PROSEDUR PENAKSIRAN PARAMETER MODEL MULTILEVEL MENGGUNAKAN *TWO STAGE LEAST SQUARE* DAN *ITERATIVE GENERALIZED LEAST SQUARE*

Bertho Tantular

Jurusan Statistika Universitas Padjadjaran
Email: berthovens@yahoo.co.id, bertho@unpad.ac.id

Abstrak

Dalam pemodelan untuk data hirarki salah satu model yang digunakan yaitu model intersep acak atau biasa disebut juga model efek acak. Penaksiran untuk model intersep acak tidak dapat menggunakan metode kuadrat terkecil biasa. Metode kuadrat terkecil dua tahap (*Two Stage Least Square*) dapat digunakan untuk mengatsi masalah tersebut (Ringdal 1992). Pendekatan lain yang dapat digunakan adalah metode *Generalized Least Square* yang memerlukan prosedur iteratif dalam penaksirannya sehingga disebut *Iterative Generalized Least Square*. Suatu simulasi digunakan untuk membandingkan kedua metode tersebut untuk mencari metode yang terbaik.

Kata kunci: Model Regresi Multilevel, *Two Stage Least Square*, RIGLS

PENDAHULUAN

Dalam suatu penelitian struktur data yang diperoleh terkadang merupakan data hierarki yang merupakan data yang diperoleh melalui *multistage sampling* dari populasi berjenjang. Variabel-variabel dapat didefinisikan dari setiap level. Sebagian variabel ini dapat diukur secara langsung dari level aslinya. Analisis dari data seperti ini disebut sebagai analisis data multilevel. Pemodelan regresi untuk data multilevel, disebut model regresi multilevel, merupakan hal yang menarik untuk dikaji lebih jauh terutama dalam penaksiran parameternya karena melibatkan parameter-parameter yang terkandung dalam level yang berbeda.

Beberapa peneliti telah mengusulkan metode-metode yang berbeda untuk menaksir parameter dalam model regresi multilevel. Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Square (OLS)* merupakan metode klasik dalam menaksir parameter tanpa menggunakan asumsi distribusi. Untuk model regresi multilevel dapat digunakan metode Two stage OLS (Ringdal, 1992). Metode lain yang juga menggunakan kuadrat terkecil adalah *Iterative Generalised Least Square* (IGLS) (Longford, 1987) dan dan Generalized Estimating Equation (GEE) (Liang and Zeger, 1986).

Metode penaksiran parameter yang melibatkan asumsi distribusi pada model multilevel yaitu metode kemungkinan maksimum yang disebut *Restricted Maximum Likelihood* (REML) (Goldstein, 1995).

Pendekatan lain adalah menggunakan penaksir bayes yang membutuhkan distribusi prior. Dua pendekatan yang menggunakan bayes adalah *Marcov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan Metode Bootstrap (*Gibbs Sampling*). Kedua pendekatan ini dikatakan dapat menyempurnakan *standard error* penaksirnya.

Dari semua metode penaksiran untuk model multilevel akan ditunjukkan beberapa prosedur yang dapat digunakan pada beragam kondisi data. Penelitian ini dibatasi hanya untuk penaksiran yang menggunakan metode kuadrat terkecil yaitu *two stage OLS* dan *Iterative Generalised Least Square*.

Model Multilevel

Model regresi multilevel merupakan bagian dari model umum yaitu *Linear Mixed Models*. Secara umum model regresi multilevel mempunyai struktur data hierarki yaitu sebuah peubah tak bebas (*dependent variable*) yang diukur pada level 1 dan beberapa peubah bebas (*explanatory variable*) diukur pada setiap level. Suatu model regresi multilevel yang sederhana hanya terdiri dari dua level. Model berikut adalah model regresi dua level dengan satu peubah penjelas level 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \qquad (1)$$

i menyatakan individu dalam Kelompok ke-j (i = 1,2, ..., n_j)

j menyatakan Kelompok (j = 1, 2, ..., J)

Pada regresi biasa *intersep* dan *slope* untuk setiap Kelompok adalah sama nilainya, sedangkan pada model ini *intersep* dan *slope* untuk setiap Kelompok berbeda. Asumsi yang mendasari model regresi multilevel (Persamaan 1) pada umumnya sama dengan regresi linier biasa yaitu e_{ij} berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2_j. Hal ini menunjukkan bahwa ragam tiap kelompok berbeda. Tetapi untuk beberapa kasus ada kalanya ragam tiap kelompok diangggap sama (Hox, 2002).

