

REKONSTRUKSI TINGKAT-TINGKAT BERPIKIR PROBABILISTIK SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Oleh:

Imam Sujadi

Prodi. Pendidikan Matematika FKIP UNS

Email: imamsujadi@ymail.com

Abstraks

Pemikiran siswa dalam menjawab suatu permasalahan probabilistik, mempunyai tingkatan berpikir yang berbeda-beda. Untuk mendeskripsikan pemikiran probabilistik siswa, Jones, dkk (1997,1999) mengajukan empat level atau empat tingkat berpikir probabilistik. Level-1 dihubungkan dengan berpikir non kuantitatif atau berpikir subjective. Level-2 dipandang sebagai masa transisi antara berpikir subjectif dan berpikir kuantitatif yang alami. Level-3 berkaitan dengan berpikir kuantitatif secara informal. Level-4 memasukkan penalaran secara numeric. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa Siswa SMP di Indonesia yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran peluang, terdapat penjenjangan dalam berpikir probabilistik, yang meliputi level-0 pra subjectif, level-1 subjectif, level-2 transisional, level-3 kuantitatif informal, dan level-4 numerik. Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa dengan manipulasi benda kongrit serta penggunaan animasi komputer dalam memecahkan masalah probabilistik dapat membantu siswa yang berada pada tingkat berpikir pra subjectif untuk memahami hasil yang mungkin bila suatu percobaan dilakukan.

Kata kunci: berpikir probabilistik, tingkat berpikir, karakteristik level

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang Masalah

Kata probabilitas/peluang banyak ditemui dalam matematika, dalam bidang ilmu lain, dan juga dalam kehidupan sehari-hari. Kata-kata lain yang diungkapkan dengan maksud yang sama dengan probabilitas/peluang, seperti kata kemungkinan, harapan, prediksi, atau kesempatan sering digunakan dalam masalah keseharian yang bersifat probabilistik. Yang dimaksud suatu masalah probabilistik (*a probability situation*) adalah masalah yang memuat unsur ketidakpastian (*a situation involving uncertainty*). Masalah yang memuat unsur ketidakpastian adalah suatu masalah yang mengacu pada suatu aktivitas atau eksperimen random yang bisa mendapatkan berbagai hasil yang mungkin, tetapi hasil yang pasti tidak dapat ditentukan sebelumnya secara tepat. Istilah berpikir probabilistik akan digunakan untuk mendeskripsikan pemikiran siswa dalam merespon bermacam-macam masalah probabilistik.

Mengambil keputusan dalam merespon masalah probabilistik merupakan bagian integral dari kehidupan manusia. Dengan kata lain banyak informasi dalam kehidupan sehari-hari yang diekspresikan dalam bentuk-bentuk probabilistik, dan keputusan yang diambil bergantung pada respon yang diberikan

Pemikiran siswa dalam menjawab suatu permasalahan probabilistik, mempunyai tingkatan berpikir yang berbeda-beda. Pengetahuan siswa tentang peluang tersebut merupakan suatu pengetahuan informal yaitu pengetahuan yang dibangun dalam setting non-akademik, sehingga dimungkinkan berbeda dengan konsep peluang secara formal yaitu konsep peluang yang dibangun dalam setting akademik.

Hasil prasurvey yang dilakukan peneliti memberikan informasi bahwa, sebelum pembelajaran di sekolah tentang peluang dilakukan, siswa SMP ada yang mampu menginterpretasikan peluang secara kualitatif maupun secara kuantitatif, mampu membandingkan peluang dua buah kejadian. Siswa secara informal telah mempunyai pengetahuan tentang peluang.

Memperhatikan alasan masing-masing siswa dalam menjawab permasalahan peluang baik secara kualitatif maupun kuantitatif, dapat dipahami bahwa sangat sulit untuk mengetahui pemikiran siswa tentang probabilitas. Menurut Hirsch dan O'Donnell (2001) kesalahan dalam menalar probabilistik dapat terjadi karena miskonsepsi tentang peluang. Penelitian tentang berpikir probabilistik siswa telah diungkapkan oleh beberapa ahli. Salah satu ahli yaitu Amir dan Williams (1995) mengungkapkan bahwa kultur yang meliputi bahasa, keyakinan (keagamaan), dan pengalaman (contoh: permainan) berpengaruh terhadap pengetahuan probabilistik informal siswa. Pengetahuan probabilistik informal (seperti: konsep-konsep informal, intuisi, heuristic, pendekatan hasil, dll) berpengaruh terhadap pemikiran probabilistik siswa. Tingkat pemikiran probabilistik siswa akan mempengaruhi siswa dalam belajar pengetahuan probabilistik formal (seperti: konsep-konsep formal, skill, kombinatorik, dll).

Terkait dengan hasil penelitian tersebut, meneliti pengertian siswa tentang probabilitas merupakan masalah yang kompleks. Masalah probabilitas mempunyai kekhususan relatif dibandingkan topik lain dalam matematika. Sangat tidak mungkin untuk menunjukkan suatu teori probabilitas dengan menggunakan suatu percobaan atau kejadian dengan sedikit percobaan. Simulasi-simulasi berguna dalam membantu siswa untuk mengerti tentang ketidakpastian dan ketakterprediksian dari suatu kejadian

tunggal, tetapi untuk memvalidasi suatu teori probabilitas dibutuhkan sekumpulan simulasi-simulasi yang sangat banyak. Kurangnya pengalaman siswa mengenai percobaan yang memuat banyak simulasi akan menghambat pemikiran siswa tentang peluang. Situasi ini yang membuat masalah probabilitas menjadi kompleks, mengingat sekumpulan simulasi yang berbeda bisa mendapatkan hasil yang berbeda. Dalam penelitian ini keterbatasan percobaan diatasi dengan menyediakan benda konkrit berupa Gasing, serta program animasi komputer tentang Rolet.

Sangat sulit untuk mengetahui pemikiran siswa tentang probabilitas. Misalkan siswa diberi masalah yang terkait dengan peluang suatu kejadian, kita mungkin mendapatkan beberapa jawaban yang sama, tetapi pendekatan yang dipakai untuk menjawab masalah tersebut kemungkinan sangat berbeda, diantaranya mungkin terdapat kesalahan dalam menalar. Menurut Hirsch dan O'Donnell (2001) kesalahan dalam menalar probabilistik dapat terjadi karena miskonsepsi tentang peluang. Hal ini berarti bahwa untuk menginvestigasi pemikiran siswa, kita perlu berbincang-bincang dengan mereka agar mereka menjelaskan pemikirannya. Meskipun demikian karena pengalaman mereka tentang bahasa probabilistik sangat terbatas, mereka kemungkinan mempunyai kesulitan dalam menjelaskan dengan benar pemikiran mereka. Hal ini membuat penentuan secara rasional pemikiran mereka menjadi kompleks. Semua alasan tersebut dapat diartikan bahwa investigasi pemikiran siswa terkait dengan situasi probabilistik adalah tugas yang kompleks tetapi juga menarik untuk diteliti.

