 ISBN: 978-979-16353-3-2

S-3

PENGUJIAN HIPOTESIS RATA-RATA BERURUT MENGGUNAKAN STATISTIK *CHI-KUADRAT RANK*

(Pendekatan Non Parametrik)

oleh

H. Bernik Maskun *)

ABSTRAK

Statistik uji untuk hipotesis,

$$H_1 : \quad \mu_1 \leq \ldots \leq \mu_k$$

digunakan statistik uji berbentuk :

$$\overline{\chi}^2_{rank} = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} n_j \left(\mu_j^* - \frac{n+1}{2} \right)^2$$

daerah kritis $\overline{\chi}^2_{rank} \geq C,$ dengan *C* ditentukan melalui

$$\alpha = \sum_{m=2}^{k} p_{m,k} P\left[\chi^2_{m-1} \geq C\right]$$

dan χ^2_{m-1} adalah variabel acak yang berdistribusi χ^2 dengan derajat kebebasan *m*-1, dan taraf signifikansi α .

1. Latar Belakang

Penutupan akses kavitas pada gigi dengan perawatan saluran akar merupakan faktor yang penting dilakukan untuk mencegah masuknya mikroorganisme, cairan rongga mulut maupun sisa makanan ke dalam saluran akar. Penutupan ini tidak hanya untuk menutup kavitas antar kunjungan saja tetapi juga menjaga keutuhan mahkota selama perawatan saluran akar (menurut Madison (1992) dan Kazemi (1994)).

Rulianto (1985) menyatakan bahwa premixed zinc oxide-calcium sulfate cement (Cavit G) sebagai penutup kavita kelas I merupakan bahan tambalan sementara yang paling kecil kebocorannya dibandingkan dengan zinc oxide eugenol dan semen fletcher. Tingkat kebocoran yang paling besar terdapat pada semen

ISBN: 978-979-16353-3-2

fletcher sedangkan semen zinc oxide eugenol tingkat kebocorannya berada di atas semen fletcher tetapi masih lebih besar kebocorannya dibandingkan dengan premixed zinc oxide-calcium sulfate cement (Cavit G) . Demikian pula hasil penelitian dari Nuryanti (2005), Zmener O, dkk (2004), Anderson RW dkk, untuk ketiga macam semen tersebut memberikan hasil penelitian yang kontroversi mengenai tingkat kebocoran.

Sebuah upaya untuk menetapkan mana diantara ketiga bahan paling baik dalam penambalan, secara statistik tidak dapat dikerjakan, seperti pengujian ketidaksamaan rata-rata, karena terdapat urutan dari ketiga rerata dalam hipotesisnya. Penggunaan analisis varians akan menyebabkan peluang kekeliruan tipe 1 lebih besar dari yang seharusnya mengingat dalam analisis varians tidak diperhitungkan urutan.

2. Rumusan Masalah

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa kebocoran yang terjadi dari ke-tiga macam tambalan sementara menunjukkan adanya tingkatan (berurut), sehingga rumusan masalah statistiknya terkait dengan pengujian hipotesis ; H_1 : $\mu_1 \le \mu_2 \le ... \le \mu_k$ adalah :

1. Menentukan statistik uji
2. Menentukan Distribusi Sampling dari statistik uji

3. Tujuan

Menentukan cara pengujian hipotesis alternatif berurut

4. Manfaat

Dengan adanya statistik uji untuk hipotesis alternatif berurut akan memberikan solusi yang lebih sesuai.

5. Statistik Uji untuk Hipotesis Rata-rata Berurut

Misalkan hipotesis yang berkaitan dengan eksperimen adalah :

$$\text{Ho} : \quad \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$$

melawan

$$H_1 : \quad \mu_1 \le ... \le \mu_k$$

 ISBN: 978-979-16353-3-2

dan pengujian dikerjakan berdasarkan data yang ditampilkan seperti pada tabel berikut ini

Tabel 1 :

Data Pengamatan

(Tiap Perlakuan berisi n_j pengamatan)

	Perlakuan				
	1	2	*j*	*k*	
1	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1k}	
2	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2k}	
…	…	…	…	…	
I	Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{ij}	Y_{ik}	
…	…	…	…	…	
…	…	…	…	…	
n_j	Y_{n1}	Y_{n2}		Y_{nk}	
Banyak Pengamatan	n_1	n_2	…	n_k	$\sum_{j=1}^{k} n_j = n$

