
1980	147.490.298	0,0195
1990	179.378.946	0,0134
2000	205.132.458	0,0134
2010	237.556.363	



Gambar 2. Grafik Laju Pertumbuhan Penduduk Indonesia

Simulasi Numerik Kaitan Laju Pertumbuhan Penduduk dan Epidemi Demam Berdara Dengue.

Berikut ini disajikan simulasi numerik berikut hasilnya untuk beberapa kondisi parameter tertentu.

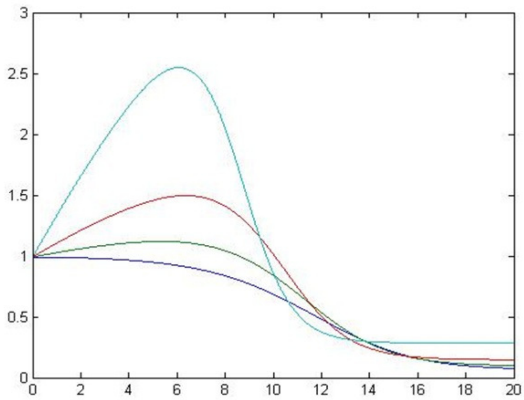
Keterangan:
(1) Garis warna ungu, ketika kelahiran dianggap masih normal.
(2) Garis warna hijau, ketika kelahiran naik dua kali dari keadaan normal.
(3) Garis warna merah, ketika kelahiran naik empat kali dari keadaan normal.
(4) Garis biru, ketika kelahiran naik sepuluh kali dari keadaan normal.

dari gambar (3), dengan menggunakan parameter data saat angka kelahiran dan kematian sama, kemudian sejalan dengan waktu populasi S turun menuju ke titik kesetimbangan. Pada saat kelahiran dinaikkan menjadi dua kali lipatnya, jumlah I dan Iv tidak mengalami kenaikan yang signifikan seperti yang terlihat pada gambar (4) dan gambar (5). Juga terlihat seiring dengan berjalannya waktu jumlah I dan I_v cenderung mengalami kenaikan yang cukup signifikan jika dibandingkan dengan saat kelahiran berada dalam keadaan normal. Begitu pula saat kelahiran dinaikkan menjadi sepuluh kali lipat.

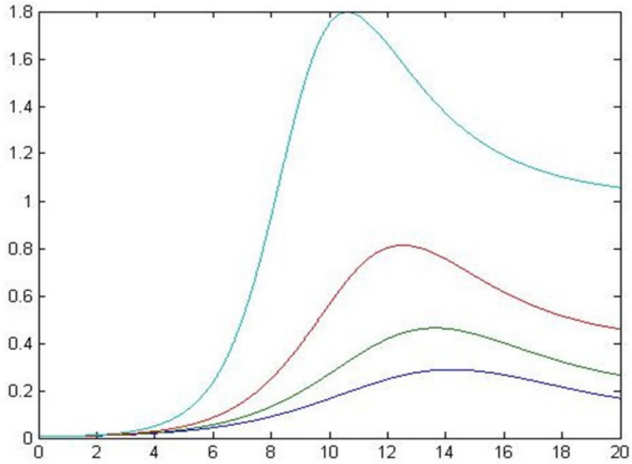
KESIMPULAN

Model pertumbuhan logistik merupakan penyempurnaan dari model ekponensial. Hasil estimasi dengan model ini mempunyai penyimpangan tidak sebesar model ekponensial. Jumlah populasi menurut mkodel ini akan selalu menuju ke suatu nilai yang disebut carryingcapasity.

