

**ANALISIS MODE GETAR PELAT SEGI EMPAT SECARA ANALITIK
DAN EKSPERIMEN**

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Negeri Yogyakarta untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Sains



Oleh:
Iin Dwi Lestari
NIM 14306141022

**PROGRAM STUDI FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2018

LEMBAR PERSETUJUAN

Tugas Akhir Skripsi dengan Judul

ANALISIS MODE GETAR PELAT SEGI EMPAT SECARA ANALITIK DAN EKSPERIMEN

Disusun oleh:

Iin Dwi Lestari
NIM 14306141022

telah memenuhi syarat dan disetujui oleh Dosen Pembimbing untuk dilaksanakan
Ujian Akhir Tugas Akhir Skripsi bagi yang bersangkutan.

Yogyakarta, 13-8-2018

Mengetahui,
Ketua Program Studi

Disetujui,
Dosen Pembimbing

Nur Kadarisman, M.Si.
NIP. 19640205 199101 1 001

Agus Purwanto, M.Sc.
NIP. 19650813 199512 1 001

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Iin Dwi Lestari
NIM : 14306141022
Program Studi : Fisika
Judul TAS : **Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara
Analitik dan Eksperimen**

menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Yogyakarta, 13 Agustus 2018

Yang menyatakan,



Iin Dwi Lestari
NIM. 14306141022

HALAMAN PENGESAHAN

Tugas Akhir Skripsi

ANALISIS MODE GETAR PELAT SEGI EMPAT SECARA ANALITIK

DAN EKSPERIMEN

Disusun oleh:

Iin Dwi Lestari
NIM 14306141022

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir Skripsi Program Studi Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta dan dinyatakan lulus pada tanggal 16-8-2018.

DEWAN PENGUJI

Nama/Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Agus Purwanto, M.Sc. /Ketua Penguji NIP. 19650813 199512 1 001		<u>21-8-2018</u>
Dr. Ariswan /Penguji Utama NIP. 19590914 198803 1 003		<u>20-8-2018</u>
Wipar Sunu Brams D, Ph.D./Penguji Pendamping NIP. 19800129 200501 1 003		<u>21-8-2018</u>

Yogyakarta, 21-8-18
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan,



Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

MOTTO

“Sesungguhnya, sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(Q.S. Al-Insyiroh: 5).

“Sesungguhnya jika engkau meninggalkan sesuatu karena Allah, niscaya Allah akan memberi ganti padamu dengan yang lebih baik”

(HR. Ahmad 5: 363).

PERSEMBAHAN

Tugas Akhir Skripsi ini kupersembahkan kepada:

Ibu dan Ayah Tercinta

Sebagai tanda bakti, hormat, dan rasa terima kasih yang tiada terhingga kupersembahkan karya ini kepada Ibu dan Ayah yang telah memberikan kasih sayang, segala dukungan dan doa yang tak pernah henti, serta cinta kasih yang tak terhingga. Semoga ini menjadi langkah awal untuk membuat Ibu dan Ayah bahagia.

ANALISIS MODE GETAR PELAT SEGI EMPAT SECARA ANALITIK DAN EKSPERIMEN

Oleh:
Iin Dwi Lestari
14306141022

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis mode getar yang muncul pada pelat aluminium segi empat dengan kondisi batas dijepit (*clamped/fixed boundaries*) yang bergetar pada frekuensi tertentu. Analisis mode getar pelat dilakukan secara analitik dan eksperimen, di mana pola-pola mode getar yang muncul pada eksperimen merupakan penyelesaian persamaan getaran pelat segi empat dimensi 2 pada koordinat kartesius.

Metode penelitian yang digunakan adalah metode analitik dan eksperimen. Analisis mode getar secara eksperimen dilakukan dengan menggetarkan pelat aluminium segi empat yang bersumber dari serangkaian *sound system* sederhana. Mode getar pelat akan muncul ketika frekuensi alami pelat beresonansi dengan frekuensi getaran sumber. Mode getar pelat yang muncul pada eksperimen, selanjutnya dibandingkan hasilnya dengan simulasi mode getar pelat secara analitik.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa frekuensi resonansi dapat memunculkan mode getar pada pelat. Mode getar pelat aluminium segi empat hasil analisis secara teori menghasilkan pola-pola yang memiliki kecenderungan sama atau mendekati pola mode getar pelat secara eksperimen pada nilai frekuensi tertentu.

Kata kunci: mode getar, pelat segi empat, frekuensi resonansi.

THE ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF RECTANGULAR PLATES VIBRATION MODES

By:
Iin Dwi Lestari
14306141022

ABSTRACT

This research aimed to analyze modes of vibration occurring in rectangular aluminium plate in clamped/fixed boundaries condition at certain frequencies. The analysis of modes of vibration was conducted analytically and experimentally in which the modes of vibration that appeared on experiment was the solution of rectangular plate vibration equations in 2-dimensional Cartesian coordinates.

The research methods applied were analytic and experimental methods. The analysis of modes of vibration was conducted experimentally by vibrating rectangular aluminium plate using a series of simple sound system. The modes of vibration of plate would occur when natural frequency of plate resonated with the vibration frequency of the source. The modes of vibration occurring in the experiment were then compared with the simulation of plate vibration mode found analytically.

The result of the research showed that resonance frequency could generate modes of vibration on plate. The modes of vibration of rectangular aluminum plate as a result of the theoretical analysis had the same trend or close to the mode of vibration found experimentally at certain frequencies.

Key words: *modes of vibration, rectangular plate, resonance frequency.*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas berkat rahmat dan karunia-Nya, Tugas Akhir Skripsi dalam rangka untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk mendapatkan gelar Sarjana Sains dengan judul “**Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Analitik dan Eksperimen**” dapat disusun sesuai dengan harapan.

Tugas Akhir Skripsi ini dapat diselesaikan tidak lepas dari bantuan dan kerjasama dengan pihak lain. Berkenaan dengan hal tersebut, penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada:

1. Dr. Hartono, M.Si. selaku Dekan FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan banyak kemudahan dan fasilitas selama melakukan studi.
2. Yusman Wiyatmo, M.Si. dan Nur Kadarisman, M.Si. selaku Ketua Jurusan Pendidikan Fisika dan Ketua Prodi Fisika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ijin penelitian tugas akhir skripsi ini.
3. Agus Purwanto, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing skripsi yang senantiasa memberikan bimbingan dengan penuh kesabaran, pengarahan, ilmu, kritik dan saran yang sangat membangun sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
4. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Fisika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang senantiasa memberikan ilmu pengetahuan yang akan menjadi bekal yang sangat bermanfaat.

5. Rekan penelitian, Adita Meisya Kusuma yang telah menemani dan membantu proses pengambilan data dalam penelitian tugas akhir skripsi ini.
6. Teman-teman Kolega Fisika 2014 yang selalu memberikan motivasi dan semangat.
7. Seluruh pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir Skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh sebab itu, kritik yang membangun akan diterima dengan senang hati untuk perbaikan lebih lanjut. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi masyarakat dan dunia pendidikan.

Yogyakarta, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
MOTTO.....	v
PERSEMBAHAN.....	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Identifikasi Masalah.....	3
C. Pembatasan Masalah.....	4
D. Rumusan Masalah.....	4
E. Tujuan Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	7
A. Kajian Teori.....	7
1. Teori Getaran.....	7
2. Getaran pada Sistem Kontinu	12
3. Pemodelan Matematis Sistem Getar	17
4. Teori Pelat Tipis	21
5. <i>Experimental Modal Analysis (EMA)</i>	32

B. Kerangka Berpikir	34
BAB III METODE PENELITIAN	37
A. Waktu dan Tempat Penelitian	37
B. Variabel Penelitian.....	37
C. Instrumen Penelitian dan Program Analisis	38
1. Instrumen Penelitian	38
2. Program Analisis	41
D. Teknik Pengambilan Data	41
E. Teknik Analisis Data	42
F. Diagram Alir Tahapan Penelitian	45
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	46
A. Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Eksperimen.....	46
B. Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Analitik.....	53
C. Perbandingan Hasil Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Analitik dan Eksperimen	70
BAB V PENUTUP	81
A. Kesimpulan.....	81
B. Saran	82
DAFTAR PUSTAKA	84
LAMPIRAN	85

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Pola Mode Getar Pelat Persegi Panjang Kondisi Batas <i>Clamped</i>	67
Tabel 2. Pola Mode Getar Pelat Bujur Sangkar Kondisi Batas <i>Clamped</i>	68
Tabel 3. Perbandingan Pola Mode Getar Pelat Persegi Panjang	71
Tabel 4. Perbandingan Frekuensi Mode Getar Pelat Persegi Panjang.....	75
Tabel 5. Perbandingan Pola Mode Getar Pelat Bujur Sangkar	76
Tabel 6. Perbandingan Frekuensi Mode Getar Pelat Bujur Sangkar	79

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1: Macam-macam Perpindahan/Gerak	10
Gambar 2: Getaran dari Sistem Pegas-Massa	11
Gambar 3: Pendulum Sederhana	14
Gambar 4: Sistem dengan Variasi Derajat Kebebasan	14
Gambar 5: Pemodelan Balok Kantilever.....	16
Gambar 6: Sketsa pelat tak beraturan beserta kondisi batasnya.....	25
Gambar 7: Perubahan dan deformasi elemen pelat	26
Gambar 8: Skema alat eksperimen pola mode getar pelat.	40
Gambar 9: Pelat segi empat dengan kondisi batas <i>clamped</i>	46
Gambar 10: Kondisi pelat sebelum dan sesudah diberi getaran.....	48
Gambar 11: Terjadinya gelombang stasioner pada tali.....	50
Gambar 12: Pola mode getar pelat segiempat hasil eksperimen.	52
Gambar 13: Grafik perbandingan nilai frekuensi mode getar secara analitik dan eksperimen pelat bujur sangkar.....	76
Gambar 14: Grafik perbandingan nilai frekuensi mode getar secara analitik dan eksperimen pelat persegi panjang.	80

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pola Mode Getar Pelat Segi Empat Hasil Eksperimen	85
---	----

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Fenomena alam dan berbagai aktivitas manusia dalam kehidupan sehari-hari selalu melibatkan getaran, baik dalam satu bentuk ke bentuk lainnya. Pengetahuan dan pemanfaatan getaran baru-baru ini mengalami perkembangan yang sangat pesat. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya penelitian dan pengkajian ilmu getaran yang diaplikasikan dalam bidang rekayasa teknologi, seperti desain mesin, pondasi, struktur bahan, pengujian material yang bergetar, dan berbagai sistem kontrol dalam unit elektronik.

Di satu sisi, getaran sangat bermanfaat untuk aplikasi rekayasa teknologi, namun di sisi lain, ada banyak kasus kerusakan sebagai efek dari getaran yang berlebihan, misalnya pada struktur teknik. Berbagai desain mesin dalam suatu industri teknik sudah pasti selalu menimbulkan getaran. Apabila getaran pada mesin terjadi terus menerus dalam kurun waktu yang lama, akan dapat menimbulkan kerusakan yang terjadi pada struktur mesin dan material-material di sekitarnya yang ikut bergetar karena resonansi. Oleh karena itu dengan meninjau contoh permasalahan tersebut, salah satu tujuan penting dari studi getaran dalam kasus ini adalah untuk mengurangi efek merugikan dari getaran melalui studi karakteristik getaran suatu sistem sebelum menyelesaikan desain struktur yang tepat dan akurat.

Karakteristik getaran struktur bahan yang sangat penting untuk dikaji salah satunya adalah getaran pada pelat tipis. Getaran pada pelat tipis menjadi permasalahan yang cukup serius dan perlu dikaji mengingat banyak bidang ilmu dalam kehidupan sehari-hari, khususnya di bidang teknik dan industri yang membutuhkan perancangan struktur menggunakan pelat (bidang teknik penerbangan, teknik sipil, industri kereta api, dan mekanik).

Pelat secara umum didefinisikan sebagai bahan padat yang dibatasi oleh dua permukaan datar sejajar yang memiliki dua dimensi yang jauh lebih besar dari dimensi yang ketiga. Secara khusus, pelat dengan berbagai variasi bentuk, kondisi batas, dan komposisi penyusun struktur bahan sering menjadi permasalahan dalam dunia teknik. Sebagai tindak lanjut dari permasalahan ini, terdapat banyak topik penelitian yang bertujuan untuk mendapatkan solusi dari permasalahan getaran pada pelat tipis ini.

Analisis getaran pelat pada suatu struktur bahan dengan bentuk, kondisi batas, dan sifat material yang bervariasi akan membutuhkan metode yang bervariasi pula dalam penyelesaiannya. Berbagai metode seperti metode analitik maupun numerik dapat digunakan untuk mengetahui mode getar suatu struktur bahan pelat sehingga karakteristik getaran dan sifat dinamis dari suatu bahan dapat diidentifikasi.

Apabila suatu pelat diberi getaran dengan frekuensi tertentu, pelat tersebut akan bergetar dan membentuk pola-pola atau mode getar sesuai nilai frekuensi yang diberikan. Hubungan antara frekuensi dan mode getar yang dihasilkan pada pelat tipis dapat dikaji menggunakan eksperimen analisis

mode dan diinterpretasikan secara matematis dalam bentuk persamaan diferensial.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah, dapat dilakukan identifikasi masalah sebagai berikut:

1. Karakteristik getaran pada setiap struktur bahan perlu diketahui secara detail sebelum menyelesaikan desain struktur menggunakan bahan tertentu (misalnya getaran pada pelat tipis).
2. Mode getar pelat sangat penting untuk diketahui karena dengan mengetahui mode, frekuensi fundamental suatu pelat dapat ditemukan sehingga karakteristik dinamis struktur suatu pelat akan lebih mudah diidentifikasi.
3. Kondisi setiap pelat memerlukan analisis dan solusi berbeda-beda tergantung pada jenis, bentuk, dan kondisi batas pelat yang akan diteliti.
4. Belum banyak peneliti Indonesia yang melakukan penelitian mengenai analisis mode getar pelat, khususnya pelat tipis segi empat.
5. Analisis mode getar pada pelat secara teori perlu dibuktikan keakuratannya berdasarkan eksperimen.
6. Metode penyelesaian analisis mode getar pelat dengan solusi analitik masih belum diuraikan secara detail untuk kasus pelat segi empat dengan kondisi batas *clamped/ fixed boundaries*.

C. Pembatasan Masalah

Ruang lingkup kajian dalam penelitian ini dibatasi pada analisis mode getar pelat alumunium segi empat yang meliputi pelat berbentuk bujur sangkar dengan ukuran 25 cm x 25 cm x 0,00419 cm dan pelat persegi panjang dengan ukuran 20 cm x 30 cm x 0,00419 cm pada kondisi batas *clamped/fixed boundaries* menggunakan metode *Experimental Modal Analysis (EMA)*. Hasil analisis mode getar pelat menggunakan metode *EMA* kemudian dibandingkan dengan simulasi pola mode getar yang dihasilkan berdasarkan penyelesaian secara analitik (dianalisis secara matematis menggunakan persamaan differensial orde empat).

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan pembatasan masalah di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana cara menentukan pola mode getar pelat alumunium segi empat (meliputi pelat persegi panjang dan bujur sangkar) pada kondisi batas *clamped/fixed boundary* menggunakan metode *Experimental Modal Analysis (EMA)*?
2. Bagaimana analisis mode getar pelat alumunium segi empat (meliputi pelat persegi panjang dan bujur sangkar) pada kondisi batas *clamped/fixed boundary* yang dirumuskan secara matematis menggunakan metode analitik?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk menentukan pola mode getar pelat alumunium segi empat (meliputi pelat persegi panjang dan bujur sangkar) pada kondisi batas *clamped/fixed boundary* menggunakan *Experimental Modal Analysis (EMA)*.
2. Untuk menganalisis mode getar pelat alumunium segi empat (meliputi pelat persegi panjang dan bujur sangkar) pada kondisi batas *clamped/fixed boundary* yang dirumuskan secara matematis menggunakan metode analitik.

F. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi beberapa pihak antara lain:

1. Bagi Penulis

Dapat memahami cara menentukan pola mode getar pelat alumunium segi empat pada kondisi batas *clamped/fixed boundaries* menggunakan metode *Experimental Modal Analysis* dan membandingkan hasilnya berdasarkan solusi analitik.