Berdasarkan data dalam Tabel 1 di atas, selanjutnya data digabungkan untuk *k* buah perlakuan dan diurutkan dari kecil ke besar sehingga dapat dihitung rankingnya. Berdasarkan ranking yang diperoleh untuk masing-masing data selanjutnya susun ranking tersebut dalam tabel sebagai berikut :

 ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 2 :

Nilai rank Data Pengamatan

(Tiap Perlakuan berisi n_i pengamatan)

	Perlakuan				
	1	2	*j*	*k*	
1	R_{11}	R_{12}	R_{1j}	R_{1k}	
2	R_{21}	R_{22}	R_{2j}	R_{2k}	
…	…	…	…	…	
i	R_{i1}	R_{i2}	R_{ij}	R_{ik}	
…	…	…	…	…	
…	…	…	…	…	
n	R_{n1}	R_{n2}	R_{nj}	R_{nk}	
Jumlah Rank	R_1	R_2	R_j	R_k	
Banyak Pengamatan	n_1	n_2	n_j	n_k	$\sum_{j=1}^{k} n_j = n$
Rata-rata rank	$\overline{R}_1$	$\overline{R}_2$	$\overline{R}_j$	$\overline{R}_k$	

Rank pada baris ke *i* kolom ke *j* adalah

$$R_{ij} = rank \quad Y_{ij}$$

kemudian untuk rata-rata rank $\overline{R}_j$ adalah

$$\overline{R}_j = \sum_{i=1}^{n.i} R_{ij} / n_{.i}$$

Terakhir perhitungan untuk μ_J^* adalah

$$\mu_j^* \equiv \mu_j^*\left(\overline{R}_1, \overline{R}_2, ..., \overline{R}_k\right) = \max{}_{r=1}^{j} \min{}_{j=1}^{k} \sum_{j=r}^{k} n_j \overline{R}_j \;/ \sum_{j=r}^{k} n_j$$

Menurut Parsons (1979), untuk menguji hipotesis berurut digunakan statistik uji berbentuk :

$$\text{(1)} \qquad \overline{\chi}_{rank}^2 = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} n_j \left(\mu_j^* - \frac{n+1}{2} \right)^2$$

Distribusi sampling eksak Statistik (1) di bawah H_o tidak diketahui, tetapi bentuk distribusi pendekatan menurut Barlow dan Chacko (1963), adalah :

Dalil : Jika $\overline{R}_1, \overline{R}_2, ..., \overline{R}_k$ adalah rata-rata rank untuk *k* buah sampel. Uji dengan daerah kritis $\overline{\chi}_{rank}^2 \geq C$, dengan *C* ditentukan melalui

$$\alpha = \sum_{m=2}^{k} p_{m,k} P\left[\chi_{m-1}^2 \geq C\right]$$

dan χ_{m-1}^2 adalah variabel acak yang berdistribusi χ^2 dengan derajat kebebasan *m*-1, merupakan sebuah pengujian untuk H_o dengan taraf signifikansi α untuk ukuran sampel besar.

Dalam perhitungan peluang kekeliruan tipe I, peluang $p_{m,k}$ merupakan peluang dengan bentuk persamaan sebagai berikut :

Dalil : (Chacko 1959)

$$p_{m,k} = \sum \prod_{j=1}^{k} j^{-\beta_j} \left(\beta_j!\right)^{-1}$$

$$\sum_{m=1}^{k} p_{m,k} = 1$$

dengan

β_j menyatakan banyaknya estimit yang diperoleh dengan menggabungkan *j* buah rata-rata sampel.

$$0 \le \beta_j \le [k/j] \;,$$

$[k/j]$ adalah bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari pembagian *k/j* dan

$$\sum_{j=1}^{k} \beta_j = m$$

$$\sum_{j=1}^{k} j\beta_j = k$$

Nilai $p_{m,k}$ untuk $m = 1,2,\ldots,10$ dan $k = 3,4,\ldots,10$ diperlihatkan dalam tabel di bawah ini :

Tabel 3 :

Nilai-nilai $p_{m,k}$

					k			
M	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.33333	.25000	.20000	.16667	.14286	.12500	.11111	.10000
2	.50000	.45833	.41667	.38056	.35000	.32411	.30198	.28290
3	.16667	.25000	.29167	.31250	.32222	.32569	.32552	.32317
4		.04167	.08333	.11805	.14583	.16788	.18542	.19943
5			.00833	.02083	.34722	.04861	.06186	.07422
6				.00139	.00417	.00799	.01250	.01743
7					.00020	.00069	.00151	.00260
8						.00003	.00010	.00024
9							.00000	.00001
10								.00000

Nilai-nilai dalam tabel di atas memperlihatkan nilai peluang $p_{m,k}$. Sebagai contoh untuk *m* = 1 dan *k* = 3 diperoleh nilai $p_{1,3}$ = 0,3333.

