ISBN: 978-979-16353-3-2

S-28

Pelanggaran Asumsi Normalitas Model Multilevel Pada Galat Level yang Lebih Tinggi

Bertho Tantular[1)]

[1)] Staf Pengajar Jurusan Statistika FMIPA UNPAD

berthotantular@gmail.com

Abstrak

Secara umum model multilevel digunakan pada populasi yang memiliki struktur hierarki. Dalam data berstruktur hierarki pengamatan-pengamatan diperoleh melalui sampling *multistage* akibatnya pengamatan-pengamatan tersebut tidaklah benar-benar saling bebas. Analisis multilevel dapat menanggulangi masalah ini dengan menyertakan

level yang lebih tinggi ke dalam model. Salah satu asumsi yang digunakan dalam model regresi multilevel, sebut saja 2 level, yaitu galat level 2 berdistribusi normal. Dalam makalah ini dijelaskan secara numerik bagaimana penaksir dari parameter tetap maupun parameter acak dalam model multilevel apabila asumsi normalitas galat level 2 tidak terpenuhi.

Kata-kata kunci: Model Regresi Multilevel, intersep acak, metoda kemungkinan maksimum.

Pendahuluan

Model multilevel digunakan untuk data berjenjang (*Hierarki*). Model statistik multilevel mulai diperhatikan setelah dikembangkan oleh Goldstein (1995). Awalnya model ini jarang dipergunakan karena melibatkan perhitungan yang cukup rumit, tetapi dengan berkembangnya perangkat lunak masalah ini tidak lagi menjadi kendala.

Dalam penelitian dengan struktur populasi hierarki data sampel akan terlihat seperti sampel multi-tahap (*multistage sample*) dari populasi ini. Peubah-peubah dapat didefinisikan pada tingkat individu dan pada tingkat lingkungan. Sebagian peubah ini

 ISBN: 978-979-16353-3-2

dapat diukur secara langsung dari tingkat aslinya dan sebagian lain mungkin merupakan peubah *aggregat*. (Hox, 2002)

Model multilevel mulai diperkenalkan oleh Goldstein pada tahun 1995. Model ini dapat mengatasi masalah yang muncul dari data dengan struktur hierarki. Dalam model multilevel, struktur hierarki didefinisikan sebagai level. Tingkat yang paling rendah yaitu individu disebut level 1 dan tingkat yang lebih tinggi yaitu lingkungan disebut level 2. Model multilevel selain dapat menentukan keragaman antar lingkungan juga dapat menunjukkan korelasi antar dua individu yang pada model lain diasumsikan tidak ada. Selain itu model multilevel juga dapat mengukur interaksi yang mungkin terjadi antara peubah pada tingkat yang berbeda

Asumsi umum dalam model regresi multilevel adalah bahwa galat level 1 berdistribusi Normal dengan rata-rata nol dan varians σ_ε^2 dan galat level 2 juga berdistribusi Normal dengan rata-rata nol dan varians σ_u^2 . Pelanggaran asumsi pertama dapat berakibat pada pendugaan parameternya menjadi bias dan tidak efisien (Bafumi & Gelman, 2006). Pelanggaran terhadap asumsi kedua juga dapat mengakibatkan pendugaan parameternya menjadi bias dan tidak efisien tetapi hanya untuk parameter level 2 (Mass & Hox, 2004).

Untuk itu dalam pembahasan selanjutnya akan dijelaskan mengenai model multilevel secara umum khususnya untuk model intersep acak dua level berikut asumsi-asumsi yang mendasarinya. Kemudian pendugaan parameter untuk model multilevel tersebut. Selanjutnya pelanggaran asumsi normalitas galat level 2 yang menjadi inti makalah ini akan dijelaskan secara numerik melalui suatu studi simulasi.

Model Regresi Multilevel

Model regresi multilevel secara umum mempunyai struktur data hierarki yaitu: sebuah peubah tak bebas (*dependent variable*) yang diukur pada level 1 dan beberapa peubah bebas (*explanatory variable*) yang diukur pada setiap level

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Suatu model regresi multilevel yang sederhana hanya terdiri dari dua level. Model matematis berikut adalah model regresi dua level dengan satu peubah penjelas level 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \qquad (1)$$

i menyatakan individu dalam Kelompok ke-j (i = 1,2, ..., n_j)

j menyatakan Kelompok (j = 1, 2, ..., J)

Pada regresi biasa *intersep* dan *slope* untuk setiap Kelompok adalah sama nilainya, sedangkan pada model ini *intersep* dan *slope* untuk setiap Kelompok berbeda.

