ISBN: 978-979-16353-3-2

S-22

PENGGUNAAN BOOTSTRAP

UNTUK MENDETEKSI KEAKURATANAN KRIGING

Isnani, M.Si

PMTK FKIP Univ. Pancasakti Tegal

Abstrak

Bootstrap dikembangkan untuk data tak berkorelasi, jika berkorelasi maka diperlukan suatu transformasi yaitu dekomposisi Cholesky sehingga menjadi menjadi tak berkorelasi. Bootstrap merupakan resampling untuk mengukur keakuratan estimator.

Data spatial merupakan salah satu jenis data berkorelasi. Kriging merupakan metoda estimasi data spatial yang hanya memberikan satu nilai taksiran. Standar eror kriging tidak bergantung pada data tetapi bergantung pada konfigurasi /ukuran dispersi titik sampel.

Kata Kunci: Bootstrap, Dekomposisi Coleski, kriging

I.Pendahuluan

Bootstrap dikembangkan untuk data i.i.d (independent and identic distributed). Untuk struktur data dependen/ berkorelasi, Bootstrap memerlukan modifikasi tertentu untuk menghasilkan parameter yang valid. Ide dasarnya mentransformasikan data berkorelasi menjadi data tak berkorelasi. Selanjutnya proses Bootstrap dilakukan pada data tak berkorelsi. Data hasil proses Bootstrap diretransformasi ke data semula

Metoda Bootstrap dapat memberikan suatu gambaran awal ukuran dispersi titik sampel seakurat mungkin dengan data awal yang terbatas.

Rumusan Masalah dalam penulisan ini adalah apakah Boostrap dapat dikembangkan untuk menganalisis data berkorelasi pada hasil estimasi kriging.

Tujuan dalam penulisan ini yaitu mengembangkan Bootstrap untuk menganalisis data berkorelasi pada hasil estimasi kriging.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

II. Landasan Teori

2.1 Statistik Spatial

Teori geostatistik sudah banyak dikembangkan oleh peneliti-peneliti terdahulu diantaranya: (Armstrong, M.:1998). dan (Hohn, M.E., :1999),. Teori ini dikembangkan dengan melihat fenomena alam, yakni pengukuran suatu parameter pada titik-titik pengamatan yang berdekatan akan memberikan harga yang identik. Apabila jarak kedua titik pengukuran tersebut diambil limit mendekati nol maka hasil pengukuran tersebut akan identik. Geostatistik mengambil keuntungan dari sifat kemiripan ini dan menterjemahkan korelasi parsial tersebut kedalam suatu fungsi korelasi tertentu. Perbedaan fungsi korelasi inilah yang menyebabkan adanya banyak metode di dalam geostatistik.

Dasar dari geostatistik adalah teori variabilitas regional variabel, yaitu variabel yang terdistribusi dalam ruang akan mempunyai korelasi spatial tertentu. Dengan teori ini, variabel-variabel tersebut mempunyai dua karakteristik yang bertentangan, yaitu karakteristik random dan karakteristik struktural. Karakteristik random menyatakan variabel tersebut tersebar secara random dari titik ke titik, sedangkan karakteristik struktural menyatakan terdapat hubungan diantara titik ke titik.

Data pengukuran yang memuat informasi lokasi dinamakan data spatial $Z = (Z_{1,} Z_2 ,...., Z_n)$, dimana $Z(x_i), i = 1,2,...,n$ merupakan data pengukuran *Z* di lokasi x_i.

Karakteristik struktural menyebutkan bahwa nilai $z(x)$ dan $z(x + \vec{h})$adalah terkorelasi dengan sendiri dimana korelasi tersebut tergantung besar dan arah vektor $\vec{h}$ yang memisahkan kedua titik tersebut. Sedangkan karakteristik random menyebabkan fungsi matematis $z(x)$, yaitu harga variabel pada titik x, tidak dapat dipelajari secara langsung karena variabilitas spatial sangat bervariasi, bersifat anisotropik, dan dipengaruhi oleh diskontinunitas dalam penyebarannya.