2. Bagi Pihak Lain

Dapat memberikan tambahan informasi dan wawasan pengetahuan mengenai analisis mode getar pelat, khususnya pelat tipis

segi empat, dengan kondisi batas *clamped/fixed boundaries* sehingga dapat dijadikan sebagai bahan referensi pada penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Teori Getaran

a. Definisi getaran

Getaran secara umum didefinisikan sebagai suatu gerakan bolak-balik benda atau partikel secara periodik melalui titik kesetimbangan. Menurut Leissa *and* Qatu (2011:1), berdasarkan *Webster's New Collegiate Dictionary* getaran didefinisikan sebagai "gerakan periodik partikel-partikel dari suatu medium dalam arah berlawanan secara bergantian dari posisi keseimbangan di mana keseimbangan itu telah terganggu". Dalam sumber yang sama, "periodik" didefinisikan sebagai "gerakan berulang secara berkala".

Getaran adalah osilasi sistem mekanis/struktural yang dimulai ketika elemen inersia pada sistem dipindahkan dari posisi kesetimbangannya karena adanya energi luar yang diberikan kepada sistem. Gaya pemulih atau gaya konservatif yang terkandung di dalam elemen energi potensial sistem menyebabkan elemen inersia tertarik kembali ke arah kesetimbangan (Kelly, 2012:1).

Suatu sistem getar secara umum merupakan sarana untuk menyimpan energi potensial (pegas atau elastisitas), energi kinetik (massa atau inersia), dan energi disipasi (redaman). Getaran suatu

sistem melibatkan transfer energi potensial ke energi kinetik dan energi kinetik ke energi potensial secara bergantian. Apabila sistem teredam, sebagian energi akan berkurang dalam setiap periode getaran dan harus diganti oleh sumber energi lain dari luar sistem jika keadaan getaran harus dipertahankan dalam kondisi stabil (Rao, 2011:13).

b. Klasifikasi getaran

Menurut Rao (2011:17) dalam buku *Mechanical Vibration*, getaran dapat diklasifikasikan dalam beberapa macam. Beberapa klasifikasi penting getaran antara lain adalah sebagai berikut.

1) Getaran Bebas dan Getaran Paksa

Apabila suatu sistem setelah diberikan gangguan awal dibiarkan bergetar sendiri, getaran berikutnya dikenal sebagai getaran bebas, dimana dalam kondisi ini tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada sistem. Dalam getaran bebas, sistem mekanis elemen-elemen di dalamnya sangat ditentukan oleh kondisi awal, seperti perpindahan, kecepatan atau percepatan untuk kemudian dibiarkan bergetar dengan bebas tanpa interaksi gaya lebih lanjut. Sistem mekanis dalam getaran bebas akan berosilasi sesuai dengan frekuensi alaminya sampai berhenti karena efek redaman.

Apabila suatu sistem mengalami gaya eksternal (secara berulang), getaran yang dihasilkan dikenal sebagai getaran paksa. Apabila frekuensi gaya eksternal bertepatan dengan salah satu frekuensi alami dari sistem, kondisi ini dikenal sebagai peristiwa

resonansi dan sistem mengalami osilasi besar yang berbahaya. Adanya peristiwa kegagalan struktur seperti bangunan, jembatan, turbin, dan sayap pesawat sangat erat kaitannya dengan terjadinya resonansi ini.

2) Getaran selaras dan getaran teredam

Apabila tidak ada energi yang hilang pada sistem atau hilang dalam gesekan atau hambatan lain selama osilasi, getaran ini dikenal sebagai getaran yang tidak teredam atau getaran selaras. Apabila ada energi yang hilang pada sistem selama osilasi terjadi, getaran disebut getaran teredam.

3) Getaran linear dan nonlinier

Jika semua komponen dasar dari sistem getaran pegas, massa, dan redaman berperilaku linier, getaran yang dihasilkan dikenal sebagai getaran linier. Namun, jika salah satu komponen dasar berperilaku nonlinear, getaran disebut getaran nonlinier.

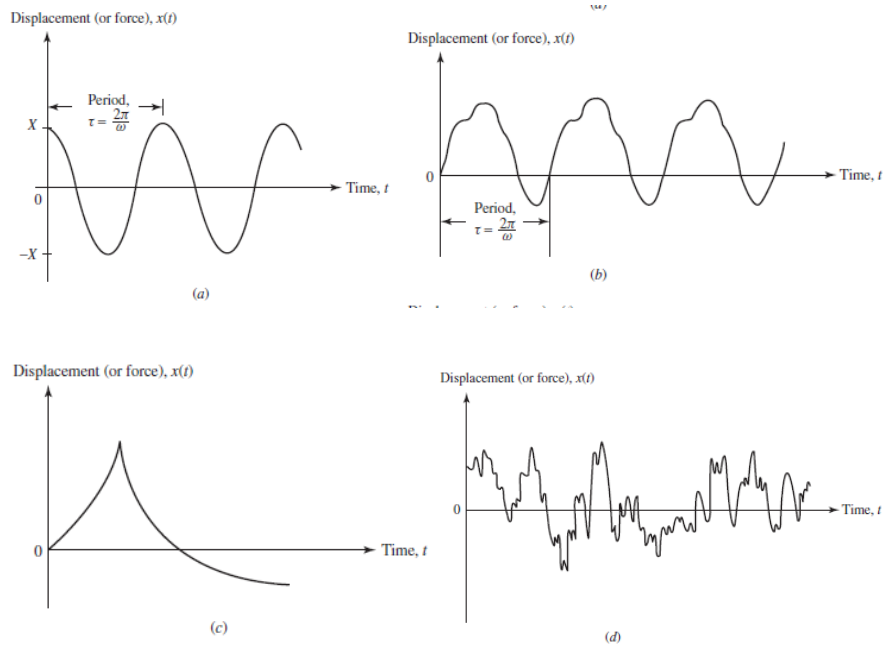
c. Teori getaran

Teori getaran berkaitan dengan studi gerakan osilasi benda dan gaya yang terkait di dalamnya. Gerakan osilasi yang ditunjukkan pada Gambar 1 (a) disebut gerakan harmonik dan dinyatakan dengan persamaan

$$x(t) = X \cos \omega t \quad (2.1)$$

di mana X disebut amplitudo gerak, ω adalah frekuensi gerak, dan t adalah waktu. Gerakan yang ditunjukkan pada Gambar 1 (b) disebut

gerakan periodik, Gambar 1 (c) disebut gerakan nonperiodik atau transient, dan gerakan yang ditunjukkan pada Gambar 1 (d) adalah getaran nonperiodik acak.

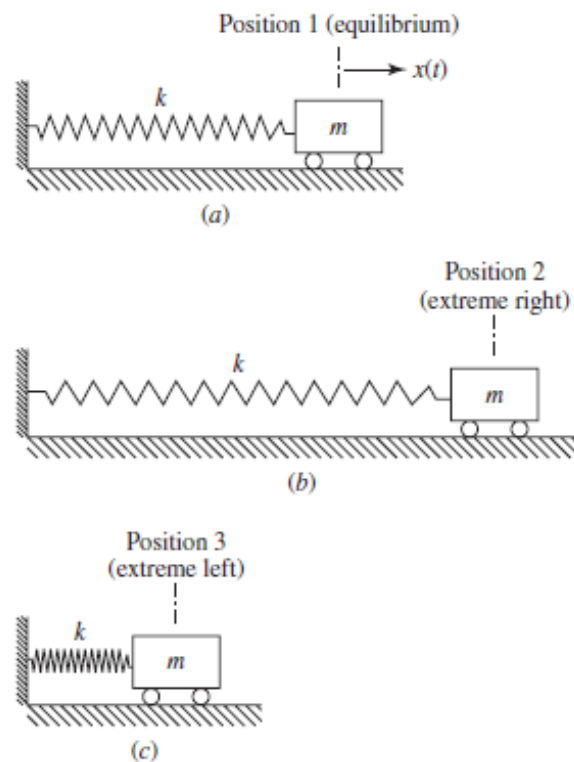


Gambar 1. Macam-macam perpindahan/gerak: (a) harmonik sederhana periodik; (b) periodik, nonharmonik; (c) tidak periodik, transient; (d) tidak periodik, acak (Rao, 2007:2-3).

Fenomena getaran melibatkan pertukaran secara bergantian antara energi potensial ke energi kinetik dan energi kinetik ke energi potensial. Oleh karena itu, setiap sistem yang bergetar harus memiliki komponen yang menyimpan energi potensial dan energi kinetik. Komponen-komponen yang menyimpan energi potensial dan kinetik disebut sebagai pegas (elemen elastis) dan elemen massa (inersia).

Gerakan berulang yang terkait dengan getaran dapat dijelaskan melalui gerakan massa pada permukaan yang halus, seperti ditunjukkan pada Gambar 2. Massa terhubung ke pegas linear dan

diasumsikan berada dalam kesetimbangan pada posisi 1. Massa m kemudian diberi perpindahan awal ke posisi 2 dan dilepaskan dengan kecepatan nol. Pada posisi 2, pegas dalam kondisi memanjang maksimum, dan karenanya energi potensial pegas juga maksimum, sedangkan energi kinetik dari massa adalah nol karena kecepatan awal diasumsikan nol. Karena kecenderungan pegas untuk kembali ke kondisi yang tidak teregang, akan ada gaya yang menyebabkan massa m bergerak ke kiri.



Gambar 2. Getaran dari sistem pegas-massa: (a) sistem dalam kesetimbangan; (b) sistem di posisi kanan (pegas meregang); (c) sistem di posisi kiri (pegas dikompresi) (Rao, 2007:3).

Ketika massa bergerak dari posisi 1 ke kiri, kecepatannya akan secara bertahap menurun sampai mencapai nilai nol pada posisi 3.

Sekali lagi, karena kecenderungan pegas untuk kembali ke kondisi tidak terkompresi, akan ada gaya yang menyebabkan massa m bergerak ke kanan dari posisi 3. Kecepatan massa akan meningkat secara bertahap ketika bergerak dari posisi 3 ke posisi 1. Pada posisi 1, semua energi potensial pegas telah diubah menjadi energi kinetik sehingga kecepatan massa akan menjadi maksimum. Dengan demikian, massa terus bergerak ke kanan sampai mencapai posisi 2. Peristiwa tersebut merupakan salah satu contoh satu siklus gerakan massa dan prosesnya berulang, sehingga gerakan massa tersebut dinamakan gerakan osilasi (Rao, 2007:4).

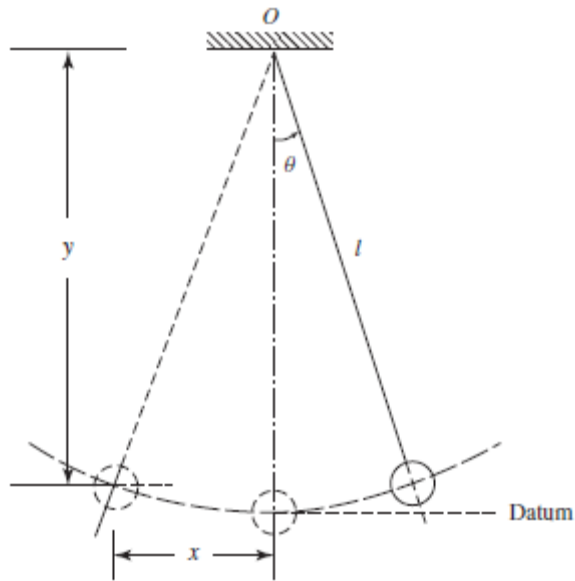
2. Getaran pada Sistem Kontinu

Model sistem dinamis dapat dibagi menjadi dua jenis yaitu, sistem diskrit dan sistem kontinu. Setiap sistem memiliki parameter sistem seperti massa, redaman, dan kekakuan atau elastisitas. Sistem diskrit digambarkan secara matematis oleh variabel yang hanya tergantung pada waktu, sedangkan sistem kontinu digambarkan oleh variabel yang tergantung pada waktu dan ruang. Dengan demikian, persamaan gerak sistem diskrit dijelaskan oleh persamaan diferensial biasa (PDB), sedangkan persamaan gerak untuk sistem kontinu dijelaskan dengan persamaan diferensial parsial (PDP).

Untuk menggambarkan suatu sistem, kita perlu mengetahui variabel atau koordinat yang menggambarkan sistem yang dikenal sebagai

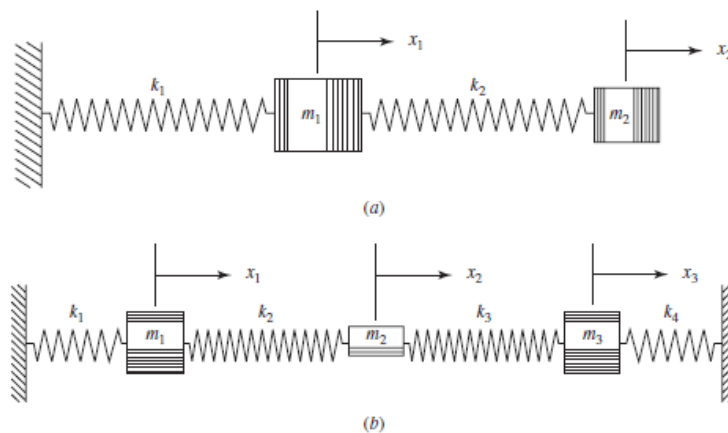
derajat kebebasan (*Degree Of Freedom*). *Degree of Freedom* atau derajat kebebasan didefinisikan sebagai jumlah minimum variabel bebas yang diperlukan untuk menggambarkan gerakan suatu sistem. Sistem dengan jumlah derajat kebebasan terbatas disebut sistem parameter diskrit, sedangkan sistem dengan jumlah derajat kebebasan tak terbatas disebut sistem kontinu (Chakraverty, 2009:3).

Derajat kebebasan suatu sistem ditentukan oleh jumlah minimum koordinat bebas yang diperlukan untuk menggambarkan posisi semua bagian sistem pada setiap saat. Sebagai contoh, sistem yang ditunjukkan pada Gambar 2 adalah sistem dengan derajat kebebasan tunggal karena satu koordinat $x(t)$ cukup untuk menggambarkan posisi massa dari posisi kesetimbangannya pada setiap waktu. Demikian pula, pendulum sederhana yang ditunjukkan pada Gambar 3 juga menunjukkan sistem dengan derajat kebebasan tunggal. Alasannya adalah bahwa posisi bandul sederhana selama mengalami pergerakan dapat dijelaskan dengan menggunakan koordinat sudut tunggal θ . Meskipun posisi bandul sederhana dapat dinyatakan dalam koordinat Cartesian x dan y , dua koordinat x dan y tidak bersifat bebas, karena terkait satu sama lain yang dinyatakan dalam persamaan $x^2 + y^2 = l^2$, di mana l adalah panjang konstan dari bandul. Jadi, bandul adalah sistem dengan satu derajat kebebasan.



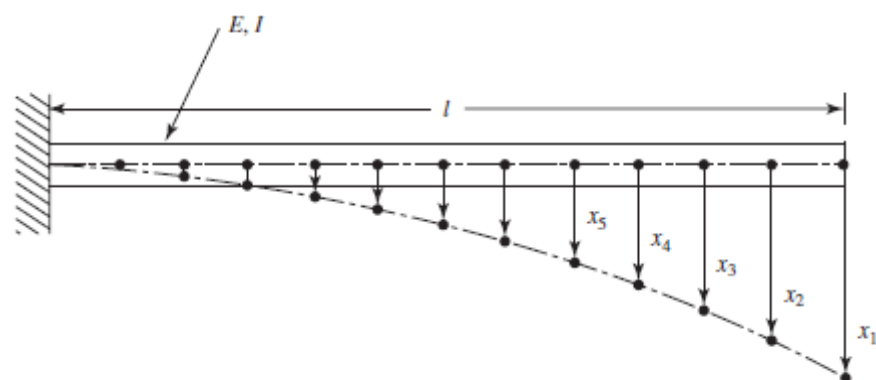
Gambar 3. Pendulum sederhana.

Sistem massa-pegas-teredam yang ditunjukkan pada Gambar 4 (a) dan (b) menunjukkan sistem dengan dua dan tiga derajat kebebasan, masing-masing karena sistem tersebut memiliki dua dan tiga massa yang menyebabkan perubahan posisi selama waktu getaran. Dengan demikian, sistem *multi degree-of-freedom* dapat dianggap sebagai sistem yang terdiri dari titik massa yang dipisahkan oleh pegas dan peredam (Rao, 2007:13).

