

**PEMODELAN REGRESI TIGA LEVEL PADA DATA PENGAMATAN BERULANG****Indahwati, Yenni Angraeni, Tri Wuri Sastuti****Departemen Statistika FMIPA IPB**Email : [Indah\\_stk@yahoo.com](mailto:Indah_stk@yahoo.com)**Abstrak**

Pemodelan multilevel adalah pemodelan untuk data yang memiliki struktur hirarkhi. Pemodelan ini digunakan pada data hirarkhi karena antar amatan pada level yang lebih rendah tidak saling bebas, sehingga melanggar asumsi kebebasan dalam pendekatan statistika konvensional yang mengasumsikan antar amatan saling bebas. Salah satu kasus data dengan struktur hirarkhi adalah data nilai capaian mata kuliah Metode Statistika pada beberapa kali ujian (level satu) yang tersarang dalam mahasiswa (level 2), tersarang dalam kelas paralel (level 3). Dalam penelitian ini dihasilkan suatu model regresi tiga level terbaik untuk data pengamatan berulang. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap nilai capaian Metode Statistika adalah IPK TPB, jenis kelamin, interaksi antara IPK TPB dengan asal daerah, dan interaksi antara waktu ujian dengan jenis kelamin mahasiswa. Berdasarkan komponen keragaman diketahui bahwa terdapat keragaman nilai capaian antar kelas, antar mahasiswa dalam kelas, dan juga antar waktu ujian.

**Kata kunci:** pengamatan berulang, pemodelan multilevel, model linear campuran, komponen ragam

**PENDAHULUAN**

Dalam kehidupan sehari-hari sering kali dijumpai data yang memiliki struktur hirarkhi (*hierarchical*) atau berkelompok (*clustered*), misalnya siswa (level 1) tersarang dalam kelas (level 2); karyawan (level 1) tersarang dalam divisi (level 2) tersarang dalam perusahaan (level 3), dan sebagainya. Data pengamatan berulang dimana satu individu diamati pada beberapa titik waktu juga dapat dipandang sebagai data dengan struktur hirarkhi, dimana nilai amatan antar waktu (level 1) tersarang dalam individu (level 2).

Pemodelan multilevel merupakan suatu teknik analisis statistika untuk menganalisis data dengan struktur hirarkhi seperti ini. Dengan demikian pemodelan multilevel dapat diterapkan terhadap data pengamatan berulang. (Hox 2002, West *et al.* 2007, Steele 2008).

Pada pemodelan multilevel, respon diukur pada level terendah, sedangkan peubah penjelas dapat didefinisikan pada setiap level. Penelitian mengenai interaksi antara peubah-peubah yang mencirikan individu dengan peubah-peubah yang mencirikan kelompok dikenal sebagai penelitian multilevel (Hox, 2002).

Dalam struktur hirarkhi, individu-individu dalam kelompok yang sama memiliki karakteristik yang cenderung mirip, dengan kata lain antar amatan pada level yang lebih rendah tidak saling bebas, sehingga melanggar asumsi kebebasan dalam pendekatan statistika konvensional. Jika pelanggaran asumsi ini diabaikan maka akan mengakibatkan meningkatnya resiko salah jenis I dalam pengujian hipotesis. Hal inilah yang menjadi salah satu alasan mengapa diperlukan analisis multilevel pada data dengan struktur hirarkhi.

Metode Statistika (STK211) merupakan mata kuliah interdep yang berada di bawah naungan Departemen Statistika FMIPA IPB sejak diterapkannya sistem Mayor-Minor di IPB pada tahun 2005. Pada tahun akademik 2008/2009, di IPB terdapat 30 kelas paralel mata kuliah Metode Statistika. Pada umumnya setiap kelas paralel terdiri dari satu departemen dengan pengajar berasal dari Departemen Statistika maupun departemen lain yang sudah biasa mengajar mata kuliah ini. Setiap kelas paralel terdiri dari sejumlah mahasiswa dan setiap mahasiswa memiliki nilai ujian yang dilakukan pada beberapa titik waktu. Pada umumnya setiap mata kuliah diuji pada dua titik waktu yaitu pada saat ujian tengah semester (UTS) dan ujian akhir semester (UAS). Namun ada pula dosen yang memberikan ujian sampai tiga ataupun empat waktu. Dengan demikian data nilai capaian mahasiswa pada mata kuliah Metode Statistika memiliki struktur hirarkhi pengamatan berulang, dengan faktor pengamatan berulang yang digunakan adalah waktu ujian.

Selain memiliki struktur data hirarkhi, karakteristik mahasiswa seperti IPK, jenis kelamin, dan asal daerah; serta karakteristik kelas seperti banyaknya mahasiswa per kelas dan persentase nilai Pengantar Matematika minimal B diduga juga menimbulkan keragaman terhadap capaian nilai mahasiswa dalam mata kuliah ini.

