

**ANALISIS MODE GETAR MEMBRAN SEGI EMPAT SECARA
EKSPERIMEN, ANALITIK DAN NUMERIK**

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Negeri Yogyakarta untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Sains



Oleh:
Adita Meisya Kusuma
NIM 14306141019

**PROGRAM STUDI FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2019

ANALISIS MODE GETAR MEMBRAN SEGI EMPAT SECARA EKSPERIMEN, ANALITIK DAN NUMERIK

Oleh:

Adita Meisya Kusuma
14306141019

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis mode getar yang muncul pada membran segi empat dengan kondisi batas jepit (*clamped edge/fixed*) yang bergetar pada frekuensi tertentu. Analisis mode getar membran dilakukan secara eksperimen, analitik dan numerik menggunakan metode *finite difference*, di mana pola-pola mode getar yang muncul pada eksperimen merupakan penyelesaian persamaan gelombang dimensi dua.

Metode penelitian yang digunakan adalah eksperimen, analitik dan numerik. Analisis mode getar secara eksperimen dilakukan dengan menggetarkan membran menggunakan rangkaian AFG (*Audio Function Generator*), *amplifier* dan *loudspeaker*. Mode getar akan muncul ketika frekuensi alami membran beresonansi dengan frekuensi getaran sumber. Mode getar yang muncul pada eksperimen selanjutnya dibandingkan dengan mode getar hasil analitik dan mode getar hasil simulasi numerik menggunakan program MATLAB.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa frekuensi resonansi dapat memunculkan mode getar pada membran. Mode getar pada membran segi empat hasil analitik dan numerik menghasilkan pola-pola yang sama atau mendekati pola mode getar hasil eksperimen pada frekuensi tertentu.

Kata kunci: mode getar, membran segi empat, *finite difference*

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Adita Meisya Kusuma
NIM : 14306141019
Program Studi : Fisika
Judul TAS : **Analisis Mode Getar Membran Segi Empat**

Secara Eksperimen, Analitik dan Numerik

menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Yogyakarta, 21 Januari 2019

Yang menyatakan,



Adita Meisya Kusuma
NIM. 14306141019

LEMBAR PERSETUJUAN

Tugas Akhir Skripsi dengan Judul

**ANALISIS MODE GETAR MEMBRAN SEGI EMPAT SECARA
EKSPERIMEN, ANALITIK DAN NUMERIK**


Disusun oleh:

Adita Meisya Kusuma
NIM 14306141019

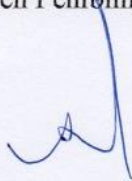
telah memenuhi syarat dan disetujui oleh Dosen Pembimbing untuk dilaksanakan
Ujian Akhir Tugas Akhir Skripsi bagi yang bersangkutan.

Yogyakarta, 16-1-2019.....

Mengetahui,
Ketua Program Studi


Nur Kadarisman, M.Si.
NIP. 19640205 199101 1 001

Disetujui,
Dosen Pembimbing,


Agus Purwanto, M.Sc.
NIP. 19650813 199512 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Tugas Akhir Skripsi

ANALISIS MODE GETAR MEMBRAN SEGI EMPAT SECARA EKSPERIMEN, ANALITIK DAN NUMERIK

Disusun oleh:

Adita Meisya Kusuma
NIM 14306141019

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir Skripsi Program Studi
Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri
Yogyakarta dan dinyatakan lulus pada tanggal 22 Januari 2019

DEWAN PENGUJI

Nama/Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Agus Purwanto, M.Sc. /Ketua Penguji NIP. 19650813 199512 1 001		23-1-2019
Nur Kadarisman, M.Si. /Penguji Utama NIP. 19640205 199101 1 001		23-01-2019
Dr. Supardi, M. Si. /Penguji Pendamping NIP. 19711015 199802 1 001		23-01-2019

Yogyakarta, 23/1/19.....
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan,


Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

MOTTO

Ex Nihilo Nihil Fit

Tanggung jawab, hargai waktu, tepati janji

PERSEMBAHAN

Tugas Akhir Skripsi ini kupersembahkan kepada:

Ayah dan Ibu tersayang, terima kasih karena tidak pernah lelah untuk selalu mendukung dan mengapresiasi semua usaha yang telah saya lakukan.

Adik-adikku tersayang Wia, Iza, Dannesh terima kasih atas pertanyaan ‘kapan wisuda’-nya.

A.R Dirgantara, terima kasih karena telah bersedia membantu saya mencari alat dan bahan skripsi serta selalu memberikan dukungan.

Anton Zaslavski dan Martijn Gerard Garritsen, yang telah menjadi motivasi saya untuk segera menyelesaikan kuliah.

Sahabat-sahabatku semua, terima kasih untuk dukungannya selama ini.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas berkat, rahmat dan karunia-Nya, Tugas Akhir Skripsi untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk mendapatkan gelar Sarjana Sains dengan judul “**Analisis Mode Getar Membran Segi Empat Secara Eksperimen, Analitik dan Numerik** ” dapat disusun sesuai dengan harapan.

Tugas Akhir Skripsi ini dapat diselesaikan tidak lepas dari bantuan dan kerjasama dengan pihak lain. Berkenaan dengan hal tersebut, penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada:

1. Dr. Hartono, M.Si. selaku Dekan FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan banyak kemudahan dan fasilitas selama melakukan studi.
2. Yusman Wiyatmo, M.Si. dan Nur Kadarisman, M.Si. selaku Ketua Jurusan Pendidikan Fisika dan Ketua Prodi Fisika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ijin penelitian tugas akhir skripsi ini.
3. Agus Purwanto, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing skripsi yang senantiasa memberikan bimbingan dengan penuh kesabaran, pengarahan, ilmu, kritik dan saran yang sangat membangun sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
4. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Fisika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang senantiasa memberikan ilmu pengetahuan yang akan menjadi bekal yang sangat bermanfaat.

5. Rekan penelitian, Iin Dwi Lestari yang telah menemani dan membantu proses pengambilan data dalam penelitian tugas akhir skripsi ini.
6. Grup elins 2, Kak Fiqi, Bang Aji, Kak Bayu dan Kak Ade yang selalu menemani dan memberikan motivasi selama penelitian tugas akhir skripsi ini.
7. Sahabatku Letdi Desisandi dan Ratih Nurul, serta teman-teman Kolega Fisika 2014 yang selalu memberikan motivasi dan semangat.
8. Seluruh pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir Skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh sebab itu, kritik yang membangun akan diterima dengan senang hati untuk perbaikan lebih lanjut. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi masyarakat dan dunia pendidikan.

Yogyakarta, 22 Januari 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
ABSTRAK	ii
SURAT PERNYATAAN	iii
LEMBAR PERSETUJUAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
MOTTO	vi
PERSEMBAHAN.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang	1
B. Identifikasi Masalah.....	4
C. Batasan Masalah.....	4
D. Rumusan Masalah	5
E. Tujuan Penelitian	6
F. Manfaat Penelitian	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA	7
A. Dasar Teori.....	7
1. Getaran dan Gelombang	7
2. Getaran pada Membran.....	13
3. Solusi Analitik Persamaan Getaran pada Membran	17
4. Metode Beda Hingga / <i>Finite Difference Method</i>	23
B. Kerangka Berpikir	30
BAB III METODE PENELITIAN	33
A. Waktu dan Tempat Penelitian	33
1. Waktu Penelitian.....	33

2. Tempat Penelitian	33
B. Objek Penelitian	33
C. Variabel Penelitian	34
D. Instrumen dan Teknik Pengumpulan Data	34
1. Instrumen Penelitian	34
2. Teknik Pengumpulan Data	36
E. Teknik Analisis Data	38
F. Algoritma dan Diagram Alir	38
G. Diagram Alir Tahapan Penelitian.....	40
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	41
A. Analisis Mode Getar pada Membran Secara Eksperimen	42
B. Analisis Mode Getar pada Membran secara Analitik	45
C. Analisis Mode Getar Pada Membran Secara Numerik	52
D. Perbandingan Hasil Analisis Mode Getar pada Membran Persegi Secara Eksperimen, Analitik dan Numerik	58
BAB V PENUTUP.....	65
A. KESIMPULAN	65
B. SARAN	66
DAFTAR PUSTAKA	67

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil eksperimen	43
Tabel 4. 2 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil eksperimen.....	44
Tabel 4. 3 Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil analitik.....	47
Tabel 4. 4 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil analitik	50
Tabel 4. 5 Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil numerik	53
Tabel 4. 6 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil numerik.....	55
Tabel 4. 7 Perbandingan pola mode getar pada membran bujur sangkar secara analitik, numerik dan eksperimen.....	59
Tabel 4. 8 Perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen.....	61
Tabel 4. 9 Perbandingan pola mode getar pada membran persegi panjang secara analitik, numerik dan eksperimen.....	62
Tabel 4. 10 Perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen.....	63

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Segmen tali terentang yang digunakan untuk merumuskan persamaan gelombang menggunakan hukum Newton 2.....	8
Gambar 2. 2 Komponen gaya yang bekerja pada membran	14
Gambar 2. 3 Grafik pendekatan menggunakan metode <i>finite difference</i>	24
Gambar 2. 4 Skema eksplisit.....	28
Gambar 2. 5 Bidang skema eksplisit.....	28
Gambar 3. 1 Rangkaian alat percobaan.....	37
Gambar 4. 1 Mode getar (2,1) pada frekuensi 34.7 Hz.....	57
Gambar 4. 2 Mode getar (2,1) pada posisi $y=2$	57
Gambar 4. 3 Mode getar (2,1) pada posisi $x=2$	58
Gambar 4. 4 Grafik perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen.....	62
Gambar 4. 5 Grafik perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen.....	64

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari terdapat berbagai macam peristiwa yang berhubungan dengan getaran. Getaran (osilasi) didefinisikan sebagai gerakan bolak-balik melalui lintasan yang sama di sekitar titik kesetimbangan. Titik kesetimbangan yang dimaksud merupakan kondisi awal benda pada saat diam atau resultan gaya yang bekerja pada benda tersebut sama dengan nol. Adapun jenis-jenis getaran terbagi menjadi dua yaitu getaran bebas dan getaran paksa. Getaran bebas adalah getaran yang terjadi apabila sistem mekanis dimulai dengan simpangan atau kecepatan awal, lalu dibiarkan bergetar secara bebas. Contoh getaran bebas adalah garpu tala yang dipukul dan kemudian dibiarkan bergetar. Getaran paksa adalah getaran yang terjadi apabila sistem mekanis diberi gaya bolak-balik. Contoh getaran paksa adalah getaran pada gedung saat terjadi gempa bumi.

Gelombang merupakan getaran yang dijalarkan (Soedjojo, 1999: 17). Berdasarkan arah getarannya, gelombang dibedakan menjadi dua jenis yaitu gelombang transversal dan gelombang longitudinal. Gelombang transversal merupakan gelombang yang arah getarannya tegak lurus arah menjalarnya, sedangkan gelombang longitudinal merupakan gelombang yang arah getarannya sepanjang arah menjalarnya.

Bila gelombang-gelombang bergerak pada ruang terbatas, maka terjadi pantulan atau refleksi pada kedua ujungnya. Oleh karena itu pada ruang tersebut terdapat gelombang-gelombang yang bergerak dengan arah yang berlawanan. Gelombang-gelombang ini bergabung menurut prinsip superposisi. Prinsip superposisi yaitu penjumlahan aljabar dari nilai-nilai fungsi gelombang dari masing-masing gelombang. Dampak dari adanya superposisi adalah dua gelombang yang merambat dapat saling melewati satu sama lain tanpa merusak bahkan mengubah gelombangnya (Serway & Jewett, 2009: 827). Simpangan dari hasil superposisi bisa saling menguatkan atau saling melemahkan, tergantung dari beda fase gelombang-gelombang tersebut.

Ketika suatu benda digetarkan, getaran akan merambat dari pangkal hingga ke ujung benda dan selanjutnya memantul sehingga pada benda terdapat dua gelombang dengan frekuensi dan panjang gelombang yang sama, tetapi merambat dalam arah yang berlawanan. Peristiwa ini terjadi terus menerus sehingga terdapat berbagai gelombang yang merambat saling berpapasan dan saling berinterferensi. Pada kondisi tertentu, interferensi menghasilkan pola gelombang berdiri (*standing wave*) atau biasa disebut mode getar dengan simpul dan antisimpul yang besar. Gelombang seperti itu terbentuk karena adanya resonansi dan suatu benda akan beresonansi pada frekuensi tertentu yang dinamakan frekuensi resonan.

Membran adalah elemen struktural yang memiliki ketebalan yang sangat kecil pada salah satu dimensinya serta berbentuk datar (Leissa and

Qatu, 2011: 181). Salah satu contoh aplikasi dari membran adalah penggunaan membran pada instrumen musik, misalnya drum, komponen mikrofon, *loudspeaker*, dan banyak perangkat lainnya. Dalam ilmu fisika, membran digunakan untuk mempelajari gelombang mekanik dimensi dua dan perambatannya. Perambatan gelombang mekanik pada membran dapat menghasilkan pola-pola unik yang disebut mode getar. Mode getar yang terbentuk pada membran tergantung pada kondisi batas, bentuk membran, ketebalan membran, dan frekuensi yang digunakan. Pada penelitian ini, bentuk membran yang dipilih merupakan bentuk segi empat, meliputi bujur sangkar dan persegi panjang dengan kondisi batas *clamped edge* atau kondisi batas jepit untuk menghindari sisi-sisi membran bergerak ketika digetarkan. Bentuk dan kondisi batas ini dipilih untuk memudahkan peneliti dalam melakukan perhitungan secara analitik. Frekuensi yang digunakan pada penelitian ini adalah frekuensi dengan rentang (20-700) Hz. Frekuensi ini dipilih karena *loudspeaker* yang digunakan pada penelitian ini merupakan *loudspeaker* yang cocok untuk getaran dengan frekuensi rendah. Karena *loudspeaker* yang digunakan merupakan *loudspeaker* yang cocok untuk getaran dengan frekuensi rendah, maka membran yang dipilih untuk penelitian ini merupakan membran tipis yang tidak memiliki *flexural rigidity*. Setelah menentukan jenis, bentuk, kondisi batas membran dan frekuensi yang digunakan, selanjutnya dilakukan eksperimen untuk mengetahui mode getar yang terbentuk pada permukaan membran. Selanjutnya mode getar hasil eksperimen akan dibandingkan dengan grafik dimensi tiga hasil metode

numerik dan metode analitik. Metode numerik yang digunakan adalah metode beda hingga (*finite difference*) yaitu metode numerik yang digunakan untuk menganalisis pola mode getar pada membran dengan pendekatan ekspansi Taylor pada sumbu x dan y . Sedangkan metode analitik yang digunakan merupakan metode separasi variabel. Hasil analisis metode numerik dan metode analitik disimulasikan ke dalam grafik MATLAB dimensi tiga yang kemudian dibandingkan dengan mode getar yang terbentuk dari hasil eksperimen.

B. Identifikasi Masalah

Dari penjelasan latar belakang di atas dapat diidentifikasi permasalahan sebagai berikut:

1. Kondisi batas pada membran sangat berpengaruh terhadap mode getar yang akan terbentuk.
2. Mode getar yang terbentuk pada membran tergantung pada frekuensi, ketebalan, bentuk dan elastisitas membran yang digunakan.

C. Batasan Masalah

Banyaknya masalah yang dapat teridentifikasi dalam penelitian ini akan menjadi rumit untuk mencari solusinya, sehingga perlu dibatasi pada:

1. Membran yang digunakan pada penelitian ini merupakan membran elastis.
2. Bentuk membran yang digunakan dalam penelitian ini adalah segi empat yang meliputi bujur sangkar dan persegi panjang.

