KAJIAN SECARA ALJABAR TENTANG PERKALIAN BILANGAN BULAT SANGAT BESAR

Muhammad Sugeng, Mahmud Yunus

Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya
Email: sugeng4@yahoo.com ; yunusm@matematika.its.ac.id

Abstrak

Pada tulisan ini, dirumuskan suatu metode perkalian bilangan bulat disertai dengan pengkajian proses pembuktian secara aksiomatik bahwa metode tersebut dapat diterapkan untuk sebarang bilangan bulat berhingga. Digit-digit dari bilangan-bilangan bulat yang akan dikalikan dipandang sebagai matriks kolom untuk bilangan bulat pertama dan matriks baris untuk bilangan bulat yang lain. Selanjutnya, pendekatan matriks juga digunakan untuk mengenalkan istilah “lintasan matriks”, yaitu suatu matriks kolom sedemikian sehingga entri-entrinya merupakan jumlahan dari entri-entri yang jumlah indeknya sama. Untuk membawa kembali lintasan matriks tersebut ke dalam bentuk bulat positif, maka akan digunakan representasi basis yang dikenalkan sebagai “fungsi hitung”. Hasil akhir penelitian ini memberikan suatu metode alternatif untuk perkalian bilangan bulat sangat besar disertai dengan pengkajian proses pembuktiannya.

Kata kunci: bilangan bulat besar, lintasan matriks, matriks perkalian, operasi biner, representasi basis.

PENDAHULUAN

Perhatikan metode perkalian yang biasa digunakan oleh siswa di sekolah dasar berikut. Misalkan akan dikalikan dua bilangan 2-digit, yaitu 25 dan 34. Metode yang digunakan untuk menghitung adalah

$$\begin{array}{rl} 25 & \\ \underline{34} & \times \\ 100 & \\ \underline{75} & + \\ 850 & \end{array}$$

Bilangan terakhir yang diperoleh tentu saja menunjukkan nilai yang benar dari hasil perkalian 25 dan 34. Tetapi, suatu masalah akan timbul ketika seseorang berpikir untuk menghitung perkalian bilangan-bilangan bulat sangat besar. Hal ini berbeda ketika orang bekerja dengan bilangan (pecahan) yang sangat kecil. Kesalahan beberapa digit yang terletak jauh dibelakang koma, dalam tingkat ketelitian tertentu dapat diabaikan nilainya. Namun, tidak demikian ketika seseorang bekerja dengan bilangan sangat besar. Kesalahan beberapa digit akan berujung pada kesalahan hasil akhir yang diperoleh dan bisa jadi akan berakibat fatal.

Walaupun keakuratan hasil kerja mesin tidak diragukan lagi, namun tidaklah berlebihan apabila dilakukan analisis kembali tentang bagaimana proses kerja teknologi dalam menjawab masalah perkalian bilangan asli dengan deretan digit yang sangat panjang itu. Faktanya, algoritma untuk menghitung perkalian yang digunakan oleh mesin tidak banyak dipaparkan kepada publik karena terbentur dengan kepentingan komersial. Hal ini menjadi pertanyaan menarik bagi penulis, apakah bilangan-bilangan sangat besar yang diperoleh dari kerja mesin tersusun dari digit-digit yang sudah tepat atau terdapat beberapa digit yang sengaja disisipkan secara random pada posisi tertentu, mengingat keterbatasan alat untuk mengecek kembali hasil-hasil tersebut.

Dengan metode perkalian seperti yang dikemukakan di awal, tentu saja akan menyulitkan seseorang ketika bekerja pada bilangan bulat sangat besar. Namun, apabila metode tersebut memungkinkan untuk diterapkan pada bilangan bulat sangat besar, akan lebih menarik untuk mempertanyakan apakah metode penghitungan perkalian tersebut dapat dibuktikan benar secara aksiomatik untuk sebarang bilangan asli berhingga? Bertolak dari masalah tersebut, pada tulisan ini akan dirumuskan suatu metode perkalian dan kemudian akan dikaji proses pembuktiannya secara aksiomatik bahwa metode tersebut dapat diterapkan untuk sebarang bilangan bulat berhingga.

Penelitian Terkait

Azman (2010), dalam penelitiannya menerapkan metode Vedic untuk menghitung perkalian bilangan 6, 7, 8, dan 9. Azman mengasumsikan bahwa siswa yang menerapkan metode Vedic dianggap sudah menguasai perkalian bilangan satuan 1, 2, 3, 4, dan 5. Metode Vedic yang diterapkan oleh Azman ini hanya dapat bekerja untuk bilangan-bilangan 6, 7, 8, dan 9. Untuk bilangan-bilangan yang lebih besar dari itu, metode Vedic tidak lagi dapat diterapkan dengan benar.