6. Contoh Aplikasi : Membandingkan Tingkat Kebocoran di Daerah Dinding Gingival Menggunakan Tiga Macam Bahan Tambalan Sementara

 ISBN: 978-979-16353-3-2

6.1 Disain Penelitian dan Hipotesis

Untuk mengetahui sampai seberapa besar tingkat kebocoran pada daerah dinding gingival gigi setelah memperoleh tambalan sementara dengan tiga macam bahan tambalan yang berbeda telah dilakukan penelitian sebagai berikut : 15 gigi molar pertama rahang atas dibagi atas tiga kelompok masing-masing lima gigi. Masing-masing kelompok akan memperoleh perlakuan dengan menggunakan bahan tambalan yang berbeda, yaitu kelompok I dengan bahan tambalan CAV (Cavit G), kelompok II dengan SF (Sulfate Cement) dan kelompok III dengan ZOE (Zinc Oxide Eugenol) . Dengan demikian model eksperimen/percobaan akan berbentuk Eksperimen Acak Sempurna dengan 5 replikasi untuk tiap kelompok. Variabel yang menjadi obyek penelitian terdiri atas : adanya kebocoran yang diukur berdasarkan jarak penetrasi (dlm mm)

Ingin diketahui apakah terdapat efek yang berarti dari pemberian CAV, SF dan ZOE dilihat dari adanya penetrasi/kebocoran ?

Hipotesis statistiknya sebagai berikut :

Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$: Tidak terdapat perbedaan efek diantara ketiga macam bahan tambalan yang berbeda

melawan

H_1 : $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \mu_3$: (terdapat urutan perbedaan efek)

6.2 Data Hasil Penelitian

Data dalam Tabel 4 adalah hasil penelitian Aznur (2007) yang menunjukkan skor kebocoran tambalan setelah diberikan pewarnaan :

ISBN: 978-979-16353-3-2

Tabel 4 :

Penetrasi/Kebocoran Tambalan

(Nilai Skor)

Type Semen		
CAV (Caviton)	SF (Fletcher)	ZOE (Zinc)
1	2	2
1	2	2
1	2	3
2	3	3
2	3	3

Selanjutnya dari data dalam Tabel 4 dihitung rank-nya sehingga diperoleh nilai rank seperti terlihat dalam tabel di bawah ini :

Tabel 5 :
Nilai Rank Penetrasi/Kebocoran Tambalan

CAV		SF		ZOE	
	Rank		Rank		Rank
1	2	2	7	2	7
1	2	2	7	2	7
1	2	2	7	3	13
2	7	3	13	3	13
2	7	3	13	3	13
$\sum$	20		47		53
$\overline{R}$	4,0		9,4		10,6

Dari Tabel 5 akan diperoleh :

$n_i = 5$

$R_1 = 4{,}0$
$R_2 = 9{,}4$
$R_3 = 10{,}6$

sehingga **:**

$$\overline{\chi}^2_{rank} = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\mu_i^* - \frac{n+1}{2} \right)^2$$

$$= \frac{12}{15(16)} \left[5(4{,}0 - \frac{16}{2})^2 + 5(9{,}4 - \frac{16}{2})^2 + 5(10{,}6 - \frac{16}{2})^2 \right]$$

$$= 6{,}18$$

$$\alpha = \sum_{m=2}^{k} p_{m,k} P\left[\chi^2_{m-1} \geq C\right]$$

$$= p_{23} P(\chi_1^2 \geq C) + p_{33} P(\chi_2^2 \geq C)$$

Dari Tabel 3 diperoleh p_{23} = 0,5 dan p_{33} = 0,1667

$$\alpha = 0{,}5 \times P(\chi_1^2 \geq C) + 0{,}1667 \times P(\chi_2^2 \geq C)$$

Untuk $\alpha = 0{,}05$ diperoleh nilai *C* = 3,8 (Lihat Lampiran 2)

Tolak H$_o$ jika nilai χ^2_{rank} ≥ *C* , dari hasil perhitungan χ^2_{rank} = 6,18 > *C* = 3,8 ini menunjukkan sifat pengujian yang signifikan.