Pada kenyataannya proses spatial mengandung aspek eratik artinya variabilitas nilai data besar, oleh karena itu proses spatial memerlukan hipotesis stasioner, yaitu hipotesis yang menjamin bahwa model yang diprediksi dari data sampel juga berlaku bagi data populasi. Daerah yang memenuhi asumsi stasioner dinamakan daerah stasioner.

Proses spatial $\{Z(s) : s \in D\}$ dimana D adalah himpunan random di $\Re^d$ akan memenuhi stasioner orde dua jika:

1. $E[Z(s)] = m \quad , \forall s \in \mathrm{D}$ artinya mean $Z(s)$ ada, tidak bergantung lokasi

2. $E\{Z(s) - E[Z(s)]\}\{Z(s+h) - E[Z(s+h)]\} = C(h)$

   artinya fungsi kovariansi antara dua lokasi s dan s+h hanya bergantung pada vektor h

Tidak perlu membuat asumsi tentang variansi, karena variansi adalah kovariansi pada jarak nol C(0). Apabila kovariansi tidak ada, variabel random diasumsikan memenuhi hipotesis stasioner intrinsik, proses spatial $\{Z(s) : s \in D\}$ memenuhi stasioner intrinsik jika:

1. $E\{Z(s) - E[Z(s)]\}$ =0

2. Var $\{Z(s) - E[Z(s)]\}$ = $2\gamma(h)$

   artinya mean dan variansi $Z(s+h) - Z(s)$ ada dan tidak bergantung pada

   lokasi s.

Variabel random yang memenuhi asumsi stasioner orde dua selalu memenuhi asumsi stasioner intrinsik, tetapi sebaliknya belum tentu memenuhi. Proses spatial yang memenuhi stasioner orde dua ini yang akan diolah nantinya. Jika variabel random memenuhi sifat-sifat stasioner maka antara variogram $\gamma(h)$ dan kovariansinya (C(h)) ekivalen.

2.2. Variogram Eksperimental

Variogram merupakan alat statistik untuk menggambarkan, memodelkan dan menjelaskan korelasi spatial antar data/observasi. Model variogram (sekali fungsi

 ISBN: 978-979-16353-3-2

matematika) telah sesuai dengan variogram eksperimental digunakan untuk mengestimasi korelasi.

Sebagai akibat asumsi stasioner orde dua dan stasioner intrinsik, menurut (Armstrong ,1998) variogram didefinisikan sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}Var[Z(s+h) - Z(s)] = \frac{1}{2}E[Z(s) - Z(s+h)]^2$$

Kemudian untuk menghitung variogram dari data (variogram eksperimental) dihitung melalui rumus berikut:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)}\sum_{i=1}^{N(h)}[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 \qquad \text{......(2.23)}$$

dimana:

s_i : lokasi titik sampel

Z(s_i) : nilai data pada lokasi s_i

N(h) :banyaknya pasangan eksperimental $[Z(s_i) - Z(s_i+h)]$ yang berjarak h

2.3 Model Variogram

Tingkat korelasi dari harga variabel pada titik x dan $x+\vec{h}$, yaitu $z(x)$ dan $z(x+\vec{h})$ dikarakterisasikan dengan fungsi variogram $2\gamma(x+\vec{h})$. Fungsi ini didefinisikan sebagai ekspektasi dari random variabel $(Z(x)-Z(x+\vec{h}))^2$ yaitu:

$$2\gamma(x+\vec{h}) = E\left[(Z(x)-Z(x+\vec{h}))^2\right] \qquad (3.)$$

Variogram ini merupakan fungsi dari titik x dan vektor $\vec{h}$. Dengan menggunakan *intrinsic hypothesis* yang menyebutkan bahwa fungsi variogram $2\gamma(x+\vec{h})$ hanya tergantung pada $\vec{h}$ sebagai vektor pemisah dan tidak tergantung pada letak posisi x,

ISBN: 978-979-16353-3-2

akan diperoleh perkiraan variogram dari data yang ada. Estimasi variogram merupakan ekspektasi dari kuadrat selisih harga dua titik data yang terpisah sejauh $\vec{h}$, yang didefinisikan sebagai berikut:

$$2\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \left(Z(x_i) - Z(x_i + \vec{h}) \right)^2 \quad (4)$$

dimana:

$N(h)$ = jumlah pasangan data

$\gamma(\vec{h})$ = semivariogram

h = vektor jarak

$Z(x_i)$ = harga variabel pada titik x_i

$Z(x_i + \vec{h})$ = harga variabel pada titik $x_i + \vec{h}$

Plot variogram eksperimental yang diperoleh dari data biasanya memiliki bentuk yang tidak beraturan. Hal ini memberikan kesulitan dalam interpretasi dan hasil plot tersebut tidak dapat langsung digunakan dalam penaksiran. Beberapa parameter yang dibutuhkan dalam membuat suatu model variogram diantaranya:

1. *Range*, merupakan daerah pengaruh dimana suatu jarak tidak ditemukan adanya korelasi spatial antar variabel.
2. *Sill*, merupakan nilai variogram yang konstan. Biasanya nilai sill mendekati variansi populasi.
3. *Efek Nugget*, merupakan diskontinu disekitar titik asal, dimana variogram pada jarak sama dengan nol (pada lokasi itu sendiri) tidak sama dengan nol.

(Cressie: 1993)

Semivariogram yang diperoleh dari data tidak dapat langsung digunakan sebagai batasan dalam estimasi variabel karena masih berbentuk data diskrit. Semivariogram dari data tersebut dimodelkan terlebih dahulu dengan menggunakan suatu model matematis. Semivariogram model inilah yang digunakan sebagai batasan dalam estimasi variabel

 ISBN: 978-979-16353-3-2

dengan geostatistik. Model semivariogram yang umum digunakan antara lain semivariogram *Spherical*, semivariogram *Exponential*, semivariogram *Gausian*, semivariogram *Fractional Brownian Motion* (FBM) dan semivariogram *Fractional Gaussian Noise* (FGN). Beberapa contoh model semivariogram tersebut adalah sebagai berikut:

1. Semivariogram model Spherical:

$$\gamma(\vec{h}) = \begin{cases} C\left(\dfrac{3\vec{h}}{2a} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\vec{h}}{a}\right)^3\right) & ,0 < \vec{h} \le a \\ C & ,\vec{h} > a \end{cases} \tag{5}$$

2. Semivariogram model Exponential:

$$\gamma(\vec{h}) = C\left[1 - \exp\left(-\frac{3\vec{h}}{a}\right)\right] \tag{6}$$

3. Semivariogram model Gaussian:

$$\gamma(\vec{h}) = C\left[1 - \exp\left(-\frac{3\vec{h}^2}{a^2}\right)\right] \tag{7}$$

2.4 Model Semivariogram Gabungan (Nested Model)

Semivariogram gabungan merupakan kombinasi linear dari beberapa semivariogram model di atas. Semivariogram gabungan ini digunakan apabila semivariogram eksperimental yang diperoleh tidak dapat dimodelkan dengan salah satu semivariogram model yang ada. Semivariogram ini juga digunakan untuk mengatasi *nugget effect*. *Nugget effect* merupakan kesalahan didalam pengukuran atau interpretasi data sampel sehingga harga data pada titik pengamatan tidak sama dengan harga data pada titik tersebut. Tanda adanya *nugget effect* adalah apabila dilakukan ekstrapolasi dua titik pertama pada plot semivariogram akan memberikan harga tidak sama dengan nol. Persamaan semivariogram gabungan tersebut dapat dilakukan sebagai berikut:

$$\gamma(\vec{h}) = \gamma_1(\vec{h}) + \gamma_2(\vec{h}) + \cdots + \gamma_n(\vec{h}) \tag{10}$$

 ISBN: 978-979-16353-3-2

2.5 Metode Estimasi Kriging

Misal E(Z(s)) tidak diketahui untuk mean tidak diketahui dinamakan Ordinary Kriging (OK). Misal Z menunjukkan proses spatial , dimana $Z = Z_i = Z(s_i), \quad \mathrm{i} = 1,2,...,\mathrm{n}$ adalah data spatial dengan $Z(s_i)$ adalah variabel spatial yang diasumsikan stasioner. Misal akan ditaksir nilai Z di s_0 $[\hat{Z}(s_0)]$. Menurut (Armstrong: 1998) taksiran $Z(s_0)$ berdasarkan data $Z_1, Z_2, ..., Z_n$ merupakan rataan berbobot (weighted mean), yaitu

$$\hat{Z}_0 = \hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z(s_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i \qquad ...(3)$$