3. Kondisi batas membran yang digunakan pada penelitian ini adalah *clamped edge* yaitu kondisi batas dimana setiap sisi membran dijepit untuk membuat sisi membran tetap dalam keadaan diam, tidak bergetar.
4. Frekuensi yang digunakan dalam penelitian ini adalah antara (20-700) Hz.
5. Hanya mode getar yang terlihat jelas yang akan dianalisis pada penelitian ini.
6. Metode yang digunakan untuk menganalisis hasil penelitian ini adalah eksperimen, metode analitik dan *finite difference*.

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, identifikasi masalah, dan batasan masalah dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah mensimulasikan mode getar yang terjadi ke dalam grafik dimensi tiga dengan menggunakan metode analitik dan metode numerik *finite difference*?
2. Apakah ada kesesuaian mode getar yang terbentuk pada grafik dimensi tiga hasil metode analitik dan metode *finite difference* dengan mode getar hasil eksperimen?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Menganalisis mode getar hasil eksperimen yang terjadi pada frekuensi tunggal dengan menggunakan metode analitik dan metode numerik *finite difference*.
2. Mensimulasikan mode getar yang terjadi ke dalam grafik MATLAB dimensi tiga dan membandingkan mode getar yang terbentuk pada grafik dimensi tiga hasil simulasi MATLAB dengan mode getar hasil eksperimen.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat menganalisis mode getar yang terjadi pada frekuensi tertentu dengan menggunakan metode analitik dan metode *finite difference*.
2. Dapat mensimulasikan mode getar yang terjadi ke dalam grafik MATLAB dimensi tiga dan membandingkan mode getar yang terbentuk pada grafik dimensi tiga hasil simulasi MATLAB dengan mode getar hasil eksperimen.
3. Dapat digunakan sebagai referensi untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

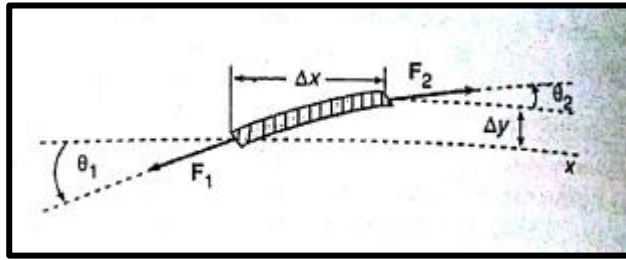
KAJIAN PUSTAKA

A. Dasar Teori

1. Getaran dan Gelombang

Getaran (osilasi) adalah gerakan bolak-balik melalui lintasan yang sama di sekitar titik kesetimbangan (Halliday & Resnick, 1980: 442). Kesetimbangan adalah keadaan dimana suatu benda berada pada posisi diam atau resultan gaya yang bekerja pada benda tersebut sama dengan nol. Gelombang merupakan getaran yang dijalarakan (Soedjojo, 1999: 17). Dalam kehidupan sehari-hari terdapat berbagai fenomena getaran atau osilasi, misalnya senar gitar yang dipetik, ayunan, atau gerakan naik-turun sebuah kendaraan karena osilasi pada pegasnya. Bentuk paling dasar dari gerakan periodik disebut gerak harmonik sederhana (GHS). Karakteristik gerak harmonik sederhana antara lain: gerak periodik, posisi kesetimbangan, memiliki gaya pemulih untuk kembali ke posisi kesetimbangan, memiliki inersia, dan adanya aliran energi berkelanjutan antara energi potensial dan kinetik (King, 2008: 2).

Fungsi umum gelombang $y(x,t)$ merupakan penyelesaian persamaan diferensial yang disebut persamaan gelombang. Persamaan gelombang dapat diturunkan langsung dari hukum-hukum Newton.



Gambar 2. 1 Segmen tali terentang yang digunakan untuk merumuskan persamaan gelombang menggunakan hukum Newton 2

Penurunan ini berlaku jika amplitudo gelombang cukup kecil agar sudut antara tali dan arah horizontal (arah asal tali tanpa gelombang) cukup kecil. Panjang segmen tali mendekati Δx dan massanya $\mu\Delta x$. Segmen ini bergerak vertikal dan percepatannya merupakan turunan kedua dari $y(x,t)$. Turunan parsial y terhadap t ditulis $\frac{\partial y}{\partial t}$ dan turunan parsial kedua y terhadap t ditulis $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$. Gaya vertikal total adalah

$$\sum F = F \sin \theta_2 - F \sin \theta_1 \quad (2.1)$$

Karena sudut dianggap kecil, $\sin \theta$ dapat didekati dengan $\tan \theta$. Sehingga gaya vertikal total pada segmen tali dapat ditulis

$$\sum F = F(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \approx F(\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \quad (2.2)$$

Tangen sudut yang dibuat oleh tali dengan horizontal merupakan kemiringan kurva yang dibentuk oleh tali. Jika kemiringan ini disebut S , maka

$$\sum F = F(S_2 - S_1) = F\Delta S \quad (2.3)$$

dengan S_1 dan S_2 adalah kemiringan masing-masing ujung segmen tali, dan ΔS adalah perubahan kemiringan. Dengan menetapkan gaya total sama dengan massa $\mu\Delta x$ kali percepatan $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, maka dihasilkan

$$F\Delta S = \mu\Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Dalam limit $\Delta x \rightarrow 0$, diperoleh

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.4) menjadi

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) merupakan persamaan gelombang untuk tali teregang yang hanya berlaku untuk sudut dan simpangan yang kecil dengan F merupakan tegangan tali (N) dan μ merupakan massa per satuan panjang (kg/m) (Tipler, 1999: 495).

Benda yang mulanya bergetar atau berosilasi bisa berhenti karena mengalami redaman. Redaman bisa terjadi akibat adanya gaya hambat atau gaya gesekan. Osilasi benda yang mengalami redaman akan mengakibatkan amplitudo semakin menurun. Berkurangnya amplitudo osilasi menunjukkan bahwa energi benda yang berosilasi berkurang. Terdapat tiga jenis redaman yang dialami oleh benda yang berosilasi, yaitu redaman terlalu rendah (*underdamped*), redaman kritis (*critical damping*) dan redaman berlebihan (*over damping*). *Underdamped* adalah keadaan dimana benda bergetar dengan redaman yang sangat kecil sehingga amplitudo osilasi menurun secara perlahan. *Critical damping* adalah keadaan dimana benda yang bergetar langsung kembali ke titik kesetimbangannya karena redamannya cukup besar. *Overdamping* adalah

keadaan dimana benda yang bergetar sedikit lebih lama mencapai titik kesetimbangannya karena redaman yang sangat besar.

Getaran bebas terjadi jika sistem berosilasi karena bekerjanya gaya yang ada dalam sistem itu sendiri (*inherent*). Sistem yang bergetar bebas akan bergerak pada satu atau lebih frekuensi naturalnya, yang merupakan sifat sistem dinamika yang dibentuk oleh distribusi massa dan kekakuannya (elastisitasnya). Semua sistem yang memiliki massa dan elastisitas dapat mengalami getaran bebas atau getaran yang terjadi tanpa rangsangan luar. Getaran paksa adalah getaran yang terjadi karena rangsangan gaya luar; jika rangsangan tersebut berosilasi maka sistem dipaksa untuk bergetar pada frekuensi rangsangan. Jika frekuensi rangsangan sama dengan salah satu frekuensi natural sistem, maka akan terjadi keadaan resonansi dan osilasi besar yang berbahaya mungkin terjadi.

Berdasarkan medium perambatannya, gelombang terbagi menjadi dua yaitu gelombang mekanik dan gelombang elektromagnetik. Gelombang mekanik adalah gelombang yang memerlukan medium untuk merambat, contohnya gelombang bunyi dan gelombang pada tali. Gelombang elektromagnetik adalah gelombang yang tidak memerlukan medium untuk merambat, contohnya medan listrik dan medan magnet. Berdasarkan arah getarnya, gelombang dibedakan menjadi dua yaitu gelombang longitudinal dan gelombang transversal. Gelombang longitudinal merupakan getaran yang arahnya sepanjang arah menjalarnya,

contohnya gelombang kerapatan dan kerenggangan sepanjang kawat pegas yang dipukul-pukul pada salah satu ujungnya. Gelombang transversal merupakan gelombang yang arah getarannya tegak lurus arah menjalarnya, contohnya gelombang yang menjalar di sepanjang tali yang salah satu ujungnya digerakkan naik-turun.

Bila gelombang-gelombang bergerak pada ruang terbatas, maka terjadi pantulan atau refleksi pada kedua ujungnya. Oleh karena itu pada ruang tersebut terdapat gelombang-gelombang yang bergerak dengan arah yang berlawanan. Gelombang-gelombang ini bergabung menurut prinsip superposisi. Prinsip superposisi yaitu penjumlahan aljabar dari nilai-nilai fungsi gelombang dari masing-masing gelombang. Dampak dari adanya superposisi adalah dua gelombang yang merambat dapat saling melewati satu sama lain tanpa merusak bahkan mengubah gelombangnya (Serway & Jewett, 2009: 827). Simpangan dari hasil superposisi bisa saling menguatkan atau saling melemahkan, tergantung dari beda fase gelombang-gelombang tersebut. Interferensi konstruktif atau gelombang saling menguatkan terjadi karena kedua gelombangnya sefase, yang bersesuaian dengan $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ rad. Interferensi destruktif atau gelombang saling melemahkan terjadi ketika gelombangnya berbeda fase 180° , yang bersesuaian dengan $0, 3\pi, 5\pi, \dots$ rad (Jewet & Serway, 2009: 861).

Contoh hasil superposisi adalah gelombang berdiri (*standing wave*) yang terbentuk dari superposisi dua gelombang sinusoidal yang

memiliki frekuensi dan panjang gelombang yang sama, tetapi merambat dalam arah yang berlawanan. Ketika suatu benda digetarkan, getaran akan merambat dari pangkal hingga ke ujung benda dan selanjutnya memantul sehingga pada benda terdapat dua getaran dengan frekuensi yang sama yang merambat dalam arah berlawanan (King, 2008: 137). Peristiwa ini terjadi terus menerus sehingga terdapat gelombang yang merambat saling berpapasan dan saling berinterferensi. Pada kondisi tertentu, interferensi menghasilkan pola gelombang berdiri (*standing wave*) atau biasa disebut mode getar dengan simpul dan antsimpul yang besar. Suatu benda akan beresonansi pada frekuensi tertentu yang dinamakan frekuensi resonan. Resonansi biasanya terjadi tidak hanya pada satu frekuensi saja, tetapi dapat terjadi pula pada frekuensi kelipatannya. Misalnya jika frekuensi dasar dari suatu senar adalah f , senar tersebut dapat beresonansi kembali pada frekuensi $2f$, $3f$, dan seterusnya nf , dengan n adalah bilangan bulat positif yang akan membentuk deret harmonik dengan frekuensi yang diberikan oleh

$$f_n = nf_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Getaran-getaran dalam frekuensi resonansinya itu disebut sebagai mode getar (atau mode gelombang) yang wujudnya tampak berbeda untuk setiap harmonik. Meskipun frekuensi mode dasar dari suatu senar pada contoh ini dapat berbeda-beda tergantung dari bahan, panjang, ketebalan, dan tegangan senar, tetapi aturan frekuensi resonansinya tetap bernilai n kali f . Sifat ini berasal dari kelipatan tertentu panjang gelombang yang

terbentuk pada sistem. Pada masing-masing mode getaran ada sejumlah simpul dan antsimpul tertentu yang terbentuk di sepanjang senar. Simpul di sini maksudnya adalah titik-titik yang simpangan getarannya bernilai minimum dan antsimpul yang dimaksud adalah titik-titik yang simpangan getarannya memiliki nilai maksimum.

2. Getaran pada Membran

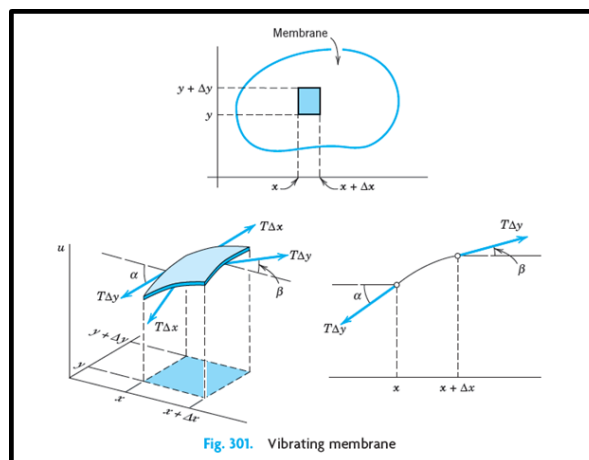
Membran adalah elemen struktural yang memiliki ketebalan yang sangat kecil pada salah satu dimensinya serta berbentuk datar (Leissa, 2011: 181). Salah satu contoh aplikasi dari membran adalah penggunaan membran pada instrumen musik, misalnya drum, komponen mikrofon, *loudspeaker*, dan banyak perangkat lainnya. Dalam ilmu fisika, membran digunakan untuk mempelajari gelombang mekanik dimensi dua dan perambatannya. Menurut crozig (2011: 575), pemodelan perambatan gelombang mekanik dimensi dua di membran menggunakan asumsi sebagai berikut:

1. Massa membran di setiap titik adalah sama (membran homogen), membran fleksibel dan lentur.
2. Membran teregang dan *fix* sepanjang batas di sumbu x dan y . *Tension* (T) pada membran di setiap titik dan arah memiliki besar yang sama serta tidak berubah ketika digetarkan.
3. Defleksi $u(x,y,t)$ dan sudut kemiringan membran selama digetarkan memiliki nilai yang kecil jika dibandingkan dengan ukuran membran.

Karena defleksi membran dan sudut kemiringan kecil, sisi x dan y dari elemen membran kira-kira sama dengan Δx dan Δy . Jika tegangan T adalah gaya per satuan panjang, maka gaya yang bekerja pada sisi x dan y membran adalah $T \Delta x$ dan $T \Delta y$.

Agar lebih mudah untuk menganalisis gaya-gaya yang bekerja pada membran, komponen gaya dapat dibedakan menjadi dua yaitu komponen gaya vertikal dan komponen gaya horizontal. Pada komponen gaya horizontal, komponen-komponen ini diperoleh dengan mengalikan gaya dengan cosinus dari sudut kemiringan. Karena sudut-sudut ini kecil, nilai cosinus mendekati 1 sehingga komponen gaya horizontal di sisi yang berlawanan kurang lebih bernilai sama. Oleh karena itu, gerakan partikel-partikel membran dalam arah horizontal akan sangat kecil. Dari sini disimpulkan bahwa gerakan membran dapat dianggap transversal; artinya, setiap partikel bergerak secara vertikal.

Pada komponen gaya vertikal, gaya-gaya yang bekerja di sisi kanan dan kiri membran (Gambar 2.2), yaitu $T \Delta y \sin \beta$ dan $-T \Delta y \sin \alpha$



Gambar 2. 2 Komponen gaya yang bekerja pada membran

dimana α dan β adalah nilai-nilai sudut kemiringan (nilai ini bervariasi sepanjang sisi x dan y), tanda minus muncul karena gaya di sisi kiri mengarah ke bawah. Karena sudutnya kecil, nilai sinus (sin) dapat didekati dengan tangen (tan), sehingga resultan dari komponen gaya vertikal adalah:

$$\begin{aligned} T\Delta y(\sin \beta - \sin \alpha) &\approx T\Delta y(\tan \beta - \tan \alpha) \\ &= T\Delta y[u_x(x + \Delta x, y_1) - u_x(x, y_2)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

dimana *subscript* x menunjukkan derivatif parsial, dengan y_1 adalah y dan y_2 adalah $y + \Delta y$. Dengan cara yang sama, resultan dari komponen gaya vertikal yang bekerja pada dua sisi lainnya adalah:

$$T\Delta x[u_y(x_1, y + \Delta y) - u_y(x_2, y)] \quad (2.8)$$

dimana x_1 adalah x , dan x_2 adalah $x + \Delta x$.