Berdasarkan permasalahan di atas, akan dilakukan pemodelan regresi tiga level pada data pengamatan berulang. Nilai amatan berulang sebagai level kesatu tersarang pada level kedua (mahasiswa) tersarang pada level ketiga (kelas paralel).

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan hubungan antara capaian mahasiswa dalam mata kuliah Metode Statistika sebagai pengamatan berulang dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya pada setiap level. Selain itu juga dilakukan penguraian keragaman capaian mahasiswa dalam mata kuliah Metode Statistika melalui pendugaan komponen-komponen ragam.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Model Regresi Tiga Level dengan Pengamatan Berulang

Analisis regresi mengkaji pola hubungan antara satu peubah respon dengan satu atau lebih peubah penjelas. Jika datanya memiliki struktur hirarkhi, regresi multilevel lebih tepat digunakan dalam masalah ini. Dalam hal ini satu peubah respon diukur pada level terendah, dan peubah penjelas ada pada semua level. Secara konseptual, model dipandang sebagai suatu sistem hirarkhi dari persamaan-persamaan regresi.

Jika  $Y_{tij}$  merupakan peubah respon dalam waktu ke- $t$  pada mahasiswa ke- $i$  dan pada kelas paralel ke- $j$ , dan diasumsikan setiap level memiliki satu peubah penjelas dengan intersep dan kemiringan acak, maka model regresi tiga level pada data pengamatan berulang dapat diformulasikan sebagai berikut:

Model Level 1 (Pengamatan Berulang)

$$Y_{tij} = \beta_{0ij} + \beta_{1ij} T_{tij} + e_{tij}$$

Model Level 2 (Mahasiswa)

$$\beta_{0ij} = \beta_{00j} + \beta_{01j} V_{ti} + u_{0ij}$$

$$\beta_{1ij} = \beta_{10j} + \beta_{11j} V_{ti} + u_{1ij}$$

Model Level 3 (Kelas Paralel)

$$\beta_{00j} = \beta_{000} + \beta_{001} Z_t + w_{00j}$$

$$\beta_{01j} = \beta_{010} + \beta_{011} Z_t + w_{01j}$$

$$\beta_{10j} = \beta_{100} + \beta_{101} Z_t + w_{10j}$$

$$\beta_{11j} = \beta_{110} + \beta_{111} Z_t + w_{11j}$$

Ketiga model di atas dapat digabung menjadi model regresi tiga level sebagai berikut:

$$Y_{tij} = \beta_{000} + \beta_{001} Z_t + \beta_{010} V_{ti} + \beta_{011} Z_t V_{ti} + \beta_{100} T_{tij} + \beta_{101} Z_t T_{tij} + \beta_{110} V_{ti} T_{tij} + \beta_{111} Z_t V_{ti} T_{tij} + w_{01j} V_{ti} + w_{10j} T_{tij} + w_{11j} V_{ti} T_{tij} + u_{1ij} T_{tij} + w_{00j} + u_{0ij} + e_{tij}$$

dimana  $t = 1, 2, \dots, n_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ . Indeks  $n_{ij}$  merupakan banyaknya pengamatan berulang pada peubah respon untuk mahasiswa ke- $i$  dalam kelas ke- $j$ , dan  $n_j$  merupakan banyaknya mahasiswa dalam kelas ke- $j$ . Dalam model di atas,  $T$  (*Waktu*),  $V$  dan  $Z$  masing-masing merupakan peubah penjelas pada level 1, level 2 dan level 3. Walaupun demikian, pada pemodelan multilevel tidak diharuskan kehadiran peubah penjelas pada setiap levelnya.

Secara umum model di atas dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai persamaan model linear campuran (*Linear Mixed Model*) sebagai berikut:

$$\underline{Y} = \underline{X} \underline{\beta} + \underline{Z} \underline{u} + \underline{\epsilon}$$

*Tetap Acak*

$$\underline{u} \sim N(\underline{0}, \underline{G}) \text{ dan } \underline{\epsilon} \sim N(\underline{0}, \underline{R})$$

$\underline{Y}$  merupakan vektor peubah respon berdimensi  $n \times 1$ , dimana  $n = \sum n_{ij}$ .  $\underline{X}$  adalah matriks rancangan untuk efek tetap, dan  $\underline{Z}$  adalah matriks rancangan untuk efek acak.  $\underline{\beta}$  adalah vektor parameter efek tetap, sedangkan  $\underline{u}$  dan  $\underline{\epsilon}$  masing-masing merupakan vektor parameter efek acak dan sisaan.  $\underline{G}$  merupakan matriks blok diagonal yang merepresentasikan ragam-koragam untuk semua efek acak dalam  $\underline{u}$ , dan  $\underline{R}$  adalah matriks blok diagonal yang merepresentasikan matriks ragam-koragam untuk semua sisaan dalam  $\underline{\epsilon}$ . Matriks  $\underline{G}$  dan  $\underline{R}$  keduanya merupakan matriks simetrik dan definit positif. Dalam model dengan pengamatan berulang, sisaan dalam individu yang sama dapat berkorelasi, namun antara  $\underline{u}$  dan  $\underline{\epsilon}$  diasumsikan saling bebas.