Asumsi yang mendasari model regresi multilevel (Persamaan 1) pada umumnya sama dengan regresi linier biasa yaitu e_{ij} berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2_j. Hal ini menunjukkan bahwa ragam tiap kelompok berbeda. Tetapi untuk beberapa kasus ada kalanya ragam tiap kelompok diangggap sama (Hox, 2002).

Pada Persamaan 11 nilai β_{0j} dan β_{1j} dapat diperoleh dengan menganggap β_{0j} dan β_{1j} sebagai respons dari persaman-persamaan berikut:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j} \qquad (2)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \qquad (3)$$

Dalam hal ini Z_j adalah peubah penjelas level 2 dan u_{0j} dan u_{1j} adalah galat pada level 2. Dari Persamaan 2 terlihat bahwa nilai y secara umum dapat diprediksi oleh Z_j. Dari Persamaan 3 juga dapat diketahui bahwa hubungan fungsional antara y dengan X bergantung pada nilai Z_j.

Bila Persamaan 2 dan Persamaan 3 disubstitusikan ke Persamaan 1 maka akan menjadi:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Z_j + \gamma_{01}X_{ij} + \gamma_{1\,1}X_{ij}Z_j + (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}) \qquad (4)$$

Dalam Persamaan 4 pada ruas kanan bagian yang tidak berada dalam kurung merupakan bagian tetap (*fixed part*) atau biasa disebut *fixed effect* sedangkan bagian yang berada didalam kurung disebut bagian acak (*random part*) atau biasa disebut *random effect*. Dari Persamaan 4 terlihat bahwa model tersebut merupakan bagian dari model linier campuran (*linear mixed models*).

Model 14 dapat disederhanakan menjadi model berikut ini

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Z_j + \gamma_{01}X_{ij} + \gamma_{11}X_{ij}Z_j + \delta_{ij} \qquad (5)$$

dengan $\delta_{ij} = (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})$ atau disebut sebagai galat total.

Persamaan 5 terlihat seperti model regresi biasa tetapi bila melihat pada galatnya terdiri atas tiga komponen yaitu u_{0j}, u_{1j} dan e_{ij}. Asumsi yang mendasari model seperti ini adalah:

1. $E(u_{0j}) = E(u_{1j}) = E(e_{ij}) = 0$
2. $V(u_{0j}) = \sigma^2_{u0}, V(u_{1j}) = \sigma^2_{u1}, V(e_{ij}) = \sigma^2_e$
3. $Cov(u_{0j}, e_{ij}) = Cov(u_{1j}, e_{ij}) = Cov(e_{ij}, e_{kl}) = 0$
4. $Cov(u_{0j}, u_{1j}) = \sigma_{u01}$

Berdasarkan asumsi tersebut dapat dihitung ragam untuk galat total δ_{ij} adalah

$$\begin{aligned} V(\delta_{ij}) &= E(u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})^2 \\ &= E(u^2_{0j}) + 2X_{ij}E(u_{0j}u_{1j}) + X^2_{ij}E(u^2_{1j}) + E(e_{ij}^2) \\ &= \sigma^2_{u0} + 2X_{ij}\sigma_{u01} + X^2_{ij}\sigma^2_{u1} + \sigma^2_e \qquad (6) \end{aligned}$$

Terlihat pada Persamaan 6 bahwa galat total δ_{ij} heteroskedastik karena merupakan fungsi dari peubah penjelas level 1, meskipun komponennya yaitu u_{0j}, u_{1j} dan e_{ij} homoskedastik. Galat total δ_{ij} akan homoskedastik apabila model tidak mengasumsikan komponen *slope* acak. (Jones and Steenbergen, 1997)

Berbeda dengan model regresi biasa yang mengasumsikan antar observasi saling bebas model multilevel justru mengasumsikan antar observasi tidak bebas. Korelasi yang menyatakan hubungan antara dua individu dalam satu kelompok disebut sebagai korelasi *intra-class*. Apabila model multilevel hanya mempunyai satu komponen acak pada level 2 yaitu u_{0j} maka korelasi *intra-class*nya adalah:

 ISBN: 978-979-16353-3-2

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{u0}^2 + \sigma_{e0}^2} \qquad (7)$$

dalam hal ini ρ adalah fungsi dari σ^2_{u0} dan σ^2_e.