Berdasarkan hukum Newton II, resultan dari gaya yang diberikan oleh persamaan (2.7) dan (2.8) sama dengan massa dari elemen membran ($\rho\Delta A$) kali percepatan $\partial^2 u / \partial t^2$, dimana ρ adalah massa membran tak terdefleksi per satuan luas, dan $\Delta A = \Delta x \Delta y$ adalah luas elemen membran ketika tak terdefleksi. Sehingga

$$\begin{aligned} \rho\Delta x\Delta y \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= T\Delta y[u_x(x + \Delta x, y_1) - u_x(x, y_2)] \\ &\quad + T\Delta x[u_y(x_1, y + \Delta y) - u_y(x_2, y)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) dapat juga dituliskan

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \left[\frac{u_x(x+\Delta x, y_1) - u_x(x, y_2)}{\Delta x} + \frac{u(x_1, y+\Delta y) - u_y(x_2, y)}{\Delta y} \right] \quad (2.10)$$

Jika Δx dan Δy mendekati 0, persamaan (2.10) menjadi

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) dapat juga dituliskan:

$$T \nabla^2 u - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.12)$$

Dalam penelitian ini membran dikenai getaran paksa yang bersumber dari *loudspeaker*, dimana bunyi dari *loudspeaker* diatur sedemikian rupa sehingga gelombang keluarannya menghasilkan gelombang sinusoidal supaya membran bergetar sesuai dengan getaran sumbernya, sehingga nilai u dapat diasumsikan sebagai getaran harmonik sinusoidal yang terjadi pada membran dalam bentuk

$$u(x, y, t) = U(x, y)e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

dimana $U(x, y)$ adalah amplitudo getaran membran sebagai fungsi posisi x dan y yang dalam penelitian ini kemudian dikaji sebagai pola mode getar yang muncul pada permukaan membran. Mensubstitusikan persamaan (2.13) ke dalam persamaan (2.12) menghasilkan

$$T \nabla^2 (Ue^{i\omega t}) - \rho \frac{\partial^2 (Ue^{i\omega t})}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 (Ue^{i\omega t}) - \frac{\rho}{T} i\omega \frac{\partial (Ue^{i\omega t})}{\partial t} = 0$$

$$\nabla^2(Ue^{i\omega t}) - \frac{\rho}{T}i\omega i\omega Ue^{i\omega t} = 0$$

$$\nabla^2 Ue^{i\omega t} - \frac{\rho}{T}(-\omega^2)Ue^{i\omega t} = 0$$

$$\nabla^2 Ue^{i\omega t} + \frac{\rho\omega^2}{T}Ue^{i\omega t} = 0$$

$$e^{i\omega t} \left(\nabla^2 U + \frac{\rho\omega^2}{T}U \right) = 0$$

$$\nabla^2 U + \frac{\rho\omega^2}{T}U = 0 \tag{2.14}$$

Jika dimisalkan $\frac{\rho\omega^2}{T} = c^2$, persamaan (2.14) menjadi:

$$\nabla^2 U + c^2 U = 0 \tag{2.15}$$

dengan:

$\nabla^2 =$ laplacian

$U =$ amplitudo getaran pada posisi (x, y)

3. Solusi Analitik Persamaan Getaran pada Membran

Solusi analitik persamaan getaran pada membran untuk menentukan mode getar dapat dilakukan dengan menggunakan metode separasi variabel dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Solusi persamaan (2.15)

$$U(x,y) = X(x)Y(y) \tag{2.16}$$

Substitusi persamaan (2.16) ke persamaan (2.15)

$$\nabla^2 U + c^2 U = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 XY}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 XY}{\partial y^2} + c^2 XY = 0 \quad (2.17)$$

Kemudian persamaan (2.17) diubah ke dalam bentuk persamaan diferensial biasa menjadi

$$Y \frac{d^2 X}{dx^2} + X \frac{d^2 Y}{dy^2} + c^2 XY = 0$$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + c^2 = 0 \quad (2.18)$$

Selanjutnya, persamaan (2.18) disederhanakan menjadi bentuk dua persamaan diferensial biasa sebagai berikut

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + A^2 X = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + B^2 Y = 0 \quad (2.20)$$

dimana $c^2 = A^2 + B^2$.

Solusi persamaan (2.19) secara umum merupakan fungsi eksponensial $X \sim e^{Kx}$ dimana K adalah konstanta. Substitusi $X \sim e^{Kx}$ pada persamaan (2.19) menghasilkan

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + A^2 X = 0$$

$$\frac{d^2 (e^{Kx})}{dx^2} + A^2 (e^{Kx}) = 0$$

$$K^2 e^{Kx} + A^2 e^{Kx} = 0$$

$$e^{Kx} (K^2 + A^2) = 0$$

$$K^2 + A^2 = 0$$

$$K = \pm iA$$

sehingga

$$X \sim e^{\pm iAx} \quad (2.21)$$

Agar X sesuai dimensinya, diperlukan suatu konstanta untuk melengkapi persamaan (2.21), sehingga persamaan untuk X dapat dituliskan

$$X = De^{iAx} + Ee^{-iAx} \quad (2.22)$$

Apabila dinyatakan dalam fungsi sinusoidal, dengan nilai $D \neq E$, maka persamaan di atas menjadi

$$\begin{aligned} X &= De^{iAx} + Ee^{-iAx} \\ X &= D(\cos Ax + i \sin Ax) + E(\cos Ax - i \sin Ax) \\ X &= (D + E) \cos Ax + i(D - E) \sin Ax \\ X &= F \cos Ax + G \sin Ax \end{aligned} \quad (2.23)$$

dimana $F = (D + E)$ dan $G = i(D - E)$.

Selanjutnya, dengan langkah-langkah yang sama dan diasumsikan nilai $Y \sim e^{Ly}$, dan nilai konstanta $L = \pm iB$ maka solusi persamaan (2.20) adalah

$$Y = H \cos By + I \sin By \quad (2.24)$$

Karena $U(x, y) = X(x)Y(y)$, dengan memasukkan persamaan (2.23) dan (2.24) maka $U(x, y)$ menjadi

$$\begin{aligned} U(x, y) &= (G \sin Ax + F \cos Ax)(I \sin By + H \cos By) \\ &= GI \sin Ax \sin By + GH \sin Ax \cos By \\ &\quad + FI \cos Ax \sin By + FH \cos Ax \cos By \end{aligned} \quad (2.25)$$

Persamaan (2.25) dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
U(x, y) &= \bar{A} \sin Ax \sin By + \bar{B} \sin Ax \cos By \\
&\quad + \bar{C} \cos Ax \sin By + \bar{D} \cos Ax \cos By
\end{aligned}
\tag{2.26}$$

dengan $\bar{A} = GI, \bar{B} = GH, \bar{C} = FI, \bar{D} = FH$.

Nilai konstanta $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ ditentukan oleh kondisi batas membran. Kondisi batas membran yang digunakan dalam eksperimen adalah *clamped edge*, maka syarat batasnya sebagai berikut:

- 1) sejajar sumbu- x ($y=0$ dan $y=b$) kondisinya adalah $U=0$.
- 2) sejajar sumbu- y ($x=0$ dan $x=a$) kondisinya adalah $U=0$.

Berdasarkan kondisi batas tersebut, solusi akhir persamaan getaran membran persegi dengan kondisi batas *clamped edge* adalah sebagai berikut.

Solusi persamaan pada posisi $x=0$ dan $y=0$ adalah

$$\begin{aligned}
U(0,0) &= \bar{A} \sin A \cdot 0 \sin B \cdot 0 + \bar{B} \sin A \cdot 0 \cos B \cdot 0 \\
&\quad + \bar{C} \cos A \cdot 0 \sin B \cdot 0 + \bar{D} \cos A \cdot 0 \cos B \cdot 0
\end{aligned}$$

$$U(0,0) = \bar{D}$$

$$\bar{D} = 0 \tag{2.27}$$

Dari persamaan (2.27) diketahui bahwa nilai $\bar{D} = 0$, sehingga persamaan (2.26) menjadi

$$U(x, y) = \bar{A} \sin Ax \sin By + \bar{B} \sin Ax \cos By + \bar{C} \cos Ax \sin By
\tag{2.28}$$

Kemudian berdasarkan syarat batas yang telah ditentukan, diperoleh beberapa kondisi batas membran sebagai berikut.

Kondisi batas di sumbu- y ($x=0$) solusi persamaannya adalah:

$$U(0, y) = \bar{A} \sin A \cdot 0 \sin By + \bar{B} \sin A \cdot 0 \cos By + \bar{C} \cos A \cdot 0 \sin By$$

$$U(0, y) = \bar{C} \sin By = 0; \quad (2.29)$$

Karena nilai y sembarang dan $\sin By$ tidak sama dengan nol, maka hasil yang mungkin adalah $\bar{C} = 0$, sehingga persamaan (2.28) menjadi

$$U(x, y) = \bar{A} \sin Ax \sin By + \bar{B} \sin Ax \cos By \quad (2.30)$$

Di sepanjang sumbu x pada posisi $y = 0$, persamaan (2.30)

menjadi

$$U(x, 0) = \bar{A} \sin Ax \sin B \cdot 0 + \bar{B} \sin Ax \cos B \cdot 0$$

$$U(x, 0) = \bar{B} \sin Ax = 0; \quad (2.31)$$

Karena nilai x sembarang dan $\sin Ax$ tidak sama dengan nol, maka hasil yang mungkin adalah $\bar{B} = 0$, sehingga persamaan (2.30) dapat dituliskan menjadi

$$U(x, y) = \bar{A} \sin Ax \sin By \quad (2.32)$$

Kemudian memasukkan syarat batas pada posisi $x = a$ dan $y = b$, maka persamaan (2.32) menjadi

$$U(a, b) = \bar{A} \sin Aa \sin Bb = 0 \quad (2.33)$$

Karena $\bar{A} \sin Aa \sin Bb = 0$, maka pada persamaan (2.33) akan dihasilkan $\bar{A} = 0$ atau $\sin Aa = 0$, atau $\sin Bb = 0$. Tetapi nilai \bar{A} tidak mungkin sama dengan 0, sehingga hasil yang mungkin adalah

$$\sin A \cdot a = 0 \quad \text{atau} \quad \sin B \cdot b = 0$$

dan diperoleh nilai

$$A = \frac{m\pi}{a} \quad \text{dengan } m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

$$B = \frac{n\pi}{b} \quad \text{dengan } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

Dengan demikian, solusi analitik untuk persamaan gelombang pada membran dapat dituliskan

$$U(x, y) = \bar{A} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.36)$$

Pada persamaan (2.36) solusi akhir persamaan merupakan fungsi sinus (*sin*), hal ini sesuai dengan kondisi batas membran dimana pada setiap sisi membran nilai amplitudonya adalah 0.

Dengan mensubstitusikan nilai *A* dan *B* dari persamaan (2.34) dan (2.35) diperoleh

$$\begin{aligned} c^2 &= A^2 + B^2 \\ c^2 &= \frac{\rho\omega^2}{T} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \\ \rho\omega^2 &= \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \cdot T \\ \omega^2 &= \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \cdot \frac{T}{\rho} \\ \omega &= \sqrt{\pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \cdot \frac{T}{\rho}} \quad (2.37) \end{aligned}$$

Persamaan (2.38) merupakan persamaan frekuensi ω sebagai fungsi nilai *m* dan *n*,

dimana:

m = nodal line pada sumbu *x*

T = tension

n = nodal line pada sumbu *y*

ρ = massa per satuan luas

a = panjang membran

$\omega = 2\pi f$

b = lebar membran

4. Metode Beda Hingga / *Finite Difference Method*

Metode beda hingga (*finite difference method*) merupakan suatu metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial menggunakan deret Taylor sebagai pendekatannya (Causon and Mingham, 2010: 17).

Jika $u(x)$ merupakan sebuah fungsi yang berubah terhadap x , maka dengan teorema Taylor dapat dituliskan

$$u(x + h) = u(x) + hu'(x) + \frac{h^2}{2!}u''(x) + \frac{h^3}{3!}u'''(x) + \dots \quad (2.38)$$

$$u(x - h) = u(x) - hu'(x) + \frac{h^2}{2!}u''(x) - \frac{h^3}{3!}u'''(x) + \dots \quad (2.39)$$

Pada persamaan di atas suku dengan orde tinggi pada sisi kanan dapat diabaikan karena nilai h yang kecil dibagi dengan bilangan faktorial penyebut yang besar. Hal ini menyebabkan nilai pada suku-suku yang memiliki orde tinggi menjadi sangat kecil sehingga dapat diabaikan (Smith, 1985: 6).

Untuk menyelesaikan persamaan orde satu menggunakan pendekatan Taylor, dapat dilakukan dengan mengurangkan persamaan (2.39) terhadap (2.38) yang menghasilkan

$$u(x + h) - u(x - h) = 2hu'(x) + \dots \quad (2.40)$$

Persamaan (2.40) dapat ditulis

$$u'(x) = \frac{u(x+h)-u(x-h)}{2h} \quad (2.41)$$

Persamaan (2.41) disebut juga sebagai pendekatan beda pusat (*central-difference approximation*) dengan mendekati kemiringan garis

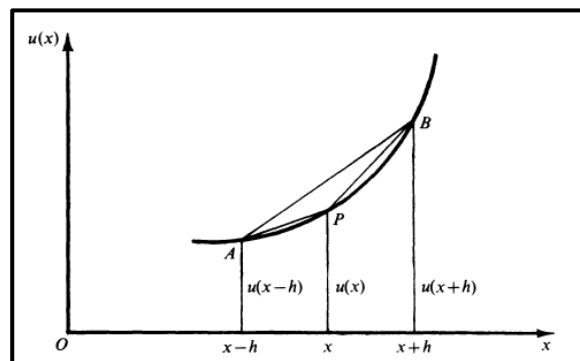
singgung pada P menggunakan garis AB (lihat Gambar 2.3). Selain menggunakan garis AB, kemiringan garis singgung pada P dapat didekati dengan garis PB yang disebut pendekatan beda maju (*forward-difference approximation*) yang dapat dituliskan

$$u'(x) = \frac{u(x+h)-u(x)}{h} \quad (2.42)$$

atau menggunakan pendekatan beda mundur (*backward-difference approximation*) dengan pendekatan melalui garis AP

$$u'(x) = \frac{u(x)-u(x-h)}{h} \quad (2.43)$$

dimana h merupakan nilai selisih atau *step* pada grafik.



Gambar 2. 3 Grafik pendekatan menggunakan metode *finite difference*

Dalam ilmu fisika, membran digunakan untuk mempelajari gelombang mekanik dimensi dua dan perambatannya. Perambatan gelombang mekanik pada membran dapat menghasilkan pola-pola unik yang disebut mode getar. Untuk menganalisis mode getar yang muncul pada membran, metode numerik dipilih karena dapat menyelesaikan persamaan getaran dengan mudah dan dalam waktu yang lebih singkat jika

dibandingkan dengan analisis menggunakan metode analitik. Persamaan getaran pada membran merupakan persamaan orde dua yang dituliskan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.44)$$

Persamaan (2.44) merupakan persamaan dimana u merupakan suatu fungsi yang berubah terhadap ruang dan waktu $u(x,y,t)$. Untuk menganalisis persamaan (2.44) menggunakan metode *finite difference*, langkah yang dilakukan yaitu mengubah persamaan (2.44) ke dalam bentuk *central-difference approximation*, dengan cara sebagai berikut.