Dalam penelitian yang sejenis dengan Azman, Suryani (2010) menggunakan metode *reference sum* untuk perkalian bilangan dua digit. Setidaknya, metode "*reference sum*" yang digunakan Suryani mempunyai domain yang lebih luas daripada metode Vedic yang digunakan oleh Azman. Walaupun demikian, keduanya belum mengungkapkan bagaimana metode yang digunakan dalam penelitiannya diterapkan untuk bilangan-bilangan dengan digit yang lebih banyak. Di samping itu, keduanya juga tidak menuliskan pembuktian secara umum bahwa metode yang mereka gunakan adalah benar untuk bilangan-bilangan yang telah disarankan, apalagi untuk bilangan bulat secara umum.

Pembahasan mengenai perkalian juga dikemukakan oleh Singer dan Saon (1996). Berbeda dengan Azman dan Suryani, Singer dan Saon memfokuskan pembahasan perkalian pada algoritmanya. Penulis lain yang juga membahas tentang algoritma perkalian adalah Hoeven (2007). Dalam karya tulisnya, Singer dan Saon mengkaji tentang efisiensi algoritma untuk perkalian bilangan bulat pada sistem pararel. Sedangkan Hoeven mengembangkan algoritma baru untuk perkalian.

Di sisi lain, beberapa orang tertarik untuk membahas bilangan besar. Shapiro (tanpa tahun) memberikan ketegasan mengenai bilangan besar yang ia maksudkan dalam artikelnya bukanlah takhingga. Dalam paparannya, Shapiro sedikit menceritakan tentang istilah "googol" yang pernah dikemukakan oleh Kasner dan Newman pada tahun 1940. Istilah tersebut digunakan untuk menyatakan bilangan 10^{100} yang dituliskan sebagai susunan dari satu digit 1 dan diikuti seratus digit 0. Dalam tulisannya, dia menyebut bahwa googol termasuk bilangan besar. Lebih lanjut, istilah "googolplex" digunakan untuk menyatakan bilangan yang tersusun atas satu digit 1 dan diikuti sebanyak googol digit 0.

Sejalan dengan itu, artikel Davis (2008) membahas lebih lengkap mengenai bilangan besar, mulai dari ekspresi penulisan, penamaan, hingga pemaparan beberapa bilangan besar yang terkenal. Ekspresi penulisan bilangan besar yang dibahas oleh Davis, diantaranya: berupa bentuk pangkat $a^{b^{c^d}}$ dan perpangkatan faktorial $n!^{n!^{\cdots^{n!}}}$. Tahir (2010) lebih tertarik membahas bilangan besar yang dikaitkan dengan pembagian. Dalam masalah ini, Tahir menggunakan tabel perkalian yang dikenal dengan sebutan BNTT (*Big Number Times Tables*).

Notasi Matriks

Suatu matriks M berukuran $m \times n$ dapat ditulis sebagai $M_{m\times n}$ atau $\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$. Notasi a_{ij} akan dipahami sebagai entri pada baris ke-i dan kolom ke-j. Misalkan diberikan matriks $M = \left(a_{ij}\right)_{m\times n}$. Transpose dari M, ditulis $M^{\mathrm{T}} = \left(a_{ji}\right)_{n\times m}$, adalah suatu matriks yang berukuran $n \times m$ sedemikian sehingga apabila entri a_{ij} terletak pada baris ke-i dan kolom ke-j di M maka akan ditulis sebagai entri yang terletak pada baris ke-j dan kolom ke-i di M^{T}. Selanjutnya, matriks M dikatakan simetris apabila berlaku $M = M^{\mathrm{T}}$.

PEMBAHASAN

Sebarang bilangan bulat positif N dapat ditulis sebagai

$$N = a_1 \times 10^{n-1} + a_2 \times 10^{n-2} + a_3 \times 10^{n-3} + \cdots + a_{n-1} \times 10 \quad + a_n,$$

untuk $a_i \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ dimana $a_1 \neq 0$.

Selanjutnya, dalam tulisan ini bilangan N tersebut akan dituliskan sebagai matriks kolom

$$N = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}.$$

Kecuali dikatakan lain, matriks kolom yang digunakan dalam tulisan ini merupakan matriks kolom dengan entri-entri bilangan bulat tak-negatif dimana entri pada baris pertama adalah tidak nol.