Pada Persamaan 1 nilai β_{0j} dan β_{1j} dapat diperoleh dengan menganggap β_{0j} dan β_{1j} sebagai respons dari persaman-persamaan berikut:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Z_j + u_{0j} \qquad (2)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{01} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \qquad (3)$$

Dalam hal ini Z_j adalah peubah penjelas level 2 dan u_{0j} dan u_{1j} adalah galat pada level 2. Dari Persamaan 2 terlihat bahwa nilai y secara umum dapat diprediksi oleh Z_j. Dari Persamaan 3 juga dapat diketahui bahwa hubungan fungsional antara y dengan X bergantung pada nilai Z_j.

Bila Persamaan 2 dan Persamaan 3 disubstitusikan ke Persamaan 1 maka akan menjadi:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Z_j + \gamma_{01} X_{ij} + \gamma_{1\,1}X_{ij}Z_j + (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}) \qquad (4)$$

Dalam Persamaan 2.4 pada ruas kanan bagian yang tidak berada dalam kurung merupakan bagian tetap (*fixed part*) atau biasa disebut *fixed effect* sedangkan bagian yang berada didalam kurung disebut bagian acak (*random part*) atau biasa disebut *random effect*.

Model 2.4 dapat disederhanakan menjadi model berikut ini

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Z_j + \gamma_{01} X_{ij} + \gamma_{11} X_{ij}Z_j + \delta_{ij} \qquad (5)$$

dengan $\delta_{ij} = (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})$ atau disebut sebagai galat total.

Model 5 terlihat seperti model regresi biasa tetapi bila melihat pada galatnya terdiri atas tiga komponen yaitu u_{0j}, u_{1j} dan e_{ij}. Asumsi yang mendasari model seperti ini adalah:

- $E(u_{0j}) = E(u_{1j}) = E(e_{ij}) = 0$
- $V(u_{0j}) = \sigma^2_{u0}$, $V(u_{1j}) = \sigma^2_{u1}$, $V(e_{ij}) = \sigma^2_e$
- $Cov(u_{0j}, e_{ij}) = Cov(u_{1j}, e_{ij}) = Cov(e_{ij}, e_{kl}) = 0$
- $Cov(u_{0j}, u_{1j}) = \sigma_{u01}$

Parameter-parameter γ_{00}, γ_{10}, γ_{01} dan γ_{11} pada Persamaan 5 disebut sebagai parameter tetap (*fixed parameter*) sedangkan σ^2_{u0}, σ^2_{u1}, σ_{u01} dan σ^2_e disebut sebagai parameter acak (*random parameter*). Berdasarkan asumsi tersebut dapat dihitung ragam untuk galat total δ_{ij} adalah

$$V(\delta_{ij}) \;=\; \sigma^2_{u0} + 2X_{ij}\sigma_{u01} + X^2_{ij}\sigma^2_{u1} + \sigma^2_e \qquad (6)$$

Terlihat pada Persamaan 6 bahwa galat total δ_{ij} heteroskedastik, seperti telah dijelaskan pada bab sebelumnya, karena merupakan fungsi dari variabel penjelas Level-1, meskipun masing-masing komponennya yaitu u_{0j}, u_{1j} dan e_{ij} homoskedastik. Galat total δ_{ij} akan homoskedastik apabila model tidak mengasumsikan komponen koefisien kemiringan acak. (Jones and Steenbergen, 1997)

Parameter-parameter γ_{00}, γ_{01}, γ_{10} dan γ_{11} pada Persamaan 2.11 disebut sebagai parameter tetap (*fixed parameter*) sedangkan σ^2_{u0}, σ^2_{u1}, σ_{u01} dan σ^2_e pada persamaan 2.12 disebut sebagai parameter acak (*random parameter*).