7. Kesimpulan

Untuk mengetahui perlakukan mana diantara ketiga perlakukan yang diberikan memberikan efek yang paling baik , perhatikan kembali rata-rata rank kedalaman penetrasi (kebocoran) tambalan,

$\bar{y}_1$= Rata-rata rank penetrasi dengan semen Caviton = 4,0

$\bar{y}_2$= Rata-rata rank penetrasi dengan semen Fletcher = 9,4

$\bar{y}_3 =$ rata-rata rank penetrasi dengan semen Zinc = 11,6.

Ternyata pemakaian semen Caviton memberikan rata-rata rank kedalaman kebocoran yang paling rendah, atau dapat dikatakan Cemen Caviton lebih baik dari dua macam semen lainnya.

8. Daftar Pustaka

1. Barlow, R.E., Bartholomew, D.J., Bremmer, J. M. and Brunk, H. D.,1972., *Statistical Inference Under Order Restrictions*, Wiley, New York.
2. Bartholomew, D.J., 1959, A test of homogeneity for oldered alternatives , *Biometrika* 46 328-335.
3. Brunk,H.D. (1955) , Maximum Lilelihood estimates of monotone parameters., *Ann. Math.Statist*. No 26, Hal 607-616
4. Brunk,H.D. (1958) , On Te Estimation of parameters restricted by inequalities., *Ann. Math.Statist*. No 29, Hal 437-454
5. Chacko, V.J., 1959, *Testing Homogeneity against oldered alternatives*. Ph.D. thesis, Univ. of California, Berkeley.
6. Chacko, V,J. , 1963, Testing Homogeneity agains ordered alternatives, *Ann. Math.Statist*. Vol.34 Hal 945-956.
7. Conover,W.J., 1973, *Practical Nonparametric Statistics*, John Wiley & Sons, Inc.
8. Gibbons, 1971, *Nonparametric Statistical Inference*, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd, Tokyo, hal 198-201.
9. Ingle, J.I., *et. al.* ,2002. *Temporary Coronal Filling Material. Dalam Endodontics*. 5th ed. (Ingle & Backland ed.) Decker. Inc. : 649-52
10. Kazemi RB, Safavi KE., Spangberg LSW., 1994, Assessment of Marginal Stability and Permeability of Interim Restorative Endodontic Material, *Oral Surg Oral Med Oral Pathol* 78 ; 788-96
11. Laili, A., 2007**,** *Perbedaan Tingkat kebocoran Pada Kavitas Klas II Daerah Dinding Gingival dari tiga Bahan Tambalan Sementara*, FKG UNPAD, Bandung

12. Lehmann. E.l., D'Abrera. H.J.M., 1975, *Nonparametrics, Statistical Methods Based on Ranks*, McDraw-Hill, New York.

13. Madison S dan Anderson RW. 1992. *Medications and Temporaries in EndodonticTreatment*. Dent Clint North Am : 36(2) : 343-56

14. Mendenhall, W., Scheaffer, R.L., Wackerly, D.D., 1986, *Mathematical Statistics with Applications*, Thirt Edition, PWS Publishers, Duxbury Press, Boston.

15. Montgomery, C,D, 2001, *Design and Analysis of Experiments*, 5 th Edition, John Wiley & Sons, Inc, New York.

16. Nuryanti., 2005. *Pengaruh ChKM Yang Digunakan Dalam Perawatan SaluranAkar Terhadap Kerapatan Dua Bahan Tumpat Sementara Yang Berbahan DasarZinc Oxide, Eksperimental Laboratorik*, Jakarta, FKG Universitas Indonesia

17. Parsons.L.V., 1967, A Note on Te Exact Distribution of A Nonparametric Test Statistic for Ordered Alternatives, *The Annals of Statistics*, Vol 7, No. 2, Hal 454-458.