Dimana

$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ berdasarkan $E[Z - \hat{Z}] = 0$ tak bias, serta menurut (Darwis: 2004) bobot $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$ dapat diperoleh berdasarkan penyelesaian dari

: $$\lambda_{ok}(s_0) = \underset{\lambda_1,...,\lambda_n,m}{\arg\min} Var[Z - \hat{Z}] = \underset{\lambda_1,...,\lambda_n,m}{\arg\min} \mathrm{E}[Z - \hat{Z}]^2$$

Solusi (3) berupa sistem ordinary kriging pada persamaan (4):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \gamma(s_i - s_j) + m = \gamma(s_i - s_0) \ , \quad \mathrm{j} = 1,2,...,\mathrm{n} \\ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \end{cases} \qquad ...(4)$$

 ISBN: 978-979-16353-3-2

dimana m adalah parameter Langrange yang berhubungan dengan kendala $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$,

Dalam notasi matriks, sistem OK ditulis $AX = B$ yaitu

$$\begin{pmatrix} \gamma(s_1 - s_1) & . & . & . & \gamma(s_1 - s_n) & 1 \\ . & . & & & . & . \\ . & & . & & . & . \\ . & & & . & . & . \\ \gamma(s_n - s_1) & . & . & . & \gamma(s_n - s_n) & 1 \\ 1 & . & . & . & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(s_1 - s_0) \\ . \\ . \\ . \\ \gamma(s_n - s_0) \\ 1 \end{pmatrix} \qquad ...(5)$$

Estimasi variansi untuk bentuk ordinary kriging pada persamaan (3) yaitu:

$$\sigma_{OK}^2(s_0) = 2\sum_{1=1}^{\mathrm{n}}\lambda_1\gamma(s_i - s_0) - \sum_{j=1}^{n}\sum_{1=1}^{\mathrm{n}}\lambda_1\lambda_j\gamma(s_i - s_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(s_i - s_0) + m \qquad ...(6)$$

Sedangkan ordinary kriging dalam bentuk kovariansi adalah:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\lambda_i C(s_i - s_j) + m = C(s_i - s_j) & , \mathrm{j} = 1,2,.....,\mathrm{n} \\ \sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1 & \end{cases} \qquad ...(7)$$

Dimana m adalah pengali Langrange yang berhubungan dengan kendala $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$,

sistem ordinary kriging kovariansi dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{pmatrix} C(s_1 - s_1) & . & . & . & C(s_1 - s_n) & 1 \\ . & . & & & . & . \\ . & & . & & . & . \\ . & & & . & . & . \\ C(s_n - s_1) & . & . & . & C(s_n - s_n) & 1 \\ 1 & . & . & . & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(s_1 - s_0) \\ . \\ . \\ . \\ C(s_n - s_0) \\ 1 \end{pmatrix} \qquad ...(8)$$

Sedangkan estimasi variansi ordinary kriging dalam bentuk covariansi adalah:

$$\sigma_{OK}^2(s_0) = C(s_0 - s_0) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i C(s_i - s_0) - m$$

2.2.2.2. Dekomposisi Cholesky

Teorema Dekomposisi Cholesky:

Misal A definit positif. Maka A dapat didekomposisi dengan tepat sebagai hasil matriks:

$$A = GG^1 \qquad \textit{(Cholesky Dekomposisi)} \qquad (11)$$

sehingga G adalah matriks segitiga bawah dengan diaogonal utama bernilai positif. G disebut factor Cholesky dari A.

2.3.1 Algoritma Metode Bootstrap Data Berkorelasi

Menurut (Solow:1978), pada dasarnya algoritma Bootstrap data berkorelasi dilakukan dengan cara mentransformasikan data berkorelasi menjadi data tak berkorelasi. Kemudian data hasil transformasi dibootstrapkan sebanyak B kali dan ditransformasikan kembali ke bentuk data asal. Menurut (Dixon: 2001), ada dua jenis data berkorelasi yaitu data spasial dan data time series.