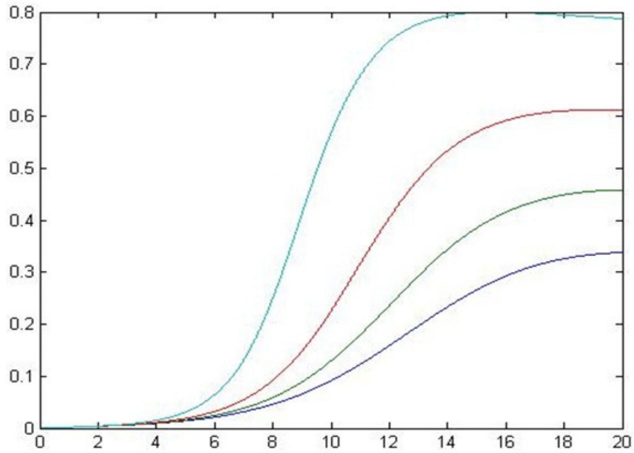
Pada model epidemi demam berdarah dapat disimpulkan bahwa jika laju pertumbuhan membesar, maka peluang jumlah pnduduk yang terindikasi terinfeksi demam berdarah juga akan membesar. Namun jika laju pertumbuhan penduduk tinggi, individu menjadi sehat mempunyai peluang yang lebih besar jika dibandingkan dengan model dengan peluang terinfeksi konstan.



Gambar 3. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk *S*



Gambar 4. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk *I*



Gambar 4. Grafik Simulasi Epidemi Demam Berdarah Untuk I_v

SARAN

Untuk menghasilkan estimasi suatu populasi dengan menggunakan model pertumbuhan populasi logistik harus dipilih data jumlah populasi dengan jumlah migrasi yang tidak terlalu besar. Untuk mengkaitkan laju pertumbuahan dengan epidemi demam berdarah, diperlukan data yang lebih lengkap dari data sekarang.

DAFTAR PUSTAKA

Agushybana, F. dan Purnami, C. T. (2007), Sistem Surveilans Demam Berdarah Dengue (DBD) Berbasis Komputer untuk Perencanaan, Pencegahan dan Pemberantasan DBD di Kota Semarang, INOVASI, Vol. 4, hal. 55-60

Dinata, A., (2006), Pengendalian Terpadu Nyamuk Demam Berdarah., http://www.litbang.depkes.go.id/lokaciamis/artikel/demamberdaraharda.htm. 21 Nopember 2006

Djallalluddin, Hasni, H.B., Riana, W. dan Lisda, H. (2004), Gambaran Penderita Pada Kejadian Luar Biasa Demam Berdarah Dengue Di Kabupaten Banjar Dan Kota Banjarbaru Tahun 2001., DEXA MEDIA., No. 2, Vol. 17, hal. 8591

Graham, R.R., Juffrie, M., Tan, R., Hayes, C.G., Laksono, I., Ma'roef, C., Sutaryo, Erlin, Porter, K.R. dan Halstead, S.B. (1999), A prospoective Seroepidemiologic Study on Dengue in Children Four to Nine Years of Age in Yogyakarta, Indonesia. Studies in 1995-1996, Am. J. Trop. Med. Hyg., Vol. 61, No. 3, hal. 412-419.

Guzman, M.G. dan Kouri, G. (2002), Dengue: an update, The Lancent Infectious Diseases., Januari 2, 2002.

Kristina, Isminah dan Wulandari, L. (2004), Kajian Masalah Kesehatan: Demam Berdarah Dengue, Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan, Departemen Kesehatan, Jakarta.

Muchyidin, A. (2009), Model Pertumbuhan Populasi dan Kaitannya dengan Epidemi Penyakit Tuberkolosis, Tesis Magister, Institut Teknologi Bandung, Bandung.

Nuraini, N., Soewono, E. dan Sidarto, K.A. (2007), Mathematical Model of Dengue Disease Transmission with Severe DHF Compartment, Bull. Malays. Math. Sci. Soc, Vol. 30, No. 2. hal. 143-157

Pongsumpun, P. (2006), Transmission Model for Dengue Disease With and Without The Effect of Extrinsic Incubation Period , KMITL sci. Tech. J., Vol. 6, No.
2. hal. 74-82

Purnomo, K.D. (2001), Model Pertumbuhan Populasi dengan Memodifikasi Model Pertumbuhan Logistik, Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika, Vol. 1,No. 1, hal. 21-29

Santoso, W. (1994), Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Modern, Erlangga, Jakarta.

Timuneno, H.M., Utomo, R.H.S. dan Widowati (2007), Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda, Jurnal Matematika, Vol. 11, No. 1, hal. 4351

Utama, A., (2004), Dengue, Permasalahan dan Solusinya, Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia. World Health Organizaton (1997), Dengue Haemorrhagic Fever: Diagnosis, Treatment, Prevention and Control, Geneva.