Parameter-parameter γ_{00}, γ_{10}, γ_{01} dan γ_{11} pada Persamaan 5 disebut sebagai parameter tetap (*fixed parameter*) sedangkan σ^2_{u0}, σ^2_{u1}, σ_{u01} dan σ^2_e pada persamaan 6 disebut sebagai parameter acak (*random parameter*).

Pendugaan parameter model multilevel

Salah satu metode pendugaan yang populer untuk menduga koefisien regresi adalah Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square/OLS*) dan Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Methods*). Untuk menduga koefisien pada model regeri linier multilevel juga dapat digunakan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Kemungkinan Maksimum.

Longford (1989) mengusulkan mengunakan metode kuadrat terkecil umum (*Generalised Least Square*) untuk menduga parameter tetap pada Model 1. Penduga parameternya adalah sebagai berikut

$$\hat{\beta} = \left(X'V^{-1}X\right)^{-1} X'V^{-1} y \qquad (8)$$

dalam hal ini V merupakan matriks *block diagonal* dari parameter acak σ^2_{u0}, σ^2_{u1} dan σ^2_{e0}. Untuk mendapatkan dugaan ini harus melalui proses iterasi karena melibatkan V yang mengandung parameter-parameter yang nilainya tidak diketahui. Metode pendugaannya disebut *Iterative Generalised Least Square* (IGLS).

Proses iterasi metode IGLS dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tentukan nilai ***β*** pada dengan Metode Kuadrat Terkecil Biasa
2. hitung nilai $y^{*} = \tilde{y}\tilde{y}^t$ dengan $\tilde{y} = y - X\hat{\beta}$

3. tentukan bahwa $E(\boldsymbol{y}^*) = \boldsymbol{V}$
4. buatlah vektor $\boldsymbol{y}^{**} = vec(\boldsymbol{y}^*)$ sehingga $E(\boldsymbol{y}^{**}) = \boldsymbol{Z}^*\boldsymbol{\vartheta}$ dalam hal ini vektor $\boldsymbol{\vartheta}$ berisi parameter-parameter komponen acak dan $\boldsymbol{Z}^*$ adalah matriks rancangan koefisien acak.
5. hitunglah $\hat{\theta} = \left(Z^{*\prime}V^{*-1}Z^{*}\right)^{-1} Z^{*\prime}V^{*-1}Y^{**}$ dengan $V^* = V \otimes V$

proses diiterasi hingga didapatkan hasil yang konvergen.

Penduga IGLS secara umum menghasilkan penduga yang bias terutama pada saat ukuran sampel kecil. Untuk mendapatkan penduga yang tak bias Goldstein (1995) memodifikasi penduga IGLS ini dengan cara mengubah langkah (3) yaitu $E(\boldsymbol{y}^*) = \boldsymbol{V}$ menjadi

$$E\left(y^*\right) = V - X cov\left(\hat{\beta}\right) X'$$

atau

$$E\left(y^*\right) = V - X\left(X'V^{-1}X\right)^{-1} X'$$

penduga ini disebut sebagai *Restricted Iterative Generalised Least Square* atau RIGLS.

Goldstein (1995) menyebutkan bahwa penduga RIGLS sama dengan penduga yang dihasilkan menggunakan metode kemungkinan maksimum yang disebut sebagai *Restricted Maximum Likelihood* atau REML. Sehingga penduga REML yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya dapat digunakan untuk menduga parameter-parameter dalam model multilevel (Persamaan 5). Proses iterasi dalam pendugaan REML menggunakan algoritma *Fisher Scoring* yang diusulkan oleh Longford (1987). Prosedur iterasi lain yang dapat digunakan adalah EM Algoritm (Bryck and Raudenbush, 1987) perbedaannya adalah dalam iterasi ini membutuhkan asumsi Normalitas.