Untuk mendeskripsikan pemikiran probabilistik siswa, Jones, dkk (1997,1999) membuat kerangka kerja untuk menilai tingkat berpikir probabilistik. Jones, dkk mengajukan empat level atau empat tingkat berpikir probabilistik. Level 1 dihubungkan dengan berpikir non kuantitatif atau berpikir *subjective*. Level 2 dipandang sebagai masa transisi antara berpikir *subjective* dan berpikir kuantitatif yang alami (*naive quantitative*). Level 3 berkaitan dengan berpikir kuantitatif secara informal. Level 4 memasukkan penalaran secara numeric (*numerical*)

Jones dkk (1997, 1999) merekomendasikan bahwa penelitian lebih lanjut diperlukan untuk menyelidiki apakah kerangka kerja yang dibuat untuk mendeskripsikan pemikiran probabilistik siswa sesuai dengan anak-anak dari latar belakang bahasa dan budaya yang berbeda. Siswa sekolah menengah di Indonesia mempunyai kultur yang berbeda dengan kultur siswa sekolah menengah yang

digunakan sebagai subyek penelitian Jones dkk di Amerika Serikat. Dengan melakukan investigasi konsepsi siswa tentang probabilitas, peneliti dimungkinkan dapat mendeskripsikan tingkat berpikir siswa sekolah menengah di Indonesia yang terkait dengan masalah probabilistik. Dengan menganalisis pemikiran siswa atau jalan pikiran siswa yang digunakan untuk merespon bermacam-macam masalah probabilistik kemungkinan dapat diketahui tingkat berpikir probabilistik siswa sekolah menengah di Indonesia.

Sejauh ini peneliti belum pernah menemukan hasil penelitian tentang karakteristik berpikir probabilistik siswa di Indonesia. Pada sisi lain, sekolah di Indonesia yang mempunyai latar belakang budaya dan bahasa yang berbeda juga memperkenalkan kepada siswa tentang teori formal probabilitas. Oleh karena itu peneliti mencoba menginvestigasi pemikiran siswa dalam merespon masalah-masalah probabilistik dalam rangka merekonstruksi tingkat-tingkat berpikir probabilistik siswa sekolah menengah.

2. Pertanyaan Penelitian

Berdasar latar belakang yang diajukan pertanyaan penelitian ini adalah sebagai berikut: Apa saja tingkat-tingkat berpikir probabilistik siswa sekolah menengah pertama dalam memecahkan masalah yang memuat unsur ketidakpastian?

3. Tujuan Penelitian

Sesuai pertanyaan penelitian yang telah diajukan maka tujuan penelitian ini adalah untuk merekonstruksi tingkat-tingkat berpikir probabilistik siswa sekolah menengah pertama dalam memecahkan masalah yang memuat unsur ketidakpastian yang valid dan reliabel.

4. Kegunaan Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat mengonstruksi kembali tingkat-tingkat berpikir probabilistik siswa SMP di Indonesia yang secara formal belum mendapat pembelajaran tentang peluang, dan menghasilkan karakteristik tingkat-tingkat berpikir probabilistik siswa SMP yang memenuhi kriteria kredibilitas dan dependabilitas.

B. METODE PENELITIAN

1. Jenis Penelitian

Penelitian ini termasuk penelitian kualitatif verifikatif yang berpusat pada wawancara berbasis tugas (*the task-based interview*) (Widada, 2003). Data utama penelitian ini berupa kata-kata tertulis dan/atau lisan. Peneliti mempelajari hakekat dari pemikiran probabilistik siswa yang diawali dengan meminta siswa menyelesaikan masalah probabilistik secara tertulis dan dilanjutkan dengan wawancara untuk mengetahui konsepsi siswa tentang masalah probabilistik, mengidentifikasi pemikiran yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah tersebut. Pemikiran probabilistik siswa dikategorikan berdasarkan karakteristik berpikir probabilistik siswa.

2. Subyek Penelitian

Karena materi peluang secara formal dipelajari mulai dari kelas IX SMP semester I dan dibahas lagi setelah siswa di kelas XI SMA semester II, sedangkan penelitian ini ingin mengungkap pemikiran siswa dalam menyelesaikan masalah probabilistik sebelum mereka mendapatkan pembelajaran formal tentang peluang, maka subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP. Subjek dipilih tidak secara acak, namun diambil dengan mempertimbangkan kemampuan siswa melalui hasil tes tertulis (yaitu tes penjabaran) tentang interpretasi peluang

3. Instrumen Penelitian

Instrumen utama penelitian ini adalah pewawancara (dalam hal ini peneliti sendiri) dan dipandu dengan instrumen lain berupa soal tentang masalah probabilistik, pedoman wawancara, serta alat bantu berupa gasing, dan animasi program komputer berupa rolet.

4. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data penelitian ini dilakukan oleh peneliti sendiri dengan cara memberikan lembaran tugas dan melakukan interview. Sumber data utama penelitian ini adalah jawaban siswa dan respon siswa selama proses diwawancarai, dan dicatat melalui catatan tertulis atau melalui perekaman audio MP3.

Wawancara berbasis tugas dilakukan dengan cara subyek diberi tugas dan diberi waktu untuk menyelesaikan. Setelah itu diwawancarai berdasar pada pedoman umum wawancara (pedoman wawancara terlampir). Wawancara dengan subyek penelitian bisa dilakukan lebih dari satu kali wawancara bergantung pada kecepatan masing-masing

subyek dalam menyelesaikan masalah , dan munculnya pertanyaan tambahan untuk menyelidiki secara mendalam pemikiran probabilistik siswa. Waktu yang dibutuhkan untuk wawancara maksimal 1 jam . Pada saat diwawancarai dilakukan pengamatan langsung, dan membuat catatan-catatan, serta direkam

5. Analisis dan Penafsiran Data

Untuk menjawab pertanyaan penelitian dilakukan langkah-langkah sebagai berikut: Subyek yang telah dipilih sebagai sumber data diberi lembar tugas untuk dikerjakan. Berdasar tugas yang dikerjakan, jawaban siswa dianalisis. Hasil analisis tersebut digunakan sebagai dasar dalam melakukan wawancara.

Proses analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut ini: (1) mentranskrip data verbal yang terkumpul, (2) menelaah seluruh data yang tersedia dari berbagai sumber, yaitu dari hasil pekerjaan tugas tertulis, wawancara, pengamatan yang sudah dituliskan dalam catatan lapangan, (3) menyusun dalam satuan-satuan yang selanjutnya dikategorisasikan dengan membuat coding, (4) mengadakan reduksi data dengan membuat abstraksi. Abstraksi merupakan usaha membuat rangkuman yang inti, proses, dan pernyataan-pernyataan yang perlu dijaga untuk tetap berada di dalamnya; (5) analisis hal-hal yang menarik, dan (6) penarikan kesimpulan. Proses pengkodean pada penelitian ini menggunakan bantuan komputer menggunakan software Nvivo versi 2.0. Perumusan teori dalam penelitian ini menggunakan metode perbandingan tetap.

C. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Untuk memperoleh hasil penelitian yang memenuhi kriteria kredibilitas dan dependabilitas, pada bab ini akan diuraikan kegiatan yang dilakukan serta hasil yang diperoleh untuk masing-masing tahap yang meliputi: proses dan hasil pengumpulan data, proses dan hasil analisis data , serta diskusi temuan. Adapun analisis transkrip hasil wawancara pengerjaannya menggunakan bantuan software Nvivo.

1. Proses dan Hasil Pengumpulan Data.

Proses pengumpulan data untuk rekonstruksi tingkat berpikir probabilistik siswa yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran tentang probabilitas asasee mengikuti tahap-tahap sebagai berikut:

- a. Merumuskan teori awal berupa draf tingkat berpikir probabilistik (*draf-0*), berdasarkan kajian teori.

- b. Melakukan pra-penelitian untuk menunjukkan keberadaan tingkat berpikir probabilistik tersebut.
- c. Merevisi draf tersebut berdasar temuan di lapangan dan merumuskan teori hipotetik, yang dinamakan perbaikan tingkat berpikir probabilistik (*draf-1*).
- d. Melakukan pengambilan data untuk mengetahui keberadaan tingkat sekaligus karakteristiknya (*draf-2*).

Uraian lebih lanjut masing-masing tahap adalah sebagai berikut.

a. Merumuskan teori awal (*draf-0 tingkat berpikir probabilistik*) berdasar kajian teori

Pada tahap ini peneliti mengkaji teori-teori yang berkaitan dan relevan dengan tingkat kemampuan berpikir probabilistik, sehingga dikonstruksi draf tingkat berpikir probabilistik, seperti pada tabel sebagai berikut.

Tabel 1: Tingkat berpikir probabilistik yang dikemukakan Jones dkk (*draf-0*)

TBP	Karakteristik	Indikator
1. Subjektif	Pemikiran siswa secara terus menerus terikat pada alasan subjective	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar suatu himpunan tidak lengkap hasil eksperimen satu tingkat. ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat subyektif ▪ Mengenali kejadian tidak mungkin dan pasti ▪ Membandingkan peluang suatu kejadian dalam dua ruang sampel yang berbeda, biasanya berdasar pada pendapat subyektif ▪ Tidak dapat membedakan situasi probabilistik yang "fair" dari yang "tidak fair"
2. Transitional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar suatu himpunan lengkap hasil eksperimen satu tingkat ▪ Kadang-kadang mendaftar dengan lengkap hasil-hasil eksperimen dua tingkat menggunakan strategi yang terbatas dan tidak sistematis. ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif tetapi kembali pada pendapat subyektif ▪ Membuat perbandingan peluang berdasar pada pernyataan kuantitatif (mungkin tidak benar-benar kuantitatif, dan mungkin mempunyai keterbatasan dimana kejadian-kejadian yang berdekatan terlibat) ▪ Mulai membedakan situasi probabilistik yang "fair" dari yang "tidak fair"
3. Kuantitatif Informal	Pemikiran pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen 2 tahap, dan mempunyai kemampuan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar secara konsisten hasil eksperimen dua tingkat menggunakan sebagian dari strategi generative ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif termasuk didalamnya situasi-situasi yang memuat hasil-hasil yang tidak berdekatan (noncontiguous outcomes). ▪ Menggunakan bilangan secara informal untuk membandingkan

	menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang	probabilitas <ul style="list-style-type: none"> ▪ Membedakan kejadian-kejadian pasti, tidak mungkin, dan mungkin, dan menjustifikasi pilihan secara kuantitatif. ▪ Membuat perbandingan peluang berdasar pada pendapat kuantitatif yang konsisten. ▪ Memberikan alasan dengan penalaran kuantitatif secara valid tetapi terbatas pada kejadian yang tidak berdekatan (noncontiguous events) ▪ Membedakan generator peluang "fair" dari yang "tidak fair" berdasar pada penalaran numeric secara valid
4. Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menerapkan dan menggunakan strategi generatif yang memungkinkan mendaftar secara lengkap hasil eksperimen dua atau tiga tingkat ▪ Memprediksi paling mungkin atau paling tidak mungkin untuk eksperimen satu tingkat atau dua tingkat . ▪ Menyebutkan dengan pasti peluang suatu kejadian secara numerik (baik peluang yang real atau yang berbentuk unik) ▪ Menentukan ukuran peluang secara numeric dan membandingkan kejadian ▪ Menggabungkan hasil yang berdekatan (contiguous outcomes) dan hasil yang tidak berdekatan (noncontiguous outcomes) dalam menentukan peluang ▪ Menentukan kesamaan peluang secara numeric untuk kejadian-kejadian yang berkemungkinan sama.

b. Melakukan pra-penelitian untuk menunjukkan keberadaan tingkat berpikir probabilistik tersebut.

Untuk menunjukkan keberadaan tingkat berpikir probabilistik sebagaimana tertuang *Draf-0* , kerangka kerja tersebut diimplementasikan pada 2 siswa (siswa R1 dan siswa R2) kelas VIII-A SMP Negeri 1 Tempel Sleman Yogyakarta dengan menggunakan masalah Gasing. Siswa R1 adalah siswa yang banyaknya kesalahan dalam tes penjajagan adalah sedang, dan siswa R2 adalah siswa yang banyaknya kesalahan dalam tes penjajagan adalah banyak. *Draf-0* tersebut juga diimplementasikan pada 2 siswa yang lain (siswa R3 dan siswa R4) kelas VIII-B SMP Negeri 1 Tempel Sleman Yogyakarta dengan menggunakan masalah yang sama yaitu masalah pada Gasing. Siswa R3 adalah siswa yang banyak kesalahan dalam tes penjajagan adalah sedang dan Siswa R4 adalah siswa yang banyak kesalahan dalam tes penjajagan adalah sedikit.

Dari hasil analisis data tersebut terlihat bahwa sebagian besar indikator ditemukan pada siswa SMP yang secara formal belum mendapat pembelajaran tentang probabilitas. Meskipun demikian ada beberapa indikator yang belum ditemukan pada siswa SMP tersebut. Indikator pada kategori ruang sampel yang belum ditemukan pada

siswa SMP adalah indikator **1.1.1 Mendaftar suatu himpunan hasil-hasil eksperimen satu tingkat tetapi tidak lengkap**. Pada kategori Peluang suatu kejadian terdapat 2 indikator yang belum ditemukan yaitu indikator **2.2.1. Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat kuantitatif meskipun kadang-kadang kembali pada pendapat subyektif**, indikator **2.3.2. Menggunakan bilangan secara informal untuk membandingkan probabilitas**, dan indikator **3.4.2 Menggabungkan hasil yang berdekatan (contiguous outcomes) dan tidak berdekatan dalam menentukan peluang**.

Dari hasil analisis tersebut ditemukan karakteristik siswa yang tidak termuat dalam indikator yang tertuang dalam *draf-0*. Subyek R2, dalam konstruk ruang sampel tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat. Untuk itu perlu dihipotesiskan bahwa ada karakteristik siswa yaitu **“tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat”** sebagai indikator baru dalam kategori ruang sampel.