***Two Stage OLS* (Metode Kuadrat Terkecil Dua Tahap)**

Salah satu metode penaksiran yang populer untuk menaksir koefisien regresi adalah Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square/OLS*) dan Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Methods*). Untuk menaksir koefisien pada model regeri linier multilevel juga dapat digunakan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Kemungkinan Maksimum.

Leeuw dan Kreft (1986) membuat pendekatan sederhana dalam menaksir parameter tetap untuk model multilevel yaitu dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil Dua Tahap (*Two Stage OLS*). Hal yang sama juga dilakukan oleh Ringdal (1992). Dalam model multilevel harus dipahami bahwa parameter yang akan ditaksir merupakan suatu variabel acak dan bukan sebuah nilai konstanta.

Misalkan model yang digunakan adalah model intersep acak. Model untuk Level 1 dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut

$$\boldsymbol{y}_j = \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{e}_j \tag{7}$$

dengan $j = 1, 2, ..., m$

Dalam hal ini vektor y_j berukuran n_j x 1, matriks X_j berukuran n_j x $(p + 1)$, vektor β_j berukuran $(p + 1)$ x 1 dan e_j berukuran n_j x 1. model untuk Level 2 adalah sebagai berikut

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{u} \tag{8}$$

Dalam hal ini vektor $\boldsymbol{\beta}$ berukuran m x 1, matriks $\mathbf{Z}$ berukuran m x $(q + 1)$, vektor $\boldsymbol{\beta}_j$ berukuran $(q + 1)$ x 1 dan $\boldsymbol{u}$ berukuran m x 1. Apabila kita pandang kedua model pada Persamaan 7 dan Persamaan 8 secara terpisah maka secara sederhana untuk menaksir parameternya bisa menggunakan Metode Kuadrat Terkecil Biasa.

Pada tahap pertama adalah menentukan penaksir Metode Kuadrat Terkecil untuk Model pada Persamaan 7 atau sebut saja Model Level 1. Penaksir tak bias untuk Model Level 1 adalah sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_j = (\mathbf{X'}_j \mathbf{X}_j)^{-1} \mathbf{X'}_j \mathbf{y}_j \tag{9}$$

untuk $j = 1, 2, ..., m$

pada tahap ini diperoleh sebanyak m penaksir sesuai dengan banyaknya kelompok. Hal penting yang perlu diketahui adalah penaksir-penaksir ini diperoleh secara terpisah untuk setiap kelompok. Penaksir ini merupakan penaksir yang tak bias.

Ekspektasi bagi β_j adalah sebagai berikut

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_j) = \mathbf{Z}j\boldsymbol{\gamma}$$

dan variansnya adalah

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}}_j) = \boldsymbol{\Omega}_2 + \sigma_j^2 (\mathbf{X'}_j \mathbf{X}_j)^{-1}$$

Dan penaksir untuk varians adalah

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{(\mathbf{y}_j - \mathbf{X}_j\hat{\boldsymbol{\beta}}_j)'(\mathbf{y}_j - \mathbf{X}_j\hat{\boldsymbol{\beta}}_j)}{(n_j - p)}$$

Penaksir ini merupakan penaksir yang tak bias. Sehingga model regresi dalam kelompok pada Level 1 menghasilkan penaksir tak bias bagi koefisien regresi dan varians.

Pada tahapan selanjutnya nilai-nilai hasil taksiran pada tahap sebelumnya digunakan sebagai respon untuk Model pada Persamaan 8 atau sebut saja Model Level 2. Dengan ditetapkannya nilai respon ini maka koefisien Model Level 2 dapat ditaksir menggunakan Metode Kuadrat Terkecil yang hasilnya adalah

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\mathbf{Z'Z})^{-1}\mathbf{Z'}\hat{\boldsymbol{\beta}} \tag{10}$$

Sehingga diperoleh semua penaksir koefisien regresinya.

Selanjutnya adalah menaksir Ω_2. Permasalah dalam menaksir Ω_2 adalah bahwa struktur varians kovarians ini bukan merupakan struktur model regresi biasa sehingga Ω_2 tidak dapat ditaksir dengan cara yang sama dengan model pada Level 1 tetapi membutuhkan suatu pemikiran lebih jauh tentang hal ini. Meskipun dalam mendapatkan penaksir Ω_2 merupakan hal yang sulit karena melibatkan struktur varians-kovarians yang tidak sederhana tetapi bukan sesuatu yang tidak mungkin bahkan penaksir yang diperoleh merupakan penaksir yang tak bias. (Leeuw dan Kreft, 1986).