Galat Baku Penduga Model Multilevel

Galat Baku Penduga (*standard error*) merupakan salah satu ukuran untuk menentukan suatu penduga dikatakan sebagai penduga yang baik atau tidak. Galat

 ISBN: 978-979-16353-3-2

baku dapat diperoleh dari akar positif varians sampling suatu penduga. Penduga pada Persamaan 8 mempunyai varians sampling sebagai berikut

$$cov(\hat{\beta}) = (X'V^{-1}X)^{-1} \tag{9}$$

sehingga galat baku penduga parameter *β* tersebut adalah akar positif diagonal utama matriks Persamaan 9. Sedangkan varians sampling untuk penduga parameter acak ***ϑ*** adalah

$$cov(\hat{\theta}) = (Z'V^{-1}Z)^{-1} \tag{10}$$

dan galat bakunya diperoleh dari akar positif diagonal utama matriks tersebut.

Metode Simulasi

Dalam simulasi ini digunakan model yang paling sederhana yaitu model mintersep acak 2 level. Simulasi dibagi menjadi dua bagian, yang pertama untuk galat level 2 berdistribusi Normal dan bagian kedua untuk galat level 2 berdistribusi non Normal yang dalam hal ini diambil distribusi eksponensial.

Prosedur simulasi pertama untuk model multilevel intersep acak dengan galat level 2 diasumsikan Normal dilakukan sebagai berikut: Peubah X dibangkitkan dari distribusi Uniform dengan batas bawah 0 dan batas atas 1. Galat level 1 (e_{ij}) dibangkitkan dari distribusi Normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 0.9. Selanjutnya galat level 2 dibangkitkan dari distribusi Normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 0.1. dan Z dibangkitkan dari distribusi Uniform dengan batas bawah 1 dan batas atas 2. Peubah Y diperoleh dari fungsi untuk modelnya dengan menetapkan nilai parameter γ_{00} = 0, γ_{01} = 1 dan γ_1 = 1. Simulasi dilakukan untuk beberapa kondisi yaitu: ukuran kelompok 30, 50 dan 100; ukuran sampel kelompok 5, 30 dan 50. Setiap Simulasi dilakukan sebanyak 1000 kali. Hasil yang disajikan adalah nilai dugaan

 ISBN: 978-979-16353-3-2

parameter tetap beserta galat bakunya untuk masing-masing kondisi dan nilai dugaan parameter acak.

Simulasi kedua yaitu untuk model multilevel intersep acak dengan galat level 2 diasumsikan tidak Normal (Eksponensial) mempunyai prosedur sebagai berikut: Peubah X dibangkitkan dari distribusi Uniform dengan batas bawah 0 dan batas atas 1. Galat level 1 (e_{ij}) dibangkitkan dari distribusi Normal dengan rata-rata nol dan varians 0.9. Selanjutnya galat level 2 dibangkitkan dari distribusi Eksponensial dengan rata-rata nol. dan Z dibangkitkan dari distribusi Uniform dengan batas bawah 1 dan batas atas 2. Peubah Y diperoleh dari fungsi untuk modelnya dengan menetapkan nilai parameter γ_{00} = 0, γ_{01} = 1 dan γ_1 = 1. Simulasi dilakukan untuk beberapa kondisi yaitu: ukuran kelompok 30, 50 dan 100; ukuran sampel kelompok 5, 30 dan 50. Setiap Simulasi dilakukan sebanyak 1000 kali. Hasil yang disajikan adalah nilai dugaan parameter tetap beserta galat bakunya untuk masing-masing kondisi dan nilai dugaan parameter acak.