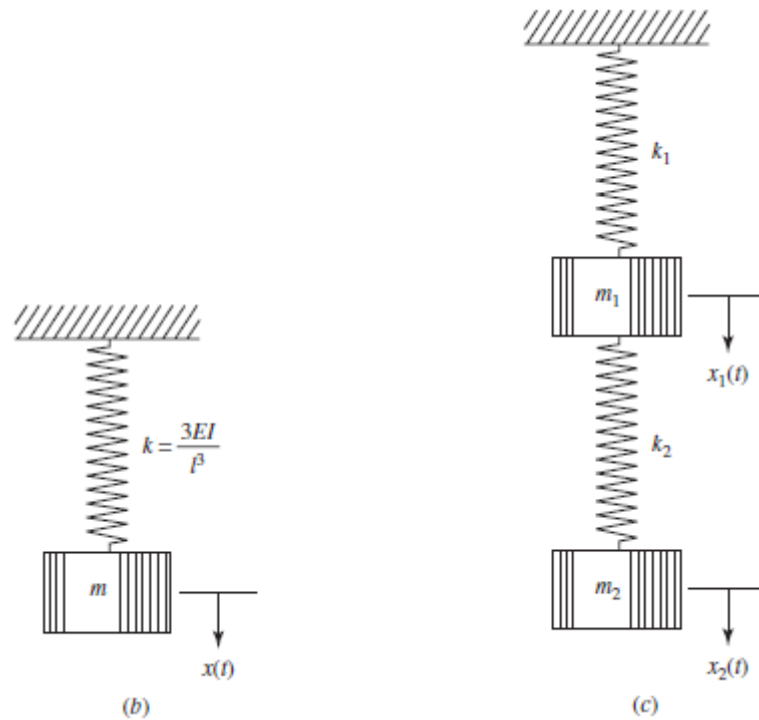


Gambar 4. Sistem dengan variasi derajat kebebasan: (a) 2 derajat kebebasan; (b) 3 derajat kebebasan (Rao, 2007:14).

Di sisi lain, dalam sistem kontinu, massa, elastisitas (atau fleksibilitas), dan redaman didistribusikan ke seluruh sistem. Selama getaran, masing-masing titik massa yang tak terhingga banyaknya bergerak relatif terhadap titik-titik massa lainnya secara terus menerus. Sistem ini juga dikenal sebagai sistem terdistribusi atau kontinu. Contoh sederhana dari sistem kontinu adalah balok kantilever yang ditunjukkan pada Gambar 5. Balok memiliki jumlah titik massa yang tak terbatas, oleh karena itu, jumlah koordinat yang diperlukan untuk menentukan bentuknya juga tak terhingga. Jumlah koordinat yang tak terbatas, pada kenyataannya menentukan kurva lengkung elastis dari balok. Dengan demikian, balok kantilever dianggap sebagai sistem dengan jumlah derajat kebebasan tak terbatas. Sebagian besar sistem mekanis dan struktural memiliki sifat elastisitas dan distribusi massa yang kontinu sehingga memiliki derajat kebebasan yang tak terbatas (Rao, 2007:14).



(a)



Gambar 5. Pemodelan balok kantilever, (a) sistem kontinu; (b) sistem 1 derajat kebebasan; dan (c) sistem 2 derajat kebebasan (Rao, 2007:15).

Untuk sistem dengan n -derajat kebebasan, terdapat paling banyak n frekuensi alami yang berbeda dari getaran yang dihasilkan dengan bentuk mode yang sesuai dengan masing-masing frekuensi alami. Di sisi lain, sebuah sistem kontinu akan memiliki jumlah frekuensi alami yang tak terbatas dengan satu bentuk mode yang sesuai dengan masing-masing frekuensi alami. Suatu sistem kontinu dapat didekati sebagai sistem diskrit, dan solusinya dapat diperoleh dengan cara yang lebih sederhana. Sebagai contoh, balok kantilever yang ditunjukkan pada Gambar 5 (a) dapat didekati sebagai sistem dengan satu derajat kebebasan dengan mengasumsikan massa balok menjadi massa titik terkonsentrasi yang

terletak di ujung bebas balok dan fleksibilitas kontinu didekati sebagai pegas linear sederhana seperti ditunjukkan pada Gambar 5 (b). Akurasi pendekatan ini dapat ditingkatkan dengan menggunakan model dua derajat kebebasan seperti ditunjukkan pada Gambar 5 (c), di mana massa dan fleksibilitas balok didekati oleh dua titik massa dan dua pegas linear (Rao, 2007:15).

3. Pemodelan Matematis Sistem Getar

Sistem yang akan dimodelkan secara matematis perlu diidentifikasi terlebih dahulu parameter-parameter yang ada di dalamnya sebelum dilakukan analisis lebih lanjut. Asumsi dibuat untuk menyederhanakan pemodelan. Ketika asumsi digunakan, sistem dimodelkan melalui cara pendekatan. Suatu pendekatan hanya dapat dilakukan jika solusi untuk masalah yang dihasilkan lebih mudah daripada solusi untuk masalah sebenarnya, dan dengan asumsi bahwa hasil pemodelan cukup akurat untuk penggunaan yang dimaksudkan.

Semua sistem fisis pada dasarnya tidak linier. Pemodelan matematika yang tepat dari setiap sistem fisis mengarah ke persamaan diferensial nonlinier, yang sering tidak memiliki solusi analitik. Oleh karena solusi eksak dari persamaan diferensial linier biasanya dapat ditentukan dengan mudah, asumsi sering dibuat untuk melinierkan suatu permasalahan.

Ketika menganalisis hasil pemodelan matematika, harus diingat bahwa model matematika hanya merupakan pendekatan ke sistem fisis yang sebenarnya. Perilaku sistem yang sebenarnya mungkin agak berbeda dari yang diprediksi menggunakan model matematika.

Pemodelan matematika dari sistem fisis membutuhkan penentuan variabel-variabel yang menggambarkan perilaku sistem. Umumnya, penyelesaian dari permasalahan getaran pada sistem fisis diatasi dengan analisis yang melibatkan persamaan diferensial.

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang terdiri dari turunan terhadap satu atau lebih variabel-variabel bebas. Apabila hanya terdapat satu variabel bebas yang diturunkan dari suatu persamaan, maka persamaan diferensial tersebut dinamakan persamaan diferensial biasa. Apabila pada persamaan diferensial terdapat dua atau lebih variabel bebas yang diasumsikan dan mengandung turunan parsial, maka persamaan ini dinamakan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial parsial biasanya mempunyai variabel bebas dalam dimensi ruang dan/atau waktu. Variabel bebas untuk dimensi ruang biasanya dinotasikan sebagai (x, y, z) , dengan tambahan variabel waktu menjadi (x, y, z, t) (Gunawan, 2016: 5).

Menurut Waluya (2006: 3), orde persamaan diferensial adalah tingkat dari turunan tertinggi yang termuat dalam persamaan tersebut. Derajat atau pangkat atau tingkat persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari turunan tertinggi pada persamaan diferensial tersebut.

Kegunaan utama mempelajari persamaan diferensial adalah mencari penyelesaian atau solusi persamaan diferensial tersebut. Pada dasarnya suatu solusi persamaan diferensial adalah suatu fungsi yang memenuhi persamaan diferensial tersebut. Pada penelitian ini, fokus kajian teori yang akan diulas adalah mengenai bentuk dan solusi umum persamaan diferensial parsial yang diperlukan dalam analisis getaran sistem kontinu, dalam hal ini adalah untuk menyelesaikan permasalahan getaran pada pelat tipis.

Berdasarkan hubungan dengan variabel bebasnya, persamaan diferensial dibedakan menjadi dua, yaitu persamaan diferensial linear dan persamaan diferensial non linear. Persamaan diferensial dikatakan linear apabila memenuhi syarat berikut (Ross, 1984: 5):

- a. Derajat dari variabel tak bebas dan turunan-turunannya adalah satu.
- b. Tidak ada perkalian antara variabel tak bebas dengan turunan-turunannya maupun perkalian antara turunan dengan turunannya.
- c. Tidak ada fungsi transenden dari variabel-variabel tak bebas.

Persamaan diferensial yang tidak memenuhi ketiga syarat tersebut dikatakan sebagai persamaan diferensial non linear.

Diberikan suatu persamaan diferensial linear orde- n dengan variabel tak bebas y dan satu variabel bebas x pada domain I dalam bentuk:

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x)$$

dengan $a_0 \neq 0$. Persamaan diferensial tersebut dikatakan homogen jika $f(x) = 0$, dan dikatakan tak homogen jika $f(x) \neq 0$ (Duffy, 2006: 8).

Berdasarkan definisi-definisi di atas, contoh bentuk persamaan diferensial parsial secara sederhana dapat dilihat pada persamaan-persamaan di bawah ini.

a. Persamaan diferensial parsial orde 1:

$$\frac{\partial w}{\partial x} - a \frac{\partial w}{\partial y} = f(x) \quad (2.2)$$

b. Persamaan diferensial parsial orde 2:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D w \frac{\partial w}{\partial y} = f(x) \quad (2.3)$$

c. Persamaan diferensial parsial orde- n :

$$A \frac{\partial^n w}{\partial x^n} + B \frac{\partial^n w}{\partial x^{n-1} \partial y} + C \frac{\partial^n w}{\partial x^{n-2} \partial y^2} + \dots + D \frac{\partial^n w}{\partial y^n} = f(x) \quad (2.4)$$

Persamaan diferensial secara umum mempunyai dua solusi, yaitu solusi umum dan solusi khusus. Solusi umum persamaan diferensial orde- n adalah solusi (baik dinyatakan secara eksplisit maupun implisit) yang memuat semua solusi yang mungkin pada suatu interval. Suatu solusi persamaan diferensial disebut solusi khusus jika solusi tersebut bebas dari sembarang konsanta.

Dalam penyelesaian persamaan diferensial parsial, diperlukan dua syarat (kondisi) tertentu untuk dapat memenuhi persamaan yang akan dicari (karena terdapat lebih dari satu variabel bebas). Kondisi yang diperlukan adalah kondisi awal dan kondisi batas. Kondisi awal atau

biasa disebut nilai awal adalah kondisi yang harus dipenuhi pada awal waktu tertentu (t_0). Sebagai contoh, suatu persamaan gelombang mempunyai nilai awal $u(x, t_0) = u(x, 0) = f(x)$. Nilai awal $u(x, t_0) = f(x)$ menyatakan bahwa pada saat $t_0 = 0$, bentuk gelombang yang diberikan adalah $f(x)$. Kondisi batas atau yang disebut syarat batas adalah suatu kondisi yang harus dipenuhi pada batas-batas domain ruang. Sebagai contoh, diberikan suatu persamaan gelombang dengan syarat batas $u(0, t) = u(l, t) = 0$. Syarat batas tersebut menunjukkan bahwa simpangan di titik $x = 0$ dan simpangan di titik $x = l$ pada sembarang waktu t dipertahankan nol (Strauss, 2007: 20).

Metode separasi variabel merupakan salah satu metode yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial. Prinsip dari separasi variabel yaitu mengubah persamaan diferensial parsial ke dalam persamaan diferensial biasa. Metode ini bertujuan untuk mereduksi persamaan diferensial parsial menjadi persamaan diferensial biasa (Humi and Miller, 1992: 42).

4. Teori Pelat Tipis

Pelat merupakan struktur bidang (permukaan) yang lurus (datar atau melengkung), yang tebalnya jauh lebih kecil dibanding dengan dimensi yang lain. Umumnya, pelat dikenai kondisi beban yang menyebabkan defleksi transversal pada pelat. Secara geometris, pelat

dapat mempunyai garis batas baik lurus ataupun melengkung (Balasubramanian, 2011: 1).

Teori dan analisis pada pelat dengan mengambil keuntungan dari perbedaan yang signifikan antara skala panjang, lebar dan tinggi ini digunakan untuk mengurangi masalah mekanika benda padat dimensi tiga disederhanakan melalui pendekatan dimensi dua. Tujuan dikajinya teori pelat adalah untuk menghitung deformasi dan tekanan pada pelat yang dikenai beban/gaya.

Analisis pelat secara umum dikategorikan menjadi dua jenis berdasarkan rasio ketebalan dan lebarnya, yaitu analisis pelat tebal dan analisis pelat tipis. Apabila rasio ketebalan dan lebar pelat kurang dari 0,1 dan defleksi maksimum kurang dari 1/10 ketebalan, maka pelat tersebut diklasifikasikan sebagai pelat tipis (Balasubramanian, 2011: 6).

Teori analisis pelat tipis yang terkenal dan banyak dikembangkan adalah teori pelat Kirchhoff (teori pelat klasik). Menurut Kirchhoff, asumsi dalam teori analisis pelat tipis dibuat dengan mempertimbangkan bidang *mid-surface* yang membantu mewakili pelat dimensi tiga dalam bentuk dimensi dua. Menurut Chakraverty (2009: 83), teori pelat klasik atau teori pelat Kirchhoff didasarkan pada asumsi berikut:

- a. Tebal pelat jauh lebih kecil bila dibandingkan dengan dimensi lainnya.
- b. Tegangan normal pada arah melintang pada pelat dianggap sangat kecil sehingga dapat diabaikan.

- c. Efek inersia rotasi diabaikan.
- d. Komponen perpindahan pada permukaan *mid-surface* lebih kecil dibandingkan dengan ketebalan pelat.
- e. Bidang pelat pada bagian *mid-surface* tidak mengalami deformasi. Dengan demikian, *mid-surface* tetap dalam kondisi netral baik sebelum maupun setelah deformasi.

Efek gaya geser transversal serta efek inersia rotasi sangat penting bila pelatnya relatif tebal atau bila diperlukan karakteristik mode getar yang lebih kompleks. Berdasarkan teori pelat klasik, perlu dicatat bahwa analisis persamaan pelat yang dirumuskan adalah masih berupa pendekatan. Persamaan pelat diturunkan dengan mengasumsikan bahwa pelat dikenai gaya lateral dan berikut adalah tiga persamaan kesetimbangan yang digunakan,

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

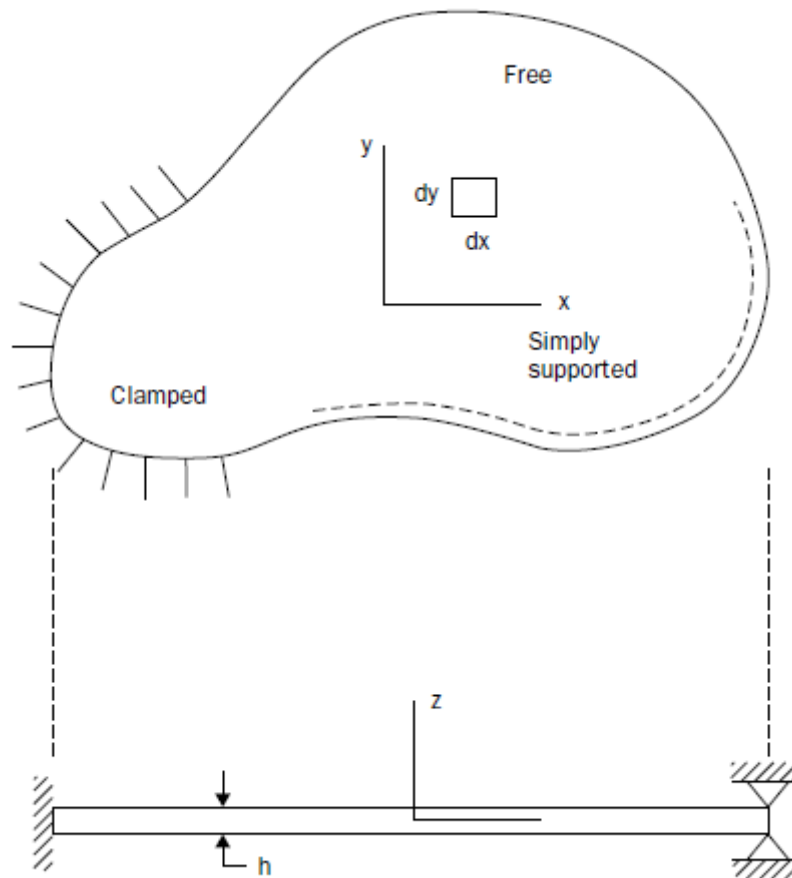
$$\sum P_z = 0$$

dimana M_x dan M_y adalah momen lentur, dan P_z adalah beban eksternal. Beban eksternal P_z tergantung pada gaya geser transversal Q_x, Q_y dan momen lentur M_x, M_y . Pelat umumnya memiliki deviasi/simpangan yang lebih signifikan dibandingkan balok karena adanya momen putar M_{xy} .

Berdasarkan kajian teori pelat secara klasik, perlu untuk menentukan gaya internal dan momen per satuan panjang permukaan tengah (*mid-surface*) dari suatu pelat. Prosedur yang diperlukan untuk

merumuskan persamaan diferensial pelat dalam kondisi setimbang adalah memilih sistem koordinat dan menggambar sketsa elemen pelat serta menunjukkan semua momen lentur dan gaya internal yang bekerja pada pelat sehingga dapat diekspresikan dalam bentuk deret Taylor dan menghasilkan suatu persamaan diferensial pelat secara umum (Balasubramanian, 2011: 6-7).