Asumsi algoritma metode Bootstrap data berkorelasi:

1. $\vec{Z} \sim (\vec{0}, \Sigma)$

2. Matriks Σ berukuran nxn simetris definit positif.

Jika Σ tidak diketahui, diestimasi dengan cara sebagai berikut:

$$\hat{\Sigma} = \hat{C} = \frac{1}{n-1} E\left[\left(\vec{Z}(s) - E\left[\vec{Z}(s)\right]\right)\left(\vec{Z}(s+h) - E\left[\vec{Z}(s+h)\right]\right)\right] \qquad (12)$$

h adalah jarak antara s dan s+h

$\hat{\Sigma}$ merupakan estimator parameter Σ yang tak bias dengan variansi eror kecil

3. Z memenuhi proses random stationer berorde dua.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

2.3.2 Selang Percentil Bootstrap

Selang percentile Bootstrap merupakan metode pengembangan dari selang normal standar yang didasarkan pada Bootstrap.

Misal B sampel Bootstrap $x^{*(1)}, x^{*(2)}, ..., x^{8(B)}$. Masing-masing sampel Bootstrap $x^{*(b)}$ di hitung $\hat{\theta}*(b) = s(\chi^{*(b)})$, b=1,2,….,B. Yitu nilai θ untuk setiap sampel Bootstrap. $\hat{\theta}$ adalah estimasi parameter θ dan $\hat{se}$ adalah estimasi standar errornya. Pada selang normal standar. $\hat{\theta}*$ menyatakan variable random dari distribusi $N(\hat{\theta}, \hat{se}^2)$ di tulis $\hat{\theta}* \sim N(\hat{\theta}, \hat{se}^2)$

Selang konfidensi normal standar :

$$\left[\hat{\theta} - z^{(1-\alpha)}.\hat{se}, \hat{\theta} + z^{(1-\alpha)}.\hat{se}\right]$$

hal ini berarti :

$$\hat{\theta}_{bawah} = \hat{\theta} - z^{(1-\alpha)}.\hat{se} = \hat{\theta}*^{(\alpha)} \tag{13}$$

percentile ke-100. (1-α) dari distribusi $\hat{\theta}*$.

Dari selang konfidensi normal standar ini didefinisikan selang konfidensi yang didasarkan pada percentile dari histogram bootstrap.

Misal G gungsi distribusi kumulatif $\hat{\theta}*$. Selang percentil 1-2α yang didefinisikan pada percentile α dan (1-α) dari $\hat{G}$ sebagai berikut:

$$\left[\hat{\theta}_{bawah,}\ \hat{\theta}_{atas}\right] \approx \left[\hat{G}^{-1}(\alpha) - G^{-1}(1-\alpha)\right]$$

karena pendefinisian $\hat{G}^{-1}(\alpha) = \hat{\theta}*^{(b)}$ maka dapat di tulis percentile sebagai berikut:

ISBN: 978-979-16353-3-2

$$\left[\hat{\theta}_{bawah,}\ \hat{\theta}_{atas}\right] \approx \left[\hat{\theta}*^{(\alpha)} - \hat{\theta}*^{(1-\alpha)}\right] \quad (14)$$

Persamaan (12) dan (13) terjadi pada Bootstrap ideal di mana pengulangan Bootstrap (B) infinite. Untuk pengulangan Bootstrap finite, pendekatan selang percentile 1-2α adalah:

$$\left[\hat{\theta}_{bawah,}\ \hat{\theta}_{atas}\right] \approx \left[\hat{\theta}*^{(\alpha)} - \hat{\theta}*^{(1-\alpha)}\right]$$

di mana $\hat{\theta}*^{(\alpha)}$ menyatakan percentile empiris Bootstrap ke-B. α dari $\hat{\theta}*$(b) setelah diurutkan.

III. Algoritma Metode Bootstrap untuk Pengukuran Keakuratan Hasil

Estimasi Metode Kriging

Selanjutnya hasil Bootstrap digunakan untuk memperoleh hasil estimasi kriging dan mengukur keakuratannya dengan selang konfidensi. *Algoritma ini dibatasi untuk data spatial dengan satu variable pengamatan (data univariat).*

Beberapa asumsi yang digunakan dalam algoritma metode bootstrap data spatial (data univariat):

1. $Z \sim (0, C)$
2. Matriks C berukuran nxn simetris definit positif
3. Z memenuhi fungsi random stasioner berorder dua

Algoritma metode bootstrap data spatial :

Misal barisan data spatial $\{Z_1, Z_2, ..., Z_n\}$ dengan Z_i adalah realisasi pengukuran Z pada lokasi (koordinat ke-i) di suatu daerah.