Hasil dan Pembahasan

Dari simulasi yang telah dilakukan hasil-hasil yang diperoleh disajikan dalam tabel-tabel untuk masing-masing kondisi. Tabel-tabel berikut adalah hasil simulasi untuk galat level 2 berdistribusi Normal

Tabel 1. Penduga Parameter Tetap dan Galat Baku Model Multilevel dengan Galat Level 2 Berdistribusi Normal berdasarkan Ukuran Sampel Kelompok

Parameter	Ukuran Sampel Kelompok					
	5		30		50	
	Penduga	Galat Baku	Penduga	Galat Baku	Penduga	Galat Baku
b00	0.00853	0.41365	-0.00447	0.16856	-0.00313	0.13058
b01	0.99768	0.25815	1.00170	0.10474	0.99602	0.08107
b1	0.99701	0.25703	1.00289	0.10472	1.00351	0.08110

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Dari Tabel 1 terlihat bahwa secara umum untuk semua ukuran sampel dalam kelompok mempunyai penduga yang tak bias. Dari tabel juga terlihat bahwa penambahan ukuran sampel dapat memperkecil nilai galat bakunya. Tabel berikut adalah penduga parameter acak untuk model multilevel dengan galat level 2 berdistribusi Normal

Tabel 2. Penduga Parameter Acak Model Multilevel dengan Galat Level 2 Berdistribusi Normal berdasarkan Ukuran Sampel Kelompok

Parameter	Ukuran Sampel Kelompok		
	5	30	50
sigma(e)	0.80237	0.81834	0.81899
sigma(u)	0.01885	0.00282	0.00172

Dari Tabel 2 terlihat bahwa parameter acak level 1 (σ^2_e) mempunyai nilai dugaan yang tak bias. Sedangkan untuk parameter acak level 2 (σ^2_u) mempunyai nilai dugaan yang bias untuk ukuran sampel kecil.

Tabel 3. Penduga Parameter Tetap dan Galat Baku Model Multilevel dengan Galat Level 2 Berdistribusi Normal berdasarkan Banyak Kelompok

Parameter	Banyak Kelompok					
	30		50		100	
	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku
b00	-0.00313	0.13058	0.00530	0.10095	-0.00209	0.07143
b01	0.99602	0.08107	0.99944	0.06273	1.00099	0.04439
b1	1.00351	0.08110	0.99655	0.06271	1.00085	0.04441

Dari Tabel 3 terlihat bahwa secara umum untuk semua ukuran sampel dalam kelompok mempunyai penduga yang tak bias. Dari tabel juga terlihat bahwa apabila ukuran kelompok besar maka nilai galat bakunya akan semakin kecil. Tabel berikut adalah penduga parameter acak untuk model multilevel dengan galat level 2 berdistribusi Normal.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 4. Penduga Parameter Acak Model Multilevel dengan Galat Level 2 Berdistribusi Normal berdasarkan Banyak Kelompok

Parameter	Banyak Kelompok		
	30	50	100
sigma(e)	0.81899	0.81775	0.81989
sigma(u)	0.00172	0.00137	0.00095

Tabel 4 memperlihatkan bahwa parameter acak level 1 (σ^2_e) mempunyai nilai dugaan yang tak bias. Hal yang sama untuk parameter acak level 2 (σ^2_u) mempunyai nilai dugaan yang tak bias untuk semua keadaan banyak kelompok.

Tabel-tabel berikut adalah hasil simulasi nilai penduga dan galat baku untuk parameter tetap dan parameter acak model multilevel dengan galat level 2 diasumsikan berdistribusi eksponensial.

Tabel 5. Penduga Parameter Tetap dan Galat Baku Model Multilevel dengan Galat Level 2 Berdistribusi Eksponensial berdasarkan Ukuran Sampel Kelompok

Parameter	Ukuran Sampel Kelompok					
	5		30		50	
	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku
b00	0.98044	0.61517	0.99860	0.25035	1.00396	0.19374
b01	1.00593	0.38284	1.00203	0.15547	0.99249	0.12034
b1	1.01405	0.38257	1.00114	0.15557	0.99969	0.12037

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa untuk semua ukuran sampel dalam kelompok penduga γ_{01} dan γ_{11} yang tak bias sedangkan penduga γ_{00} berbias. Selain itu terlihat juga bahwa apabila ukuran sampel kelompok besar maka nilai galat bakunya akan semakin kecil. Tabel berikut adalah penduga parameter acak untuk model multilevel dengan galat level 2 berdistribusi Normal.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 6. Penduga Parameter Acak Model Multilevel dengan Galat Level 2

Parameter	Ukuran Sampel Kelompok		
	5	30	50
sigma(e)	1.76947	1.80491	1.80639
sigma(u)	0.04342	0.00631	0.00377

Berdistribusi Eksponensial berdasarkan Ukuran Sampel Kelompok

Dari Tabel 6 terlihat bahwa parameter acak level 1 (σ^2_e) mempunyai nilai dugaan yang bias. Hal yang sama untuk parameter acak level 2 (σ^2_u) mempunyai nilai dugaan yang bias untuk semua keadaan banyak kelompok.

