ISBN: 978-979-16353-3-2

S-14

Uji Kecocokan Chi-Kuadrat Untuk Distribusi Poisson Pada Data Asuransi

Lisnur Wachidah
e-mail: lisnur_w@yahoo.co.id

Abstrak

Untuk keperluan analisis secara parametrik ada suatu asumsi yang harus dipenuhi, yaitu apakah mengikuti distribusi tertentu ataukah tidak. Dalam kehidupan sehari-hari variabel yang mengikuti distribusi Poisson adalah variabel yang menggambarkan peristiwa-peristiwa yang jarang terjadi atau peluang terjadinya suatu peristiwa sangat kecil (Sudjana, 1992). Pada saat ini, masyarakat pengguna kendaraan roda dua sangat sedikit yang mengasuransikan kendaraannya dibandingkan dengan pemilik kendaraan roda empat. Dengan adanya fenomena demikian maka dari data Klaim Pemegang Polis mengenai frekuensi klaim pemegang polis ingin diketahui apakah mengikuti distribusi Poisson ataukah tidak. Pada makalah ini data yang digunakan adalah data sekunder untuk mulai polis dari tanggal 1 Januari 2006 sampai dengan tanggal 31 Desember 2006 (Narkadi, 2008). Setelah dianalisis menggunakan uji kecocokan χ^2 (chi-kuadrat), hasil pengujian adalah signifikan artinya data Klaim Pemegang Polis untuk tanggal mulai polis dari tanggal 1 Januari 2006 sampai dengan tanggal 31 Desember 2006 adalah tidak mengikuti distribusi Poisson.

Kata kunci: *distribusi* χ^2, *distribusi Poisson*

1. Pendahuluan

Definisi asuransi adalah suatu perjanjian dari seorang penanggung mengikatkan diri pada tertanggung dengan menerima suatu premi untuk menggantikan suatu penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan atau kehilangan , atau suatu peristiwa yang tidak diharapkan, yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tidak tentu, misal kecelakaan, kehilangan harta benda dan kematian (Robert,E.L., 1951).

Asuransi adalah usaha yang menjamin keselamatan sejumlah kekayaan dari suatu kejadian yang tidak terduga, yang menyebabkan hilangnya kekayaan, dimana kekayaan tersebut tidak hanya berupa materi tetapi dapat juga hal-hal yang wajib dihargai.

Dari pemikiran bahwa hidup penuh dengan ketidakpastian, maka asuransi menjadi penting, karena musibah yang akan terjadi tidak dapat diprediksi kapan munculnya karena tidak dapat diramalkan (Siddiq, Muhammad, N., 1987).

Dalam kehidupan sehari-hari tanpa disadari bahwa kita hidup tanpa ketidakpastian. Dengan adanya ketidakkepastian tersebut maka ada beberapa orang yang mendaftarkan dirinya untuk ikut asuransi, sebab orang tersebut tidak ingin mengalami kerugian.

Asuransi ada dua jenis, yaitu asuransi jiwa atau *life insurance* dan asuransi kerugian atau *casualty insurance*. Asuransi jiwa adalah merupakan suatu bentuk kerja sama antara orang-orang yang menghindarkan atau minimal mengurangi risiko yang diakibatkan oleh kematian. Sedangkan asuransi kerugian menutup pertanggungan untuk kerugian karena kerusakan atau kemusnahan harta benda yang dipertanggungkan karena sebab-sebab atau kejadian yang dipertanggungkan. Dalam asuransi kerugian penanggung menerima premi dari tertanggung dan apabila terjadi kerusakan atau kemusnahan harta benda yang dipertanggungkan maka penggantian kerugian akan dibayarkan kepada tertanggung, misal adalah asuransi kendaraan bermotor.

Salah satu variabel yang dijadikan dasar dalam perhitungan premi adalah sejarah klaim individu pemegang polis dalam hal ini frekuensi klaimnya. Pemegang polis yang mempunyai sejarah klaim yang banyak akan membayar premi yang lebih besar dibandingkan dengan pemegang polis yang mempunyai sejarah tanpa klaim (Lemaire.J.,1995).