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Langkah-langkah:

1. Tulis barisan data spatial tersebut menjadi sebuah vektor kolom , yaitu:

$$\vec{Z} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ . \\ . \\ . \\ Z_n \end{pmatrix}$$

2. Hitung jarak (h) antara Z_i dengan Z_k , ik= 1,2,….,n untuk mendapatkan

semivariogram eksperimental $\hat{\gamma}(h)$ dan matriks $\sum = C(nxn)$

3.Karena C matriks definit positif, maka dengan menggunakan dekomposisi

Cholesky, C dapat ditulis sebagai

$C = LL^t$

dimana : L adalah matriks segitiga bawah yaitu matriks dengan semua ele-

men di atas diagonal bernolai nol.

4. Definisikan suatu matriks (L^{-1}) yang mentranformasikan data berkorelasi

(Z) menjadu data tak berkorelasi (U), yaitu:

$$\vec{U} = L^{-1}\vec{Z} : \ \vec{U} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ . \\ . \\ . \\ U_n \end{pmatrix}$$

$\vec{U}$ adalah variable iid dengan mean nol dan matriks variansi kovariansi 1.

Sampel Bootstrap $U_i^*, i = 1,2,..., n$ diperoleh dengan sampling n nilai seca-

 ISBN: 978-979-16353-3-2

ra acak dengan pengambilan dari elemen $\vec{U}$.

5. Transformasikan kembali sampel Bootstrap $(\vec{U})$ ke bentuk data asli yang disebut sampelquasibootstrap $(\vec{Z}*)$, sebagai berikut :

   $\vec{Z}* = L\vec{U}*$

   dimana :

   $$\vec{Z}* = \begin{pmatrix} Z_1^* \\ Z_2^* \\ . \\ . \\ . \\ Z_n^* \end{pmatrix} \text{ dan } \vec{U}* = \begin{pmatrix} U_1^* \\ U_2^* \\ . \\ . \\ . \\ U_n^* \end{pmatrix}$$

   Jika pada data asli dilakukan transformasi pemusatan, maka sampel quasi-bootstrapnya harus di tambah dengan penaksiran mean, yaitu:

   $\vec{Z}* = L\vec{U}* + \vec{Z}$

6. Lakukan estimasi kriging di beberapa lokasi yang telah ditentukan berdasarkan data kadar nikel $\vec{Z}*$.
7. Ulangi langkah 5 dan 6 sampai B kali, untuk mendapatkan distribusi empiris dari estimasi kriging pada setiap lokasi, yang digunakan untuk mengestimasi distribusi sampling dari estimasi kriging pada setiap lokasi.
8. Hitung selang konfidensi dari estimasi kriging hasil Bootstrap.

IV. Kesimpulan

1. Metode Boostrap dapat ditentukan estimasi kriging
2. Metode bootstrap dapat menentukan dispersi titik sampel.

Daftar Pustaka

Armstrong, M., (1998). *Basic Linear Geostatistics*, Springer, Berlin.

Cressie, N. A. C., (1993). *Statistics for Spatial Data,* Resived Edition, John Wiley & Sons, New York,

Dixon, P.M. (2001). *The Bootstrap and The Jacknife Describing the Precision of Ecological Studis in Design and Analysis of Ecological Experiment*, 2^{nd} ed, S. Scheiner & J. Gurevitch, Oxford University Press. Oxford

Efron, B. and Tibshirani, R.J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall . New York

Deutsch, C.V., Journel, A.G., (1992), *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York.

Kitanidis, P.K., (1999). *Introduction To Geostatistics: Applications to Hydrogeology*, Cambridge University Press, New York.

Solow, A.R. (1985). *Bootstrpping Correlated Data*, Journal of The International Association of Mathematical Geology 17, 769 – 775.

Watkins, D.S. (1991). *Fundamentals of Matrix Computations*, John Wiley & Sons. New York.