Tabel 7. Penduga Parameter Tetap dan Galat Baku Model Multilevel

dengan Galat Level 2 Berdistribusi Eksponensial berdasarkan Banyak Kelompok

Parameter	Banyak Kelompok					
	30		50		100	
	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku	Taksiran	Galat Baku
b00	1.00396	0.19374	0.99474	0.15011	1.00307	0.10608
b01	0.99249	0.12034	1.00344	0.09327	0.99707	0.06593
b1	0.99969	0.12037	1.00220	0.09325	0.99848	0.06592

Berdasarkan Tabel 7 terlihat bahwa untuk semua ukuran sampel dalam kelompok penduga γ_{01} dan γ_{11} yang tak bias sedangkan penduga γ_{00} berbias. Selain itu terlihat juga bahwa apabila ukuran sampel kelompok besar maka nilai galat bakunya akan semakin kecil. Tabel berikut adalah penduga parameter acak untuk model multilevel dengan galat level 2 berdistribusi Normal.

Tabel 8. Penduga Parameter Acak Model Multilevel dengan Galat Level 2

Berdistribusi Eksponensial berdasarkan Banyak Kelompok

Parameter	Banyak Kelompok		
	30	50	100
sigma(e)	1.80639	1.80824	1.80794
sigma(u)	0.00377	0.00295	0.00214

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Dari Tabel 8 terlihat bahwa parameter acak level 1 (σ^2_e) mempunyai nilai dugaan yang bias. Hal yang sama untuk parameter acak level 2 (σ^2_u) mempunyai nilai dugaan yang bias untuk semua keadaan banyak kelompok.

Simpulan

Dari hasil simulasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa penduga titik untuk koefisien regresi (parameter tetap) cukup baik untuk semua keadaan apabila galat level 2 diasumsikan berdistribusi Normal. Tetapi apabila galat level 2 tidak berdistribusi Normal mengakibatkan penduga intersep (γ_{00}) menjadi bias. Penambahan ukuran sampel dalam kelompok menyebabkan galat baku untuk masing-masing penduga parameter tetap menjadi kecil.

Untuk penduga parameter acak level 1 tak berbias apabila galat level 2 diasumsikan Normal. Sedangkan penduga parameter acak level 2 berbias apabila ukuran sampel kecil. Apabila galat level 2 diasumsikan tidak Normal mengakibatkan semua parameter acak menjadi berbias.

Permasalahan ini dapat diatasi dengan menggunakan *Robust Standard Error* yang diusulkan oleh Mass & Hox (2004). Selain itu Raudenbush & Bryck (2002) mengusulkan untuk menggunakan *sandwich estimator* (*asymtotic standar error*) dalam pendugaan parameternya. Tentu saja pembahasan mengenai selang kepercayaan atau pendugaan selang menjadi pembahasan yang mesti dilakukan selanjutnya selain pengunaan *Robust Standard Error* dan *sandwich estimator*.

Daftar Pustaka

Bliese, P. 2006. *Multilevel Models in R* (2.2). R Development Core Team.

Goldstein, H. 1995. *Multilevel Statistical Models 2nd Ed.* London. Arnold London.

Hox, J.J. 2002. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Jones, B.S. & Steenbergen, M.R. 1997. *Modelling Multilevel Data Structures*. Paper prepared in 14th annual meeting of the political methodology society. Columbus. OH.

Mass, C.J.M., Hox, J.J. 2004 Robustness issues in multilevel regression analysis. *Statistica Neerlandica*. Vol 58, 2, pp. 127-137.

Raudenbush, S.W., Bryck, A.S. 2002. Hierarchical Linear Models (2nd edn.), Sage, Thousand Oaks, CA.

West, B.T., Welch, K.B., Galechi, A.T. 2006. *Linear Mixed Models: A Practical Guide Using Statistical Software.* Boca Raton. Chapman & Hall.