18. Rulianto M.1985. *Kebocoran Tepi Zinc Oxide-Eugenol, Fletcher dan Cavit Sebagai Bahan Tumpatan Sementara dalam Kumpan*, Naskah Kongres NasionalXVI PDGI : 27-33

19. Shorack, G.R, 1967, Testing against ordered alternatives in model I analysis of variance; normal theory and nonparametric, *Ann. Math. Statistics*, Vol. 38, Hal 1740-1753.

20. Sudjana, 2002, *Desain Dan Analisis Eksperimen*, Edisi IV, Tarsito, Bandung, Hal 30-40.

21. Sukmasari S. 1991. *Tambalan Sementara Di Bidang Konservasi Gigi. Tinjauan Pustaka*. Bandung, FKG UNPAD.

22. Swanson K dan Madison S., 1987, An Evalution of Coronal Microleakage in Endodontically Treated Teeth. Part I Time Periods., *Journal of Endodontics* 13 : 56-59.

23. Van Eeden, C., 1957., Maximum Lilkelihood estimation of partially or completely ordered parameters., *Indag.Math. 19* Hal 128-211.

24. Wardarma N. 2001. *Pengaruh Rasio Oksida Seng dan Eugenol*. Laporan Penelitian, Jakarta , FKG Universitas Indonesia.

25. Zmener O., Odont, Banegas G., Paneijer CH., 2004, Coronal Microleakage of Three Temporary Restorative Material : An In Vito Study., *J. Endo* 30(8) : 582-84

9. Lampiran

Lampiran 1 :

Algoritma Menghitung Nilai *C*

pada Distribusi Chi-Kuadrat

Menentukan *C* pada Distribusi Chi-Kuadrat

$$\alpha = \sum_{m=2}^{k} p_{m,k} P\left[\chi^2_{m-1} \geq C\right]$$

CHIDIST(x,df)

Df1 = 1

Df2 = 2

x = *C*

P(chi) = =CHIDIST(*C*,df1)

P(chi) = =CHIDIST(*C*,df2)

Taraf Sign = *P*(chi) * 0.5 + *P*(chi)* 0.1667

ISBN: 978-979-16353-3-2

Lampiran 2 :

Nilai *C* pada Distribusi Chi-Kuadrat

dengan $p_{2,3}$ = 0,5 dan $p_{3,3}$ = 0,1667 , m = 3 , k = 3 , n = 15

$$\alpha = \sum_{m=2}^{k} p_{m,k} P\left[\chi^2_{m-1} \geq C\right]$$

$p_{2,3}$ = 0.5			$p_{3,3}$ = 0.1667			Taraf
C	*dk*	*P*(*Chi*)	*C*	*dk*	*P*(*Chi*)	Sign
3.0	1	0.083265	3	2	0.223130	0.078828
3.1	1	0.078292	3.1	2	0.212248	0.074528
3.2	1	0.073638	3.2	2	0.201897	0.070475
3.3	1	0.069280	3.3	2	0.192050	0.066655
3.4	1	0.065196	3.4	2	0.182684	0.063052
3.5	1	0.061369	3.5	2	0.173774	0.059653
3.6	1	0.057780	3.6	2	0.165299	0.056445
3.7	1	0.054412	3.7	2	0.157237	0.053418
3.8	1	0.051253	3.8	2	0.149569	0.050559
3.9	1	0.048286	3.9	2	0.142274	0.047860
4.0	1	0.045500	4	2	0.135335	0.045311
4.1	1	0.042883	4.1	2	0.128735	0.042902
4.2	1	0.040424	4.2	2	0.122456	0.040625
4.3	1	0.038112	4.3	2	0.116484	0.038474

4.4	1	0.035939	4.4	2	0.110803	0.036440
5.0	1	0.025347	4.5	2	0.105399	0.030244
5.1	1	0.023926	4.6	2	0.100259	0.028676
5.2	1	0.022587	4.7	2	0.095369	0.027191
5.3	1	0.021325	4.8	2	0.090718	0.025785
5.4	1	0.020137	4.9	2	0.086294	0.024454
5.5	1	0.019016	5	2	0.082085	0.023192
5.6	1	0.017960	5.1	2	0.078082	0.021996
5.7	1	0.016965	5.2	2	0.074274	0.020864
5.8	1	0.016026	5.3	2	0.070651	0.019791
5.9	1	0.015141	5.4	2	0.067206	0.018774
6.0	1	0.014306	5.5	2	0.063928	0.017810