Matriks Perkalian

Apabila diberikan matriks-matriks kolom $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$ dan $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$ maka dapat diperoleh

$$\boldsymbol{ab}^T = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} [b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad \ldots \quad b_n] = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & \cdots & a_1 b_n \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & \cdots & a_2 b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_m b_1 & a_m b_2 & \cdots & a_m b_n \end{bmatrix}.$$

Matriks $\boldsymbol{ab}^T$ akan dituliskan sebagai $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ dan dikatakan sebagai matriks perkalian dari $\boldsymbol{a}$ dan $\boldsymbol{b}$. Sebagaimana perkalian matriks pada umumnya, $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \neq M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})$. Sebagai contoh, misalkan $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ dan $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, maka $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{ab}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [4 \quad 5] = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 8 & 10 \\ 12 & 15 \end{bmatrix}$ sedangkan $M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}) = \boldsymbol{ba}^T = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} [1 \quad 2 \quad 3] = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \end{bmatrix}$. Walaupun demikian, terdapat hubungan tertentu antara $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ dan $M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})$ yang akan dijelaskan pada sifat-sifat berikut.

Sifat 1

$$M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})^T.$$

Bukti: $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{ab}^T = (\boldsymbol{ba}^T)^T = M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})^T$.

Misalkan diberikan dua matriks kolom $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ dan $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$,

maka

$$M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{ab}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \quad 2 \quad 6] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 6 \\ 6 & 6 & 18 \end{bmatrix}$$

sedangkan

$$M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^T = \begin{bmatrix}2\\2\\6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 2 & 6\\2 & 2 & 6\\6 & 6 & 18\end{bmatrix}.$$

Pada kasus tersebut, diberikan matriks-matriks kolom $\boldsymbol{a}$ dan $\boldsymbol{b}$ yang berbeda, namun diperoleh matriks $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ yang sama dengan $M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})$.

Sifat 2

$M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})$ jika dan hanya jika $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris**.**

Bukti:

($\Rightarrow$) Karena $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})$ maka berlaku $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})^T$**.**
Ini berarti $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris**.**

($\Leftarrow$) Karena $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris maka $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})^T$.
Oleh karena itu, berlaku $\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^T = (\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^T)^T$.
Padahal, $(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^T)^T = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^T = M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})$.
Jadi, $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})$.

Sifat 3

$M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris jika dan hanya jika $\boldsymbol{b} = c\boldsymbol{a}$, untuk suatu skalar c**.**

Bukti:

($\Rightarrow$) Misalkan m_{ij} entri pada baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$.
Maka dapat dinyatakan bahwa $m_{ij} = a_i b_j$.
Karena $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris maka $m_{ij} = m_{ji}$, yaitu $a_i b_j = a_j b_i$.
Pilih $c = \frac{b_k}{a_k}$, maka $b_i = ca_i$, untuk suatu indeks k.
Karena i adalah sebarang, maka berlaku $\boldsymbol{b} = c\boldsymbol{a}$.

($\Leftarrow$) Karena $\boldsymbol{b} = c\boldsymbol{a}$ maka berlaku

$$\begin{aligned} M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) &= M(\boldsymbol{a},c\boldsymbol{a}) \\ &= \boldsymbol{a}(c\boldsymbol{a})^T \\ &= \boldsymbol{a}c\boldsymbol{a}^T \\ &= c\boldsymbol{a}\boldsymbol{a}^T \\ &= (c\boldsymbol{a})\boldsymbol{a}^T \\ &= \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^T \\ &= M(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}). \end{aligned}$$

Dengan demikian, $M(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ simetris**.**

Lintasan Matriks

Suatu lintasan ke-k pada suatu matriks $M = (a_{ij})_{m\times n}$ adalah hasil jumlahan dari semua entri a_{ij} yang memenuhi $i + j = k + 1$. Suatu lintasan matriks adalah matriks kolom dengan entri-entri a_k adalah lintasan ke-k.

Definisi 1

Misalkan M suatu matriks berukuran $m \times n$. Untuk entri-entri a_{ij} di M, **lintasan ke-k**, ditulis p_k, didefinisikan sebagai

$$p_k = \sum_{i+j=k+1} a_{ij}.$$

Ekspresi p_k pada definisi di atas dapat diterjemahkan ke dalam ekspresi lain yang ekuivalen, yaitu:

$$p_k = \sum_{i=1}^{k} a_{i(k-i+1)}.$$

Dengan kata lain, p_k adalah hasil jumlahan dari entri-entri a_{ij}, dimana $j = k - i + 1$, untuk $i = 1, 2, \ldots, k$.