### **Centering Covariates**

*Centering covariates* berfungsi untuk mengubah interpretasi intersep. Biasanya intersep dimaknai sebagai nilai tengah dari peubah respon saat peubah penjelasnya bernilai nol. Pada kenyataannya nilai nol sering berada di luar kisaran data. Untuk menghindari hal tersebut maka dilakukan *centering*. Dengan melakukan *centering* makna intersep menjadi nilai tengah peubah respon pada saat peubah penjelas bernilai tertentu (misal rata-rata atau median). Selain itu *centering covariates* seringkali dapat mengurangi kolinearitas antar peubah penjelas (West *et al.* 2007).

### **Pendugaan Parameter dan Perbandingan Model Tersarang**

Pendugaan parameter pada pemodelan multilevel dengan asumsi sebaran data normal dapat menggunakan metode kemungkinan *Maximum Likelihood* (ML) atau *Restricted Maximum Likelihood* (REML). Metode pendugaan Bayes adakalanya juga digunakan dalam pendugaan parameter model regresi multilevel, dikenal sebagai *Bayesian Multilevel Analysis*, terutama untuk sampel berukuran kecil (Goldstein 1999).

Hipotesis dari dua model yang memiliki hubungan tersarang dapat dibuat menjadi suatu formula. Model *reference* (model penuh) merupakan model yang lebih umum yang mencakup kedua hipotesis ( $H_0$  dan  $H_a$ ), sedangkan model yang hanya mencakup  $H_0$  disebut model *nested* (model tersarang). Model penuh terdiri dari seluruh parameter yang diuji sedangkan model tersarang tidak. Uji yang digunakan untuk membandingkan kedua model tersebut adalah *Likelihood Ratio Tests* (LRTs). LRTs merupakan suatu uji yang membandingkan nilai fungsi *likelihood* untuk kedua model dengan persamaan:

$$-2 \log \left( \frac{L_{tersarang}}{L_{penuh}} \right) = -2 \log(L_{tersarang}) - (-2 \log(L_{penuh})) \sim \chi_{df}^2$$

dengan:

$L_{tersarang}$  = nilai fungsi likelihood pada model tersarang

$L_{penuh}$  = nilai fungsi likelihood pada model penuh

df = selisih banyaknya parameter antara model penuh dan model tersarang

LRTs juga dapat digunakan untuk menguji hipotesis parameter acak dan tetap di dalam model. Pengujian parameter tetap dalam model menggunakan pendugaan ML, sedangkan dalam pengujian parameter acak digunakan pendugaan REML. Statistik ujinya adalah selisih  $(-2 ML/REML \log \text{likelihood})$  antara model penuh dan model tersarang seperti dinyatakan dalam persamaan di atas.

### **Pendugaan Koefisien Korelasi Intraklas pada Model Regresi Tiga Level**

Jika kita mempunyai data dengan struktur hirarkhi yang sederhana, maka regresi multilevel dapat digunakan untuk memberikan nilai dugaan bagi korelasi intraklas (Hox 2002). Korelasi intraklas menunjukkan proporsi keragaman yang dapat dijelaskan oleh struktur kelompok dalam populasi, yang dapat juga diinterpretasikan sebagai korelasi harapan antara dua unit yang dipilih secara acak yang berada dalam kelompok yang sama (Goldstein 1999, Hox 2002).

Korelasi intraklas dapat diperoleh pada setiap level kelompok. Pada model regresi tiga level terdapat dua korelasi intraklas yaitu korelasi intra kelas pada level ketiga dan korelasi intra mahasiswa pada level kedua. Korelasi intraklas dapat didefinisikan sebagai fungsi komponen ragam. Jika keragaman efek acak yang berhubungan dengan level ketiga dilambangkan sebagai  $\sigma^2_3$  dan keragaman efek acak yang berhubungan dengan level kedua yang tersarang pada level ketiga dilambangkan sebagai  $\sigma^2_2$ , maka korelasi intra kelas ( $\rho_3$ ) dan korelasi intra mahasiswa ( $\rho_2$ ) pada model regresi tiga level dengan asumsi intersep acak dan tanpa peubah penjelas adalah sebagai berikut:

$$\rho_3 = \frac{\sigma^2_3}{\sigma^2_3 + \sigma^2_2 + \sigma^2}$$

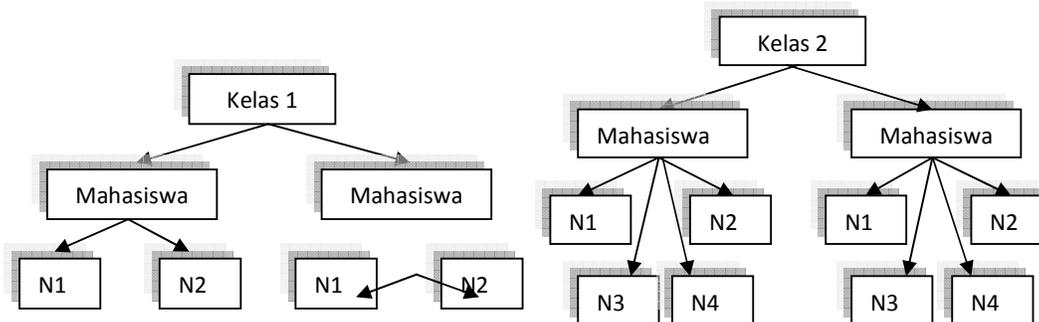
$$\rho_2 = \frac{\sigma^2_3 + \sigma^2_2}{\sigma^2_3 + \sigma^2_2 + \sigma^2}$$

Pada regresi dua level, nilai korelasi intraklas sama dengan proporsi keragaman peubah respon yang dapat dijelaskan oleh struktur kelas, namun dalam regresi tiga level proporsi keragaman level kedua didefinisikan sebagai:

$$\rho_2 = \frac{\sigma^2_2}{\sigma^2_3 + \sigma^2_2 + \sigma^2}$$

## DATA DAN METODE

Data yang digunakan diperoleh dari Departemen Statistika FMIPA IPB berupa data nilai ujian dan jumlah mahasiswa per kelas, sedangkan data lainnya diperoleh dari Direktorat Tingkat Persiapan Bersama (TPB) IPB. Banyaknya kelas paralel yang dianalisis sebanyak 30 kelas. Nilai ujian Metode Statistika pada beberapa titik waktu merupakan peubah respon pada level 1. Peubah penjelas pada level 1 adalah waktu ujian, sedangkan peubah penjelas pada level 2 adalah IPK TPB, jenis kelamin (1=Laki-laki, 0=Perempuan), dan asal daerah (1=Luar Jawa, 0=Jawa). Jumlah mahasiswa per kelas dan persentase nilai Pengantar Matematika minimal B merupakan peubah-peubah penjelas pada level 3. Struktur datanya disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1** Struktur hirarkhi dalam pengukuran berulang pada data Metode Statistika

### Metode

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. Mengkonversi nilai capaian Metode Statistika untuk kelas paralel yang nilai maksimumnya lebih dari 100.
2. Melakukan analisis deskriptif untuk mendapatkan gambaran umum data.
3. Mengeksplorasi hubungan antara capaian mahasiswa dalam mata kuliah Metode Statistika dengan peubah-peubah penjelasnya secara grafis.
4. Melakukan *centering* terhadap peubah penjelas kuantitatif, yaitu mengurangi data dengan rataannya.

5. Mencari model terbaik yang dapat memodelkan hubungan antara capaian mahasiswa dalam mata kuliah Metode Statistika dengan peubah-peubah penjelasnya dengan tahapan:
  1. Memilih struktur intersep acak
  2. Memilih struktur efek tetap
  3. Memilih struktur kemiringan acak
  4. Memasukkan interaksi peubah penjelas antar level ke dalam model
  5. Memilih struktur koragam untuk sisaan level satu
6. Menduga komponen ragam capaian mahasiswa dalam mata kuliah Metode Statistika berdasarkan model terbaik yang diperoleh.

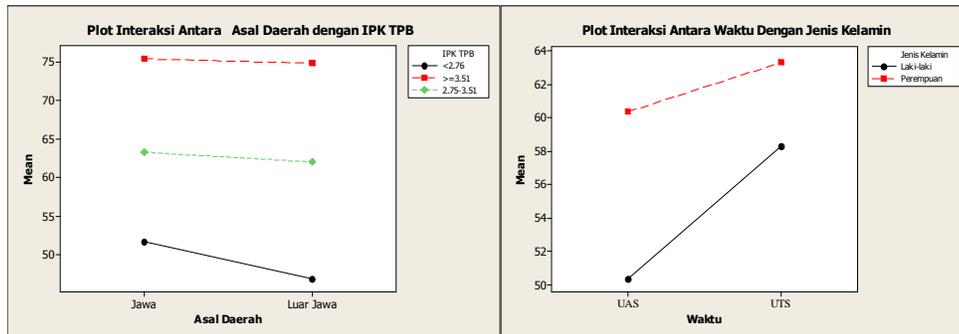
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Deskripsi dan Eksplorasi Data

Rata-rata jumlah mahasiswa per kelas paralel Metode Statistika tahun 2008/2009 adalah 85.11 mahasiswa per kelas, dengan rata-rata persentase nilai Pengantar Matematika minimal B sebesar 49.12%. Dari sisi karakteristik mahasiswa, rata-rata IPK TPB per mahasiswa sebesar 2.86, dengan jenis kelamin mayoritas perempuan (63%), dan 76% mahasiswa berasal dari pulau jawa. Rata-rata nilai UTS dan UAS per mahasiswa masing-masing sebesar 61.03 dan 56.46. Pada umumnya memang terjadi penurunan nilai dari UTS ke UAS. Hal ini disebabkan materi UAS yang mencakup Statistika Inferensia umumnya dipandang lebih berat oleh mahasiswa.