Apabila variabel frekuensi klaim yang dijadikan dasar untuk menghitung premi asuransi dari para pemegang polis, maka prosedur pertama yang harus dilakukan adalah mengidentifikasi model atau distribusi dari frekuensi klaim tersebut. Dikarenakan frekuensi klaim diduga adalah termasuk kepada distribusi poisson, maka ingin diuji apakah data frekuensi klaim dari asuransi adalah mengikuti distribusi poisson ataukah tidak.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Distribusi Poisson

Pandanglah distribusi Binomial (N,p) dimana N percobaan banyak sekali dan nilai kemungkinan untuk sukses p kecil sekali, maka distribusi yang terbentuk adalah distribusi poisson.

Dalam kehidupan sehari-hari variabel yang mengikuti distribusi poisson adalah variabel yang menggambarkan peristiwa-peristiwa yang jarang terjadi, misal dalam asuransi adalah jarang seseorang yang mengasuransikan kendaraan roda duanya kepada perusahaan asuransi.

Definisi :

Apabila X merupakan sebuah variabel diskrit yang mengikuti distribusi peluang (Walpole,R.E.,1986) :

$$p_k = P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \; ; k = 0 , 1, 2, \ldots$$

Maka X disebut variabel yang mengikuti distribusi poisson.

Rata-rata untuk distribusi poisson adalah $\mu = \lambda = np$

2.2 Uji Kecocokan

Untuk menguji kecocokan distribusi poisson untuk data frekuensi klaim pada asuransi dapat menggunakan statistik uji chi-kuadrat, dengan perumusan hipotesis secara umum adalah sebagai berikut :

$H_0 : p_k = p^0{}_k$; Terdapat kecocokan antara peluang frekuensi klaim dengan distribusi poisson.

$H_0 : p_k \neq p^0{}_k$; Tidak terdapat kecocokan antara peluang frekuensi klaim dengan distribusi poisson.

Dalam hal ini :

p_k adalah peluang pengamatan (frekuensi klaim) untuk kategori *k*.

$p^0{}_k$ adalah distribusi peluang poisson.

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$\chi^2 = \sum_{k=0}^{m} \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

Dalam hal ini :

n_k adalah banyaknya pemegang polis yang melakukan *k* klaim

m adalah maksimum banyaknya klaim dalam data pengamatan.

Statistik uji di atas adalah berdistribusi χ^2 (chi-kuadrat) dengan υ(derajat kebebasan) adalah *m-r.*

Kriteria uji untuk persoalan di atas adalah :

Tolak hipotesis H_0 jika nilai statistik uji $\chi^2 \geq \chi^2{}_{(\alpha;m-r)}$

Dalam hal ini :

 ISBN: 978-979-16353-3-2

α adalah merupaka taraf nyata atau taraf signifikan

r adalah banyaknya parameter yang ditaksir

$\chi^2{}_{(\alpha;m-r)}$ diperoleh dari tabel distribusi chi-kuadrat.

3. Metode

Prosedur untuk pengujian uji kecocokan distribusi poisson adalah sebagai berikut:

a. Perumusan hipotesis

b. Data yang diperoleh disusun dalam tabel distribusi frekuensi klaim

c. Menghitung nilai rata-rata dan varians dari data tabel frekuensi klaim.

Formula atau rumus untuk rata-rata adalah :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=0}^{m} k.n_k}{n}$$

Dalam hal ini $n = \sum_{k=0}^{m} n_k$

Formula atau rumus untuk varians adalah :

$$s^2 = \frac{n\sum_{k=0}^{m} k^2 n_k - \left(\sum_{k=0}^{m} kn_k\right)^2}{n(n-1)}$$

Dengan menggunakan metode penaksiran momen, parameter distribusi poisson $\hat{\lambda}$ ditaksir dengan $\bar{x}$.

d. Menghitung peluang untuk setiap frekuensi klaim

Formula atau rumus untuk peluang setiap frekuensi klaim adalah :

$$p_k = P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

e. Menghitung nilai np_k (nilai harapan) untuk setiap k, yaitu perkalian antara p_k dengan banyaknya pemegang polis.

f. Menghitung statistik uji chi-kuadrat.

g. Menentukan kriteria uji, yaitu apakah hipotesis H_0 ditolak atau diterima dengan taraf nyata yang telah ditentukan.

h. Kesimpulan.