Mengubah $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ ke dalam bentuk *central-difference approximation*

$$u(t+h) = u(t) + hu'(t) + \frac{h^2}{2!} u''(t) + \dots \quad (2.45a)$$

$$u(t-h) = u(t) - hu'(t) + \frac{h^2}{2!} u''(t) - \dots \quad (2.45b)$$

Menjumlahkan persamaan (2.45a) dan (2.45b), menghasilkan

$$u(t+h) + u(t-h) = 2u(t) + 2 \frac{h^2}{2!} u''(t) + \dots$$

$$h^2 u''(t) = u(t+h) - 2u(t) + u(t-h)$$

$$u''(t) = \frac{u(t+h) - 2u(t) + u(t-h)}{h^2} \quad (2.46)$$

Mengubah h pada persamaan (2.46) dengan Δt sehingga menjadi

$$u''(t) = \frac{u(t+\Delta t) - 2u(t) + u(t-\Delta t)}{\Delta t^2} \quad (2.47)$$

Dengan cara yang sama, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dan $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ dapat diubah ke dalam bentuk *central-difference approximation* menjadi

$$u''(x) = \frac{u(x+\Delta x) - 2u(x) + u(x-\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (2.48)$$

$$u''(y) = \frac{u(y+\Delta y) - 2u(y) + u(y-\Delta y)}{\Delta y^2} \quad (2.49)$$

Jika $x = i, y = j$, dan $t = n$, maka persamaan (2.47), (2.48), dan (2.49) dapat dituliskan

$$u''(n) = \frac{u(n+\Delta t) - 2u(n) + u(n-\Delta t)}{\Delta t^2} \quad (2.50)$$

$$u''(i) = \frac{u(i+\Delta x) - 2u(i) + u(i-\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (2.51)$$

$$u''(j) = \frac{u(j+\Delta y) - 2u(j) + u(j-\Delta y)}{\Delta y^2} \quad (2.52)$$

Memasukkan persamaan (2.50), (2.51), dan (2.52) ke dalam persamaan (2.44) menghasilkan

$$\frac{u(n+\Delta t) - 2u(n) + u(n-\Delta t)}{\Delta t^2} = c^2 \left(\frac{u(i+\Delta x) - 2u(i) + u(i-\Delta x)}{\Delta x^2} + \frac{u(j+\Delta y) - 2u(j) + u(j-\Delta y)}{\Delta y^2} \right) \quad (2.53)$$

Untuk mencari nilai u pada $u(i, j, n + \Delta t)$ persamaan (2.53) dapat dituliskan

$$\begin{aligned} u(n + \Delta t) &= c^2 \Delta t^2 \left(\frac{u(i + \Delta x) - 2u(i) + u(i - \Delta x)}{\Delta x^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{u(j + \Delta y) - 2u(j) + u(j - \Delta y)}{\Delta y^2} \right) + 2u(n) - u(n - \Delta t) \\ u(n + \Delta t) &= \left(\frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta x^2} (u(i + \Delta x) - 2u(i) + u(i - \Delta x)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta y^2} (u(j + \Delta y) - 2u(j) + u(j - \Delta y)) \right) + 2u(n) - u(n - \Delta t) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Jika $\frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta x^2} = \lambda_1$ dan $\frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta y^2} = \lambda_2$, maka persamaan (2.54) dapat dituliskan

$$\begin{aligned}
u(n + \Delta t) &= (\lambda_1(u(i + \Delta x) - 2u(i) + u(i - \Delta x)) \\
&\quad + \lambda_2(u(j + \Delta y) - 2u(j) + u(j - \Delta y))) + 2u(n) - u(n - \Delta t)
\end{aligned}
\tag{2.55}$$

Jika $\Delta x = \Delta y = \Delta t = 1$ maka persamaan (2.55) menjadi

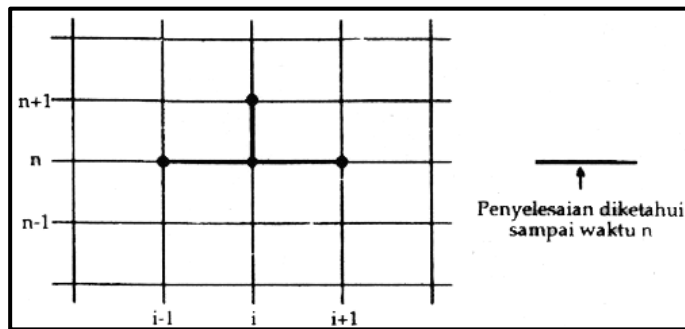
$$\begin{aligned}
u(n + 1) &= (\lambda_1(u(i + 1) - 2u(i) + u(i - 1)) + \lambda_2(u(j + 1) - 2u(j) + u(j - 1))) \\
&\quad + 2u(n) - u(n - 1)
\end{aligned}
\tag{2.56}$$

Persamaan (2.56) dapat juga dituliskan

$$u_{i,j}^{n+1} = (\lambda_1 (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n) + \lambda_2 (u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n)) - u_{i,j}^{n-1} + 2u_{i,j}^n
\tag{2.57}$$

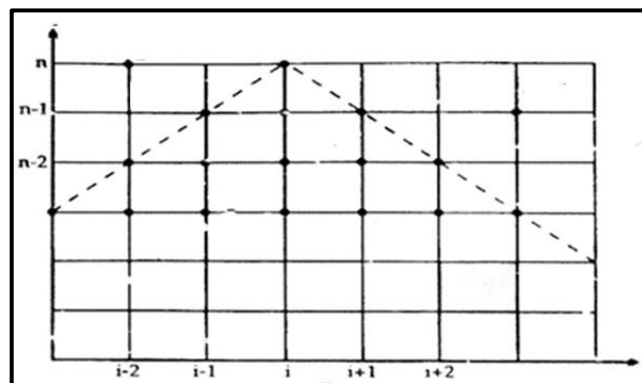
Setelah mengubah bentuk persamaan diferensial parsial ke dalam bentuk pendekatan metode *finite difference* selanjutnya memetakan persamaan (2.57) ke dalam bentuk skema eksplisit. Skema eksplisit merupakan perhitungan menggunakan metode *finite difference* dengan membagi daerah x dan y pada koordinat kartesian menjadi beberapa bagian (segmen) sebagai acuan untuk menghitung nilai pada suatu titik berdasarkan tiga nilai yang telah diketahui. Skema ini sangat sederhana dan mudah dipahami. Namun skema ini mempunyai kelemahan, yaitu langkah waktu Δt dibatasi berdasarkan bilangan *Courant* yaitu dimana nilai dari $Cr = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$. Apabila nilai $Cr > 1$ maka hitungan menjadi tidak stabil. Penggunaan langkah waktu Δt yang kecil tersebut menyebabkan prosedur dan waktu hitungan menjadi sangat panjang dan lama.

Pada skema eksplisit, nilai variabel pada waktu $n+1$ dihitung berdasarkan nilai variabel pada waktu n yang sudah diketahui (Gambar 2.2). Dengan menggunakan skema seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.2, fungsi variabel (amplitudo) $u(x,y,t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh bentuk berikut:



Gambar 2. 4 Skema eksplisit

Berdasarkan skema eksplisit pada Gambar 2.4 untuk mencari nilai $u_{i,j}^{n+1}$ diperlukan nilai yang sudah diketahui pada $u_{i-1,j}^n, u_{i,j}^n, u_{i+1,j}^n$. Ketiga titik ini juga tergantung pada 5 titik pada waktu sebelumnya seperti yang terlihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2. 5 Bidang skema eksplisit

Dalam penerapan metode eksplisit terdapat sedikit permasalahan yaitu perlunya mengetahui nilai u pada dua waktu berturut-turut yaitu pada

$t=0$ ($u_{i,j}^0$), dan $t=1$ ($u_{i,j}^1$). Untuk menyelesaikannya, nilai $u_{i,j}^0$ dipilih sebagai nilai awal (*initial condition*), kemudian mencari $u_{i,j}^1$ menggunakan persamaan (2.57) sehingga menjadi

$$\begin{aligned} u_{i,j}^1 &= \left(\lambda_1 (u_{i+1,j}^0 + u_{i-1,j}^0 - 2u_{i,j}^0) + \lambda_2 (u_{i,j+1}^0 + u_{i,j-1}^0 - 2u_{i,j}^0) \right) - u_{i,j}^{1-1} + 2u_{i,j}^0 \\ u_{i,j}^1 &= \left(\lambda_1 (u_{i+1,j}^0 + u_{i-1,j}^0 - 2u_{i,j}^0) + \lambda_2 (u_{i,j+1}^0 + u_{i,j-1}^0 - 2u_{i,j}^0) \right) - u_{i,j}^0 + 2u_{i,j}^0 \end{aligned} \quad (2.58)$$

Setelah nilai $u_{i,j}^0$ dan $u_{i,j}^1$ diketahui untuk seluruh x_i dan y_j , selanjutnya menyelesaikan proses iterasi menggunakan persamaan (2.57) untuk seluruh koordinat x_i , y_j , dan t_n .

Pada perhitungan menggunakan metode numerik selain nilai awal (*initial condition*) dan proses iterasi, hal penting yang perlu diperhatikan adalah kondisi batas. Kondisi batas (*boundary condition*) merupakan nilai yang berada di sisi-sisi *grid* bidang grafik. Penentuan kondisi batas berfungsi untuk mengetahui nilai tetap pada setiap grid di sisi-sisi bidang grafik. Jika membran yang digunakan untuk eksperimen memiliki kondisi batas *clamped edge*, maka kondisi batas yang digunakan pada metode numerik adalah 0 yang berarti setiap sisi-sisi membran tetap dalam keadaan diam dan memantulkan kembali gelombang yang datang. Kondisi batas ini juga disebut kondisi batas *Dirichlet* (*Dirichlet boundary condition*).

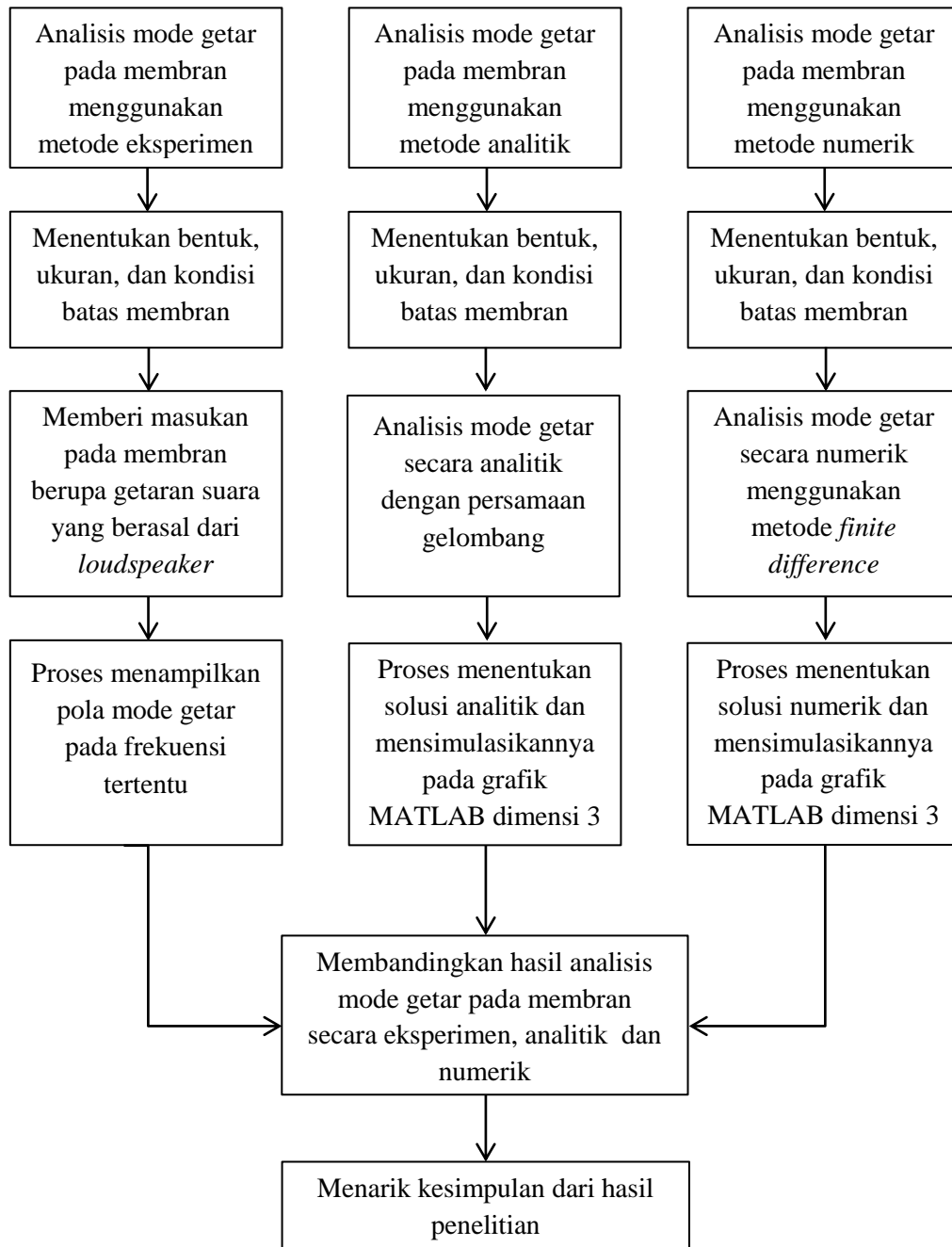
B. Kerangka Berpikir

Penelitian tugas akhir skripsi yang dilakukan adalah menganalisis mode getar pada membran menggunakan metode eksperimen, analitik dan numerik (*finite difference*). Pengembangan teknologi dalam bidang teknik mekanik, aeronautika, struktur sipil, dan lain-lain mengharuskan adanya perubahan desain kontemporer dari struktur mekanik yang kompleks untuk menjadi lebih ringan, lentur dan kuat. Perubahan pada struktur kontemporer sering membuat sistem lebih rentan terhadap getaran yang tidak diinginkan. Ketika getaran suatu struktur menjadi perhatian, tantangannya terletak pada pemahaman yang lebih baik tentang sifat dinamisnya dengan menggunakan metode analitik, numerik, eksperimental, atau kombinasi dari ketiganya. Karakteristik dinamis yang melekat pada suatu sistem dapat diketahui melalui frekuensi alami, faktor redaman, dan mode getarnya. Memahami frekuensi alami dan bentuk mode getar membantu dalam mengetahui bagaimana hal itu dapat mempengaruhi respons dinamisnya saat sebuah gaya luar diterapkan.

Eksperimen mode getar pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan membran tipis yang digetarkan secara paksa menggunakan *loudspeaker*. Membran yang digunakan dalam penelitian ini merupakan membran tipis dengan kondisi batas *clamped edge* yang diberi masukan berupa getaran dengan frekuensi tunggal yang bervariasi dan akan menghasilkan keluaran berupa mode getar yang terbentuk pada permukaan membran. Mode getar yang muncul pada permukaan membran bervariasi tergantung pada frekuensi resonannya. Semakin tinggi frekuensi resonannya, maka semakin

kompleks mode getar yang terbentuk pada permukaan membran. Mode getar yang muncul pada permukaan membran tergantung pada beberapa faktor yaitu kondisi batas, ketebalan, dan ukuran membran yang digunakan.

Mode getar dan frekuensi hasil eksperimen selanjutnya dianalisis menggunakan metode analitik dan numerik. Metode analitik dilakukan dengan menyelesaikan persamaan gelombang dimensi dua secara matematis. Metode numerik dilakukan dengan menyelesaikan persamaan gelombang dimensi dua menggunakan pendekatan beda hingga (*finite difference approximation*) yang selanjutnya dirumuskan dalam bentuk program MATLAB. Selanjutnya, mode getar dan frekuensi hasil analisis secara analitik dan numerik dibandingkan dengan mode getar dan frekuensi hasil eksperimen. Untuk lebih jelasnya, dapat dilihat diagram alir berikut:



BAB III

METODE PENELITIAN

A. Waktu dan Tempat Penelitian

1. Waktu Penelitian

- a. Pembuatan alat dilakukan pada bulan Januari 2018 sampai dengan bulan Februari 2018.
- b. Pengambilan data eksperimen dan analisis data dilakukan pada bulan Februari 2018 sampai dengan selesai.

2. Tempat Penelitian

- a. Pembuatan alat dilakukan di Workshop Laboratorium Jurusan Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta.
- b. Pengambilan data eksperimen dilakukan di Laboratorium Getaran dan Gelombang, Jurusan Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta.