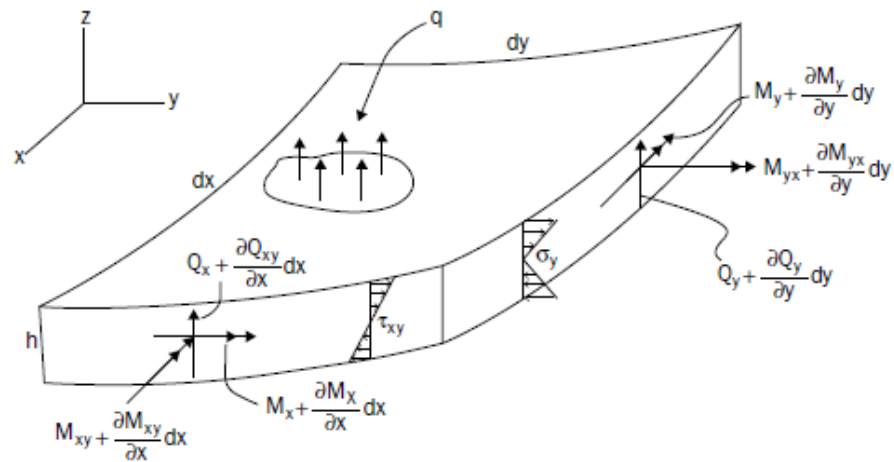
Gambar 6 menunjukkan pelat dengan ketebalan h dan bentuk tak beraturan dalam posisi kesetimbangan statisnya. Sebagai acuan secara umum, pelat dideskripsikan dengan memiliki satu bagian dari batasnya dalam kondisi dijepit (*clamped*), bagian lain *simply supported*, dan bagian ketiga dengan kondisi batas bebas (*free boundaries*). Koordinat Kartesius yang ditampilkan menunjukkan bahwa x dan y adalah koordinat pada bidang, sedangkan z menunjukkan koordinat melintang. Sistem koordinat diawali pada titik tengah bidang pelat, sehingga permukaan atas dan bawah pelat berada pada $z = \pm h/2$ ketika berada dalam kesetimbangan. Pada Gambar 6, elemen pelat segi empat secara khusus ditunjukkan dengan dimensi dalam-bidang $dx \times dy$. Dimensi transversalnya adalah h yang merupakan ketebalan pelat.



Gambar 6. Sketsa pelat tak beraturan beserta kondisi batasnya (Leissa and Qatu, 2011:223).

Gambar 7 adalah sketsa dimensi tiga dari elemen perubahan posisi dan bentuk deformasi. Seperti ditunjukkan pada gambar, vektor dengan panah tunggal merupakan gaya geser melintang (per satuan panjang sepanjang tepi) Q_x dan Q_y yang perubahan inkrementalnya bergerak di sepanjang tepinya, sedangkan tekanan terdistribusi (per satuan luas permukaan) q diterapkan pada permukaan lateral pelat. Ditunjukkan juga pada Gambar 7, vektor dengan panah ganda merupakan momen lentur resultan (M_x dan M_y), dan momen putar resultan (M_{xy} dan

M_{yx}), yang perubahannya memiliki dimensi momen per satuan panjang di sepanjang tepi pelat.



Gambar 7. Perubahan dan deformasi elemen pelat, dengan gaya dan momen-momen yang bekerja di atasnya (Leissa and Qatu, 2011:224).

Menurut Leissa and Qatu (2011:222) berdasarkan teori balok dasar, gaya geser adalah integral dari ketebalan pelat terhadap tegangan geser transversalnya (τ_{xz} dan τ_{yz}), yang dapat diasumsikan bervariasi secara parabolis melintasi ketebalan pelat dari posisi nol pada satu permukaan, hingga mencapai maksimum pada deformasi *mid-surface*, menuju ke posisi nol di permukaan lainnya.

Momen lentur disebabkan oleh tekanan lentur (σ_x dan σ_y) yang bervariasi secara linear dari tekanan pada satu permukaan, ke posisi nol di permukaan *mid-surface*, menuju ke tekanan pada permukaan lainnya, seperti yang terlihat pada Gambar 7. Demikian pula, momen putar disebabkan oleh karena tegangan geser (τ_{xy} dan τ_{yx}), yang juga

bervariasi secara linier seperti yang ditunjukkan pada gambar. Berdasarkan momen kesetimbangan pada sumbu-z untuk elemen dimensi 3 secara khusus ($dx \times dy \times dz$), maka berlaku bahwa nilai momen putar $\tau_{yx} = \tau_{xy}$. Oleh karena itu, berlaku juga nilai $M_{yx} = M_{xy}$ di sembarang titik (Leissa and Qatu, 2011:223).

Perpindahan dalam arah-z pada deformasi pelat di permukaan *mid-surface* dinyatakan dengan notasi w . Dengan mengasumsikan nilai perubahan w yang sangat kecil pada arah x dan y dinyatakan dalam $\partial w/\partial x$ dan $\partial w/\partial y$, maka resultan gaya dalam arah-z adalah

$$\begin{aligned} -Q_x dy + \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) dy - Q_y dx + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) dx \\ + q dx dy = \rho h dx dy \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

di mana ρ adalah rapat massa per satuan volume. Dengan membagi persamaan (2.5) dengan $dx dy$, diperoleh

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Selanjutnya, dengan menjumlahkan momen-momen yang sejajar dengan sumbu-y melalui pusat elemen, diperoleh hasil

$$\begin{aligned} M_x dy - \left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) dy + M_{yx} dx - \left(M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dy \right) dx \\ + Q_x dy \cdot \frac{dx}{2} + \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) dy \cdot \frac{dx}{2} = \rho \left(\frac{h^3}{12} dx dy \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dengan menerapkan nilai $M_{yx} = M_{xy}$ dan mengabaikan nilai yang melibatkan $\partial Q_x / \partial x$, penyederhanaan dari persamaan (2.7) menjadi

$$Q_x - \frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

Demikian pula, resultan momen-momen yang sejajar dengan sumbu- x menghasilkan persamaan

$$Q_y - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

Komponen perpindahan dalam arah x dan y (masing-masing u dan v), kemudian dihubungkan dengan komponen rotasi normal, maka diperoleh

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.10)$$

Regangan di dalam bidang yang disebabkan oleh komponen perpindahan u dan v adalah

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.11)$$

di mana ϵ_x dan ϵ_y adalah regangan normal, dan γ_{xy} adalah regangan geser. Substitusi persamaan (2.10) ke persamaan (2.11) menghasilkan

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \epsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) menunjukkan bahwa regangan normal sebanding dengan kelengkungan linier $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ dan $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ dari permukaan tengah pelat, dan bahwa regangan geser sebanding dengan rotasi $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ (Leissa and Qatu, 2011:225).

Untuk bahan pelat isotropik, hubungan antara regangan dengan tekanan dinyatakan oleh

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad \epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (2.13)$$

Berdasarkan hubungan di atas, persamaan (2.13) dapat juga dituliskan dalam bentuk lain, menjadi

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Momen lentur diperoleh dengan mengintegrasikan momen-momen di dalam bidang pelat dengan menitikberatkan pada ketebalan pelat, yang dituliskan dalam bentuk sebagai berikut

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \\ M_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \\ M_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.12) dan (2.14) ke persamaan (2.15), diperoleh hasil integrasi sebagai berikut

$$\begin{aligned} M_x &= -D(\kappa_x + \nu\kappa_y) \\ M_y &= -D(\kappa_y + \nu\kappa_x) \\ M_{xy} &= -D(1-\nu)\kappa_{xy} \end{aligned} \quad (2.16)$$

dimana,

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.17)$$

adalah kelengkungan linier dan rotasi pelat di permukaan, dan

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.18)$$

adalah *flexural rigidity* atau kekaku-lenturan dari pelat (Leissa and Qatu, 2011:225-226).

Pada titik ini, semua komponen yang diperlukan dari teori pelat klasik telah tercukupi untuk mendapatkan bentuk persamaan gerak yang diinginkan. Substitusi persamaan (2.8) dan (2.9) ke persamaan (2.6) menghasilkan

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + q = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) dan (2.17) ke (2.19), dan mengasumsikan bahwa nilai D adalah konstan (untuk pelat homogen dengan ketebalan konstan), diperoleh hasil

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad (2.20)$$

Persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad (2.21)$$

di mana ∇^4 adalah operator diferensial biharmonik, didefinisikan sebagai

$$\nabla^4 = \nabla^2(\nabla^2), \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.22)$$

dengan ∇^2 adalah operator Laplacian (Leissa and Qatu, 2011:227).

Berdasarkan persamaan (2.21), bentuk umum persamaan diferensial pelat dalam keadaan tanpa adanya beban eksternal pada permukaan lateral pelat ($q = 0$), adalah

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2.23)$$

Ditinjau berdasarkan kondisi batasnya, pelat terbagi menjadi 3 macam, yaitu (Chakraverty, 2009:129-130):

a. Sisi bebas (*free boundaries*)

Kondisi yang paling umum pada pelat adalah momen putar, momen lentur, dan gaya geser transversal biasanya bekerja di tepi pelat. Kondisi batas dimana ketiganya bernilai nol di bagian tepinya disebut dengan kondisi batas sisi bebas (*free boundaries*). Kondisi batas pada sisi bebas yang sejajar dengan sumbu y pada $x = a$ adalah:

$$\left. \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_{x=a} = 0 \text{ dan } \left. \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right|_{x=a} = 0 \quad (2.24)$$

Kondisi batas tersebut berlaku juga pada batas sisi bebas yang sejajar dengan sumbu x pada $y = b$.

b. Bertumpu sederhana (*simply supported*)

Kondisi batas *simply supported* adalah kondisi batas pelat di mana bagian tepinya dicegah untuk membelok tapi bebas berputar pada garis sepanjang tepi batas (tepi yang hanya disangga). Pada batas *simply supported* yang sejajar dengan sumbu y pada $x = a$, kondisi batasnya adalah

$$w|_{x=a} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.26)$$

Kondisi batas tersebut berlaku juga pada batas *simply supported* yang sejajar dengan sumbu x pada $y = b$.

c. Dijepit (*clamped/fixed boundaries*)

Apabila pelat dalam kondisi batas dijepit/*clamped*, maka defleksi dan kemiringan permukaan tengah (*mid-surface*) harus hilang di masing-masing tepi. Pada tepi yang dijepit sejajar dengan sumbu y pada $x = a$, kondisi batasnya adalah

$$w|_{x=a} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.28)$$

Kondisi batas tersebut berlaku juga pada tepi yang dijepit sejajar dengan sumbu x pada $y = b$.

5. *Experimental Modal Analysis (EMA)*

Analisis mode adalah studi tentang karakter dinamis suatu sistem yang didefinisikan secara independen dari beban yang diterapkan pada sistem dan respon sistem. Masing-masing mode suatu sistem memiliki frekuensi tertentu, dengan redaman tertentu, dan karakteristik deformasi tertentu yang akan mengalami eksitasi pada frekuensi alaminya. Deformasi ini terkait dengan karakteristik bentuk mode untuk mode tertentu (Avitabile, 2018: 3).

Analisis mode pada dasarnya hanya dapat mengidentifikasi karakteristik struktur dan bukan deformasi fisik yang sebenarnya. Namun, memahami karakteristik mode suatu struktur menjadi sangat berguna ketika digunakan untuk menganalisis dinamika struktural. Analisis dinamika struktural adalah studi tentang bagaimana suatu sistem/struktur merespons sebuah masukan/gangguan dari luar. Masukan yang diberikan pada sistem akan menimbulkan respons keluaran dalam domain waktu. Namun, masukan dan keluaran yang terjadi pada sistem menjadi tidak mudah diselesaikan ketika berada dalam domain waktu. Penyelesaian akan lebih mudah begitu mereka telah berubah menjadi domain frekuensi (Avitabile, 2018: 4).

Eksperimen analisis mode dengan menggunakan domain frekuensi untuk menganalisis struktur dapat berfungsi untuk menentukan mode sistem melalui puncak respons frekuensi tinggi pada keluaran. Jadi, informasi analisis mode sistem akan dapat membantu perancang untuk memahami bagaimana struktur dapat merespons berbagai masukan frekuensi, baik itu respons diskrit atau kontinu. Analisis mode adalah proses menggambarkan sebuah struktur berdasarkan karakteristik alami atau sifat dinamisnya, yaitu frekuensi, redaman, dan bentuk mode dengan menjelaskan bagaimana sebuah struktur bergetar dari perspektif non-matematis (Avitabile, 2018: 6-10).

B. Kerangka Berpikir

Penelitian tugas akhir skripsi yang dilakukan adalah mengenai analisis mode getar pelat aluminium segi empat secara analitik dan eksperimen menggunakan metode *Experimental Modal Analysis* (EMA). Mengetahui karakteristik getaran, frekuensi alami, dan bentuk mode sangat diperlukan dalam perancangan sistem struktur (struktur otomotif, struktur pesawat terbang, pesawat ruang angkasa, dll.) untuk aplikasi dalam kaitannya dengan kebisingan dan getaran. Memahami frekuensi alami dan bentuk mode membantu dalam mengetahui bagaimana hal itu dapat mempengaruhi respons struktur (respons dinamis) saat sebuah gaya luar diterapkan. Frekuensi dan bentuk mode getar struktur dapat diidentifikasi dengan melakukan analisis mode secara eksperimen.

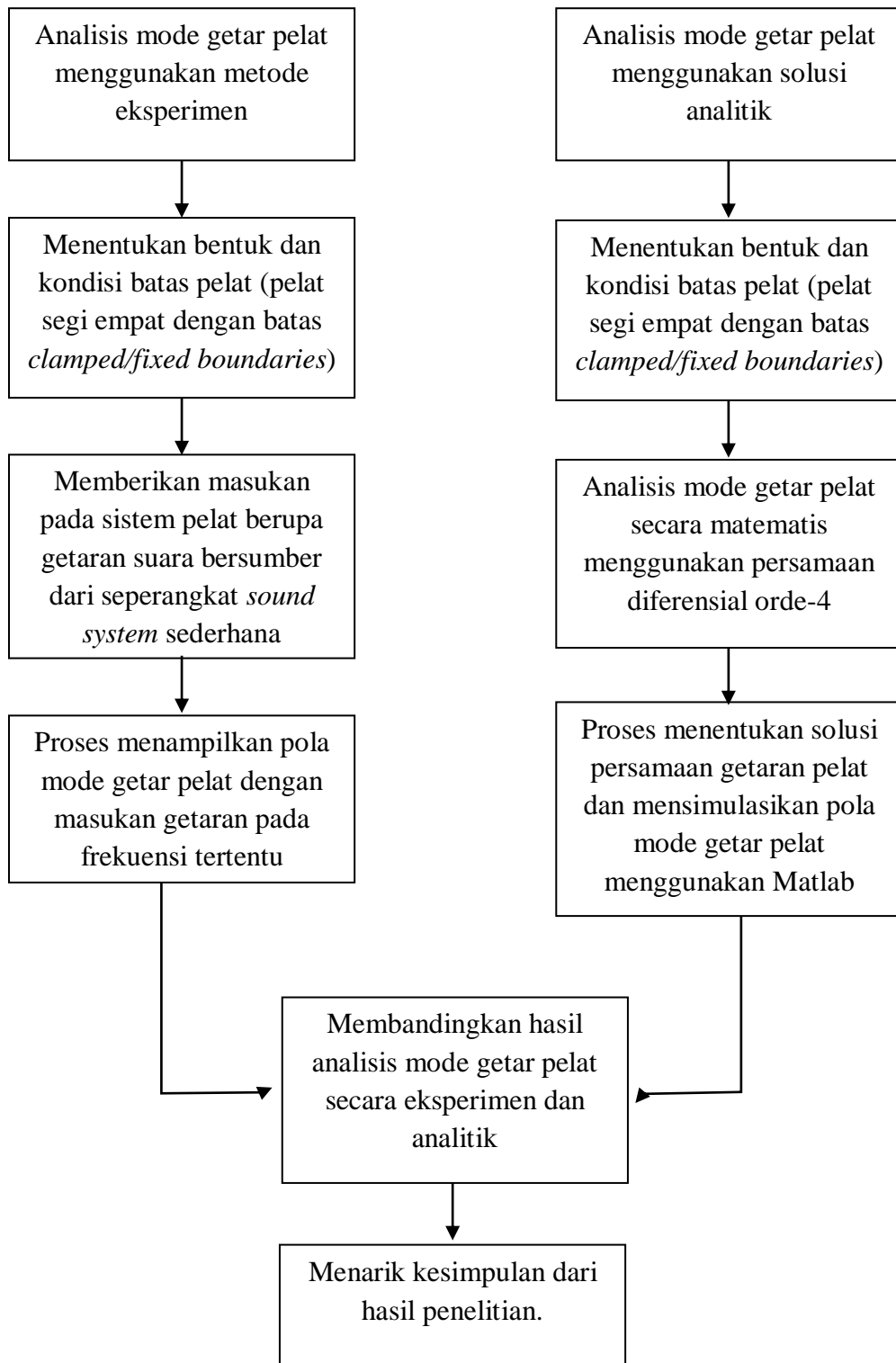
Eksperimen analisis mode dalam penelitian ini diaplikasikan secara sederhana dalam bentuk mode getar pelat sederhana. Struktur pelat sederhana yang diberi masukan berupa getaran dengan nilai amplitudo dan frekuensi bervariasi akan menghasilkan respon (keluaran) tinggi ketika frekuensi osilasinya semakin dekat dengan frekuensi alami (atau frekuensi resonansi) sistem dan mencapai maksimum bila frekuensi osilasi berada pada frekuensi resonansi sistem.