4. Contoh Penerapan

Data yang digunakan penulis untuk data asuransi adalah menggunakan data sekunder (Narkadi;2008) yaitu data tentang klaim pemegang polis asuransi roda dua PT Asuransi Umum dari tanggal 1 Januari 2006 sampai dengan tanggal 31 Desember 2006 yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1.

Data Klaim Pemegang Polis Roda Dua PT Asuransi Umum

No. Polis	Nama Tertanggung	Tgl. Kejadian	Tgl. Mulai	Tgl. Akhir
022206200512…1	Budi	27/9/2006	1/3/2006	3/1/2007
022206200512…2	Lukman	21/5/2006	4/1/2006	4/1/2007
022206200512…2	Lukman	26/3/2006	4/1/2006	4/1/2007
022206200512…2	Lukman	5/7/2006	4/1/2006	4/1/2007

 ISBN: 978-979-16353-3-2

022206200512…3	Sandy	24/4/2006	4/1/2006	4/1/2007
022206200512…4	Olivia	12/12/2006	29/1/2006	29/1/2007
.	.			
.	.			
022206200512…20	Irvan	10/5/2006	21/2/2006	21/2/2007

Sumber : Narkadi; 2008

Untuk menguji apakah data frekuensi klaim mengikuti distribusi poisson ataukah tidak, maka langkah-langkah yang harus dilakukan adalah :

a. Perumusan hipotesis

$H_0 : p_k = p^0{}_k$; frekuensi klaim pemegang polis berasal dari distribusi poisson

$H_0 : p_k \neq p^0{}_k$; frekuensi klaim pemegang polis bukan berasal dari distribusi poisson

b. Data dari Tabel 1. disusun ke dalam tabel distribusi frekuensi klaim (Tabel 2.)

ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 2.

Distribusi Frekuensi Klaim Pemegang Polis

Frekuensi Klaim (*k*)	Jumlah Pemegang Polis Yang Melakukan Klaim Sebanyak *k* (*nk*)
0	489
1	131
2	58
3	13
4	6
5	1
>5	0
Jumlah	698

Sumber : Hasil perhitungan penulis

Dari Tabel 2 dapat dilihat ternyata :

- Ada 489 pemegang polis yang tidak melakukan klaim selama satu tahun masa asuransinya.
- Ada 131 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 1 kali klaim selama satu tahun masa asuransinya.

- Ada 58 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 2 kali klaim selama satu tahun masa asuransinya.
- Ada 13 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 2 kali klaim selama satu tahun masa asuransinya.
- Ada 6 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 4 kali klaim selama satu tahun masa asuransinya.
- Ada 1 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 5 kali klaim selama satu tahun masa asuransinya.

c. Langkah selanjutnya data dari Tabel 2 dihitung nilai rata-rata dan varians.

Nilai rata-rata diperoleh :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=0}^{m} k.n_k}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{0(489) + 1(131) + 2(58) + 3(13) + 4(6) + 5(1)}{698}$$

$$\bar{x} = 0{,}4513$$

Nilai varians adalah :

$$s^2 = \frac{n\sum_{k=0}^{m} k^2 n_k - \left(\sum_{k=0}^{m} kn_k\right)^2}{n(n-1)}$$

$$s^2 = \frac{698(601) - (315)^2}{698(697)}$$

$$s^2 = 0{,}6583$$

d. Menghitung peluang untuk setiap frekuensi klaim

ISBN: 978-979-16353-3-2

Untuk k = 0

$$p_k = P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$$p_0 = P(X = 0) = \frac{e^{-0,4513}0,4513^0}{0!}$$

$$p_0 = P(X = 0) = 0,6368$$

Dengan cara yang sama maka akan diperoleh :