Subyek R1 dalam kategori peluang suatu kejadian mengalami kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin Subyek R2, dalam kategori perbandingan peluang “tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel” Untuk itu perlu dihipotesiskan bahwa ada karakteristik siswa yaitu **“tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel”** sebagai indikator baru dalam konstruk perbandingan peluang.

c. Merevisi *draf-0* berdasar temuan di lapangan dan merumuskan teori hipotetik, yang dinamakan perbaikan tingkat berpikir probabilistik (*draf-1*).

Berdasarkan temuan diatas dihipotesiskan ulang tingkat berpikir probabilistik beserta kerangka kerja yang akan digunakan untuk menilai tingkat berpikir probabilistik siswa SMP yang dinamakan *draf-1* sebagai berikut ini.

Tabel 2: Perbaikan Tingkat berpikir probabilistik (*draf-1*)

TBP	Karakteristik	Indikator
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat ▪ Kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin ▪ Tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel
1. Subjektif	Pemikiran siswa secara	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar suatu himpunan tidak lengkap hasil eksperimen satu tingkat.

	terus menerus terikat pada alasan subjective	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat subyektif ▪ Mengenali kejadian tidak mungkin dan pasti ▪ Membandingkan peluang suatu kejadian dalam dua ruang sampel yang berbeda, biasanya berdasar pada pendapat subyektif ▪ Tidak dapat membedakan situasi probabilitas yang "fair" dari yang "tidak fair"
2. Transitional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar suatu himpunan lengkap hasil eksperimen satu tingkat ▪ Kadang-kadang mendaftar dengan lengkap hasil-hasil eksperimen dua tingkat menggunakan strategi yang terbatas dan tidak sistematis. ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif tetapi kembali pada pendapat subyektif ▪ Membuat perbandingan peluang berdasar pada pernyataan kuantitatif (mungkin tidak benar-benar kuantitatif, dan mungkin mempunyai keterbatasan dimana kejadian-kejadian yang berdekatan terlibat) ▪ Mulai membedakan situasi probabilitas yang "fair" dari yang "tidak fair"
3. Kuantitatif Informal	Pemikiran pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen 2 tahap, dan mempunyai kemampuan menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar secara konsisten hasil eksperimen dua tingkat menggunakan sebagian dari strategi generative ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif termasuk didalamnya situasi-situasi yang memuat hasil-hasil yang tidak berdekatan (noncontiguous outcomes). ▪ Menggunakan bilangan secara informal untuk membandingkan probabilitas ▪ Membedakan kejadian-kejadian pasti, tidak mungkin, dan mungkin, dan menjustifikasi pilihan secara kuantitatif. ▪ Membuat perbandingan peluang berdasar pada pendapat kuantitatif yang konsisten. ▪ Memberikan alasan dengan penalaran kuantitatif secara valid tetapi terbatas pada kejadian yang tidak berdekatan (noncontiguous events) ▪ Membedakan generator peluang "fair" dari yang "tidak fair" berdasar pada penalaran numeric secara valid
4. Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menerapkan dan menggunakan strategi generatif yang memungkinkan mendaftar secara lengkap hasil eksperimen dua atau tiga tingkat ▪ Memprediksi paling mungkin atau paling tidak mungkin untuk eksperimen satu tingkat atau dua tingkat . ▪ Menyebutkan dengan pasti peluang suatu kejadian secara numerik (baik peluang yang real atau yang berbentuk unik) ▪ Menentukan ukuran peluang secara numeric dan membandingkan kejadian ▪ Menggabungkan hasil yang berdekatan (contiguous outcomes) dan tidak berdekatan dalam menentukan peluang ▪ Menentukan kesamaan peluang secara numeric untuk kejadian-kejadian yang berkemungkinan sama.

d. Melakukan pengambilan data untuk mengetahui keberadaan tingkat sekaligus karakteristiknya.

Draf-1 tersebut diimplementasikan pada siswa yang telah terpilih untuk diwawancarai, (siswa R5 sampai dengan R9) menggunakan masalah yang sama yaitu gasing .Dari hasil analisis data tersebut terlihat bahwa sebagian besar indikator ditemukan pada siswa SMP yang secara formal belum mendapat pembelajaran tentang

probabilitas. Meskipun demikian ada indikator yang belum ditemukan pada siswa SMP tersebut. Indikator pada kategori ruang sampel yang belum ditemukan pada siswa SMP adalah indikator 2.3.2. menggunakan bilangan secara informal untuk membandingkan probabilitas. Untuk mengungkap apakah indikator itu ada pada siswa SMP *draf-1* tersebut diimplementasikan pada siswa lain yang telah terpilih untuk diwawancarai (siswa R10 sampai dengan R13) menggunakan masalah yang sama yaitu gasing .

Dari hasil analisis data tersebut terlihat bahwa pada siswa SMP yang secara formal belum mendapat pembelajaran tentang probabilitas sebagian besar indikator dari *draf-1* tentang Perbaikan tingkat berpikir probabilistik, sekurang-kurangnya terisi oleh 2 subyek yang menempati tiap-tiap indikator. Temuan karakteristik siswa pada konstruk ruang sampel yaitu “*tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat*” , kategorinya lebih rendah dari “*Kadang-kadang mendaftar suatu himpunan hasil-hasil eksperimen dua tingkat secara lengkap menggunakan strategi yang terbatas dan tidak sistematis*”. Karakteristik siswa yang paling rendah adalah “*Mendaftar suatu himpunan hasil-hasil eksperimen satu tingkat tetapi tidak lengkap*”. Untuk itu secara teoritis kerangka kerja untuk menilai tingkat berpikir probabilistik dengan konstruk ruang sampel dapat diperbaiki menjadi TBP pra subyektif

Temuan karakteristik siswa pada konstruk Peluang suatu kejadian yaitu “*Kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin*” , kategorinya lebih rendah dari “*Mengenali kejadian-kejadian tidak mungkin dan pasti*”. Pada penelitian ini juga ada indikator yang belum ditemukan pada siswa SMP tersebut. Indikator pada konstruk peluang suatu kejadian yang belum ditemukan pada siswa SMP adalah indikator 2.3.2. menggunakan bilangan secara informal untuk membandingkan probabilitas. Pencarian subyek yang menempati indikator itu dianggap cukup jenuh sehingga dihentikan. Indikator 2.3.2 dihilangkan dan indikator 2.3.3 ditempatkan sebagai indikator 2.3.2. Untuk itu secara teoritis kerangka kerja untuk menilai tingkat berpikir probabilistik dengan konstruk peluang suatu kejadian dapat diperbaiki menjadi TBP pra subyektif .