Pola deformasi struktur pelat pada frekuensi alami akan menghasilkan berbagai bentuk mode yang berbeda, tergantung pada frekuensi yang digunakan untuk menggetarkan sistem. Struktur pelat akan memiliki pola deformasi yang sangat spesifik tergantung pada frekuensi resonansinya.

Frekuensi alami dan bentuk mode terjadi di semua struktur, yang mana massa dan kekakuan struktur menentukan di mana frekuensi alami dan bentuk mode ini akan terjadi.

Frekuensi dan bentuk mode struktur hasil analisis secara eksperimen dapat dikaji secara matematis dengan solusi analitik menggunakan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial parsial yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan getaran pada pelat adalah berupa persamaan diferensial parsial orde 4. Selanjutnya, hasil analisis getaran pelat secara matematis dibandingkan dengan analisis mode getar secara eksperimen.

Deskripsi kerangka penelitian berdasarkan berbagai kajian teori seperti yang telah dijabarkan sebelumnya, secara lebih detailnya dapat dilihat dalam diagram alir berikut.



BAB III

METODE PENELITIAN

A. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada bulan Januari-Maret 2018 di Laboratorium Getaran dan Gelombang, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.

B. Variabel Penelitian

Variabel-variabel dalam penelitian ini adalah:

1. Variabel bebas

Variabel bebas dalam penelitian ini adalah frekuensi dari *Audio Function Generator (AFG)* yang terhubung dengan seperangkat *sound system* sederhana berupa *loudspeaker* dan *amplifier* sebagai masukan penggetar sistem pelat.

2. Variabel terikat

Variabel terikat dalam penelitian ini adalah pola-pola mode getar yang terbentuk pada pelat aluminium persegi panjang dan bujur sangkar dengan kondisi batas *clamped* ketika dikenai masukan berupa bunyi dari *loudspeaker*.

3. Variabel kontrol

Variabel kontrol dalam penelitian ini adalah:

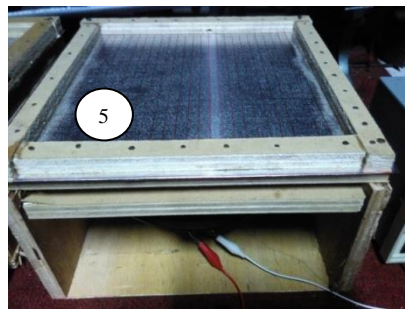
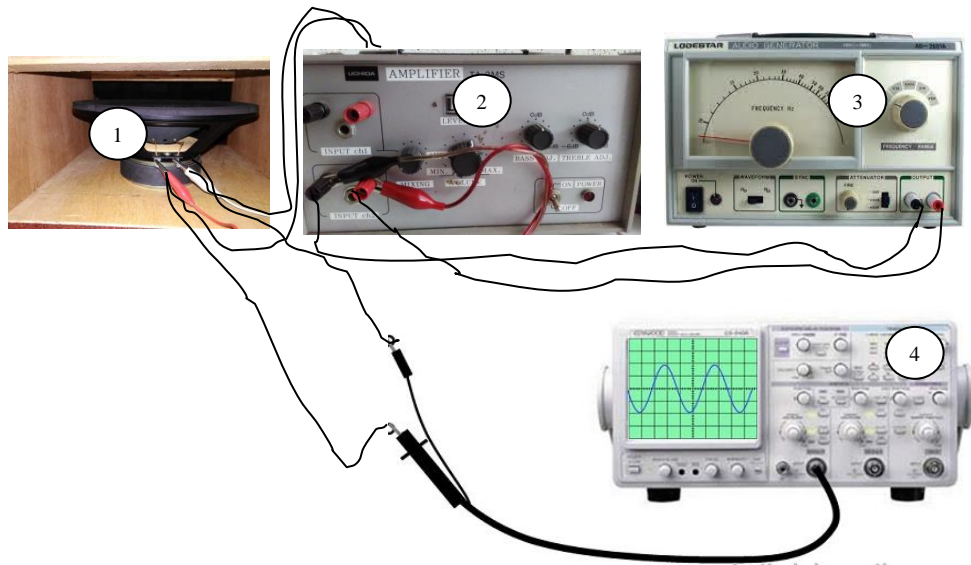
- a. Bahan, bentuk, dan kondisi batas pelat, yaitu pelat alumunium persegi panjang berukuran 20 cm x 30 cm x 0,0419 cm dan pelat alumunium bujur sangkar berukuran 25 cm x 25 cm x 0,0419 cm dengan kondisi batas *clamped* sebagai sistem yang dikenai masukan.
- b. Posisi *loudspeaker*, ditempatkan di bawah bidang pelat dengan jarak antara bidang permukaan bagian bawah pelat dengan permukaan *loudspeaker* sekitar 3 cm, dan diletakkan tepat di tengah-tengah bidang pelat.
- c. Amplitudo masukan dari *AFG*, dikondisikan sedemikian sehingga gelombang keluaran dari *loudspeaker* tidak cacat (gelombang sinusoidal sempurna dengan satu nilai frekuensi).

C. Instrumen Penelitian dan Program Analisis

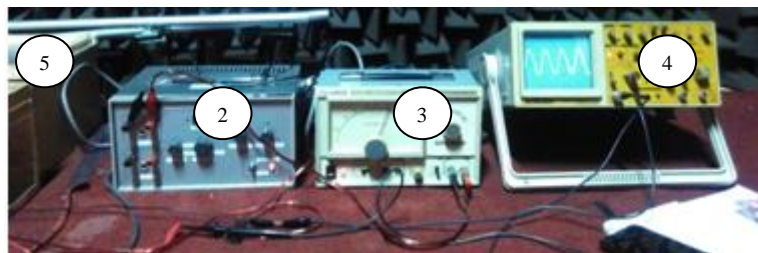
1. Instrumen Penelitian

- a. *Audio Function Generator (AFG)*, berfungsi sebagai pembangkit gelombang listrik sinusoidal, dimana frekuensi dan amplitudonya dapat diubah-ubah.
- b. *Amplifier*, berfungsi untuk menguatkan sinyal input yang bersumber dari *AFG*.
- c. *Loudspeaker*, merupakan sebuah *transduser electroacoustical* yang berfungsi mengubah gelombang/sinyal listrik menjadi sinyal suara.

- d. Osiloskop, berfungsi sebagai alat ukur elektronik yang digunakan untuk mengukur frekuensi, periode, dan melihat bentuk-bentuk gelombang listrik.
- e. Kabel penghubung, digunakan untuk menghubungkan perangkat *AFG, Amplifier, Loudspeaker*, dan Osiloskop.
- f. Pelat aluminium bujur sangkar dengan ukuran 25 cm x 25 cm x 0,0419 cm dan persegi panjang dengan ukuran 20 cm x 30 cm x 0,0419 cm, digunakan sebagai bahan uji yang akan dicari mode getar dan frekuensi alaminya.
- g. *Clamp* terbuat dari kayu yang digunakan untuk men-*setting* pelat aluminium dalam kondisi batas terjepit (*clamped*).
- h. Pasir, digunakan sebagai media untuk memvisualisasikan mode getar yang terbentuk pada pelat aluminium setelah diberikan sinyal masukan dengan frekuensi tertentu.
- i. Desain alat yang digunakan untuk eksperimen analisis mode getar pelat pada penelitian ini, secara detail dapat dilihat pada skema berikut.



(a)



(b)

Gambar 8. Skema alat eksperimen pola mode getar pelat.

(a) Instrumen yang diperlukan dalam eksperimen analisis mode getar pelat. (b) Desain rangkaian alat pada proses pengambilan data.

Keterangan:

1: Loudspeaker
 2: Amplifier
 3: AFG

4: Osiloskop
 5: Pelat aluminium segi empat dengan kondisi batas *clamped*.

2. Program Analisis

Software yang digunakan untuk melakukan analisis pola mode getar pelat secara analitik adalah Matlab versi 2008a. Fungsi *software* ini adalah untuk membantu proses *plotting* grafik persamaan getaran pelat agar diperoleh hasil berupa simulasi pola-pola mode getar yang nantinya akan dibandingkan dengan pola mode getar pelat hasil eksperimen.

D. Teknik Pengambilan Data

1. Menciptakan kondisi eksperimen dengan menjauhkan benda-benda yang dapat mempengaruhi transmisi gelombang masukan dari *AFG*, *amplifier*, *loudspeaker*, hingga sampai pada pelat yang akan diamati mode getarnya.
2. Mempersiapkan peralatan seperti yang sudah tercantum dalam instrumen penelitian.
3. Menempatkan pelat yang sudah dijepit pada posisi datar untuk menghindari pembentukan pola mode getar yang tidak simetris.
4. Menghubungkan rangkaian instrumen penelitian yang memerlukan daya listrik (*AFG*, *amplifier*, dan osiloskop) dengan sumber daya (PLN).
5. Men-*setting* dan mengkalibrasi instrumen sedemikian rupa sehingga sesuai dengan kebutuhan dalam penelitian.
6. Memunculkan gelombang masukan dari *AFG* dengan *range* frekuensi (100–2000) Hz.

7. Menaburkan pasir pada pelat sebagai visualisasi mode getar yang terbentuk karena pengaruh gelombang masukan dengan frekuensi tertentu.
8. Mengamati getaran yang terjadi pada pelat dari setiap perubahan frekuensi dengan *range* (100-2000) Hz hingga diperoleh visualisasi pola mode getar pelat pada frekuensi-frekuensi tertentu.
9. Mengukur nilai amplitudo dan frekuensi gelombang masukan pada saat terjadinya pola mode getar pelat menggunakan osiloskop.
10. Mendokumentasikan pola mode getar pelat yang dihasilkan.

E. Teknik Analisis Data

1. Menganalisis getaran pada pelat secara matematis dengan persamaan diferensial parsial orde empat. Mengacu pada kajian teori mengenai persamaan umum getaran pelat, analisis mode getar pelat aluminium segi empat dengan kondisi batas *clamped* dalam penelitian ini menggunakan persamaan diferensial parsial orde empat dalam koordinat Kartesius yang dirumuskan sebagai berikut.

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2.23)$$

2. Menyelesaikan persamaan diferensial parsial orde empat dengan metode separasi variabel. Prinsip penyelesaian persamaan diferensial parsial dengan metode separasi variabel yaitu mengubah persamaan diferensial parsial ke dalam persamaan diferensial biasa.

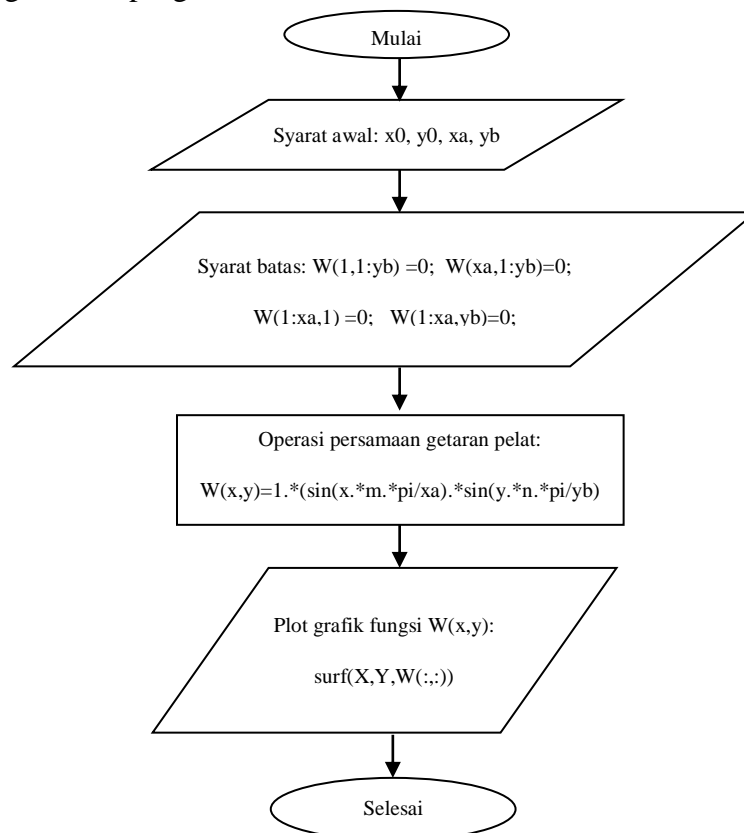
Apabila diberikan persamaan diferensial parsial dengan variabel bebas x dan y , serta variabel tak bebas $W(x,y)$ yang dilengkapi dengan syarat batas tertentu, maka langkah-langkah penyelesaian persamaan diferensial parsial dengan metode separasi variabel adalah sebagai berikut.

- a. Menyatakan penyelesaian dari persamaan diferensial parsial sebagai perkalian fungsi yang masing-masing mengandung satu variabel.

$$W(x,y) = X(x) Y(y)$$

- b. Mensubstitusikan persamaan $W(x,y) = X(x) Y(y)$ ke dalam persamaan diferensial parsial. Selanjutnya, persamaan hasil substitusi tersebut dibagi dengan $X(x) Y(y)$.
 - c. Apabila hasil bagi tersebut dapat dinyatakan sebagai jumlahan suku yang hanya tergantung pada variabel x dan suku yang hanya tergantung pada variabel y , maka dengan menambahkan suatu konstanta pemisah akan diperoleh dua persamaan diferensial biasa.
 - d. Menggunakan syarat batas yang diberikan pada persamaan diferensial parsial untuk menentukan syarat batas pada persamaan diferensial biasa sehingga diperoleh solusi khusus sebagai penyelesaian akhir dari persamaan diferensial parsial yang dicari.
3. Mensimulasikan solusi persamaan diferensial parsial pada pelat dengan bantuan program pada Matlab untuk menggambarkan pola-pola mode getar pelat yang mungkin terjadi. Pola mode getar tersebut disimulasikan dalam bentuk grafik dengan algoritma program sebagai berikut.