Contoh-Contoh

(a) Misalkan $M_1 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Maka $p_1 = 3,$ $p_2 = 2 - 2 = 0$, dan $p_3 = 4$,. Sedangkan p_4 tidak terdefinisi.

(b) Misalkan $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$. Maka $p_1 = 1,$ $p_2 = 6, p_3 = 8,$ dan $p_4 = 6$. Sedangkan p_5 tidak terdefinisi.

(c) Misalkan $M_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Maka $p_1 = 1,$ $p_2 = 2$, dan $p_3 = 3$.

(d) Misalkan $M_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$. Maka $p_1 = 1,$ $p_2 = 2$, dan $p_3 = 3$.

(e) Matriks $M_5 = (a_{ij})$ berukuran 2011×2011, dimana $a_{ij} = 2i - j$. Maka $p_{1020} + p_{2010} = \ldots\ldots$

Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} p_{1020} &= \sum_{i=1}^{1020} a_{i(1021-i)} \\ &= \sum_{i=1}^{1020} 2i - (1021 - i) \\ &= \sum_{i=1}^{1020} 2i - (1021 - i) \\ &= 3 \sum_{i=1}^{1020} i - \sum_{i=1}^{1020} 1021 \\ &= 520710 \end{aligned}$$

Sedangkan

$$\begin{aligned} p_{2010} &= \sum_{i=1}^{2010} a_{i(2010-i)} \\ &= \sum_{i=1}^{2010} 2i - (2011 - i) \\ &= \sum_{i=1}^{2010} 2i - (2011 - i) \\ &= 3 \sum_{i=1}^{2010} i - \sum_{i=1}^{2010} 2011 \\ &= 2021055 \end{aligned}$$

Jadi, $p_{1020} + p_{2010} = 520710 + 2021055 = 2541765$

Berdasarkan contoh-contoh di atas, p_k tidak selalu dapat didefinisikan untuk sebarang nilai k sebab definisi p_k menyaratkan agar suku-sukunya merupakan entri-entri pada matriks terkait. Proposisi berikut setidaknya dapat menjamin untuk menentukan nilai-nilai k berapa saja sedemikian sehingga p_k dapat didefinisikan.

Proposisi 4

Misalkan M matriks berukuran $m \times n$ dan p_k menyatakan lintasan ke-k pada M. Maka ada bilangan asli i dan j sedemikian sehingga a_{ij} entri di M jika dan hanya jika $k + 1 \le m + n$.

Bukti :

($\Rightarrow$) Karena a_{ij} entri di M maka berlaku $i + j \le m + n$.
Perhatikan bahwa $p_k = \sum_{i+j=k+1} a_{ij}$.
Oleh karena itu, $k + 1 = i + (k - i + 1) = i + j \le m + n$.

($\Leftarrow$) Perhatikan bahwa $p_k = \sum_{i+j=k+1} a_{ij}$.
Dengan demikian, diperoleh $i + j = k + 1$.
Karena $k + 1 \le m + n$ maka $i + j = k + 1 \le m + n$.
Pilih $i \le m$ dan $j \le n$.
Maka a_{ij} adalah entri di M.

Arti lain dari proposisi di atas mengatakan bahwa jika $k + 1 > m + n$ maka tidak ada i dan j sedemikian sehingga a_{ij} entri di M. Ini berarti, p_k tidak dapat didefinisikan untuk $k > m + n - 1$ sebab semua suku pada p_k bukanlah entri-entri di M. Secara sama, dikatakan bahwa p_k dapat didefinisikan hanya untuk $k = 1, 2, \dots, m + n - 1$. Untuk memudahkan penyebutan, maka notasi $\alpha = m + n - 1$ dikatakan sebagai **derajat lintasan** dari suatu matriks M.

Jaminan terdefinisinya p_k dari proposisi di atas menjadi dasar keabsahan untuk mendefinisikan *lintasan matriks*. Berikut ini diberikan definisi formal untuk lintasan matriks.

Definisi 2

Misalkan M suatu matriks dan α adalah derajat lintasan dari M.
Lintasan pada M adalah matriks kolom

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_\alpha \end{bmatrix}$$

dimana p_k lintasan ke-k pada M, untuk $k = 1, 2, 3, \dots, \alpha$.