Temuan karakteristik siswa pada konstruk Perbandingan Peluang yaitu “*tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel*” , kategorinya lebih rendah dari “*Membandingkan peluang suatu kejadian dalam dua ruang sampel yang berbeda, berdasar pada pendapat subyektif*”. Untuk itu secara teoritis kerangka kerja

untuk menilai tingkat berpikir probabilistik dengan konstruk perbandingan peluang dapat diperbaiki menjadi TBP pra-subyektif

Pada saat siswa memecahkan masalah probabilistik, meskipun siswa kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin, pada diri siswa terjadi proses memformulasi pengetahuan matematika. Proses memformulasi pengetahuan matematika tanpa disadari menghasilkan pengenalan tentang kepastian atau ketidakpastian, verifikasi atau penyangkalan tanpa pembuktian, karena itu diasumsikan bahwa aktivitas mental seseorang terdiri atas kognisi formal (*formal cognition*) dan kognisi intuitif (*intuitive cognition*) dari pengetahuan matematika. Kognisi formal merujuk kepada kognisi yang dikontrol oleh logika matematika dan bukti melalui induksi matematika atau deduksi (Fischbein, 1994).

Kognisi formal menyediakan cara ketat memahami pengetahuan matematika. Akan tetapi kognisi formal tidak menjelaskan setiap langkah berpikir dalam aktivitas matematika. Pengembangan kemampuan memahami dan menggunakan pengetahuan formal tidak sama dengan kreativitas bermatematika yang sangat diperlukan dalam “*doing mathematics*”, seperti membuat dugaan atau klaim pengetahuan baru.

Jadi pada tingkat berpikir subyektif, siswa dimungkinkan belum menggunakan kesadaran berpikir, bersifat intuitif, serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan. Siswa yang mempunyai karakteristik seperti itu, Fischbein (1987) menjelaskan bahwa intuisi merupakan kognisi yang secara subyektif kebenarannya terkandung di dalamnya, dapat diterima langsung, holistik, bersifat memaksa dan ekstrapolatif. Kognisi intuitif berbeda dengan kognisi secara analitik. Penjelasan kebenaran suatu pernyataan karena harus membuktikan merupakan kognisi yang bersifat non intuitif, tetapi kebenaran yang munculnya secara subyektif dan diterima secara langsung (tanpa pembuktian secara formal) merupakan kognisi secara intuitif.

Setiap anak pada awalnya berpikir matematika secara intuitif. Berdasarkan pengetahuan intuitifnya itu, dalam perkembangan berpikirnya anak membangun/mengonstruksi model bagi gagasan matematika yang diperolehnya. Model ini berupa seperangkat struktur yang diinternalisasikan dalam pikiran si anak, yang merepresentasikan/mewakili gagasan matematika tersebut.

Fischbein (1999) telah menyajikan karakteristik umum dari kognisi intuitif dalam matematika, yang merupakan sesuatu yang mendasar dan yang sangat nampak

dari suatu kognisi intuitif. Karakteristik intuisi tersebut adalah (1) kognisi langsung, kognisi *self evident* (*direct, self evident cognitions*), yaitu merupakan kognisi yang diterima sebagai feeling individu tanpa membutuhkan pengecekan dan pembuktian lebih lanjut, (2) kepastian intrinsik (*intrinsic certainty*), yaitu intuisi feeling tertentu dari kepastian intrinsik. Intrinsik bermakna bahwa tidak ada pendukung eksternal yang diperlukan untuk memperoleh semacam kepastian langsung (baik secara formal atau empiris), (3) pemaksaan (*coerciveness*), yaitu intuisi yang menggunakan efek memaksa pada strategi penalaran individual dan pada seleksinya dari hipotesis dan penyelesaian. Hal ini berarti bahwa individu cenderung menolak interpretasi alternatif yang akan mengkontradiksi intuisinya, (4) *Extrapolativeness*, yaitu intuisi yang kaitannya dengan kemampuan untuk meramalkan di balik suatu pendukung empiris, (5) keseluruhan (*globality*) adalah intuisi yang berlawanan dengan kognisi yang diperoleh secara logika, berurutan dan secara analitis.

Dari pengertian intuisi diatas, diperoleh pengertian bahwa intuisi merupakan kognisi yang secara subyektif kebenarannya terkandung di dalamnya, dapat diterima langsung, holistik, bersifat memaksa dan ekstrapolatif. Jadi berfikir intuitif termasuk dalam berpikir subyektif. Dari karakteristik intuisi, ada intuisi yang merupakan feeling individu tanpa membutuhkan pengecekan dan pembuktian lebih lanjut, dan tidak ada pendukung eksternal yang diperlukan. Selain itu ada intuisi yang kaitannya dengan kemampuan untuk meramalkan dibalik suatu pendukung empiris.

Pada intuisi yang merupakan feeling seakan-akan siswa belum menggunakan kesadaran berpikir, bersifat intuitif, serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan. Sedangkan pada *Extrapolativeness* yaitu intuisi yang kaitannya dengan kemampuan untuk meramalkan di balik suatu pendukung empiris, siswa sudah menggunakan pemikiran, meskipun terikat pada alasan subyektif. Untuk itu peneliti mengajukan suatu teori hipotetik bahwa TBP subyektif, akan diawali oleh tingkat berpikir pra subjektif dengan karakteristik belum menggunakan kesadaran berpikir, bersifat intuitif, serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan. Siswa yang mempunyai karakteristik seperti itu pada penelitian ini dikelompokkan dalam **“tingkat berpikir Pra Subjektif”**. Namun demikian siswa dimungkinkan telah mampu meramalkan, menggunakan pemikiran meskipun selalu terikat pada alasan subyektif. Siswa yang mempunyai

karakteristik seperti itu, pada penelitian ini dikelompokkan dalam “**tingkat berpikir subjektif**”.Berdasar uraian tersebut dapat disusun perbaikan tingkat berpikir probabilistik siswa SMP seperti pada tabel 5 berikut ini.

Tabel 3: Perbaikan Tingkat berpikir probabilistik (*draf-2*)

TBP	Karakteristik	Indikator
0 Pra Subjektif	Belum menggunakan kesadaran berpikir, bersifat intuitif, serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan	101. Mendaftar suatu himpunan tidak lengkap hasil eksperimen satu tingkat 201. Kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin 301. tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel
1. Subjektif	Pemikiran siswa secara terus menerus terikat pada alasan subjective	111. Mendaftar suatu himpunan hasil-hasil eksperimen satu tingkat secara lengkap 112. tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat 211. Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat subyektif 212. Mengenali kejadian tidak mungkin dan pasti 311. Membandingkan peluang suatu kejadian dalam dua ruang sampel yang berbeda, biasanya berdasar pada pendapat subyektif 312. Tidak dapat membedakan situasi probabilistik yang "fair" dari yang "tidak fair"
2. Transitional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang	121. Kadang-kadang mendaftar dengan lengkap hasil-hasil eksperimen dua tingkat menggunakan strategi yang terbatas dan tidak sistematis. 221. Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif tetapi kembali pada pendapat subyektif 321. Membuat perbandingan peluang berdasar pada pernyataan kuantitatif (mungkin tidak benar-benar kuantitatif, dan mungkin mempunyai keterbatasan dimana kejadian-kejadian yang berdekatan terlibat) 322. Mulai membedakan situasi probabilistik yang "fair" dari yang "tidak fair"
3. Kuantitatif Informal	Pemikiran pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen 2 tahap, dan mempunyai kemampuan menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang	131. Mendaftar secara konsisten hasil eksperimen dua tingkat menggunakan sebagian dari strategi generative 231. Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif termasuk didalamnya situasi-situasi yang memuat hasil-hasil yang tidak berdekatan (noncontiguous outcomes). 232. Membedakan kejadian-kejadian pasti, tidak mungkin, dan mungkin, dan menjustifikasi pilihan secara kuantitatif. 331. Membuat perbandingan peluang berdasar pada pendapat kuantitatif yang konsisten. 332. Memberikan alasan dengan penalaran kuantitatif secara valid tetapi terbatas pada kejadian yang tidak berdekatan (noncontiguous events) 333. Membedakan generator peluang "fair" dari yang "tidak fair" berdasar pada penalaran numeric secara valid
4. Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang	141. Menerapkan dan menggunakan strategi generatif yang memungkinkan mendaftar secara lengkap hasil eksperimen dua atau tiga tingkat

	ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian	241. Memprediksi paling mungkin atau paling tidak mungkin untuk eksperimen satu tingkat atau dua tingkat . 242. Menyebutkan dengan pasti peluang suatu kejadian secara numerik (baik peluang yang real atau yang berbentuk unik) 341. Menentukan ukuran peluang secara numeric dan membandingkan kejadian 342. Menggabungkan hasil yang berdekatan (contiguous outcomes) dan tidak berdekatan dalam menentukan peluang 343. Menentukan kesamaan peluang secara numeric untuk kejadian-kejadian yang berkemungkinan sama.
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa setiap indikator tingkat berpikir probabilistik yang dihasilkan dari kajian teoritik maupun indikator tingkat berpikir probabilistik yang dikembangkan terdapat sekurang-kurangnya 2 siswa yang menempati indikator tersebut. Dengan demikian validitas teori yang dikembangkan dipenuhi, artinya indikator-indikator tersebut ada pada siswa kelas VIII SMP, yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran tentang probabilitas. Indikator-indikator tersebut mempunyai keajegan/reliabilitas, hal ini ditunjukkan dengan adanya sekurang-kurangnya ada dua siswa yang menempati masing-masing indikator tingkat berpikir probabilistik yang dikembangkan (*draf-2*).

Tabel. 4.. Teori Hipotetik Karakteristik Tingkat Berpikir Probabilistik (TBP)

No	TBP	Karakteristik (Teori Hipotetik)
1	0. Pra Subjektif	Belum menggunakan kesadaran berpikir, bersifat intuitif, serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan
2	1. Subjektif	Pemikiran siswa secara terus menerus terikat pada alasan subjective
3	2. Transitional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang
4	3. Kuantitatif Informal	Pemikiran pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen 2 tahap, dan mempunyai kemampuan menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang
5	4. Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian

4.2. Proses dan Hasil Analisis Data

Selanjutnya, dari 13 siswa yang dianalisis untuk mengetahui karakteristik tingkat berpikir probabilistik dan tahap berpikirnya diambil 10 siswa. Alasan pengambilan 10 orang, karena masing-masing tingkat sudah terwakili oleh dua siswa sebagaimana tertera dalam tabel 4.20. Dari tabel tersebut dapat diketahui bahwa level-level tingkat berpikir probabilistik yaitu pra-subyektif, subyektif, transisional, informal kuantitatif, dan numerik memenuhi validitas, karena level-level tersebut ada pada siswa SMP yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran tentang probabilitas. Selanjutnya perlu dilakukan analisis untuk mengetahui reliabilitas dari level yang dikembangkan dan karakteristik siswa pada tiap-tiap level.

Tabel. 5. Pasangan Siswa yang Memenuhi Tingkat Berpikir Probabilistik

Siswa	Indikator Tingkat Berpikir Probabilistik																							
	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	0	1	1	2	3	4	0	1	1	2	3	3	4	4	0	1	1	2	2	3	3	3	4	4
	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	3	1	2
R-6	1	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	1	1	0	1	0
R-11	1	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	2	3	1	0	0	0	0	0	0
R-3	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
R-7	0	1	1	0	0	2	0	2	1	0	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
R-12	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
R-13	0	1	1	3	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
R-4	0	2	0	1	1	1	0	1	2	0	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1	1	1	3	0
R-8	0	2	0	0	1	1	0	2	1	1	1	0	0	2	0	0	0	1	1	1	1	2	0	0
R-9	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	2	0	0	0	0	1	0	1	1	1	2
R-10	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	5	2
Tot	2	1	6	6	2	6	2	1	9	3	4	2	3	9	5	7	4	2	4	3	3	5	7	6

TBP-0
 TBP-1
 TBP-2
 TBP-3
 TBP-4

Analisis data untuk mengetahui reliabilitas tingkat-tingkat berpikir probabilistik yang dikembangkan dilakukan dengan metode perbandingan tetap. Hasil dari analisis ini digunakan untuk merekonstruksi tingkat-tingkat berpikir probabilistik yang terdiri dari 5 tingkat, yaitu pra-subyektif, subyektif, transisional, informal kuantitatif, dan numerik. Antar tingkat berpikir probabilistik terdapat karakteristik yang berjenjang dan

mempunyai karakteristik pokok yang berbeda. Karakteristik pokok yang dimaksud adalah ciri-ciri yang dimiliki siswa ketika memecahkan masalah-masalah probabilistik. Selain itu juga didapat tahap berpikir probabilistik dalam memecahkan masalah probabilistik. Pada bagian ini akan ditunjukkan proses analisis masing-masing subjek penelitian untuk tiap tingkat kemampuan berpikir probabilistik dan proses analisis dengan metode perbandingan tetap untuk tiap tingkat tersebut. Kegiatan pertama dilakukan untuk menunjukkan validitas teori yang dikembangkan, sedang kegiatan kedua untuk menunjukkan reliabilitasnya.

Pertama kali seorang siswa diminta mengerjakan tugas tertulis (sebagaimana terlampir). Setelah Siswa selesai mengerjakan tugas tertulis, Peneliti melakukan wawancara mendalam untuk menggali informasi serta memperjelas apa yang telah diungkapkan siswa dalam bentuk hasil pekerjaan tertulis. Wawancara mendalam ini merupakan salah satu bentuk triangulasi cara yaitu membandingkan apa yang dikerjakan siswa dalam bentuk tulisan dan apa yang diungkapkan siswa melalui hasil wawancara. Setelah selesai melakukan wawancara peneliti menanyakan apakah Siswa meyakini jawaban yang ia tulis atau yang dia jawab saat wawancara, dengan tujuan melakukan verifikasi terhadap jawaban yang diberikan. Hasil analisis untuk 10 siswa yang menempati tiap tingkat berpikir probabilistik, menunjukkan bahwa hasil pekerjaan siswa belum jelas menunjukkan karakteristik tingkat berpikir probabilistiknya. Untuk itu analisis data penelitian ini lebih banyak berdasar pada hasil wawancara berbasis tugas yang telah dikerjakan.