B. Objek Penelitian

Objek penelitian ini adalah mode getar atau suatu pola yang terbentuk pada permukaan membran berbentuk segi empat yang meliputi bujur sangkar dan persegi panjang ketika dipaksa bergetar pada frekuensi dengan rentang 20 hertz sampai dengan 700 hertz.

C. Variabel Penelitian

Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Variabel bebas

Variabel bebas dalam penelitian ini adalah frekuensi yang digunakan sumber untuk menggetarkan membran.

2. Variabel kontrol

Variabel kontrol dalam penelitian ini adalah amplitudo getaran yang dijaga agar getaran yang keluar dari *loudspeaker* tetap berfrekuensi tunggal.

3. Variabel terikat

Variabel terikat dalam penelitian ini adalah mode getar yang terbentuk pada permukaan membran.

D. Instrumen dan Teknik Pengumpulan Data

1. Instrumen Penelitian

a. Membran

Membran yang digunakan dalam penelitian ini merupakan membran berbentuk bujur sangkar dan persegi panjang. Pada penelitian ini digunakan kondisi batas *clamped edge* yaitu setiap sisi membran dijepit menggunakan kayu dan paku untuk menghindari sisi-sisi membran bergetar.

b. *AFG (Audio Function Generator)*

AFG (Audio Function Generator) merupakan suatu alat pembangkit tegangan dengan berbagai bentuk gelombang seperti gelombang sinus, kotak, dan gigi gergaji. Frekuensi dan tegangan output dari *AFG* dapat diubah-ubah sesuai dengan keperluan.

c. *Amplifier*

Amplifier atau penguat adalah suatu alat yang digunakan untuk menguatkan daya. Dalam penelitian ini *amplifier* digunakan untuk menguatkan sinyal tegangan yang berasal dari *AFG (Audio Function Generator)* yang selanjutnya akan diteruskan ke *loudspeaker*.

d. *Loudspeaker*

Loudspeaker adalah transduser yang dapat mengubah sinyal listrik menjadi audio dengan cara menggetarkan komponen membran pada *loudspeaker* tersebut sehingga terjadilah gelombang suara. Pada penelitian ini suara dari *loudspeaker* digunakan untuk menggetarkan membran.

e. *CRO (Cathode Ray Oscilloscope)*

CRO (Cathode Ray Oscilloscope) merupakan alat yang digunakan untuk mengukur besaran-besaran seperti frekuensi, periode, bentuk sinyal, dan beda fase. Pada penelitian ini *CRO* digunakan untuk mengukur sinyal masukan pada *loudspeaker* untuk memastikan bahwa bentuk gelombang sinyal masukan pada *loudspeaker* merupakan gelombang sinusoidal dengan frekuensi tunggal.

f. Dua buah kamera

Penelitian ini menggunakan dua buah kamera *handphone* untuk mengambil gambar pola mode getar yang terjadi dan untuk mengambil gambar gelombang yang terbentuk pada layar CRO pada frekuensi tertentu.

g. Pasir

Pada penelitian ini pasir digunakan sebagai media untuk mengamati pola yang terbentuk pada permukaan membran. Ketika membran digetarkan, perlahan-lahan pasir akan bergerak dan berkumpul pada simpul-simpul gelombang yang dapat disebut sebagai *nodal line*.

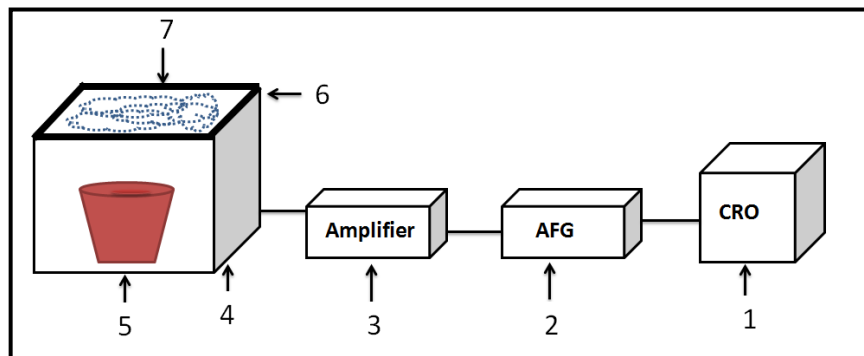
h. Kabel

Pada penelitian ini kabel digunakan sebagai media transmisi yang berperan untuk menyampaikan sinyal-sinyal.

2. Teknik Pengumpulan Data

Langkah-langkah pengambilan data yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

a. Merangkai alat-alat yang digunakan seperti gambar berikut:



Gambar 3. 1 Rangkaian alat percobaan

Keterangan gambar:

- 1) CRO (*Cathode Ray Oscilloscope*)
 - 2) AFG (*Audio Function Generator*)
 - 3) *Amplifier*
 - 4) Kotak kayu penyangga membran.
 - 5) *Loudspeaker*
 - 6) Membran dengan setiap sisinya dijepit.
 - 7) Pasir
- b. Menghidupkan AFG, *amplifier*, CRO dan menyetel AFG pada frekuensi tertentu dan kemudian mengontrol besarnya amplitudo melalui *amplifier* agar sinyal tetap pada bentuk sinusoidal yang dapat terlihat pada layar CRO.
 - c. Menaburkan pasir pada permukaan membran dan menunggu pasir bergerak hingga membentuk mode getar.
 - d. Menghitung frekuensi getaran dengan melihat gelombang yang terbentuk pada layar CRO.

- e. Memotret pola mode getar yang terbentuk pada permukaan membran dan memotret gelombang yang terbentuk pada CRO.
- f. Mengulangi langkah b sampai dengan e dengan frekuensi yang berbeda-beda.

E. Teknik Analisis Data

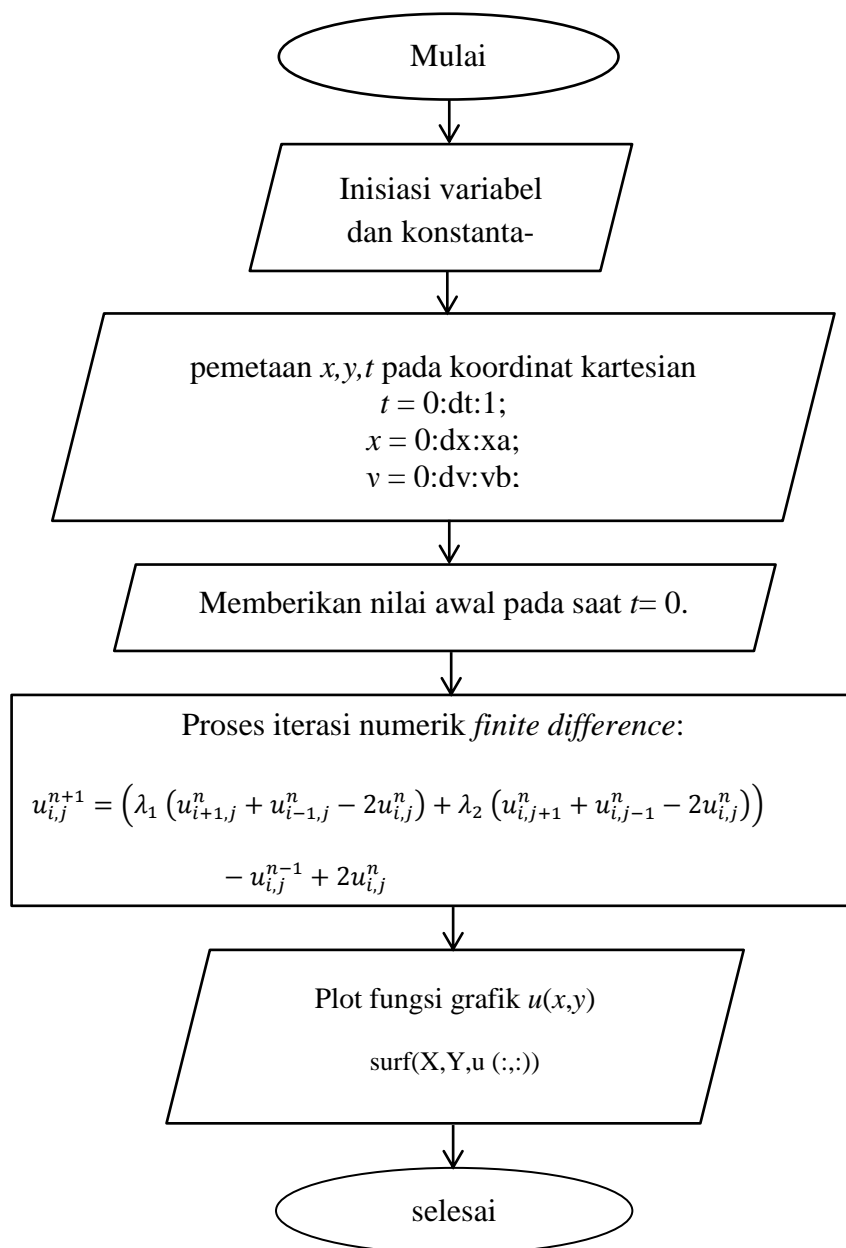
Teknik analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan menganalisis persamaan gelombang orde dua dengan menggunakan metode analitik dan metode numerik *finite difference*. Metode analitik yang digunakan pada penelitian ini yaitu dengan cara menyelesaikan persamaan gelombang orde dua menggunakan metode separasi variabel, sedangkan metode numerik yang digunakan pada penelitian ini yaitu dengan cara menyelesaikan persamaan gelombang orde dua dengan menggunakan pendekatan Taylor. Kemudian hasil analisis divisualisasikan ke dalam grafik dimensi tiga menggunakan *software* MATLAB R2008a yang merupakan produk dari The Mathwork Inc. dan dijalankan pada sistem Windows 8.1 hingga didapatkan kesesuaian antara mode getar yang dihasilkan oleh analisis persamaan gelombang orde dua dengan mode getar hasil eksperimen.

F. Algoritma dan Diagram Alir

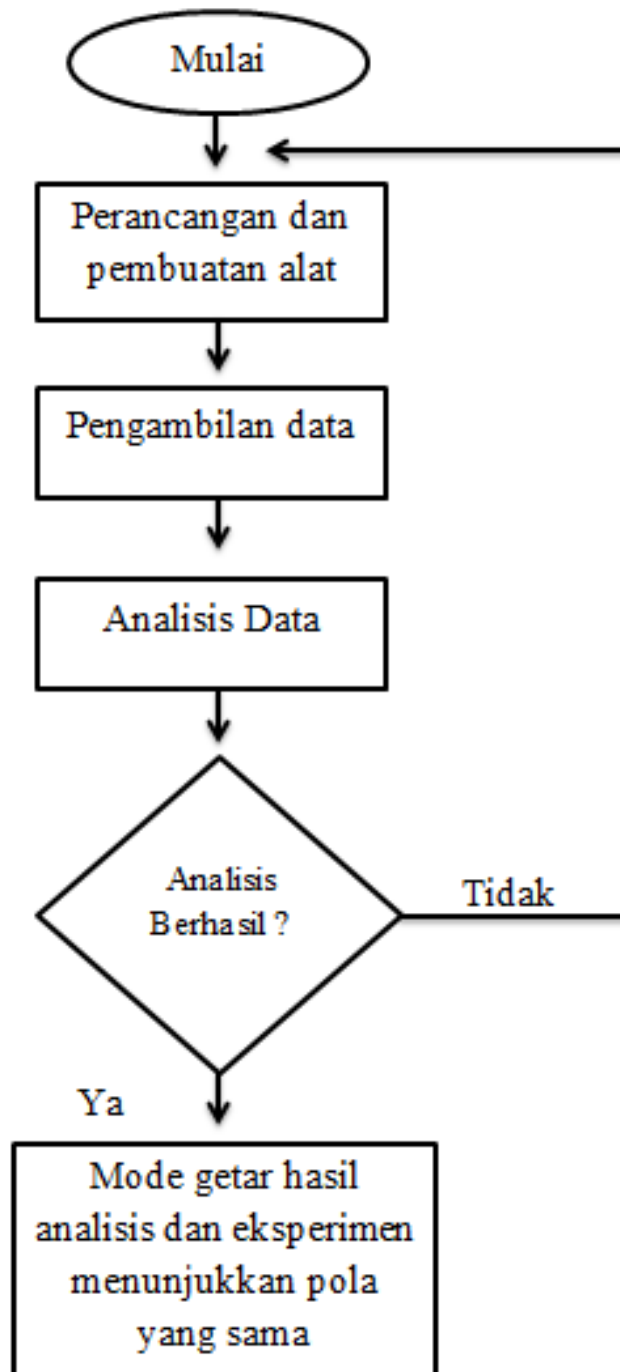
1. Algoritma Program Numerik
 - a. Inisiasi variabel-variabel yang digunakan dalam program
 - b. Memberikan masukan berupa nilai m dan n

- c. Pemetaan variabel x, y, t pada koordinat kartesian
- d. Memberikan nilai awal pada saat $t=0$.
- e. Proses iterasi numerik *finite difference*
- f. Menampilkan grafik amplitudo sebagai fungsi posisi dan waktu

2. Diagram Alir Numerik



G. Diagram Alir Tahapan Penelitian



BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis mode getar pada membran hasil eksperimen yang terjadi pada frekuensi tunggal dengan menggunakan metode analitik dan metode numerik *finite difference*, yang selanjutnya disimulasikan ke dalam grafik MATLAB dimensi tiga serta membandingkan mode getar yang terbentuk pada grafik dimensi tiga hasil simulasi MATLAB dengan mode getar hasil eksperimen.

Pada penelitian ini, bentuk membran yang dipilih merupakan bentuk segi empat, meliputi bujur sangkar dan persegi panjang dengan kondisi batas *clamped edge* atau kondisi batas jepit untuk menghindari sisi-sisi membran bergerak ketika digetarkan. Bentuk dan kondisi batas ini dipilih untuk memudahkan peneliti dalam melakukan perhitungan secara analitik. Frekuensi yang digunakan pada penelitian ini adalah frekuensi dengan rentang (20-700) Hz. Frekuensi ini dipilih karena *loudspeaker* yang digunakan pada penelitian ini merupakan *loudspeaker* yang cocok untuk getaran dengan frekuensi rendah. Karena *loudspeaker* yang digunakan merupakan *loudspeaker* yang cocok untuk getaran dengan frekuensi rendah, maka membran yang dipilih untuk penelitian ini merupakan membran tipis yang tidak memiliki *flexural rigidity*.

A. Analisis Mode Getar pada Membran Secara Eksperimen


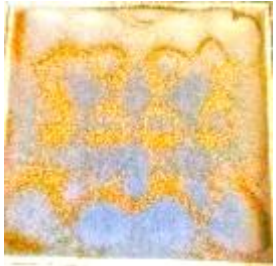




Membran yang digunakan dalam eksperimen untuk mengetahui pola mode getar yang terjadi adalah membran elastis dengan ketebalan 0.018 mm . Bentuk membran yang digunakan pada penelitian ini yaitu membran segi empat yang meliputi membran persegi panjang dan membran bujur sangkar. Membran persegi panjang memiliki ukuran 35 cm x 25 cm, sedangkan membran bujur sangkar memiliki ukuran 25 cm x 25 cm. Pada eksperimen ini, membran yang digunakan dijepit pada setiap sisi-sisinya (*clamped edge*) yang bertujuan untuk membuat sisi-sisi membran tetap dalam keadaan diam ketika membran digetarkan.


Pada penelitian ini sumber getaran yang digunakan merupakan serangkaian alat yang terdiri dari AFG (*Audio Function Generator*), *amplifier*, *loudspeaker* dan CRO (*Cathode Ray Oscilloscope*). Masukan sinyal berasal dari AFG yang berupa gelombang sinusoidal dengan frekuensi tertentu yang selanjutnya dikuatkan oleh *amplifier* dan kemudian diteruskan ke *loudspeaker*. *Loudspeaker* mengubah sinyal listrik menjadi gelombang suara yang digunakan untuk menggetarkan membran. Untuk menjaga agar frekuensi yang digunakan untuk menggetarkan paksa membran adalah frekuensi tunggal, CRO disambungkan ke *loudspeaker* untuk memantau bentuk sinyal yang masuk ke *loudspeaker* agar tetap berbentuk sinusoidal sempurna.