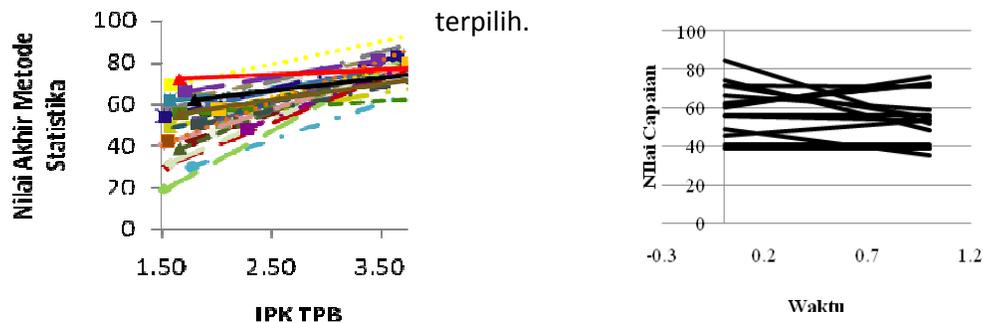
Eksplorasi dilakukan untuk mendeteksi keberadaan interaksi antar peubah penjelas, baik antar peubah penjelas dalam level yang sama maupun interaksi peubah penjelas antar level yang berbeda. Eksplorasi interaksi bermanfaat dalam pemilihan struktur efek tetap dan penambahan interaksi peubah antar level pada analisis regresi tiga level agar penyusunan model lebih efektif. Kecenderungan adanya interaksi antara dua peubah penjelas dapat dilihat dari plot interaksi yang menunjukkan ketidaksejajaran pola hubungan antara peubah respon dengan peubah penjelas jika diamati pada taraf yang berbeda dari peubah penjelas lainnya.

Dari plot interaksi pada Gambar 2 dapat dideteksi interaksi antara peubah yang terjadi dalam level yang sama yaitu antara IPK TPB dengan asal daerah, sedangkan interaksi antar level terjadi pada peubah waktu (level 1) dengan peubah penjelas level 2 yaitu jenis kelamin. Adapun plot interaksi lainnya memberikan pola yang cenderung sejajar sehingga tidak dimasukkan dalam model.



**Gambar 2** Plot interaksi antara (a) IPK dan Asal Daerah (b) Jenis Kelamin dan Waktu Ujian

Selain mendeteksi interaksi, eksplorasi juga diperlukan untuk mendeteksi keragaman intersep dan kemiringan peubah penjelas, baik antar kelas maupun antar mahasiswa. Seperti tampak pada Gambar 3(a) misalnya, tampak adanya keragaman garis regresi antara ke-30 kelas paralel, sedangkan keragaman pengaruh waktu ujian antar kelas dapat dilihat secara visual pada Gambar 3(b). Kecenderungan adanya keragaman antar kelas maupun antar mahasiswa dalam hubungannya dengan peubah penjelas ini dapat dilanjutkan melalui pengujian hipotesis, dan diduga besarnya melalui penguraian komponen-komponen ragam dalam model



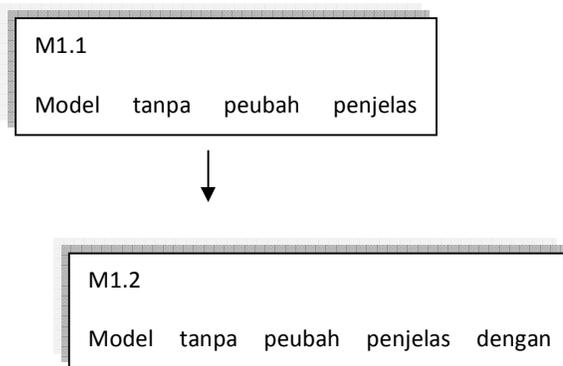
**Gambar 3** Garis regresi per kelas paralel berdasarkan (a) IPK TPB, (b) Waktu Ujian

### Pemilihan Model Regresi Tiga Level

Untuk mendapatkan model dugaan regresi tiga level yang terbaik, maka dilakukan beberapa tahapan sebagai berikut:

#### Tahap 1 Pemilihan struktur intersep acak

Pada tahap satu dilakukan pemilihan struktur intersep acak tanpa peubah penjelas dengan metode pendugaan REML yang bagannya disajikan pada Gambar 4.