Dalam kaitannya dengan matriks perkalian, meskipun $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ dan $M(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})$ tidak selalu merupakan matriks yang sama, tetapi keduanya mempunyai lintasan yang sama. Ini mudah diamati dari definisi p_k yang tidak mengubah nilai $a_i b_j$ dan $b_i a_j$.

Definisi 3

Misalkan $\mathfrak{R}$ himpunan matriks-matriks kolom.
Fungsi hitung berbasis $t \in \mathbb{Z}$*, ditulis* ${}^tH$, adalah fungsi

$${}^tH : \mathcal{F} \subseteq \mathfrak{R} \to \mathbb{R}$$

dimana

$${}^tH(\boldsymbol{a}) = \sum_{k=1}^{n} a_k t^{n-k}$$

untuk setiap matriks kolom

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}.$$

Berikut ini dib erikan sebuah kasus yang menunjukkan kaitan antara lintasan matriks dan fungsi hitung. Misalkan $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$ dan $\boldsymbol{b} = [b_1]$ maka $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \begin{bmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_1 \\ a_3 b_1 \\ \vdots \\ a_m b_1 \end{bmatrix}$ dan lintasan $\boldsymbol{p}$ pada $M(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ adalah $\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_1 \\ a_3 b_1 \\ \vdots \\ a_m b_1 \end{bmatrix}$. Oleh karena itu, ${}^tH(\boldsymbol{a}) = \sum_{k=1}^{m} a_k t^{m-k}$ dan ${}^tH(\boldsymbol{b}) = b_1$. Sedangkan ${}^tH(\boldsymbol{p}) = \sum_{k=1}^{m} a_k b_1 t^{m-k}$. Dengan demikian, berlaku $[\,{}^tH(\boldsymbol{a})][\,{}^tH(\boldsymbol{b})] = [\,{}^tH(\boldsymbol{p})]$. Selanjutnya, diberikan sebuah dugaan bahwa kasus di atas dapat berlaku untuk sebarang $\boldsymbol{a}$ dan $\boldsymbol{b}$. Dugaan ini merupakan sebuah pernyataan yang belum sempat dibuktikan, namun untuk beberapa kasus telah dicek kebenarannya.

Dugaan 5.

Misalkan matriks-matriks kolom

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix},$$

Jika ${}^tH$ fungsi hitung berbasis t maka berlaku

$$[\,{}^tH(\boldsymbol{a})][\,{}^tH(\boldsymbol{b})] = [\,{}^tH(\boldsymbol{p})],$$

dimana $\boldsymbol{p}$ adalah lintasan matriks perkalian dari $\boldsymbol{a}$ dan $\boldsymbol{b}$.

KESIMPULAN

Sebuah metode perkalian b ilangan bulat sangat besar telah dirumuskan dalam tulisan ini. Mulanya, bilangan-bilangan yang akan dikalikan dipandang sebagai matriks-matriks kolom, kemudian ditentukan matriks perkaliannya. Dari matriks perkalian tersebut, diperoleh suatu lintasan matriks. Dengan menerapkan fungsi hitung basis 10 pada lintasan matriks itu, akan diperoleh suatu hasil perkalian. Akhir dari tulisan menyisakan sebuah dugaan yang merupakan sebuah pernyataan yang belum sempat dibuktikan. Adapun bukti secara formal akan diberikan pada penelitian lebih lanjut. Pembaca dapat juga mengisi ruang kosong ini untuk keperluan penelitian yang sejenis.

DAFTAR PUSTAKA

Azman, S., (2010), "Multiplication with the Vedic Method", *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8: 129–133.

Davis, T., (2008), "Big Number", http://www.2dix.com/pdf2011/big-number-pdf.pdp, diakses pada tanggal 20 Januari 2011.

Hoeven, J. V. D, (2007), "New Algorithm for Relaxed Multiplication", *Journal of Symbolic Computation*, 42: 792–802.

Koshy, Thomas, (2002), *Elementary Number Theory with Applications*, Harcourt Academic Press, California.

Shapiro, D. B, (tanpa tahun), "Big Number", http://www.2dix.com/pdf2011/big-number-pdf.pdp, diakses pada tanggal 20 Januari 2011.

Singer, B. and Saon, G.,(1996), "An Efficient Algorithm for Parallel Integer Multiplication", Communication, 19: 415–418.

Suryani, N., (2010), "Multiplication and the Reference Sum Methode", *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8: 72–78.

Tahir, S., (2010), "Building Big Number Times Tables", *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8: 164–172.