Pendekatan ini merupakan pendekatan tradisional yang sangat sederhana. Dalam pendekatan ini penaksir yang diperoleh bukan merupakan penaksir yang baik terutama pada saat ukuran sampel dari tiap kelompok Level 2 tidak sama. Selain itu apabila model yang digunakn adalah model koefisien acak maka struktur varians untuk galat total tidak dapat diperoleh. Apabila digunakan model multilevel yang lebih umum maka efek interaksi antara variabel pada Level 1 dan variabel pada Level 2 akan terabaikan sebab apabila kita melakukan substitusi pada metode ini maka penaksir tersebut akan menjadi bias.

Generalized Least Square

Menggunakan ide dari Longford (1989), Goldstein (1995) mengusulkan mengunakan metode kuadrat terkecil umum (*Generalised Least Square*) untuk menaksir parameter tetap pada model multilevel. Metode ini dinilai lebih baik dari metode sebelumnya karena model yang digunakan merupakan model yang telah disubstitusikan sehingga struktur varians-kovarians yang digunakan terdiri dari komponen Level 1 dan Level 2. Model yang digunakan adalah model dalam notasi matriks sebagai berikut

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{E} \tag{11}$$

dengan $\mathbf{E} = \mathbf{Ze}$, dalam hal ini varians galat adalah $V(\mathbf{E}) = \mathbf{V}$. Dengan demikian penaksir *Generalized Least Square* diperoleh dengan meminimumkan fungsi persamaan linier berikut ini

$$\begin{aligned}\mathbf{E}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{E} &= (\mathbf{y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\end{aligned}$$

sehingga dapat dengan mudah diperoleh penaksir parameternya sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} \tag{12}$$

Penaksir pada Persamaan 12 ini masih mengandung unsur parameter yang nilainya tidak diketahui yaitu pada matriks **V** yang merupakan matriks *block diagonal* dari parameter acak σ^2_{u0}, σ^2_{u1} dan σ^2. Sehingga untuk mendapatkan nilai taksiran ini harus melalui proses iterasi. Sehingga metode penaksirannya disebut sebagai *Iterative Generalised Least Square* (IGLS). (Goldstein, 1995).

Penaksir IGLS secara umum menghasilkan penaksir yang bias terutama pada saat ukuran sampel kecil. Untuk mendapatkan penaksir yang tak bias Goldstein (1995) memodifikasi penaksir IGLS ini dengan cara mengubah $E(\boldsymbol{y}^*) = \boldsymbol{V}$ menjadi

$$E(\mathbf{y}^*) = \mathbf{V} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' \tag{13}$$

penaksir ini disebut sebagai *Restricted Iterative Generalised Least Square* atau RIGLS.

SIMULASI

Sebuah simulasi sederhana dibuat untuk membuktikan secara numerik pendapat-pendapat yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Secara umum prosedur simulasi untuk model multilevel intersep acak dengan prediktor pada level 2 untuk ukuran sampel tiap kelompok sama dilakukan dengan cara sebagai berikut: Variabel X dibangkitkan dari distribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 2, galat level 1 (e_{ij}) dibangkitkan dari distribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 7, ditetapkan efek intersep (α_j) terdiri dari 4 kelompok dengan ukuran yang sama, variabel Z dibangkitkan dari distribusi uniform dalam interval 0 dan 1, efek intersep acak dibangkitkan dari distribusi normal dengan rata-rata tiap kelompok berbeda dengan simpangan baku yang sama yaitu 0.01, nilai respon y dihitung berdasarkan model regresinya. Simulasi ini dilakukan pada ukuran sampel 100, 200, 500 dan 1000 dan diulang untuk banyak kelompok 4, 10, 20 dan 50. Setiap simulasi dilakukan sebanyak 1000 kali.