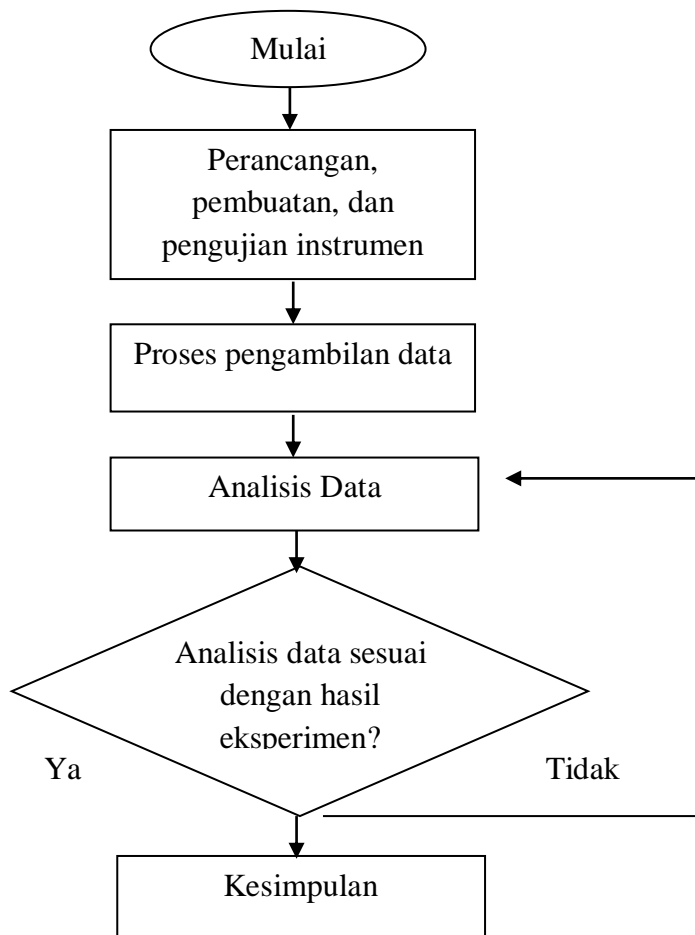
- a. Menyatakan konstanta-konstanta yang diperlukan dari fungsi yang akan disimulasikan.
- b. Menyatakan kondisi/syarat awal fungsi $W(x, y)$.
- c. Menentukan kondisi/syarat batas fungsi $W(x, y)$, yaitu bernilai nol pada setiap batas tepinya untuk kondisi batas *clamped*.
- d. Menyatakan nilai x dan y pada fungsi $W(x, y)$ dalam bentuk matriks.
- e. Melakukan perhitungan fungsi $W(x, y)$ berdasarkan kondisi syarat awal dan syarat batas yang berlaku pada fungsi tersebut.
- f. Membuat plot grafik fungsi $W(x, y)$ hasil perhitungan untuk setiap kondisi *modal* (m, n)
- g. Diagram alir program



4. Membandingkan pola mode getar pelat hasil simulasi dengan mode getar pelat hasil eksperimen.

F. Diagram Alir Tahapan Penelitian

Berikut adalah diagram alir tahapan penelitian analisis mode getar pelat aluminium segi empat menggunakan metode analitik dan *Experimental Modal Analysis*:



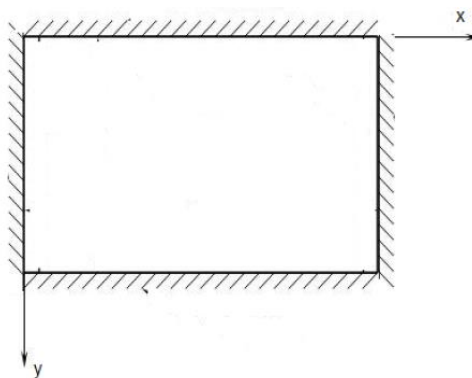
BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Eksperimen

Analisis mode getar pelat segi empat secara eksperimen, dilakukan dengan mengambil sampel pada pelat berbentuk persegi panjang dan bujur sangkar pada kondisi batas pelat dijepit (*clamped*). Berdasarkan teknik pengambilan data untuk menentukan pola mode getar, baik pada pelat persegi panjang maupun bujur sangkar, diperlukan sumber getar untuk menggetarkan pelat dengan frekuensi tertentu sehingga dihasilkan pola mode getar yang sesuai dengan frekuensi alaminya.

Pelat yang digunakan dalam eksperimen untuk menentukan pola mode getar adalah pelat aluminium dengan tebal 0,419 mm. Untuk pelat persegi panjang menggunakan ukuran panjang dan lebar 35 cm x 25 cm, sedangkan untuk pelat bujur sangkar menggunakan ukuran 25 cm x 25 cm. Keduanya, baik pelat persegi panjang maupun bujur sangkar di-*clamp* menggunakan papan kayu di keempat sisinya.



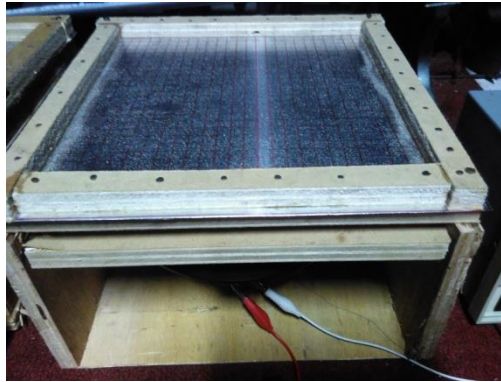
Gambar 9. Pelat segi empat dengan kondisi batas *clamped*.

Getaran sumber yang diberikan untuk menggetarkan pelat, dihasilkan dari serangkaian *sound system* sederhana yang terdiri dari *Audio Function Generator (AFG)*, *amplifier*, dan *loudspeaker*. Berawal dari *AFG*, gelombang sinusoidal dengan nilai frekuensi tertentu, diperkuat oleh *amplifier* untuk selanjutnya diteruskan melalui *loudspeaker* yang berfungsi mengubah gelombang/sinyal listrik menjadi gelombang suara. Gelombang suara yang dihasilkan dari *loudspeaker*, secara matematis dapat dituliskan dalam bentuk persamaan gelombang sebagai berikut.

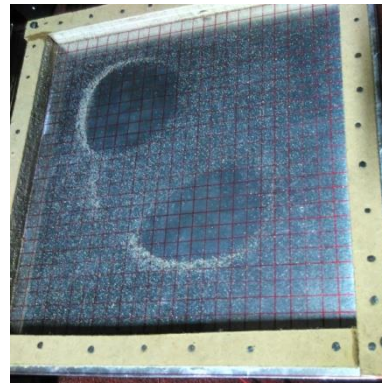
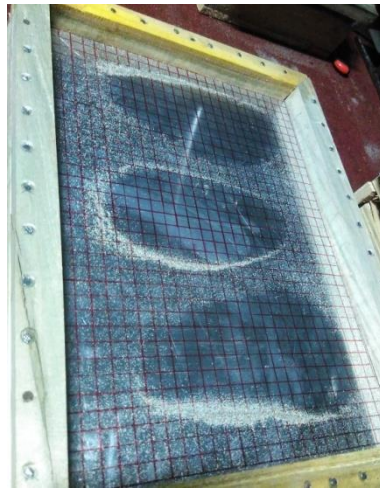
$$y = Ae^{i(\omega t - kx)}.$$

Selanjutnya, getaran sumber yang berasal dari gelombang suara pada *loudspeaker*, akan menggetarkan bidang datar pelat sehingga menyebabkan terjadinya getaran paksa pada pelat. Berdasarkan teori getaran yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, dikatakan bahwa sistem yang bergetar paksa akan beresonansi sesuai dengan frekuensi penggetarnya. Apabila terdapat gaya luar yang menyebabkan getaran pada sistem, dengan frekuensi gaya luar tersebut bertepatan dengan salah satu frekuensi alami dari sistem, maka kondisi ini disebut sebagai peristiwa resonansi. Oleh karena peristiwa resonansi inilah, struktur sistem pelat mengalami osilasi yang besar sehingga memunculkan pola mode getar pada pelat.

Pola mode getar yang muncul pada pelat, secara fisis dapat dijelaskan pada Gambar 10 berikut ini.



(a)



(b)

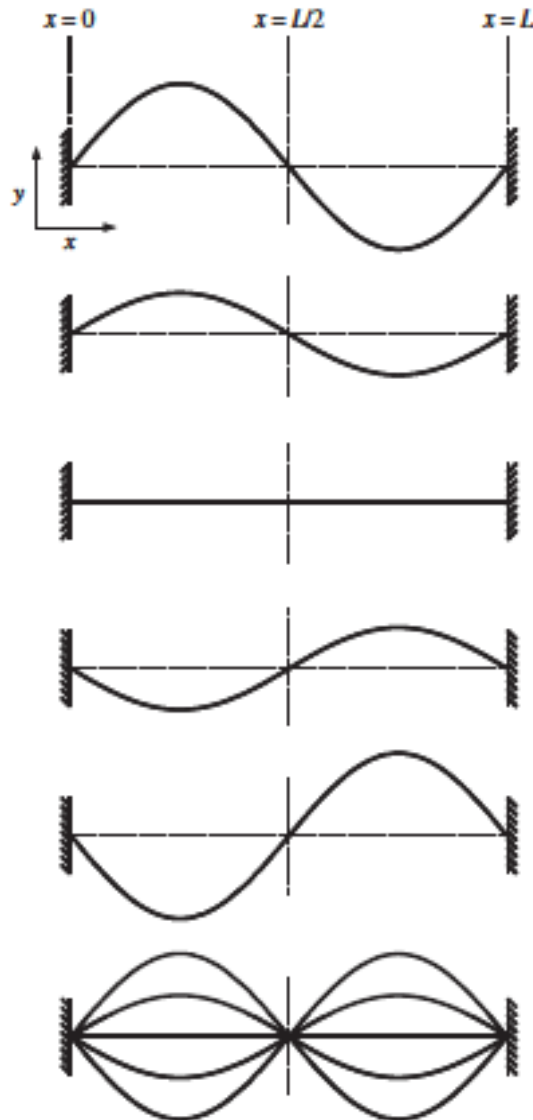
Gambar 10. (a) kondisi awal pelat sebelum diberikan getaran. (b) pola mode getar pelat setelah diberi getaran dengan frekuensi tertentu.

Gambar 10 (a) menunjukkan kondisi awal pelat yang masih dalam keadaan diam. Selanjutnya, pelat dikenai getaran dari luar yang mengakibatkan adanya resonansi pada pelat sehingga pelat ikut bergetar pada suatu nilai frekuensi tertentu yang nilainya sama dengan frekuensi alami dari pelat tersebut. Di dalam pelat, getaran merambat dari titik awal menuju ke segala arah pada bidang datar pelat tersebut. Sesuai dengan sifat dari getaran/gelombang mekanik, apabila getaran merambat melalui dua medium yang berbeda, maka gelombang tersebut akan dipantulkan atau dibiarkan.

Oleh karena dalam eksperimen ini batas pelat dalam kondisi dijepit (*clamped*), maka sebagian besar gelombang yang merambat akan dipantulkan kembali ke bidang datar pelat, meskipun tetap ada gelombang yang diteruskan.

Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 10 (b), gelombang yang dihasilkan pada peristiwa ini mengakibatkan terjadinya *standing wave* pada permukaan pelat. Gelombang stasioner (*standing wave*) yang terjadi pada permukaan pelat, pada penelitian ini ditunjukkan dengan adanya pasir yang terakumulasi di sepanjang *nodal lines* permukaan pelat.

Pola gelombang stasioner (*standing wave*) digambarkan sebagai pola getaran yang terjadi di dalam medium ketika frekuensi getaran dari suatu sumber menyebabkan pantulan gelombang dari satu ujung medium, sehingga terjadi interferensi antara gelombang pantul dengan gelombang sumbernya. Hasil dari interferensi ini, pada frekuensi tertentu akan menghasilkan pola gelombang seperti ditunjukkan pada Gambar 11. Pada gelombang stasioner, semua partikel dalam medium permukaan pelat akan bergetar dengan frekuensi yang sama. Amplitudo gelombang pada titik minimum disebut dengan *nodes* (simpul), sedangkan amplitudo atau simpangan maksimum disebut dengan *antinodes* (perut).

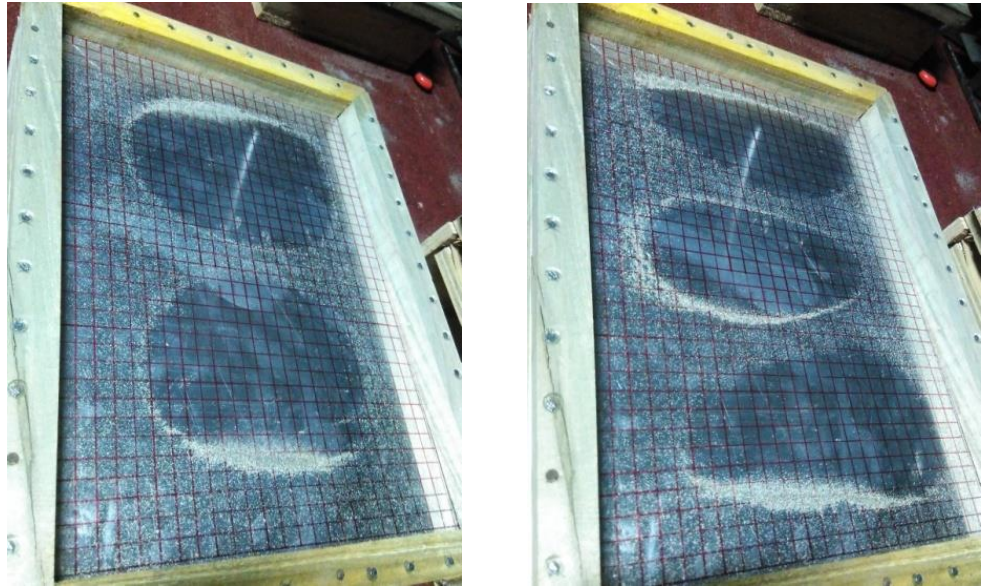


Gambar 11. Terjadinya gelombang stasioner pada tali. Gambar gelombang paling bawah menunjukkan gelombang stasioner, simpangan dengan titik amplitudo minimum disebut *nodes* sedangkan simpangan dengan amplitudo maksimum disebut *antinodes* (King, 2009: 138).

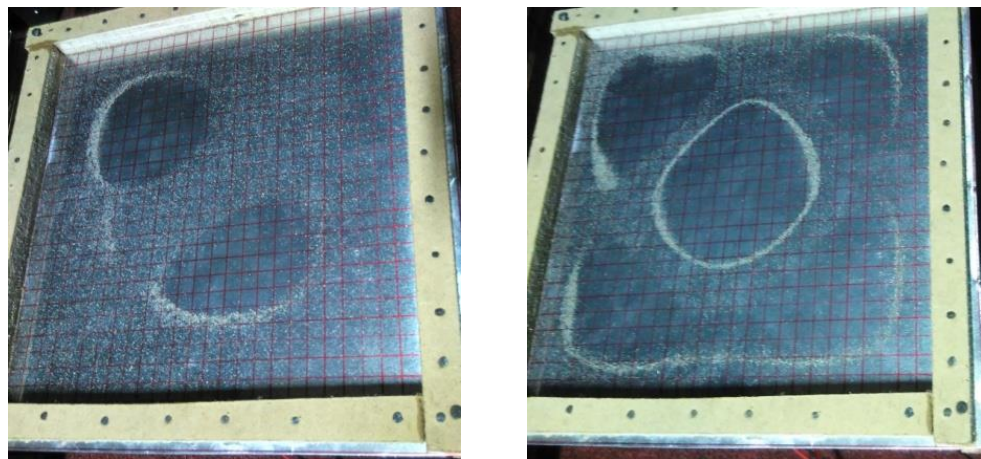
Gambar 11 menunjukkan pola gelombang stasioner sederhana dalam kasus medium dimensi satu (gelombang pada tali). Pada kasus gelombang stasioner dimensi dua yang dalam penelitian ini ditunjukkan pada getaran pelat, bentuk simpul dan perut dari gelombang stasioner yang dihasilkan,

digambarkan oleh pola pasir yang didistribusikan menyebar di atas permukaan pelat. Kondisi permukaan dimana pasir menumpuk menggambarkan letak *nodes* atau simpul, sedangkan permukaan yang tidak terdapat pasir di atasnya menunjukkan letak simpangan maksimum atau perut gelombang. Pola getaran akibat terjadinya *standing wave* pada kasus penelitian ini hanya terjadi di dalam medium pada frekuensi getaran tertentu. Frekuensi ini dikenal sebagai frekuensi harmonik sistem atau frekuensi alami.

Berdasarkan hasil eksperimen, Gambar 12 berikut ini adalah pola mode getar yang dihasilkan oleh pelat persegi panjang dan bujur sangkar dengan frekuensi sumber bertepatan dengan frekuensi alami dari pelat.



(a)



(b)

Gambar 12. Pola mode getar pelat segiempat hasil eksperimen. (a) Mode getar pelat persegi panjang dengan nilai frekuensi dari kiri ke kanan adalah, 62,5 Hz dan 142,8 Hz. (b) Mode getar pelat bujur sangkar dengan nilai frekuensi 128 Hz dan 217 Hz.

B. Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat secara Analitik

1. Pemodelan Matematis Getaran Pelat Segi Empat

Berdasarkan kajian teori pelat tipis yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, pola mode getar pelat dapat ditentukan secara analitik. Pada penelitian ini, analisis mode getar pelat secara analitik diawali dengan menentukan persamaan umum getaran pelat berdasarkan teori klasik getaran pelat Kirchoff yang telah dituliskan pada persamaan (2.23).

Karena dalam penelitian ini pelat dikenai getaran paksa yang bersumber dari bunyi *loudspeaker*, dimana bunyi dari *loudspeaker* diatur sedemikian sehingga gelombang keluarannya menghasilkan gelombang sinusoidal, maka pelat juga akan bergetar sesuai dengan getaran sumbernya, sehingga nilai w dapat diasumsikan sebagai getaran harmonik sinusoidal yang terjadi pada pelat dalam bentuk dimensi dua yang dinyatakan sebagai

$$w(x, y, t) = W(x, y)e^{i\omega t} \quad (4.1)$$

dimana $W(x, y)$ adalah amplitudo getaran pelat sebagai fungsi posisi x dan y yang dalam penelitian ini kemudian dikaji sebagai pola mode getar yang muncul pada pelat.