Berdasar hasil analisis tersebut dapat disimpulkan bahwa secara valid dan reliabel tingkat berpikir probabilistik siswa SMP yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran tentang probabilitas, dapat dibuat penjenjangan menjadi 5 tingkat, yaitu tingkat berpikir probabilistik pra subjektif (TBP-0), tingkat berpikir probabilistik subjektif (TBP-1), tingkat berpikir probabilistik transisional (TBP-2), tingkat berpikir probabilistik kuantitatif informal (TBP-3), dan tingkat berpikir probabilistik numerik (TBP-4). Adapun karakteristik dari masing-masing tingkat berpikir probabilistik sebagaimana tertera dalam tabel berikut ini.

Tabel. 6. Karakteristik dan Indikator Tingkat Berpikir Probabilistik siswa SMP

NO	TBP	Karakteristik	Indikator
1	Pra Subjektif	Siswa belum menggunakan kesadaran berpikir, pemikirannya bersifat intuitif serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan. Siswa mampu mengenali kejadian yang mungkin namun pemikirannya dipengaruhi oleh hasil yang paling mungkin. Siswa mengakui bahwa kemungkinan dapat dinyatakan dengan bilangan dalam bentuk prosen, meskipun hanya menduga.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar suatu himpunan tidak lengkap hasil eksperimen satu tingkat ▪ Kesulitan membedakan kejadian pasti dan mungkin ▪ Tidak dapat membandingkan peluang kejadian dalam satu ruang sampel
2	Subjektif	Pemikiran siswa secara terus menerus terikat pada alasan Subjektif. Alasan yang dikemukakan biasanya berdasar pada pengalaman yang pernah dijumpai. Siswa belum bisa memaknai perbandingan antara suatu bagian dengan keseluruhan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ tidak dapat mendaftar secara lengkap hasil eksperimen 2 tingkat ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat subyektif ▪ Mengenali kejadian tidak mungkin dan pasti ▪ Membandingkan peluang suatu kejadian dalam dua ruang sampel yang berbeda, biasanya berdasar pada pendapat subyektif ▪ Tidak dapat membedakan situasi probabilitas yang "fair" dari yang "tidak fair"
3	Transisional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang. Siswa dapat menyatakan kemungkinan munculnya suatu kejadian menggunakan bilangan dalam bentuk prosen. Siswa mulai bisa memaknai perbandingan antara suatu bagian dengan keseluruhan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Kadang-kadang mendaftar dengan lengkap hasil-hasil eksperimen dua tingkat menggunakan strategi yang terbatas dan tidak sistematis. ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif tetapi kembali pada pendapat subyektif
4	Kuantitatif informal	Pemikiran siswa pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen dua tahap, dan mempunyai kemampuan menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang. Siswa belum bisa memaknai besarnya kemungkinan terjadinya suatu kejadian menggunakan frekwensi relatif. Siswa mampu menentukan besarnya kemungkinan terjadinya suatu kejadian menggunakan perbandingan antara banyaknya kejadian yang muncul dengan banyaknya hasil yang mungkin	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mendaftar secara konsisten hasil eksperimen dua tingkat menggunakan sebagian dari strategi generative ▪ Memprediksi kejadian yang paling mungkin atau paling tidak mungkin berdasar pada pendapat secara kuantitatif termasuk didalamnya situasi-situasi yang memuat hasil-hasil yang tidak berdekatan (noncontiguous outcomes). ▪ Membuat perbandingan peluang berdasar pada pendapat kuantitatif yang konsisten. ▪ Memberikan alasan dengan penalaran kuantitatif secara valid tetapi terbatas pada kejadian yang tidak berdekatan (noncontiguous events) ▪ Membedakan generator peluang "fair" dari yang "tidak fair" berdasar pada penalaran numeric secara valid
5	Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian. Siswa menyatakan besarnya kemungkinan munculnya suatu kejadian menggunakan perbandingan banyaknya kejadian dengan banyaknya hasil yang mungkin. Siswa mulai bisa memaknai frekwensi relatif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menerapkan dan menggunakan strategi generatif yang memungkinkan mendaftar secara lengkap hasil eksperimen dua atau tiga tingkat ▪ Memprediksi paling mungkin atau paling tidak mungkin untuk eksperimen satu atau dua tingkat. ▪ Menyebutkan dengan pasti peluang suatu kejadian secara numerik ▪ Menentukan ukuran peluang secara numeric dan membandingkan kejadian ▪ Menggabungkan hasil yang berdekatan (contiguous outcomes) dan tidak berdekatan dalam menentukan peluang ▪ Menentukan kesamaan peluang secara numeric untuk kejadian-kejadian yang berkemungkinan sama

4.3. Temuan-temuan Menarik Terkait dengan Pemikiran Probabilistik

Pada penelitian ini ditemukan bagaimana anak yang berada pada tahap *berpikir pra subjektif* membangun pengetahuan tentang ruang sampel. Siswa R6 yang berada pada tahap berpikir pra subjektif, pada awalnya berpikir bahwa gasing itu kalau diputar, lempengnya akan berjalan satu putaran penuh (360°), sehingga kalau ada gasing yang terdiri dari 4 bagian diputarhasil yang mungkin bergantung pada awal perputarannya.

Skema yang dipunyai siswa R6 tentang perputaran, bahwa menurut pengetahuan intuitifnya berputar itu identik dengan mengelilingi satu lingkaran penuh yang sudutnya 360° , sehingga hasil yang mungkin dari suatu gasing apabila diputar bergantung dari nomor awalnya memutar, sebagai contoh kalau awalnya nomor 1, gasing akan berhenti di nomor 1, dan yang menempel pada alas bisa nomor 1 atau 3 (karena berseberangan).

Setelah siswa R6 melakukan manipulasi dan interaksi aktif dengan cara siswa memutar gasing, dan mengamati hasilnya, siswa R6 telah mengalami proses akomodasi yaitu proses pengintegrasian stimulus baru ke dalam skema tentang perputaran yang telah terbentuk secara tidak langsung.

Siswa R6 dengan melakukan manipulasi benda konkrit telah mengetahui bahwa kalau gasing diputar kemungkinan bisa berhenti pada semua nomor yang dimiliki gasing. Siswa R6 telah mampu mengubah struktur/ skema tentang perputaran, namun siswa tetap belum dapat melakukan penyesuaian skema yang baru dalam mendaftar hasil yang mungkin secara lengkap. Manipulasi benda konkrit dalam percobaan probabilitas mempunyai beberapa keterbatasan. Untuk mengantisipasi kelemahan tersebut Siswa R6 dihadapkan pada animasi komputer tentang rolet, yang prinsip kerjanya hampir sama dengan gasing. Dengan menggunakan animasi komputer siswa R6 telah mampu mengubah skema tentang perputaran yang dimiliki.

Siswa R6 sudah bisa mengubah skema tentang perputaran, bahwa hasil putaran tidak bergantung dari awal muternya. Namun karena siswa R6 berada pada tingkat berpikir pra subjektif, maka siswa belum menggunakan kesadaran berpikir, pemikirannya bersifat intuitif serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan, sehingga siswa belum mampu melakukan proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan.