Getaran yang berasal dari *loudspeaker* menyebabkan terjadinya getaran paksa pada membran. Jika getaran paksa pada membran sesuai




dengan frekuensi alami membran, maka akan menyebabkan terjadinya getaran yang memiliki amplitudo yang besar. Getaran ini disebut dengan getaran pada frekuensi resonan yang mengakibatkan terjadinya pola mode getar pada permukaan membran. Berdasarkan eksperimen yang telah dilakukan, pola mode getar yang terjadi pada membran adalah sebagai berikut:

Tabel 4. 1. Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil eksperimen

Frekuensi mode getar eksperimen	Mode getar pada membran bujur sangkar	Frekuensi mode getar eksperimen	Mode getar pada membran bujur sangkar
42.6		263.2	
67.0		285.7	
133.3		666.7	

217.4			
-------	-----------------------------------------------------------------------------------	--	--

Tabel 4. 2 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil eksperimen

Frekuensi mode getar eksperimen	Pola mode getar pada membran persegi panjang	
43.5		
57.1		
384.6		

Tabel 4.1 dan 4.2 menunjukkan pola mode getar yang terjadi pada beberapa frekuensi. Suara yang berasal dari *loudspeaker* menggetarkan membran yang kemudian gelombangnya merambat ke segala arah. Karena sisi-sisi membran dijepit (*clamped*), sebagian besar gelombang yang

merambat ke sisi membran dipantulkan kembali. Hal ini terus berlanjut sehingga pada membran terjadi interferensi antara gelombang datang dan gelombang pantul yang menyebabkan terjadinya *standing wave* pada permukaan membran. *Standing wave* yang terjadi pada permukaan membran menyebabkan pasir yang ditaburkan pada permukaan membran berkumpul pada titik-titik yang disebut *nodal lines*. Amplitudo dengan simpangan minimum pada membran disebut *nodes* (simpul), sedangkan amplitudo pada simpangan maksimum disebut *antinodes* (perut). Saat membran digetarkan pasir akan menjauhi *antinodes* karena getaran yang tinggi sehingga menyebabkan pasir berjalan ke titik yang memiliki amplitudo lebih rendah.

Berdasarkan eksperimen yang telah dilakukan, mode getar yang terbentuk pada permukaan membran hanya terjadi pada frekuensi tertentu yang dikenal sebagai frekuensi alami dan pada frekuensi tinggi mode getar yang terbentuk akan semakin kompleks.

B. Analisis Mode Getar pada Membran secara Analitik

Berdasarkan kajian teori solusi analitik persamaan getaran pada membran yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, pola mode getar yang terbentuk pada permukaan membran dapat ditentukan secara analitik. Pada penelitian ini, sumber getaran yang digunakan merupakan gelombang bunyi yang berasal dari *loudspeaker*. Gelombang yang berasal dari *loudspeaker* diatur dan dijaga sedemikian rupa sehingga bentuknya tetap sinusoidal sempurna. Ketika suatu sistem dikenai suatu getaran yang berasal dari luar,

maka sistem tersebut akan bergetar dengan frekuensi yang sama dengan frekuensi sumbernya. Dalam kasus ini, membran bergetar dengan frekuensi yang sama dengan sumbernya yang dapat diasumsikan sebagai getaran harmonik sinusoidal dimensi dua pada membran yang dapat dinyatakan sebagai

$$u(x, y, t) = U(x, y)e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

dimana $U(x, y)$ merupakan amplitudo getaran sebagai fungsi posisi x dan y yang kemudian dalam penelitian diketahui sebagai mode getar yang muncul pada permukaan membran. $U(x, y)$ disebut juga sebagai fungsi eigen dan ω adalah *circular eigenfrequency*.

Berdasarkan kajian teori pada bab sebelumnya, solusi akhir persamaan getaran pada membran adalah

$$U(x, y) = \bar{A} \sin Ax \sin Bx \quad (2.32)$$

dimana A adalah

$$A = \frac{m\pi}{a} \quad \text{dengan } m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

dan B adalah

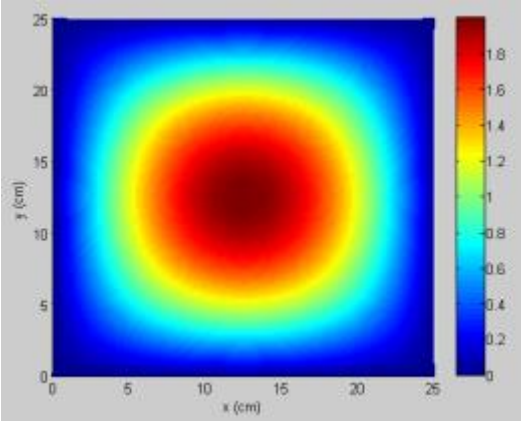
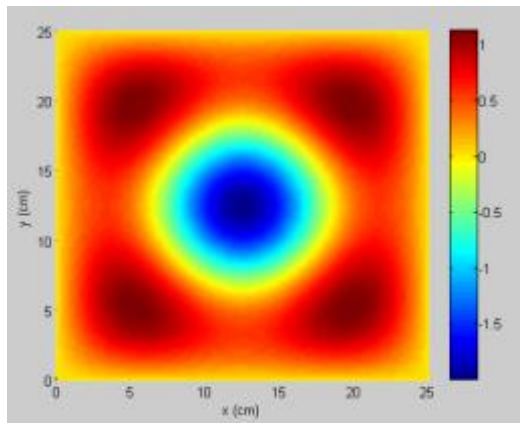
$$B = \frac{n\pi}{b} \quad \text{dengan } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

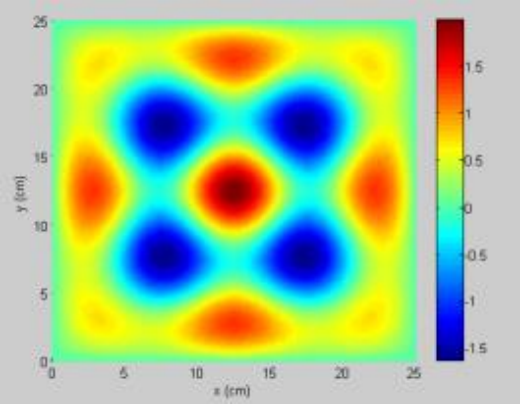
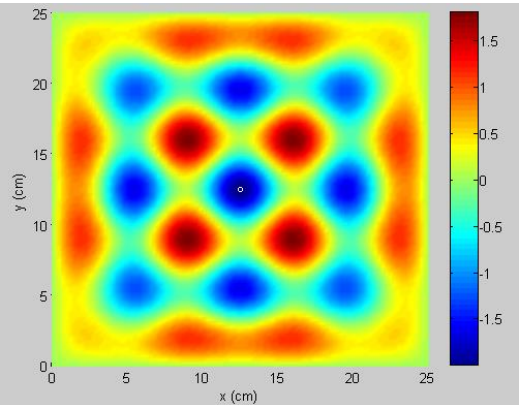
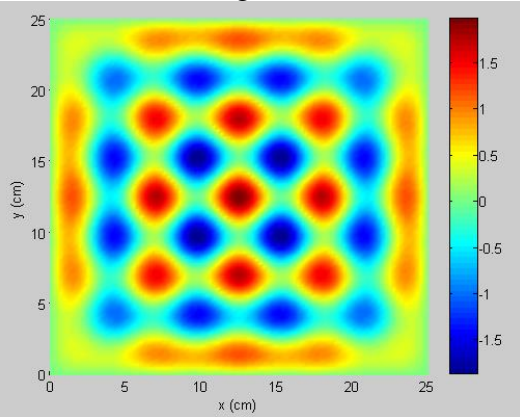
Maka persamaan (2.32) dapat dituliskan

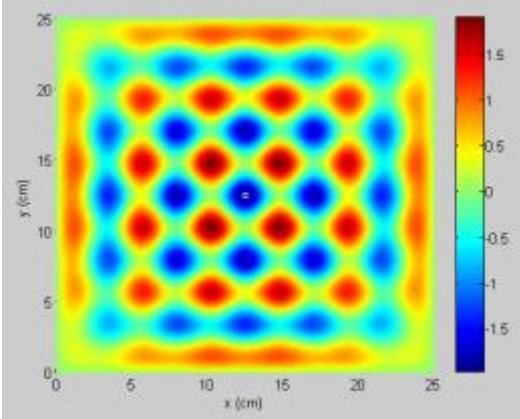
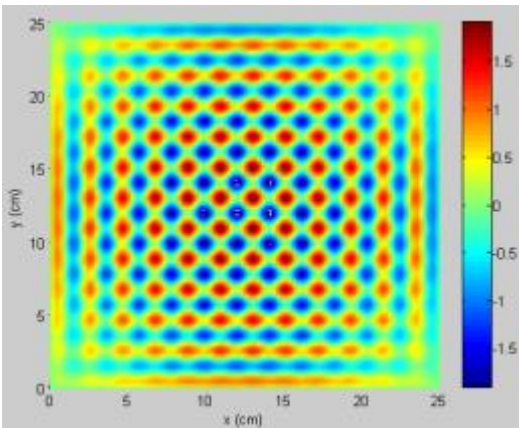
$$U_{mn}(x, y) = \bar{A}_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.36)$$

Selanjutnya untuk mengetahui pola mode getar yang terbentuk persamaan (2.36) di-plot ke dalam grafik dengan menggunakan program MATLAB. Pola mode getar yang terbentuk pada permukaan membran dapat dilihat pada Tabel berikut.

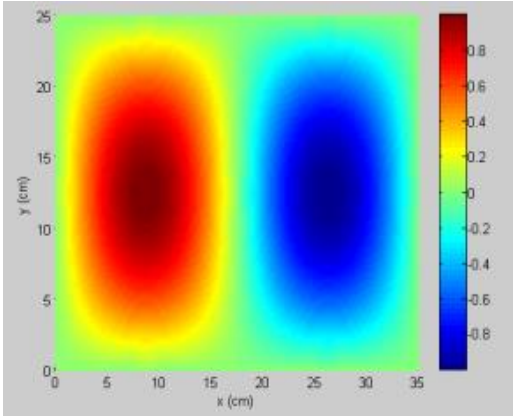
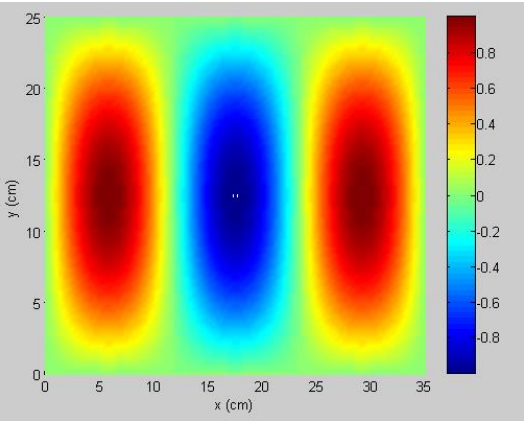
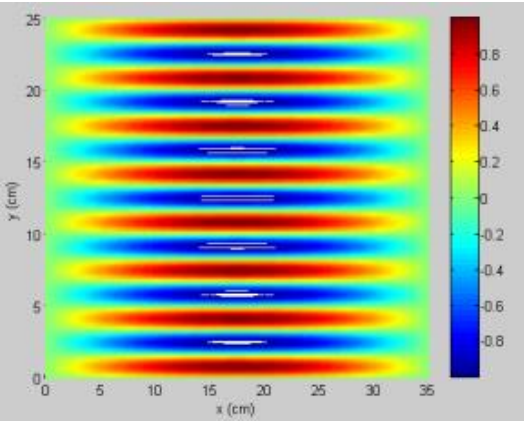
Tabel 4. 3 Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil analitik

Frekuensi (Hz)	Mode Getar pada Membran Bujur Sangkar	m	n
34.7	<p>Mode getar (1,1)</p> 	1	1
77.6	<p>Mode getar (1,3)</p> 	1	3

125.1	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,5)</p> 	1	5
173.5	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,7)</p> 	1	7
222.2	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,9)</p> 	1	9

271.0	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,11)</p> 	1	11
	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,24)</p> 	1	24

Tabel 4. 4 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil analitik

Frekuensi (Hz)	Mode getar pada membran persegi panjang	m	n
42.8	<p style="text-align: center;">Mode getar (2,1)</p> 	2	1
58.0	<p style="text-align: center;">Mode getar (3,1)</p> 	3	1
368.5	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,15)</p> 	1	15

Nilai m dan n merupakan *nodal lines* dimana m terletak pada sumbu x , dan n terletak pada sumbu y . Nilai m dan n menunjukkan nilai frekuensi alami membran yang dinyatakan dengan persamaan

$$f_{mn} = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right] \frac{T}{\rho}}}{2} \quad (4.1)$$

Berdasarkan persamaan (4.1) dapat diketahui bahwa frekuensi alami membran tergantung pada dimensi (panjang dan lebar) membran. Bentuk mode getar yang sama (m,n) bisa memiliki frekuensi yang berbeda jika dimensi membran berubah.

Pada membran persegi sangat mungkin terjadi perbedaan mode getar tetapi memiliki frekuensi yang sama, peristiwa ini disebut dengan mode degenerasi. Ketika membran bergetar pada frekuensi ini, mode degenerasi akan bergetar pada waktu yang sama dan hasilnya akan menjadi superposisi dari semua bentuk mode degenerasi.

Superposisi dari mode degenerasi dapat diamati secara nyata pada pola mode getar membran bujur sangkar . Jika sisi-sisi bujur sangkar $a= b=L$, maka frekuensi mode getarnya adalah

$$f_{mn} = \frac{\sqrt{[m^2+n^2] \frac{T}{\rho}}}{2L} \quad (4.2)$$

Berdasarkan persamaan (4.2) dapat diketahui bahwa hasil $f_{mn} = f_{nm}$ maka hasil superposisi dua mode degenerasi dapat dituliskan

$$U = \alpha U_{mn} + \beta U_{nm} \quad (4.3)$$

dengan $\alpha^2 + \beta^2 = 1$

Tabel 4.2 dan 4.3 menunjukkan hasil mode getar secara analitik, *nodal lines*, dan frekuensi alaminya. Perhitungan secara analitik menggunakan beberapa konstanta antara lain $T = 301 \times 10^3 \text{ g. cm/s}^2$ dan $\rho = 0.2 \text{ g/cm}^2$.

C. Analisis Mode Getar Pada Membran Secara Numerik

Berdasarkan kajian teori metode beda hingga (*finite difference*) yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, pola mode getar yang terbentuk pada permukaan membran dapat ditentukan secara numerik. Pada penelitian ini, analisis numerik dilakukan dengan cara menyelesaikan persamaan getaran dimensi dua menggunakan pendekatan teorema Taylor yang dapat dirumuskan

$$u_{i,j}^{n+1} = (\lambda_1 (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n) + \lambda_2 (u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n)) - u_{i,j}^{n-1} + 2u_{i,j}^n \quad (2.57)$$

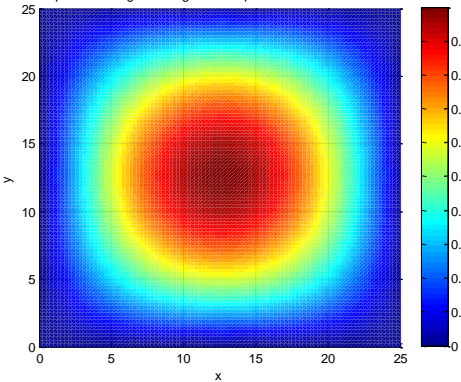
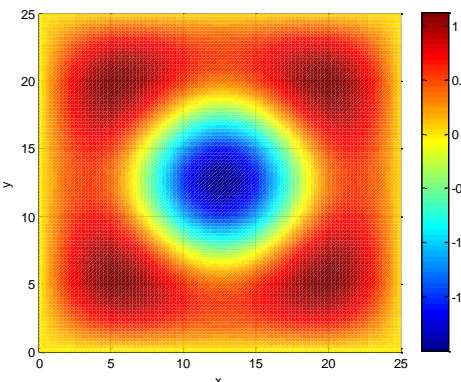
Persamaan (2.57) merupakan persamaan yang menggunakan skema eksplisit, yaitu dengan membagi daerah x dan y pada koordinat kartesian menjadi beberapa bagian (segmen) sebagai acuan untuk menghitung nilai pada suatu titik berdasarkan tiga nilai yang telah diketahui. Banyaknya segmen yang digunakan pada perhitungan ini adalah 100 yang dipilih karena menyesuaikan lebar *grid* yang digunakan pada program dengan metode analitik.