Berdasarkan persamaan teori pelat (2.23) dan (4.1), penyelesaian persamaan getaran pelat segi empat untuk menentukan mode getar dapat dilakukan dengan metode separasi variabel yang secara detail dijelaskan dalam beberapa bagian sebagai berikut.

a. Substitusi persamaan (4.1) ke dalam persamaan (2.23):

$$\begin{aligned}
D\nabla^4 W(x, y)e^{i\omega t} + \rho h \frac{\partial^2 W(x, y)e^{i\omega t}}{\partial t^2} &= 0 \\
D\nabla^4 W e^{i\omega t} - \rho h \omega^2 W e^{i\omega t} &= 0 \\
e^{i\omega t} (D\nabla^4 W - \rho h \omega^2 W) &= 0 \\
D\nabla^4 W - \rho h \omega^2 W &= 0 \\
\nabla^4 W - \gamma^4 W &= 0 \\
(\nabla^4 - \gamma^4)W &= 0 \tag{4.2}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\gamma^4 = \frac{\rho h \omega^2}{D} \tag{4.3}$$

Operator diferensial pada persamaan (4.2) dapat difaktorkan menjadi

$$(\nabla^2 + \gamma^2)(\nabla^2 - \gamma^2)W = 0 \tag{4.4a}$$

atau

$$(\nabla^2 - \gamma^2)(\nabla^2 + \gamma^2)W = 0 \tag{4.4b}$$

Persamaan (4.4) kemudian dapat dituliskan dalam bentuk yang lebih sederhana, dimana persamaan (4.5) dapat mewakili persamaan (4.4a) dan persamaan (4.6) sebagai bentuk penyederhanaan dari persamaan (4.4b).

$$(\nabla^2 + \gamma^2)W_1 = 0 \tag{4.5}$$

$$(\nabla^2 - \gamma^2)W_2 = 0 \tag{4.6}$$

Solusi persamaan (4.2) selanjutnya dapat dituliskan sebagai penjumlahan dari solusi persamaan (4.5) dan (4.6), sehingga solusi nilai W pada persamaan (4.2) dapat dituliskan dalam bentuk,

$$W = W_1 + W_2 \quad (4.7)$$

b. Penyelesaian persamaan (4.5) dan (4.6) menggunakan metode separasi variabel

1) Solusi persamaan (4.5)

$$W_1(x, y) = X_1(x) Y_1(y) \quad (4.8)$$

Substitusi persamaan (4.8) ke dalam persamaan (4.5)

$$(\nabla^2 + \gamma^2)W_1 = 0 \quad (4.5)$$

$$\nabla^2 W_1 + \gamma^2 W_1 = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial y^2} \right) + \gamma^2 W_1 = 0$$

$$\frac{\partial^2 X_1 Y_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X_1 Y_1}{\partial y^2} + \gamma^2 X_1 Y_1 = 0 \quad (4.9)$$

Selanjutnya, persamaan (4.9) dapat diubah ke dalam bentuk persamaan diferensial biasa menjadi:

$$Y_1 \frac{d^2 X_1}{dx^2} + X_1 \frac{d^2 Y_1}{dy^2} + \gamma^2 X_1 Y_1 = 0$$

$$\frac{1}{X_1} \frac{d^2 X_1}{dx^2} + \frac{1}{Y_1} \frac{d^2 Y_1}{dy^2} + \gamma^2 = 0 \quad (4.10)$$

Persamaan (4.10) dapat disederhanakan dalam bentuk dua persamaan diferensial biasa menjadi,

$$\frac{d^2 X_1}{dx^2} + \alpha^2 X_1 = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{d^2 Y_1}{dy^2} + \beta^2 Y_1 = 0 \quad (4.12)$$

dimana

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (4.13)$$

Solusi yang memenuhi persamaan (4.11) secara umum adalah berupa fungsi eksponensial yang dinyatakan dengan $X_1 \sim e^{kx}$, dimana $k =$ konstanta, maka penyelesaian persamaan (4.11) dapat dituliskan menjadi

$$\begin{aligned}\frac{d^2 X_1}{dx^2} + \alpha^2 X_1 &= 0 \\ \frac{d^2(e^{kx})}{dx^2} + \alpha^2(e^{kx}) &= 0 \\ k^2 e^{kx} + \alpha^2 e^{kx} &= 0 \\ e^{kx}(k^2 + \alpha^2) &= 0 \\ (k^2 + \alpha^2) &= 0 \\ k &= \pm i\alpha\end{aligned}$$

sehingga,

$$X_1 \sim e^{\pm i\alpha x} \quad (4.14a)$$

Agar X_1 sesuai dimensinya, maka diperlukan suatu konstanta dalam penyelesaian persamaan di atas, sehingga persamaan X_1 dapat dituliskan menjadi,

$$X_1 = P e^{i\alpha x} + Q e^{-i\alpha x} \quad (4.14b)$$

Apabila persamaan di atas dinyatakan dalam bentuk sinusoidal, dengan nilai $P \neq Q$, maka nilai X_1 menjadi,

$$\begin{aligned}X_1 &= P e^{i\alpha x} + Q e^{-i\alpha x} \\ X_1 &= P(\cos \alpha x + i \sin \alpha x) + Q(\cos \alpha x - i \sin \alpha x) \\ &= (P + Q) \cos \alpha x + i(P - Q) \sin \alpha x\end{aligned}$$

$$X_1 = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x \quad (4.14c)$$

dimana $A = i(P - Q)$ dan $B = (P + Q)$.

Selanjutnya, persamaan (4.12) dengan mengasumsikan nilai $Y_1 \sim e^{qy}$ dan nilai konstanta $q = \pm i\beta$, maka dengan cara yang sama akan diperoleh solusi persamaan Y_1 sebagai berikut.

$$Y_1 = C \sin \beta y + D \cos \beta y \quad (4.15)$$

Berdasarkan persamaan (4.14c) dan (4.15), solusi persamaan (4.5) adalah

$$\begin{aligned} W_1(x, y) &= X_1(x)Y_1(y) \\ W_1(x, y) &= (A \sin \alpha x + B \cos \alpha x)(C \sin \beta y + D \cos \beta y) \\ &= AC \sin \alpha x \sin \beta y + AD \sin \alpha x \cos \beta y \\ &\quad + BC \cos \alpha x \sin \beta y + BD \cos \alpha x \cos \beta y \end{aligned} \quad (4.16)$$

2) Solusi persamaan (4.6)

Solusi persamaan (4.6) untuk nilai $W_2(x, y)$ dapat dituliskan dengan,

$$W_2(x, y) = X_2(x) Y_2(y) \quad (4.17)$$

$$(\nabla^2 - \gamma^2)W_2 = 0 \quad (4.6)$$

$$\nabla^2 W_2 - \gamma^2 W_2 = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 W_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_2}{\partial y^2} \right) - \gamma^2 W_2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 X_2 Y_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X_2 Y_2}{\partial y^2} - \gamma^2 X_2 Y_2 = 0 \quad (4.18)$$

Selanjutnya, persamaan (4.18) dapat diubah ke dalam bentuk persamaan diferensial biasa menjadi:

$$Y_2 \frac{d^2 X_2}{dx^2} + X_2 \frac{d^2 Y_2}{dy^2} - \gamma^2 X_2 Y_2 = 0$$

$$\frac{1}{X_2} \frac{d^2 X_2}{dx^2} + \frac{1}{Y_2} \frac{d^2 Y_2}{dy^2} - \gamma^2 = 0 \quad (4.19)$$

Persamaan (4.19) dapat disederhanakan dalam bentuk dua persamaan diferensial biasa menjadi,

$$\frac{d^2 X_2}{dx^2} - \alpha^2 X_2 = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{d^2 Y_2}{dy^2} - \beta^2 Y_2 = 0 \quad (4.21)$$

Apabila diasumsikan nilai $X_2 \sim e^{kx}$, dengan $k =$ konstanta, maka persamaan (4.20) dapat dituliskan menjadi

$$\frac{d^2 X_2}{dx^2} - \alpha^2 X_2 = 0$$

$$\frac{d^2(e^{kx})}{dx^2} - \alpha^2(e^{kx}) = 0$$

$$k^2 e^{kx} - \alpha^2 e^{kx} = 0$$

$$e^{kx}(k^2 - \alpha^2) = 0$$

$$(k^2 - \alpha^2) = 0$$

$$k = \pm \alpha$$

sehingga,

$$X_2 \sim e^{\pm \alpha x} \quad (4.22a)$$

Agar X_2 dimensinya sesuai, maka diperlukan suatu konstanta dalam penyelesaian persamaan di atas, sehingga persamaan X_2 dapat dituliskan menjadi,

$$X_2 = Re^{\alpha x} + Se^{-\alpha x} \quad (4.22b)$$

Apabila persamaan di atas dinyatakan dalam bentuk fungsi hiperbolik, dengan nilai $R \neq S$, maka nilai X_2 menjadi,

$$X_2 = Re^{\alpha x} + Se^{-\alpha x}$$

$$X_2 = R(\cosh \alpha x + \sinh \alpha x) + S(\cosh \alpha x - \sinh \alpha x)$$

$$= (R + S) \cosh \alpha x + (R - S) \sinh \alpha x$$

$$X_2 = E \sinh \alpha x + F \cosh \alpha x \quad (4.22c)$$

dimana $E = (R - S)$ dan $F = (R + S)$.

Selanjutnya, persamaan (4.21) dengan mengasumsikan nilai $Y_2 \sim e^{qy}$ dan nilai konstanta $q = \pm\beta$, maka dengan cara yang sama akan diperoleh solusi persamaan Y_2 sebagai berikut,

$$Y_2 = G \sinh \beta y + H \cosh \beta y \quad (4.23)$$

Berdasarkan persamaan (4.22c) dan (4.23), solusi persamaan (4.6) adalah

$$W_2(x, y) = X_2(x)Y_2(y)$$

$$W_2(x, y) = (E \sinh \alpha x + F \cosh \alpha x)(G \sinh \beta y + H \cosh \beta y)$$

$$= EG \sinh \alpha x \sinh \beta y + EH \sinh \alpha x \cosh \beta y +$$

$$FG \cosh \alpha x \sinh \beta y + FH \cosh \alpha x \cosh \beta y$$

$$(4.24)$$

c. Solusi akhir persamaan $W(x, y)$ secara umum

$$W(x, y) = W_1(x, y) + W_2(x, y) \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} W(x, y) = & AC \sin \alpha x \sin \beta y + AD \sin \alpha x \cos \beta y \\ & + BC \cos \alpha x \sin \beta y + BD \cos \alpha x \cos \beta y \\ & + EG \sinh \alpha x \sinh \beta y + EH \sinh \alpha x \cosh \beta y \\ & + FG \cosh \alpha x \sinh \beta y + FH \cosh \alpha x \cosh \beta y \end{aligned}$$

$W(x, y)$ selanjutnya dapat disederhanakan menjadi,

$$\begin{aligned} W(x, y) = & \bar{A} \sin \alpha x \sin \beta y + \bar{B} \sin \alpha x \cos \beta y \\ & + \bar{C} \cos \alpha x \sin \beta y + \bar{D} \cos \alpha x \cos \beta y \\ & + \bar{E} \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F} \sinh \alpha x \cosh \beta y \\ & + \bar{G} \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H} \cosh \alpha x \cosh \beta y \end{aligned} \quad (4.25)$$

dimana $\bar{A} = AC$, $\bar{B} = AD$, $\bar{C} = BC$, $\bar{D} = BD$, $\bar{E} = EG$, $\bar{F} = EH$, $\bar{G} = FG$, dan $\bar{H} = FH$.

Nilai konstanta $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$, dan \bar{H} ditentukan berdasarkan pada kondisi batas pelat. Analisis mode getar pelat pada penelitian ini menggunakan kondisi batas pelat sisi terjepit (*clamped*). Hasil dan solusi persamaan getaran pelat dengan kondisi batas *clamped* didasarkan pada syarat batas sebagai berikut.

Sepanjang sumbu- y ($x = 0$ dan $x = a$), kondisinya adalah:

$$W = 0 \text{ dan } \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (4.26)$$

sedangkan kondisi sepanjang sumbu- x ($y = 0$ dan $y = b$), untuk kondisi batas *clamped* adalah:

$$W = 0 \text{ dan } \frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad (4.27)$$

Sebagai konsekuensi dari kedua syarat batas di atas, yaitu $\frac{\partial W}{\partial x} = 0$ dan $\frac{\partial W}{\partial y} = 0$, maka selanjutnya turunan ke-2 dari W akan bernilai 0.

Berdasarkan kondisi batas tersebut, solusi akhir persamaan getaran pelat persegi dengan batas *clamped/fixed boundaries* adalah sebagai berikut.

a. Solusi persamaan pada sumbu- x ($y = 0$)

$$\begin{aligned} W(x, y) = & \bar{A} \sin \alpha x \sin \beta y + \bar{B} \sin \alpha x \cos \beta y \\ & + \bar{C} \cos \alpha x \sin \beta y + \bar{D} \cos \alpha x \cos \beta y \\ & + \bar{E} \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F} \sinh \alpha x \cosh \beta y \\ & + \bar{G} \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H} \cosh \alpha x \cosh \beta y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W(x, 0) = & \bar{A} \sin \alpha x \sin \beta \cdot 0 + \bar{B} \sin \alpha x \cos \beta \cdot 0 \\ & + \bar{C} \cos \alpha x \sin \beta \cdot 0 + \bar{D} \cos \alpha x \cos \beta \cdot 0 \\ & + \bar{E} \sinh \alpha x \sinh \beta \cdot 0 + \bar{F} \sinh \alpha x \cosh \beta \cdot 0 \\ & + \bar{G} \cosh \alpha x \sinh \beta \cdot 0 + \bar{H} \cosh \alpha x \cosh \beta \cdot 0 \end{aligned}$$

$$W(x, 0) = \bar{B} \sin \alpha x + \bar{D} \cos \alpha x + \bar{F} \sinh \alpha x + \bar{H} \cosh \alpha x \quad (4.28)$$

$$W'(x, y) = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} W'(x, y) = & \bar{A} \alpha \cos \alpha x \sin \beta y + \bar{B} \alpha \cos \alpha x \cos \beta y \\ & - \bar{C} \alpha \sin \alpha x \sin \beta y - \bar{D} \alpha \sin \alpha x \cos \beta y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\bar{E}\alpha \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F}\alpha \cosh \alpha x \cosh \beta y \\
& +\bar{G}\alpha \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H}\alpha \sinh \alpha x \cosh \beta y \\
W'(x, 0) &= \bar{B}\alpha \cos \alpha x - \bar{D}\alpha \sin \alpha x + \bar{F}\alpha \cosh \alpha x + \bar{H}\alpha \sinh \alpha x
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
W''(x, y) &= \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \\
W''(x, y) &= -\bar{A}\alpha^2 \sin \alpha x \sin \beta y - \bar{B}\alpha^2 \sin \alpha x \cos \beta y \\
& -\bar{C}\alpha^2 \cos \alpha x \sin \beta y - \bar{D}\alpha^2 \cos \alpha x \cos \beta y \\
& +\bar{E}\alpha^2 \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F}\alpha^2 \sinh \alpha x \cosh \beta y \\
& +\bar{G}\alpha^2 \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H}\alpha^2 \cosh \alpha x \cosh \beta y \\
W''(x, 0) &= -\bar{B}\alpha^2 \sin \alpha x - \bar{D}\alpha^2 \cos \alpha x + \bar{F}\alpha^2 \sinh \alpha x \\
& +\bar{H}\alpha^2 \cosh \alpha x
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Ditinjau berdasarkan kondisi syarat batas di sepanjang sumbu- x , diperoleh beberapa kondisi sebagai berikut:

$$W(0,0) = 0, \quad \bar{D} + \bar{H} = 0 \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned}
W(a, 0) = 0, \quad \bar{B} \sin \alpha \cdot a + \bar{D} \cos \alpha \cdot a + \bar{F} \sinh \alpha \cdot a \\
+ \bar{H} \cosh \alpha \cdot a = 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

$$W'(0,0) = 0, \quad \bar{B} + \bar{F} = 0 \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned}
W'(a, 0) = 0, \quad \bar{B}\alpha \cos \alpha \cdot a - \bar{D}\alpha \sin \alpha \cdot a + \bar{F}\alpha \cosh \alpha \cdot a \\
+ \bar{H}\alpha \sinh \alpha \cdot a = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$W''(0,0) = 0, \quad -\bar{D}\alpha^2 + \bar{H}\alpha^2 = 0 \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
W''(a, 0) = 0, \quad -\bar{B}\alpha^2 \sin \alpha \cdot a - \bar{D}\alpha^2 \cos \alpha \cdot a + \bar{F}\alpha^2 \sinh \alpha \cdot a \\
+ \bar{H}\alpha^2 \cosh \alpha \cdot a = 0
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Dari persamaan (4.31) dan (4.35), dapat disimpulkan bahwa nilai $\bar{D} = \bar{H} = 0$, dengan $\alpha^2 \neq 0$.