Setiap hasil simulasi dihitung nilai taksiran parameter tetap dan galat bakunya (*standard error*). Untuk simulasi ini digunakan paket *nlme* dalam *software R 2.11.1*. Tabel berikut adalah hasil simulasi untuk ukuran sampel tiap kelompok sama dan banyak kelompok 4

Tabel 1 Hasil Simulasi untuk Ukuran Sampel Tiap Kelompok Sama
Untuk banyak kelompok 4

Metode	**Ukuran Sampel**	γ_{00}		β_1		γ_{01}	
		Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku
TSLS	100	1.5370	3.2757	0.9920	0.3747	0.9479	5.9106
	200	1.4779	2.5894	0.9745	0.2657	1.0139	4.6529
	500	1.4537	2.3385	0.9945	0.1589	1.0158	4.3813
	1000	1.5269	3.3628	1.0016	0.1122	0.9089	5.1737
IGLS	100	1.5356	3.2586	0.9977	0.3645	0.9478	5.8356
	200	1.4804	2.5930	0.9774	0.2592	1.0093	4.6716
	500	1.4559	2.3400	0.9946	0.1586	1.0111	4.3784
	1000	1.5283	3.3571	1.0012	0.1122	0.9073	5.1717

Dari Tabel 1 terlihat untuk ukuran sampel 100 bahwa kedua metode memberikan hasil yang tidak terlalu jauh berbeda. Secara umum galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS.untuk ukuran sampel 200 kedua metode juga memberikan hasil yang tidak terlalu jauh berbeda. Secara umum galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih besar dari metode TSLS kecuali untuk parameter β_1. Secara umum untuk ukuran sampel 500 galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS kecuali untuk parameter γ_{00}. Untuk ukuran sampel 1000 galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS.

Penambahan ukuran sampel dalam simulasi ini tidak mengubah nilai penaksir meskipun ada perubahan dalam galat baku. Sehingga secara umum dapat disimpulkan bahwa kedua metode memberikan hasil yang relatif sama.

Tabel-tabel berikut adalah hasil simulasi untuk ukuran sampel tiap kelompok sama dan banyak kelompok 10, 20 dan 50.

Tabel 2 Hasil Simulasi untuk Ukuran Sampel Tiap Kelompok Sama
Untuk ukuran sampel n=1000

Metode	**Banyak kelompok**	γ_{00}		β_1		γ_{01}	
		Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku
TSLS	10	1.4563	1.3902	1.4738	1.4567	1.3911	1.4774
	20	1.8740	2.4372	3.5691	1.8731	2.4348	3.5688
	50	1.0015	1.0014	0.9952	1.0021	1.0011	0.9951
IGLS	10	0.1127	0.1129	0.1193	0.1115	0.1102	0.1132
	20	1.1141	1.2338	1.0914	1.1130	1.2306	1.0874
	50	3.7429	4.7859	7.0760	3.7411	4.7831	7.0764

Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa untuk banyak kelompok 20 kedua metode memberikan hasil yang tidak terlalu jauh berbeda. Secara umum galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS. Kedua metode juga memberikan hasil yang tidak terlalu jauh berbeda pada banyak kelompok 20. Secara umum galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS. Pada ukuran kelompok 50 kedua metode juga memberikan hasil yang tidak terlalu

jauh berbeda. Secara umum galat baku untuk metode IGLS sedikit lebih kecil dari metode TSLS. Dengan demikian penambahan ukuran kelompok dalam simulasi ini tidak mengubah nilai penaksir tetapi dengan bertambahnya ukuran kelompok nilai galat baku berubah menjadi semakin besar. Sehingga secara umum dapat disimpulkan bahwa kedua metode memberikan hasil yang relatif sama.