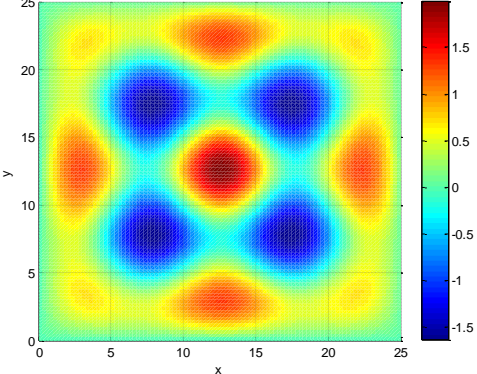
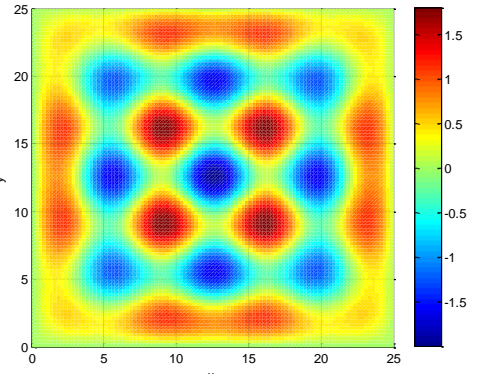
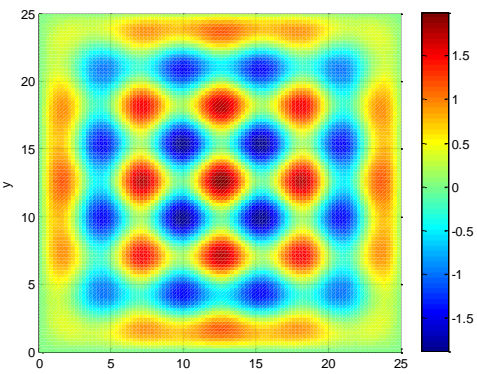
Pada penelitian ini, kondisi awal yang digunakan pada saat $t=0$ adalah persamaan solusi analitik yang dapat dituliskan

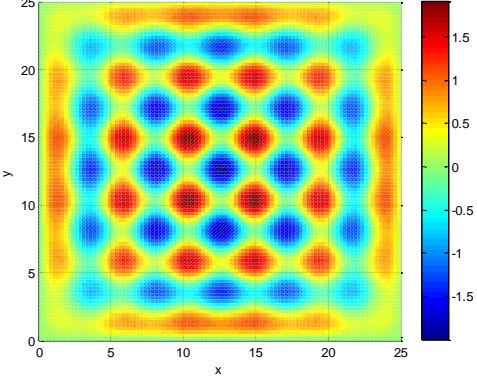
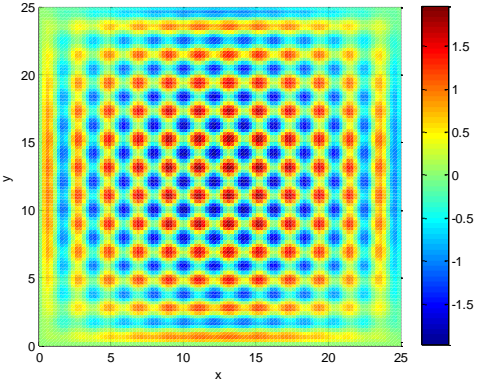
$$U_{mn}(x, y) = \bar{A}_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.36)$$

Kondisi awal (*initial condition*) menggunakan persamaan solusi analitik yang diasumsikan bahwa membran bergetar dengan frekuensi yang sesuai dengan getaran sumber. Setelah merumuskan pendekatan *finite difference*, menentukan *initial condition* dan kondisi batas, serta menetapkan konstanta-konstanta yang digunakan, selanjutnya mem-plot hasil iterasi numerik ke dalam grafik yang hasilnya dapat dilihat pada Tabel berikut.

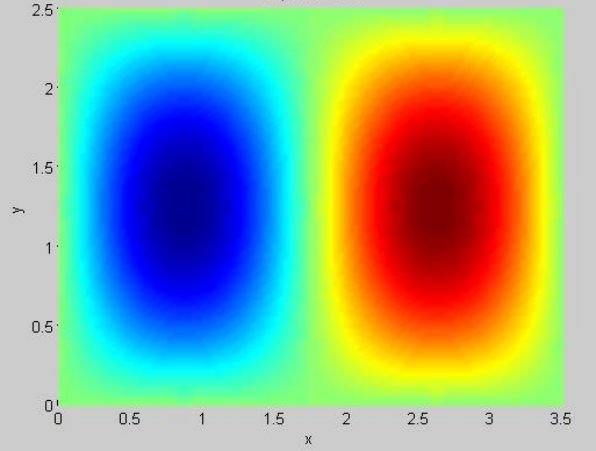
Tabel 4. 5 Pola mode getar pada membran bujur sangkar hasil numerik

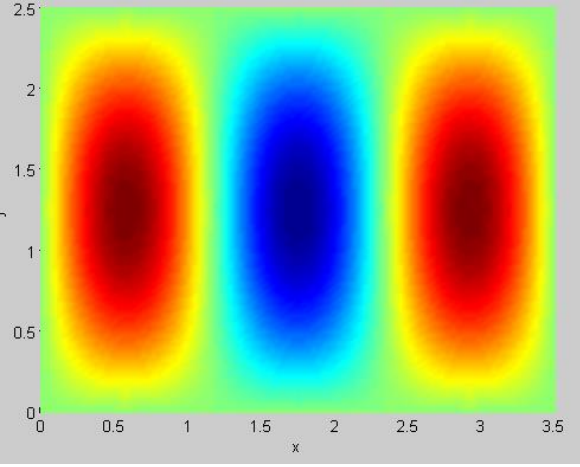
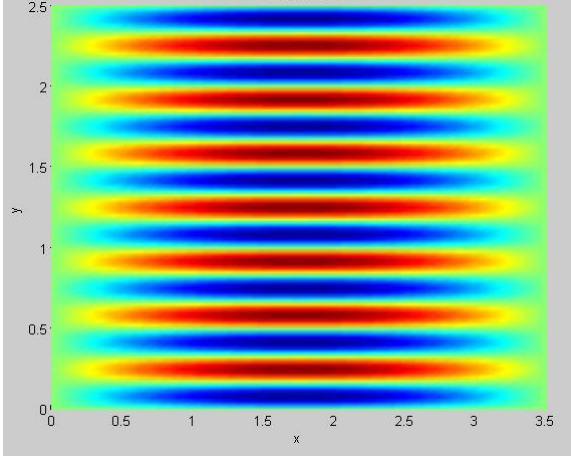
m	n	Frekuensi (Hz)	Mode Getar pada Membran Bujur Sangkar
1 1	1 1	34.7	<p>Mode getar (1,1)</p> <p>perambatan gelombang sinusoid pada koordinat kartesian</p> 
1 3	3 1	77.6	<p>Mode getar (1,3)</p> 

1 5	5 1	125.1	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,5)</p> 
1 7	7 1	173.5	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,7)</p> 
1 9	9 9	222.2	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,9)</p> 

1 11	11 1	271.0	<p>Mode getar (1,11)</p> 
1 24	24 1	589.4	<p>Mode getar (1,24)</p> 

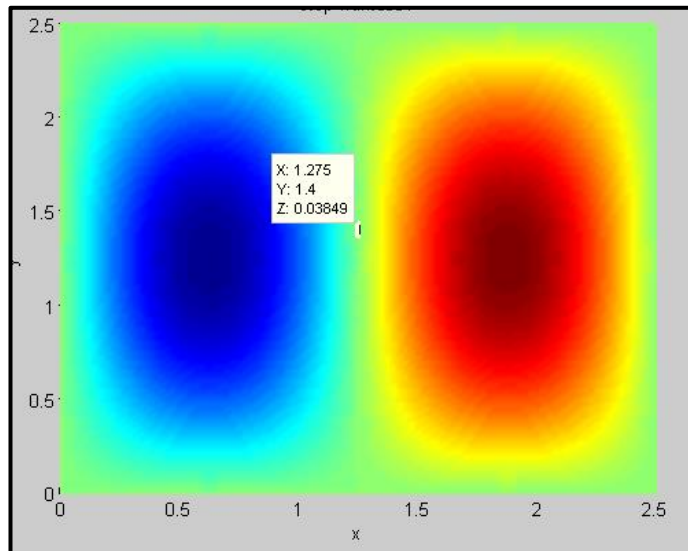
Tabel 4. 6 Pola mode getar pada membran persegi panjang hasil numerik

m	n	Frekuensi (Hz)	Pola Mode Getar pada Membran Persegi Panjang
2	1	42.8	<p>Mode getar (2,1)</p> 

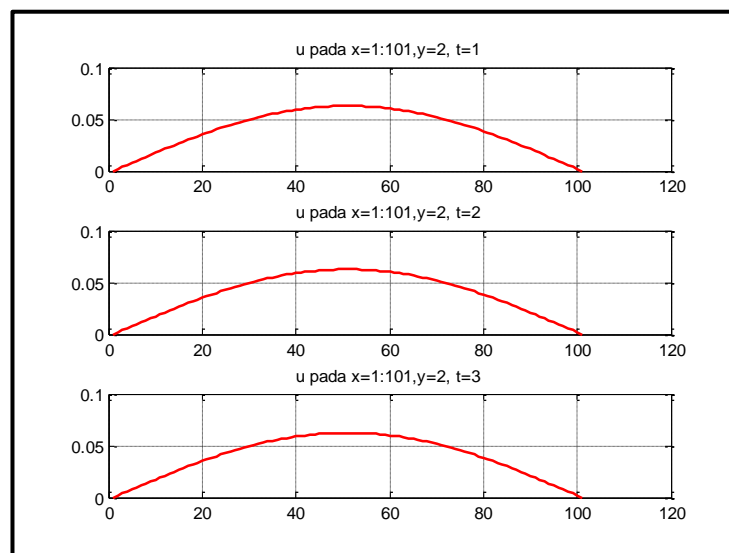
3	1	58.0	<p style="text-align: center;">Mode getar (3,1)</p> 
1	15	368.5	<p style="text-align: center;">Mode getar (1,15)</p> 

Pada Tabel 4.5 dan Tabel 4.6, warna biru dan merah menunjukkan amplitudo dengan simpangan maksimum (*anti nodes*) sedangkan warna hijau menunjukkan amplitudo dengan simpangan minimum yang disebut *nodes*. Ketika membran digetarkan, pasir akan menjauhi area berwarna merah dan biru dan berkumpul pada titik-titik berwarna hijau yang disebut *nodal lines*. Nilai amplitudo pada *nodal lines* adalah nol hal ini terjadi karena gelombang dianggap memantul sempurna pada setiap sisi membran sehingga terjadi

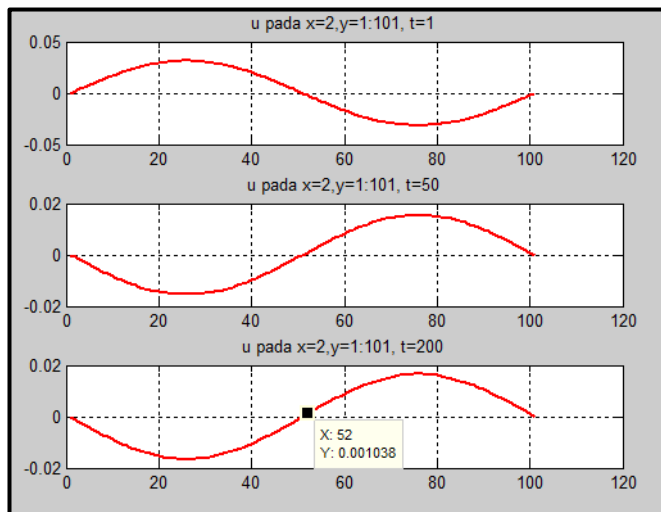
interferensi destruktif yang menyebabkan amplitudo di *nodal lines* bernilai nol. Agar lebih jelasnya, perhatikan gambar berikut.



Gambar 4. 1 Mode getar (2,1) pada frekuensi 34.7 Hz



Gambar 4. 2 Mode getar (2,1) pada posisi $y=2$



Gambar 4. 3 Mode getar (2,1) pada posisi $x=2$

Pada Gambar 4.2 dan 4.3 terlihat bahwa simpangan gelombang berubah terhadap waktu meskipun tidak signifikan. Hal ini terjadi karena *step* waktu yang digunakan pada program adalah 0.1 sekon dan kecepatan gelombangnya adalah 0.15 cm/s sehingga pada grafik tidak terlalu terlihat perbedaannya. Pada Gambar 4.3 *nodal lines* dengan amplitudo 0 terletak pada *step* $x=52$. Jika 1 *step* x adalah 0.025 cm, maka dapat pula dituliskan bahwa *nodal lines* terletak pada $x=1.3$ skala. Nilai ini dekat dengan Gambar 4.1 dimana *nodal lines* berwarna hijau terletak pada posisi $x=1.275$ skala yang berarti 12.75 cm.