Meskipun siswa belum mampu melakukan proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan, namun dapat diketahui bahwa perkembangan skema anak berlangsung terus menerus melalui adaptasi dengan lingkungannya. Adaptasi adalah proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan melalui asimilasi dan akomodasi. Pemberian sejumlah bantuan (perancahan atau *scaffolding*) kepada seseorang anak dalam tahap-tahap awal proses memformulasi pengetahuan matematika, merupakan suatu cara untuk membantu siswa dalam zona perkembangan terdekatnya di mana orang yang lebih mengetahui memberikan petunjuk atau saran secara bertahap.

Pada penelitian ini ditemukan bagaimana anak yang berada pada tahap *berpikir pra subjektif* membangun pengetahuan tentang perbandingan peluang. Siswa R11 yang berada pada tahap berpikir pra subjektif, berpikir bahwa apabila gasing diputar yang paling mungkin berhenti pada bagian yang bernomor berapa, siswa berfikir intuitif dan terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan.

Alasan siswa bahwa yang paling mungkin gasing berhenti pada nomor 4 karena 4 adalah angka yang paling besar, dan yang paling tidak mungkin adalah angka 1 karena angka 1 adalah angka yang paling kecil, menunjukkan bahwa pemikiran siswa terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan.

Setelah siswa R11 melakukan manipulasi dan interaksi aktif dengan cara siswa memutar gasing, dan mengamati hasilnya, siswa R11 telah mengalami proses equilibrasi yaitu proses penyeimbangan antara asimilasi dan akomodasi ke dalam skema tentang perbandingan peluang yang telah terbentuk secara tidak langsung. Keguncangan pemikiran R11 disebabkan karena di satu sisi angka yang paling besar 4 ternyata angka yang paling banyak muncul, namun angka paling sedikit muncul bukan angka yang paling kecil yaitu 1.

Siswa R11 dengan melakukan manipulasi benda konkrit telah mampu mengubah struktur/ skema tentang hasil yang paling tidak mungkin, namun siswa tetap berpikir bahwa hasil yang mungkin karena faktor untung-untungan. Manipulasi benda konkrit dalam percobaan probabilitas mempunyai beberapa keterbatasan. Untuk mengantisipasi kelemahan tersebut siswa R11 dihadapkan pada animasi komputer tentang rolet, yang prinsip kerjanya hampir sama dengan gasing. Dengan menggunakan animasi komputer

siswa R11 mampu mengubah skema tentang hasil yang paling mungkin, bukan pada bilangan yang paling besar.

Siswa R11 belum mampu melakukan proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan, namun dapat diketahui bahwa perkembangan skema anak berlangsung terus menerus melalui adaptasi dengan lingkungannya. Siswa R11 masih belum menggunakan kesadaran berpikir, dengan memberikan jawaban keberuntungan. Siswa R11 masih belum mampu menentukan hasil yang mungkin dalam suatu percobaan. Hal ini yang menyebabkan siswa R 11 tidak dapat menentukan peluang suatu kejadian dan membandingkan peluang.

D. KESIMPULAN

1. Siswa SMP kelas VII yang secara formal belum mendapatkan pembelajaran tentang probabilitas mempunyai penjenjangan dalam berpikir probabilisti. Adapun tingkat dan karakteristik masing-masing tingkat adalah sebagai berikut

NO	TBP	Karakteristik
1	Pra Subjektif	Siswa belum menggunakan kesadaran berpikir, pemikirannya bersifat intuitif serta terfokus pada aspek-aspek yang tidak relevan. Siswa mampu mengenali kejadian yang mungkin namun pemikirannya dipengaruhi oleh hasil yang paling mungkin. Siswa mengakui bahwa kemungkinan dapat dinyatakan dengan bilangan dalam bentuk prosen, meskipun hanya menduga.
2	Subjektif	Pemikiran siswa secara terus menerus terikat pada alasan Subjektif. Alasan yang dikemukakan biasanya berdasar pada pengalaman yang pernah dijumpai. Siswa belum bisa memaknai perbandingan antara suatu bagian dengan keseluruhan
3	Transisional	Merupakan masa transisi antara berpikir secara subjektif dan berpikir secara kuantitatif yang dicirikan oleh pemikiran siswa yang naive dan seringkali berubah dalam mengkuantifikasi peluang . Siswa dapat menyatakan kemungkinan munculnya suatu kejadian menggunakan bilangan dalam bentuk prosen. Siswa mulai bisa memaknai perbandingan antara suatu bagian dengan keseluruhan
4	Kuantitatif informal	Pemikiran siswa pada level ini ditunjukkan melalui penggunaan strategi generative dalam mendaftar hasil eksperimen dua tahap, dan mempunyai kemampuan menyelaraskan dan mengkuantifikasi pemikiran mereka tentang ruang sampel dan peluang . Siswa belum bisa memaknai besarnya kemungkinan terjadinya suatu kejadian menggunakan frekwensi relatif. Siswa mampu menentukan besarnya kemungkinan terjadinya suatu kejadian menggunakan perbandingan antara banyaknya kejadian yang muncul dengan banyaknya hasil yang mungkin

5	Numerik	Siswa mampu membuat hubungan yang tepat tentang ruang sampel dan peluangnya, dan mampu menggunakan ukuran secara numerik dengan tepat untuk mendeskripsikan peluang suatu kejadian . Siswa menyatakan besarnya kemungkinan munculnya suatu kejadian menggunakan perbandingan banyaknya kejadian dengan banyaknya hasil yang mungkin. Siswa mulai bisa memaknai frekwensi relatif

2. Manipulasi benda konkrit maupun animasi komputer dapat membantu siswa memperbaiki skema siswa yang berada pada tingkat berpikir probabilistik pra subjektif terkait dengan pengertian hasil yang mungkin, serta mengurangi pengaruh aspek-aspek yang tidak relevan, meskipun pada akhirnya siswa tetap belum mampu mendaftar anggota ruang sampel dari eksperimen satu tingkat

DAFTAR PUSTAKA

- Amir, and Williams. 1995. *Cultural Influences on Children's Probabilistik Thinking*. Di download dari <http://www.gen.umn.edu.artist/> pada tanggal 15 Januari 2005
- Fischbein, E. and Grossman, A.: 1997, 'Schemata and intuitions in combinatorial reasoning', *Educational Studies in Mathematics* 34, 27–47.
- Fischbein, E. & Schnarch, D. 1997. *The Evolution With Age of Probabilistik, Intuitively based Misconceptions*. *Journal Reasearch Teacher and Mathematics Education*. Vol No. Vol 28.
- Hirsch and O'Donnell. 2001. *Representativeness in Statistical Reasoning : Identifying and Assesing Misconceptions*, *Journal of Statistics Education*, Volume 9, Number 2
- Jones, G.A, dkk, 1997. *A Framework For Assesing and Nurturing Young Children's Thinking in Probability*. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125
- Jones, G.A, dkk, 1999. *Student's Probabilistik Thinking in Instruction*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 487-519
- Jones, G.A, dkk, 1999. *Understanding Students' Probabilistik Reasoning*. Reston, Virginia: The NTCM
- NCTM, 2000. *Principles and Standards for School Mathematics* .USA. The NTCM
- Shaughnessy, 2003. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics :Research on Students' Understanding of Probability*, NTCM