**Gambar 4 Tahapan pemilihan struktur intersep acak**

Pemilihan struktur intersep ini untuk mengetahui apakah ada keragaman intersep antar mahasiswa dalam kelas dan antar kelas. Hasil perbandingan kedua model dengan LRTs menunjukkan adanya keragaman intersep antar mahasiswa yang tersarang dalam kelas dengan nilai-p sebesar 0.0000 (Tabel 2), sehingga untuk analisis selanjutnya digunakan pengaruh intersep acak mahasiswa dalam kelas dan intersep acak antar kelas.

**Tabel 2 Hasil uji perbandingan model dalam pemilihan struktur intersep acak**

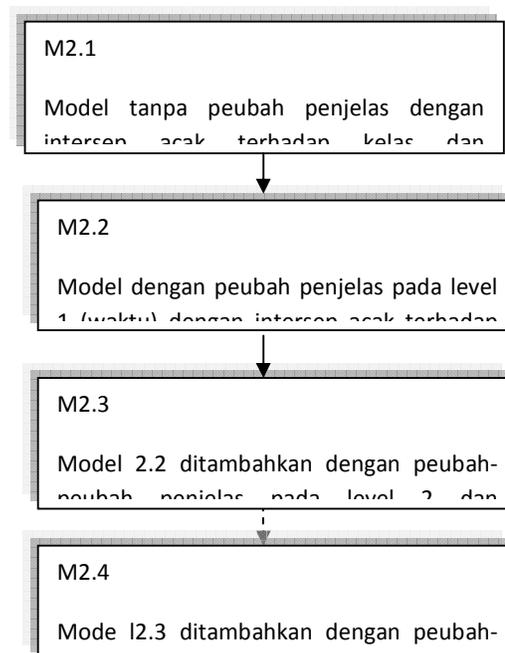
Perbandingan model	Hipotesis Nol	Nilai-P
M1.1 vs M1.2	$\sigma_{\text{Mahasiswa}}^2 = 0$	0.000

Model tanpa peubah penjelas dengan intersep acak terhadap kelas dan mahasiswa ini dapat memberikan informasi keragaman yang dijelaskan oleh struktur kelas dan struktur mahasiswa, selain itu dapat pula diketahui korelasi intra kelas dan korelasi intra

mahasiswa. Proporsi keragaman nilai capaian yang dapat dijelaskan oleh kelas tanpa dipengaruhi oleh faktor apapun sebesar 20.92%, sedangkan proporsi keragaman nilai capaian yang dapat dijelaskan oleh struktur mahasiswa dalam kelas tanpa dipengaruhi oleh faktor apapun sebesar 17.61%. Selain itu dapat diketahui pula bahwa korelasi antara dua mahasiswa yang dipilih secara acak yang berada dalam kelas yang sama adalah sebesar 0.21, sedangkan korelasi intra mahasiswa antara dua nilai ujian yang dipilih secara acak yang berada dalam mahasiswa yang sama sebesar 0.39.

## Tahap 2 Pemilihan struktur efek tetap

Pemilihan struktur efek tetap bermaksud untuk mendapatkan peubah-peubah yang memiliki pengaruh yang besar terhadap nilai capaian dengan cara memasukkan peubah penjelas setiap levelnya pada model (Gambar 5). Pendugaan parameter pada tahap ini menggunakan metode ML.



**Gambar 6 Tahapan pemilihan struktur efek tetap**

Berdasarkan hasil perbandingan model dengan menggunakan LRTs (Tabel 3), model yang diterima adalah model M2.3 dengan peubah penjelas waktu, IPK TPB, jenis kelamin, asal daerah, dan IPK TPB\*asal daerah. Model M2.4 tidak dapat diterima karena setelah diuji LRTs ternyata peubah penjelas di level 3 (persentase nilai Pengantar Matematika minimal B dan jumlah mahasiswa) tidak berpengaruh terhadap nilai capaian dengan nilai-p sebesar 0.3679 (Tabel 3).

**Tabel 3 Hasil uji perbandingan model dalam pemilihan struktur efek tetap**

Perbandingan Model Tersarang vs Model Penuh	Nilai-P
M2.1 vs M2.2	0.0000
M2.2 vs M2.3	0.0000
M2.3 vs M2.4	0.3677

### **Tahap 3** Memilih struktur kemiringan acak

Setelah melakukan tahap dua, dilanjutkan dengan tahap tiga yaitu memilih efek kemiringan acak yang berpengaruh terhadap model. Pada tahap ini pendugaan parameternya menggunakan metode REML. Awalnya model tanpa pengaruh acak kemiringan dibuat dengan peubah penjelas sesuai dengan model 2.3 (M3.1) kemudian model tersebut dibandingkan satu persatu dengan;

1. Model dengan kemiringan waktu acak (M3.2)
2. Model dengan kemiringan IPK TPB acak (M3.3)
3. Model dengan kemiringan jenis kelamin acak (M3.4)
4. Model dengan kemiringan asal daerah acak (M3.5)

Berdasarkan hasil perbandingan model dengan LRTs, kemiringan acak yang signifikan terhadap model adalah kemiringan waktu, IPK TPB, dan jenis kelamin, sedangkan kemiringan asal daerah tidak signifikan (Tabel 4). Hal ini berarti ada keragaman

pengaruh waktu ujian terhadap mahasiswa dan kelas, juga ada keragaman pengaruh IPK TPB dan jenis kelamin antar kelas paralel.