Tabel berikut adalah hasil simulasi untuk ukuran sampel tiap kelompok berbeda dan banyak kelompok 4

Tabel 3 Hasil Simulasi untuk Ukuran Sampel Tiap Kelompok Berbeda
Untuk n=100 m=4

Metode	**Banyak kelompok**	γ_{00}		β_1		γ_{01}	
		Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku	Penaksir	Galat Baku
TSLS	100	0.7456	5.2440	0.9853	0.6262	0.5484	9.1314
	200	0.8263	4.3671	0.9809	0.4230	0.1824	8.5956
	500	0.7386	3.4939	1.0071	0.2395	0.5034	6.9308
IGLS	100	-0.3060	4.3795	0.9969	0.3547	1.0494	8.0956
	200	-0.2821	4.2515	0.9838	0.2559	1.0287	8.0193
	500	-0.3457	3.4814	1.0021	0.1557	1.3007	6.6553

Tabel 3 memperlihatkan bahwa kedua metode juga memberikan hasil yang sangat berbeda. Untuk n = 100 penaksir β_1 pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang relatif sama dan untuk penaksir γ_{00} pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang bertolak belakang. Sedangkan untuk penaksir γ_{01} penaksir TSLS memperlihatkan selisih yang jauh dari parameter dibandingkan dengan penaksir IGLS. Secara umum galat baku untuk metode IGLS lebih kecil dari metode TSLS. Selain itu Tabel 8 juga memperlihatkan bahwa untuk n = 200 kedua metode juga memberikan hasil yang sangat berbeda. Untuk penaksir β_1 pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang relatif sama dan untuk penaksir γ_{00} pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang bertolak belakang. Sedangkan untuk penaksir γ_{01} penaksir TSLS memperlihatkan selisih yang jauh dari parameter dibandingkan dengan penaksir IGLS. Secara umum galat baku untuk metode IGLS lebih kecil dari metode TSLS. Sedangkan untuk n = 500 memperlihatkan bahwa kedua metode juga memberikan hasil yang sangat berbeda. Untuk penaksir β_1 pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang relatif sama dan untuk penaksir γ_{00} pada TSLS dan IGLS memberikan hasil yang bertolak belakang. Sedangkan untuk penaksir γ_{01} penaksir TSLS memperlihatkan selisih yang jauh dari parameter dibandingkan dengan penaksir IGLS. Secara umum galat baku untuk metode IGLS lebih kecil dari metode TSLS. Secara umum penambahan ukuran sampel pada kedua metode tidak memberikan dampak terhadap penaksir tetapi dapat memperkecil nilai galat baku untuk kedua metode.

KESIMPULAN

Parameter tetap dalam model multilevel dapat ditaksir menggunakan metode kuadrat terkecil. Ada dua pendekatan metode kuadrat terkecil untuk model multilevel yaitu metode *two stage least square* (TSLS) dan *iterative generalized least square* (IGLS).

Berdasarkan hasil simulasi pada bagian sebelumnya metode TSLS dan metode IGLS memberikan hasil penaksir sama baik untuk ukuran sampel tiap kelompok sama dalam berbagai ukuran sampel dan berbagai ukuran kelompok. Metode IGLS memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan metode TSLS untuk ukuran sampel tiap kelompok berbeda dalam berbagai ukuran sampel. Selain itu galat baku metode IGLS relatif lebih kecil dibandingkan dengan metode TSLS.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode IGLS memberikan hasil penaksiran yang lebih baik bila dibandingkan dengan metode TSLS untuk berbagai ukuran sampel dan berbagai ukuran kelompok. Penambahan ukuran sampel dalam simulasi ini tidak memberikan dampak pada penaksir tetapi dapat memperkecil nilai galat baku penaksirnya. Penambahan ukuran kelompok dalam simulasi ini tidak mengubah nilai penaksir tetapi dengan bertambahnya ukuran kelompok nilai galat baku berubah menjadi semakin besar.

DAFTAR PUSTAKA

Goldstein (1995)*Multilevel Statistical Models 2nd Ed.,* E-Book of Arnold, London.

Hox (1995) *Applied Multilevel Analysis*, TT-Publikaties, Amsterdam.

_____(2002) *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Mahwah, New Jersey, London

Hox, J.J. and Kreft, Ita G.G. (1994) Multilevel Analysis Methods. *Sociologocal Methods & Research,* Vol 22, No. 3, pp. 283-299.

Jones, Steenbergen (1997) *Modelling Multilevel Data Structures*. Paper prepared in 14th annual meeting of the political methodology society, Columbus, OH.

Ringdal (1992) Methods for Multilevel Analysis. *Acta Sosiologica*, Vol **35**, pp. 235-243. Sage Publications.