Untuk k = 1

$$p_1 = P(X = 1) = 0,2874$$

Untuk k = 2

$$p_2 = P(X = 2) = 0,0648$$

Untuk k = 3

$$p_3 = P(X = 3) = 9,7555x10^{-3}$$

Untuk k = 4

$$p_4 = P(X = 4) = 1,007x10^{-4}$$

Untuk k = 5

$$p_5 = P(X = 5) = 9,9346x10^{-5}$$

e. Setelah nilai p_k diperoleh, langkah selanjutnya menghitung nilai harapan untuk setiap frekuensi klaim (np_k).

Untuk $k = 0$

np_0 = 698 x 0,6368

 ISBN: 978-979-16353-3-2

np_0 = 444,4864

Untuk $k = 1$

np_1 = 698 x 0,2874

np_1 = 200,6052

Untuk $k = 2$

np_2 = 698 x 0,0648

np_2 = 45,2304

Untuk $k = 3$

np_3 = 698 x 9,7555x10^{-3}

np_3 = 6,8093

Untuk $k = 4$

np_4 = 698 x 1,007x10^{-4}

np_4 = 0,7682

Untuk $k = 5$

np_5 = 698 x 9,9346x10^{-5}

np_5 = 0,069

Dari hasil perhitungan di atas, dapat disajikan ke dalam tabel antara Data Pengamatan dengan Nilai Harapan Untuk Setiap Frekuensi Klaim (Tabel 3).

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 3

Data Pengamatan Dan Nilai Harapan Untuk Setiap Frekuensi Klaim

k	***nk***	***np**$_k$*
0	489	444,5
1	131	200,6
2	58	45,2
3	13	6,8
4	6	0,8
5	1	0,1
>5	0	0
. Jumlah	698	698

Sumber : Hasil Perhitungan

f. Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai statistik uji chi-kuadrat.

Perhitungan statistik uji dengan menggunakan rumus :

$$\chi^2 = \sum_{k=0}^{m} \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

Maka diperoleh nilai statistik uji adalah :

 ISBN: 978-979-16353-3-2

$$\chi^2 = \frac{(489-444{,}5)^2}{444{,}5} + \frac{(131-200{,}6)^2}{200{,}6} + \frac{(58-45{,}2)^2}{45{,}2} + \frac{(20-7{,}7)^2}{7{,}7}$$

$$\chi^2 = 4{,}5550 + 24{,}1484 + 3{,}6248 + 19{,}6481$$

$$\chi^2 = 51{,}9713$$

g. Dengan menggunakan taraf nyata 5 %, dari tabel chi-kuadrat diperoleh nilai

$$\chi^2{}_{0,95:2} = 5{,}99$$

Sehingga nilai statistik uji > dari nilai chi-kuadrat $_{\text{tabel}}$, maka hipotesis H_0 ditolak.

5. Kesimpulan

Dari hasil perhitungan ternyata hipotesis Ho ditolak, maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan taraf nyata 5 % ternyata data frekuensi klaim tidak mengikuti distribusi poisson.

Daftar Pustaka

Lemaire, J., 1995. *Bonus Malus System in Automobile Insurance*, Kluwer Academic Publishers, Boston/London.

Narkadi, 2008. *Pengujian Kecocokan Distribusi Poisson-Inverse Gaussian Untuk Data Frekuensi Klaim Perusahaan asuransi Umum*, Skripsi, Unsiba, 2008.

Robert, E.L., 1951. *Life Insurance Mathematics*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Siddiq, Muhammad N., 1987. *Asuransi Di Dalam Islam*, Pustaka, Bandung.

Sujana, 1992, *Metoda Statistika*, Edisi 5, Tarsito, Bandung.

Walpole, R.E., 1986. *Ilmu Peluang Untuk Insinyur dan Ilmuwan*, ITB, Bandung.