**Tabel 4 Hasil uji perbandingan model dalam pemilihan struktur kemiringan acak**

Perbandingan Model	Nilai-P
M3.1 vs M3.2	0.0000
M3.1 vs M3.3	0.0000
M3.1 vs M3.4	0.0000
M3.1 vs M3.5	0.9048

**Tahap 4**

Penambahan interaksi peubah antar level

Tahap empat adalah tahap pembentukan model dengan efek tetap dan efek acak yang signifikan serta ditambahkan interaksi peubah antar level (M4.1). Interaksi yang dimasukkan dalam model adalah interaksi waktu dengan peubah penjelas yang berada pada level 2 yaitu interaksi waktu dengan jenis kelamin seperti yang terdeteksi pada eksplorasi data sebelumnya. Nilai dugaan efek tetap pada analisis regresi tiga level sesuai dengan Model 4.1 dapat dilihat pada Tabel 5, sedangkan nilai dugaan efek acak atau komponen ragamnya disajikan dalam Tabel 6.

**Tabel 5 Nilai dugaan efek tetap pada analisis regresi tiga level dari Model 4.1**

Solusi untuk Efek Tetap		
Efek tetap	Nilai dugaan	Nilai -P
Intercep	61.3863	<.0001
Waktu	-0.9036	0.4429
lpktpb	15.6926	<.0001
JK	-1.7515	0.0457
Asaldaerah	-0.6891	0.2095

Ipktpb*asaldaerah	2.4935	0.0172
Waktu*JK	-2.4438	<.0001

**Tabel 6 Nilai dugaan komponen ragam pada analisis regresi tiga level dari Model 4.1**

Solusi untuk Efek Acak		
Parameter Koragam	Nilai Dugaan	Nilai -P
$\sigma_{int, kelas}^2$	127.68	0.0001
$\sigma_{int waktu, kelas}$	-45.6702	0.0042
$\sigma_{waktu, kelas}^2$	37.8322	0.0001
$\sigma_{int IPK TPE, kelas}$	3.8729	0.7735
$\sigma_{waktu IPK TPE, kelas}$	-48955	0.5107
$\sigma_{IPK TPE, kelas}^2$	30.9025	0.0009
$\sigma_{int JK, kelas}$	-13.4800	0.1737
$\sigma_{waktu JK, kelas}$	5.4891	0.3152
$\sigma_{IPK TPE JK, kelas}$	-6.1575	0.2290
$\sigma_{JK, kelas}^2$	11.1122	0.0107
$\sigma_{int mhs (kelas)}^2$	24.9785	<.0001
$\sigma_{waktu mhs (kelas)}^2$	45.5986	<.0001
$\sigma_{sisaan}^2$	127.55	<.0001

Pemilihan struktur koragam untuk sisaan level satu

Pada data dengan struktur pengamatan berulang, umumnya ada korelasi antar amatan yang diamati pada waktu yang berbeda-beda dalam obyek yang sama. Langkah terakhir dilakukan untuk memeriksa apakah nilai-nilai yang ada pada mahasiswa yang sama saling bebas atau tidak. Dari model yang diperoleh pada tahap 4 yaitu model dengan asumsi sisaan antar waktu saling bebas (M4.1), dibuat model pembandingnya yaitu model dengan asumsi sisaan antar waktu tidak saling bebas (M5.1).

Berdasarkan hasil uji hipotesis dengan LRTs dapat disimpulkan bahwa sisaan antar waktu saling bebas (Tabel 7). Hal ini mungkin disebabkan oleh sedikitnya titik waktu yang diamati (kebanyakan hanya dua waktu yaitu saat UTS dan UAS). Dengan demikian model M4.1 merupakan model terbaik untuk memodelkan capaian nilai Metode Statistika.

**Tabel 7 Hasil uji perbandingan model struktur koragam untuk sisaan amatan berulang**

Perbandingan Model Tersarang vs Model Penuh	Nilai-P
M4.1 Vs M5.1	1.0000

### **Interpretasi Efek Tetap dan Komponen Ragam pada Model Terpilih**

Berdasarkan Tabel 5, dengan taraf nyata  $\alpha = 0.05$  secara umum waktu dan asal daerah tidak berpengaruh terhadap nilai capaian Metode Statistika, namun bila diperhatikan pada Tabel 6 ada keragaman pengaruh waktu ujian terhadap mahasiswa maupun terhadap kelas paralel dengan nilai dugaan ragam berturut-turut 45.5986 dan 37.8322.