D. Perbandingan Hasil Analisis Mode Getar pada Membran Persegi Secara Eksperimen, Analitik dan Numerik


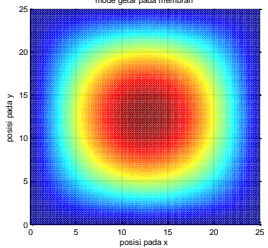
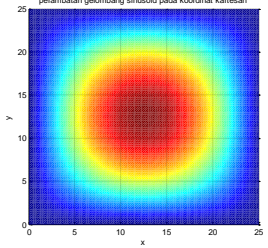

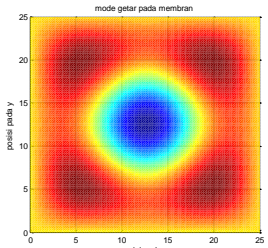
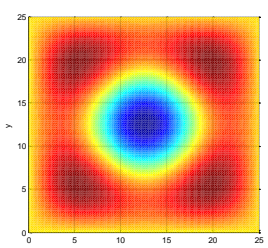
Pola mode getar hasil analitik, eksperimen dan numerik dibandingkan untuk mengetahui keakuratan fungsi $U(x,y)$. Berdasarkan hasil perbandingan,


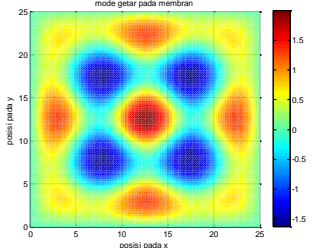
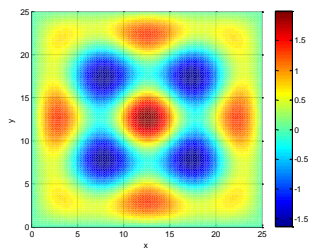

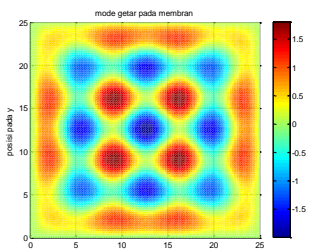
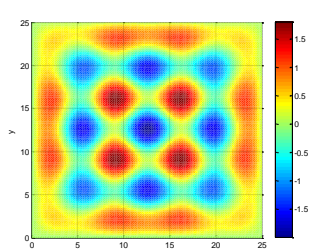
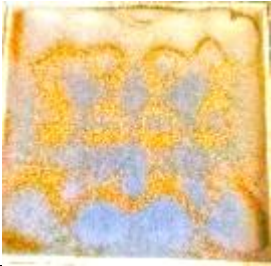
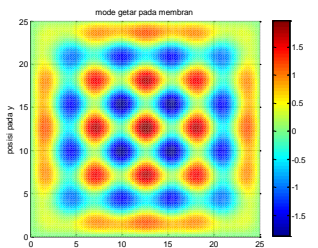
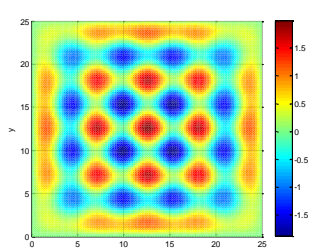

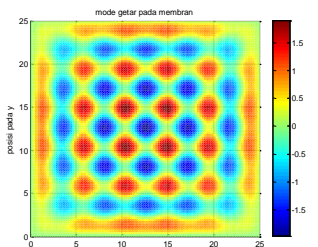
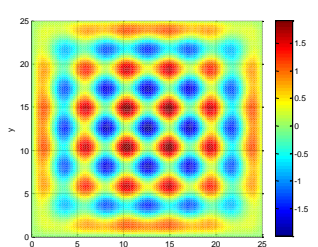

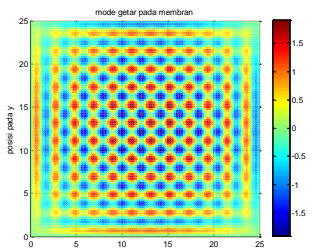
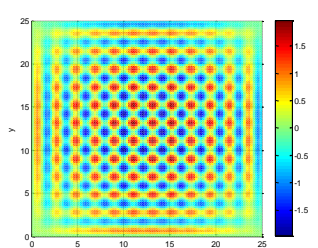
pola mode getar hasil analitik dan numerik memiliki kesamaan dengan pola mode getar hasil eksperimen. Frekuensi pola mode getar hasil numerik dan analitik memiliki nilai yang sama, sedangkan jika dibandingkan dengan frekuensi mode getar eksperimen terdapat sedikit perbedaan. Perbedaan nilai frekuensi ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor antara lain: nilai konstanta-konstanta yang digunakan dan pembacaan frekuensi saat eksperimen.

Perbandingan mode getar hasil analitik, numerik, dan eksperimen dapat dilihat pada Tabel-Tabel berikut.

1. Mode Getar pada Membran Bujur Sangkar

Tabel 4. 7 Perbandingan pola mode getar pada membran bujur sangkar secara analitik, numerik dan eksperimen

Pola Mode Getar Membran Bujur Sangkar Secara Analitik, Numerik dan Eksperimen			
Mode getar	Eksperimen Pola Mode Getar dan Frekuensi	Analitik Pola Mode Getar dan Frekuensi	Numerik Pola Mode Getar dan Frekuensi
1,1	42.6 Hz 	34.7 Hz 	34.7 Hz 
1,3	67.0 Hz 	77.6 Hz 	77.6 Hz 

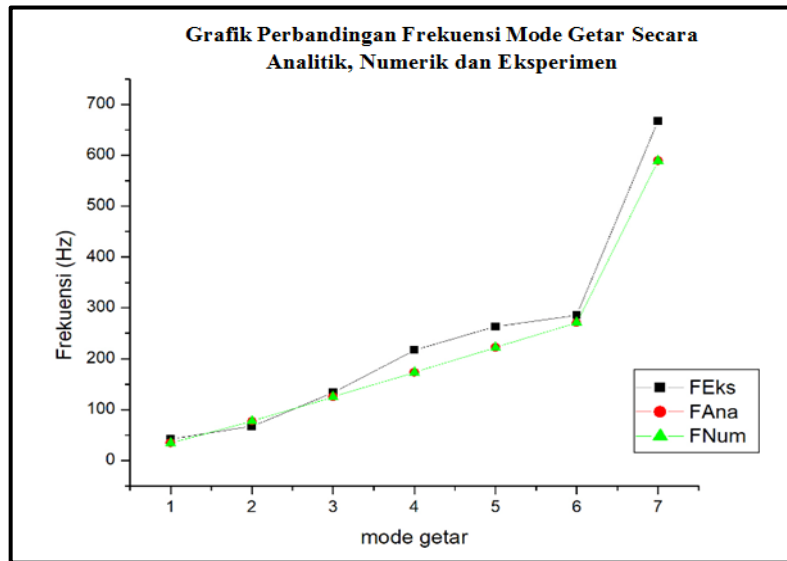
1,5	<p>133.3 Hz</p> 	<p>125.1 Hz</p> <p>mode getar pada membran</p> 	<p>125.1 Hz</p> 
1,7	<p>217.4 Hz</p> 	<p>173.5 Hz</p> <p>mode getar pada membran</p> 	<p>173.5 Hz</p> 
1,9	<p>263.2 Hz</p> 	<p>222.2 Hz</p> <p>mode getar pada membran</p> 	<p>222.2 Hz</p> 
1,11	<p>285.7 Hz</p> 	<p>271.0 Hz</p> <p>mode getar pada membran</p> 	<p>271.0 Hz</p> 
1,24	<p>666.7 Hz</p> 	<p>589.4 Hz</p> <p>mode getar pada membran</p> 	<p>589.4 Hz</p> 

Perbandingan frekuensi mode getar pada membran bujur sangkar dapat diamati pada Tabel 4.8 berikut

Tabel 4. 8 Perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen

mode	<i>m</i>	<i>n</i>	MEMBRAN BUJUR SANGKAR			
			FREKUENSI (Hz)			
			Eksperimen	Analitik	Numerik	selisih
1,1	1	1	42.6	34.7	34.7	7.9
1,3	1	3	67.0	77.6	77.6	10.6
1,5	1	5	133.3	125.1	125.1	8.2
1,7	1	7	217.4	173.5	173.5	43.9
1,9	1	9	263.2	222.2	222.2	41.0
1,11	1	11	285.7	271.0	271.0	14.7
1,24	1	24	666.7	589.4	589.4	77.3


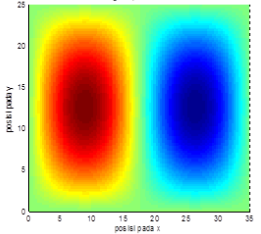
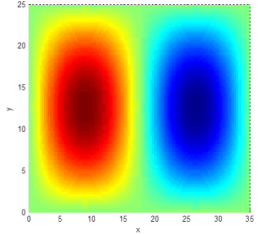

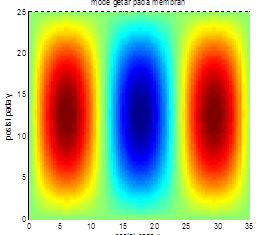
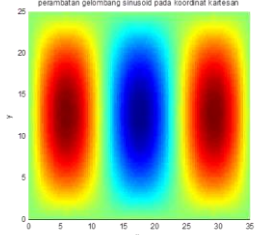
Berdasarkan Tabel di atas dapat diamati bahwa frekuensi mode getar hasil analitik dan numerik memiliki nilai yang sama, tetapi terdapat selisih nilai yang fluktuatif jika dibandingkan dengan frekuensi mode getar hasil eksperimen. Hal ini disebabkan karena pada persamaan numerik dan analitik menggunakan konstanta-konstanta yang didapatkan hanya berdasarkan pendekatan. Perbandingan nilai frekuensi secara analitik, numerik, dan eksperimen dapat ditampilkan pada grafik sebagai berikut.

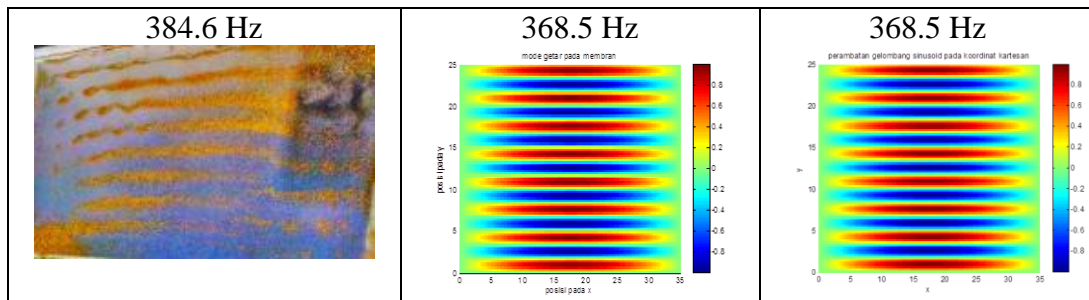


Gambar 4. 4 Grafik perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen

2. Mode Getar pada Membran Persegi Panjang

Tabel 4. 9 Perbandingan pola mode getar pada membran persegi panjang secara analitik, numerik dan eksperimen

Pola Mode Getar Membran Persegi Panjang Secara Analitik, Numerik dan Eksperimen		
Eksperimen	Analitik	Numerik
Pola Mode Getar dan Frekuensi 43.5 Hz 	Pola Mode Getar dan Frekuensi 42.8 Hz 	Pola Mode Getar dan Frekuensi 42.8 Hz 
57.1 Hz 	58.0 Hz 	58.0 Hz 

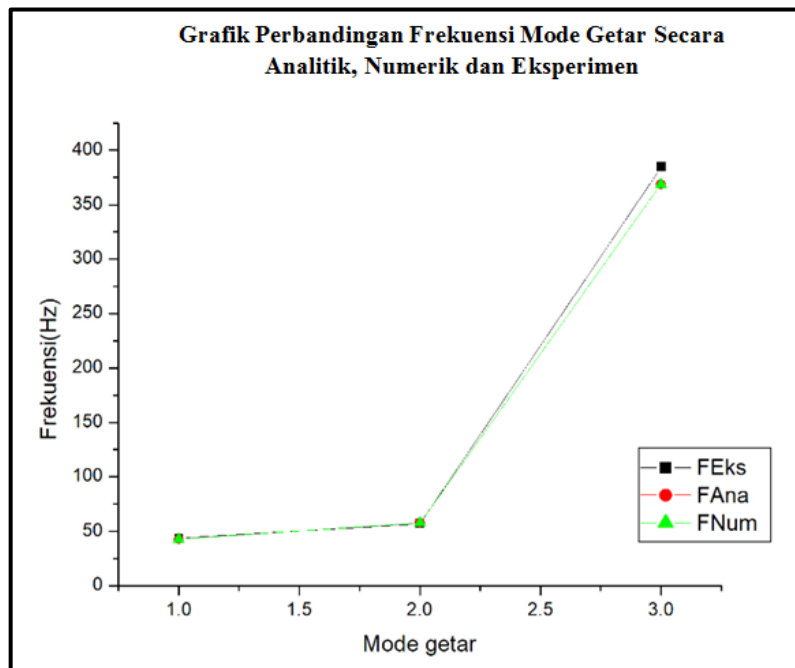


Perbandingan frekuensi mode getar pada membran persegi panjang dapat diamati pada Tabel 4.10 berikut

Tabel 4. 10 Perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen

mode	m	n	MEMBRAN PERSEGI PANJANG			
			FREKUENSI (Hz)			
			Eksperimen	Analitik	Numerik	Selisih
2,1	2	1	43.5	42.8	42.8	0.7
3,1	3	1	57.1	58.0	58.0	0.9
1,15	1	15	384.6	368.5	368.5	16.1

Berdasarkan Tabel di atas dapat diamati bahwa frekuensi mode getar hasil analitik dan numerik memiliki nilai yang sama, tetapi terdapat selisih nilai yang sedikit berbeda jika dibandingkan dengan frekuensi mode getar hasil eksperimen. Nilai frekuensi numerik dan analitik memiliki kecenderungan yang hampir mendekati nilai hasil eksperimen dengan selisih yang tidak signifikan. Perbandingan nilai frekuensi secara analitik, numerik, dan eksperimen dapat ditampilkan pada grafik sebagai berikut.



Gambar 4. 5 Grafik perbandingan frekuensi mode getar secara analitik, numerik dan eksperimen

BAB V

PENUTUP

A. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan hasil penelitian yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

1. Pola mode getar yang terbentuk pada membran dipengaruhi oleh beberapa faktor antara lain: bentuk, ukuran dan frekuensi sumber. Membran berbentuk segi empat yang meliputi membran bujur sangkar berukuran $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ dan membran persegi panjang berukuran $25\text{ cm} \times 35\text{ cm}$ dengan kondisi batas *clamped edge* digetarkan menggunakan sumber yang terdiri dari serangkaian AFG (*Audio Function Generator*), *amplifier* dan *loudspeaker*. Getaran yang berasal dari sumber menyebabkan terjadinya getaran paksa yang memaksa membran bergetar sesuai dengan getaran sumbernya. Ketika frekuensi getaran sumber bertepatan dengan frekuensi alami membran maka akan terjadi peristiwa resonansi yang ditandai dengan amplitudo getaran yang besar sehingga membuat pasir-pasir pada permukaan membran bergerak membentuk suatu pola mode getar.
2. Solusi akhir mode getar pada membran segi empat yang meliputi bujur sangkar dan persegi panjang dengan kondisi batas *clamped edge* secara analitik dapat dirumuskan sebagai berikut

$$U_{mn}(x, y) = \bar{A}_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Berdasarkan pendekatan Taylor, solusi akhir secara numerik dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$U_{i,j}^{n+1} = (\lambda_1 (U_{i+1,j}^n + U_{i-1,j}^n - 2U_{i,j}^n) + \lambda_2 (U_{i,j+1}^n + U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n)) - U_{i,j}^{n-1} + 2U_{i,j}^n$$

Hasil *plot* grafik berdasarkan metode analitik dan numerik menghasilkan pola-pola mode getar yang sama dengan mode getar hasil eksperimen dengan nilai frekuensi yang mendekati frekuensi eksperimen.

B. SARAN

Tindak lanjut yang disarankan dalam penelitian ini antara lain:

1. Penelitian selanjutnya sebaiknya memperbaiki variabel-variabel dalam penelitian ini antara lain: kondisi batas, regangan pada membrane dan konstanta-konstanta yang digunakan agar lebih akurat.
2. Penelitian selanjutnya sebaiknya melakukan variasi bentuk, ketebalan dan elastisitas membran yang digunakan sehingga dapat digunakan sebagai pembanding untuk lebih memahami karakteristik mode getar berdasarkan struktur bahan yang digunakan.

DAFTAR PUSTAKA

- Causon, D.M. & Mingham, C.G. 2010. *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*. Frederiksberg: Ventus Publishing ApS.
- King, G. C. (2009). *Vibrations and Waves*. Manchester: John Wiley & Sons Ltd
- Kreuzig, Erwin. 2011. *Advanced Engineering Mathematics Tenth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Leissa, A. W. & Qatu, M. S. (2011). *Vibrations of Continuous Systems*. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Serway, R. A. & Jewett, J. W. (2009). *Fisika untuk Sains dan Teknik* (6th ed). (Terjemahan Chriswan Sungkono). Jakarta: Penerbit Salemba Teknik. (Edisi asli diterbitkan tahun 2004 oleh Cengage Learning Asia Pte Ltd. Singapore).
- Smith, G. D. 1985. *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. New York: Oxford University Press.
- Soedjo, P. (1999). *Fisika Dasar*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.
- Tipler, P. A. (1998). *Fisika untuk Sains dan Teknik*. (Terjemahan Lea Prasetio). Jakarta: Erlangga. (Edisi asli diterbitkan tahun 1991 oleh Worth Publisher, Inc.).