Dari hasil model M4.1 pada Tabel 5 dapat dilihat bahwa rata-rata nilai capaian Metode Statistika dari mahasiswa yang berjenis kelamin perempuan, memiliki IPK 2.86, berasal dari pulau Jawa, dan pada saat UTS sebesar 61.3863. Selain itu terlihat ada interaksi antara IPK TPB dengan asal daerah. Hal ini berarti pengaruh IPK TPB terhadap nilai capaian Metode Statistika tergantung dari asal daerah mahasiswanya. Naiknya IPK TPB sebesar satu satuan mengakibatkan rata-rata nilai capaian untuk mahasiswa dari Pulau Jawa meningkat sebesar 15.6926, sedangkan untuk mahasiswa dari luar Jawa meningkat sebesar 18.1861.

Interaksi juga terjadi antara peubah waktu dengan jenis kelamin. Pengaruh waktu ujian terhadap nilai capaian Metode Statistika tergantung pada jenis kelamin mahasiswa. Rata-rata nilai capaian Metode Statistika dari UTS ke UAS pada mahasiswa yang berjenis kelamin perempuan turun sebesar 1.8072, sedangkan penurunan rata-rata nilai capaian pada mahasiswa yang berjenis kelamin laki-laki sebesar 6.6948.

Rata-rata nilai capaian Metode Statistika pada mahasiswa berjenis kelamin laki-laki selalu lebih rendah dari mahasiswa yang berjenis kelamin perempuan. Pada saat UTS, rata-rata nilai mahasiswa laki-laki lebih rendah 1.7515 dari mahasiswa perempuan, sedangkan pada waktu UAS, rata-rata nilai capaian mahasiswa laki-laki lebih rendah 6.6391 dari rata-rata nilai mahasiswa perempuan.

Berdasarkan Tabel 6, keragaman nilai tidak hanya terjadi antar kelas, melainkan juga terjadi antar mahasiswa dan antar waktu. Keragaman nilai Metode Statistika antar kelas pada mahasiswa yang memiliki IPK TPB 2.86, berjenis kelamin perempuan dan berasal dari pulau Jawa pada saat UTS sebesar 127.68. Keragaman perbedaan nilai UTS dan UAS antar kelas sebesar 37.8322. Begitu pula dengan IPK dan jenis kelamin, kedua faktor tersebut juga menimbulkan keragaman perbedaan nilai antar kelas. Keragaman kemiringan IPK TPB antar kelas sebesar 30.9025, dan keragaman perbedaan nilai antara laki-laki dan perempuan antar kelas sebesar 11.1122. Keragaman perbedaan nilai UTS dan UAS antar mahasiswa sebesar 45.5986, sedangkan keragaman nilai antar waktu sebesar 127.55.

### KESIMPULAN

Faktor-faktor yang paling berpengaruh terhadap nilai capaian Metode Statistika adalah IPK TPB, jenis kelamin mahasiswa, interaksi IPK TPB dengan asal daerah dan interaksi antara waktu dengan jenis kelamin mahasiswa.

Waktu, IPK TPB dan Jenis kelamin yang berbeda-beda menimbulkan keragaman perbedaan nilai antar kelas. Namun keragaman nilai tidak hanya terjadi antar kelas saja, keragaman juga terjadi antar mahasiswa dan antar waktu ujian. Keragaman nilai terbesar adalah keragaman nilai Metode Statistika antar kelas pada mahasiswa yang memiliki IPK TPB 2.86, berjenis kelamin perempuan yang berasal dari Pulau Jawa dan pada waktu UTS sebesar 127.68, diikuti oleh keragaman antar waktu ujian sebesar 127.55.

Tidak terdeteksinya keterkaitan antara nilai ujian dalam mahasiswa yang sama diduga karena sedikitnya frekuensi ujian, yaitu kebanyakan hanya diukur dua kali pada saat UTS dan UAS saja.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Goldstein, H. 1999. *Multilevel Statistical Models*. Institute of Education, Multilevel Model Project, London.
- Hox, J. 2002. *Multilevel Analysis : Techniques and Applications*. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hox, J. & Mass, C.J.M. 2005. Multilevel Analysis. *Encyclopedia of Social Measurement*, Vol. 2 : 785-793.
- Searle, S.R., Casella, G & McCulloch, C.E. 1992. *Variance Components*. Sage, Thousands Oaks, CA.
- Singer, J.D., 1998. Using SAS PROC MIXED to Fit Multilevel Models, Hierarchy Models, and Individual Growth Models. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. Vol. 24, 323-355.
- Steele, F. 2008. Multilevel Models for Longitudinal Data. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*. Vol 171 Part 1 : 5-19.
- West, BT, Welch, KB, & Galecki, AT. 2007. *Linear Mixed Models : A Practical Guide Using Statistical Software*. New York : Chapman & Hall.