Dengan demikian, persamaan (4.32), (4.34), dan (4.36) dapat dituliskan menjadi

$$\bar{B} \sin \alpha. a + \bar{F} \sinh \alpha. a = 0 \quad (4.37)$$

$$\bar{B} \alpha \cos \alpha. a + \bar{F} \alpha \cosh \alpha. a = 0 \quad (4.38)$$

$$-\bar{B} \alpha^2 \sin \alpha. a + \bar{F} \alpha^2 \sinh \alpha. a = 0 \quad (4.39)$$

Dari persamaan (4.37) diperoleh

$$\bar{F} \sinh \alpha. a = -\bar{B} \sin \alpha. a \quad (4.40)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.40) ke dalam persamaan (4.39), maka akan diperoleh:

$$\bar{B} \sin \alpha. a = 0 \quad (4.41)$$

Dari persamaan (4.40) dan (4.41), dapat disimpulkan nilai $\bar{F} = 0$, oleh karena $\sinh \alpha. a \neq 0$. Jadi, solusi untuk nilai $W(x)$ menjadi

$$W(x) = \bar{B} \sin \alpha x \quad (4.42)$$

Selanjutnya, dari persamaan (4.41)), akan dihasilkan nilai $\bar{B} = 0$ atau $\sin \alpha. a = 0$, tetapi nilai \bar{B} tidak mungkin 0, sehingga hasil yang mungkin terjadi adalah

$$\sin \alpha. a = 0 \quad (4.43)$$

sehingga diperoleh nilai

$$\alpha = \frac{m\pi}{a} \quad (4.44)$$

di mana $m = 1, 2, 3, \dots$

b. Solusi persamaan pada sumbu- y ($x = 0$)

Dengan cara yang sama seperti solusi pada sumbu- x , solusi persamaan di sepanjang sumbu- y dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 W(x, y) &= \bar{A} \sin \alpha x \sin \beta y + \bar{B} \sin \alpha x \cos \beta y \\
 &\quad + \bar{C} \cos \alpha x \sin \beta y + \bar{D} \cos \alpha x \cos \beta y \\
 &\quad + \bar{E} \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F} \sinh \alpha x \cosh \beta y \\
 &\quad + \bar{G} \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H} \cosh \alpha x \cosh \beta y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W(0, y) &= \bar{A} \sin \alpha \cdot 0 \sin \beta y + \bar{B} \sin \alpha \cdot 0 \cos \beta y \\
 &\quad + \bar{C} \cos \alpha \cdot 0 \sin \beta y + \bar{D} \cos \alpha \cdot 0 \cos \beta y \\
 &\quad + \bar{E} \sinh \alpha \cdot 0 \sinh \beta y + \bar{F} \sinh \alpha \cdot 0 \cosh \beta y \\
 &\quad + \bar{G} \cosh \alpha \cdot 0 \sinh \beta y + \bar{H} \cosh \alpha \cdot 0 \cosh \beta y
 \end{aligned}$$

$$W(0, y) = \bar{C} \sin \beta y + \bar{D} \cos \beta y + \bar{G} \sinh \beta y + \bar{H} \cosh \beta y \quad (4.45)$$

$$W'(x, y) = \frac{\partial W(x, y)}{\partial y}$$

$$\begin{aligned}
 W'(x, y) &= \bar{A} \beta \sin \alpha x \cos \beta y - \bar{B} \beta \sin \alpha x \sin \beta y \\
 &\quad + \bar{C} \beta \cos \alpha x \cos \beta y - \bar{D} \beta \cos \alpha x \sin \beta y \\
 &\quad + \bar{E} \beta \sinh \alpha x \cosh \beta y + \bar{F} \beta \sinh \alpha x \sinh \beta y \\
 &\quad + \bar{G} \beta \cosh \alpha x \cosh \beta y + \bar{H} \beta \cosh \alpha x \sinh \beta y
 \end{aligned}$$

$$W'(0, y) = \bar{C} \beta \cos \beta y - \bar{D} \beta \sin \beta y + \bar{G} \beta \cosh \beta y + \bar{H} \beta \sinh \beta y$$

(4.46)

$$W''(x, y) = \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2}$$

$$\begin{aligned}
W''(x, y) &= -\bar{A}\beta^2 \sin \alpha x \sin \beta y - \bar{B}\beta^2 \sin \alpha x \cos \beta y \\
&\quad -\bar{C}\beta^2 \cos \alpha x \sin \beta y - \bar{D}\beta^2 \cos \alpha x \cos \beta y \\
&\quad +\bar{E}\beta^2 \sinh \alpha x \sinh \beta y + \bar{F}\beta^2 \sinh \alpha x \cosh \beta y \\
&\quad +\bar{G}\beta^2 \cosh \alpha x \sinh \beta y + \bar{H}\beta^2 \cosh \alpha x \cosh \beta y \\
W''(0, y) &= -\bar{C}\beta^2 \sin \beta y - \bar{D}\beta^2 \cos \beta y + \bar{G}\beta^2 \sinh \beta y \\
&\quad +\bar{H}\beta^2 \cosh \beta y
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Berdasarkan persamaan-persamaan di atas, melalui prosedur yang sama dengan penyelesaian pada sumbu- x , diperoleh hasil sebagai berikut:

$$W(y) = \bar{C} \sin \beta y \tag{4.48}$$

dengan nilai β adalah

$$\beta = \frac{n\pi}{b} \tag{4.49}$$

di mana $n = 1, 2, 3, \dots$

Berdasarkan solusi-solusi di atas, maka dapat disimpulkan bahwa solusi akhir nilai $W(x, y)$ yang merupakan fungsi posisi pada persamaan getaran pelat dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut

$$W(x, y) = A \sin \alpha x \sin \beta y \tag{4.50}$$

di mana $A = \bar{B}\bar{C}$.

Dengan mensubstitusikan nilai α dan β dari persamaan (4.44) dan (4.49) ke dalam persamaan (4.13) dan (4.3) akan diperoleh

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

$$\gamma^2 = \omega \sqrt{\frac{\rho h}{D}} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \quad (4.51)$$

Oleh karena itu, berdasarkan persamaan (4.51), frekuensi ω dituliskan sebagai fungsi nilai m dan n sebagai berikut

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (4.52)$$

Solusi $W(x, y)$ pada persamaan (4.50) juga dapat dituliskan sebagai berikut:

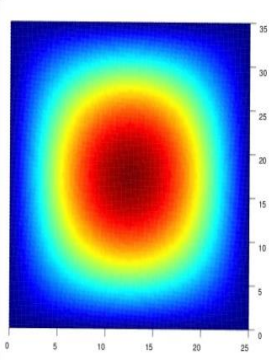
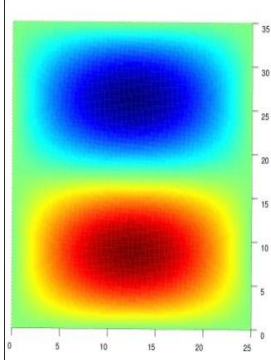
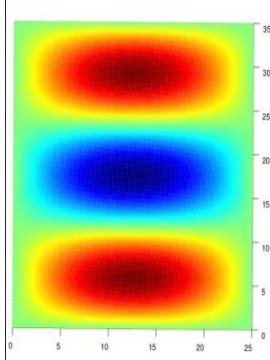
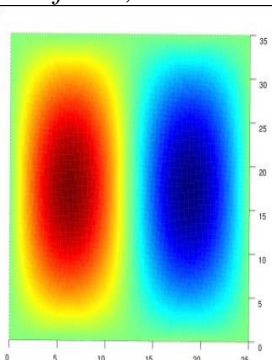
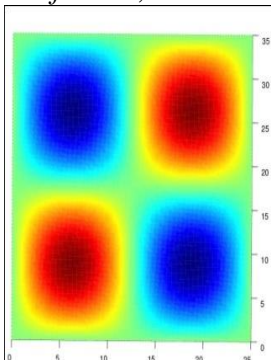
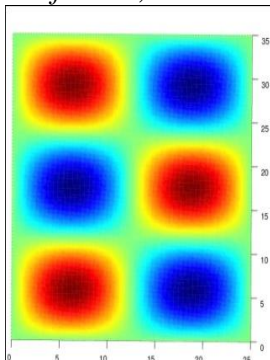
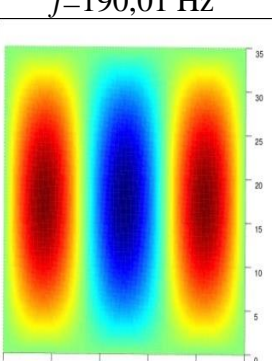
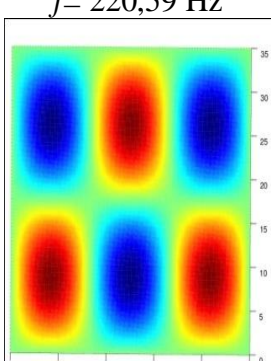
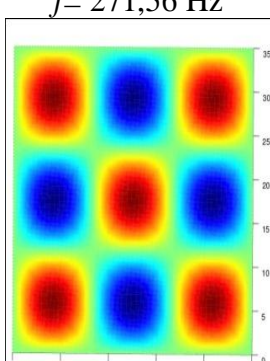
$$W_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.53)$$

Persamaan (4.53) disebut juga sebagai fungsi *Eigen* yang sesuai untuk pelat segi empat dengan batas sisi a dan b .

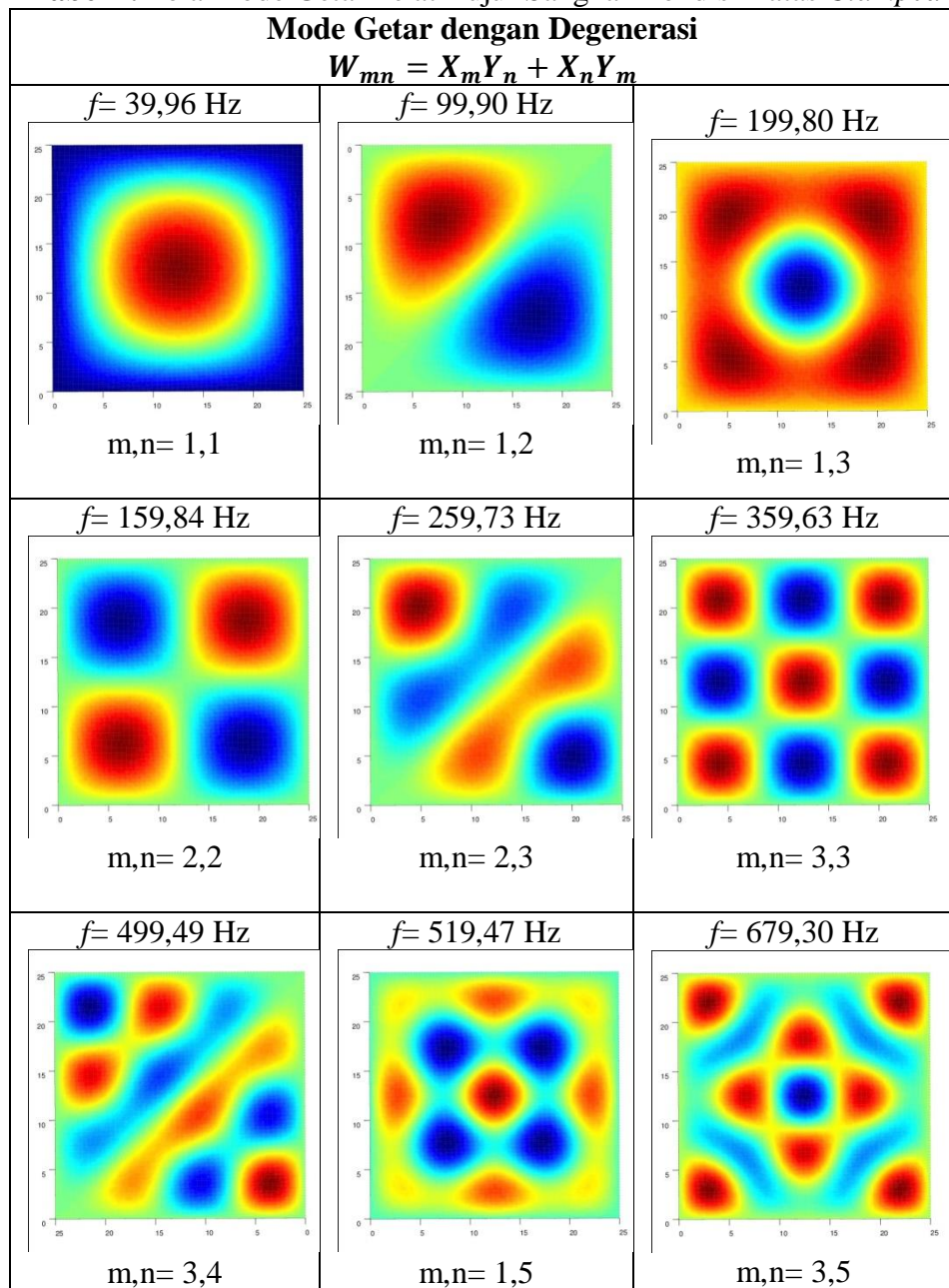
Fungsi $W(x, y)$, yang dalam penelitian ini merupakan solusi akhir untuk menentukan pola mode getar pelat, selanjutnya di-plot dalam bentuk grafik dengan bantuan program Matlab. *Plotting* grafik fungsi $W(x, y)$ inilah yang kemudian menghasilkan pola-pola mode getar pelat.

Pola mode getar pelat persegi panjang dan bujur sangkar hasil analisis secara matematis dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut.

Tabel 1. Pola Mode Getar Pelat Persegi Panjang Kondisi Batas *Clamped*

$\begin{matrix} n \\ m \end{matrix}$	1	2	3
1	$f= 30,17 \text{ Hz}$ 	$f= 60,75 \text{ Hz}$ 	$f= 111,72 \text{ Hz}$ 
2	$f= 90,11 \text{ Hz}$ 	$f= 120,69 \text{ Hz}$ 	$f= 171,66 \text{ Hz}$ 
3	$f=190,01 \text{ Hz}$ 	$f= 220,59 \text{ Hz}$ 	$f= 271,56 \text{ Hz}$ 

Tabel 2. Pola Mode Getar Pelat Bujur Sangkar Kondisi Batas *Clamped*



Bilangan bulat m dan n , merupakan simbol garis nodal (*nodal lines*) yang terletak pada masing-masing arah x dan y . Garis nodal (*nodal lines*) dapat mewakili getaran simetris dan antisimetris sehubungan dengan *centerlines* di dalam bidang pelat ketika $m = n$ atau $m \neq n$.

Pada pelat bujur sangkar yang memiliki struktur simetri empat sisi, pada kondisi $m \neq n$, fungsi $W_{m,n} = W_{n,m}$ memiliki nilai frekuensi yang sama, namun bentuk mode getar yang dihasilkan dapat berbeda. Dinamika seperti hal tersebut disebabkan oleh degenerasi nilai *eigen* dan akibat interaksi modal yang terjadi di dekat degenerasi.

Pola mode getar pelat yang ditunjukkan pada masing-masing nilai *nodal lines* (m,n) , memiliki nilai frekuensi tertentu, yang kemudian disebut sebagai frekuensi alami dari pelat. Frekuensi alami pada masing-masing pola mode getar seperti ditunjukkan pada Tabel 1 dan 2, merupakan hasil perhitungan berdasarkan persamaan (4.52) dengan asumsi nilai konstanta mengacu pada sifat struktur bahan pelat aluminium secara umum. Konstanta umum yang diperlukan dalam perhitungan frekuensi alami pelat dengan struktur bahan aluminium adalah *modulus Young* ($E = 7 \times 10^7 \text{Pa}$), dan rasio *Poisson* ($\nu = 0,334$).

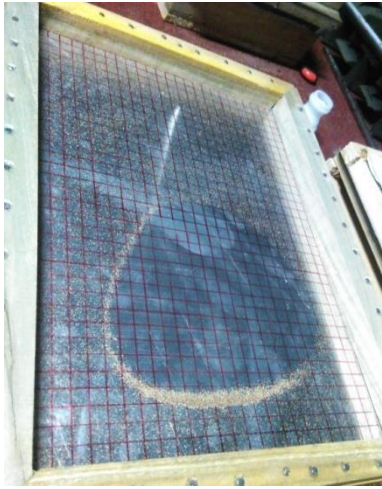
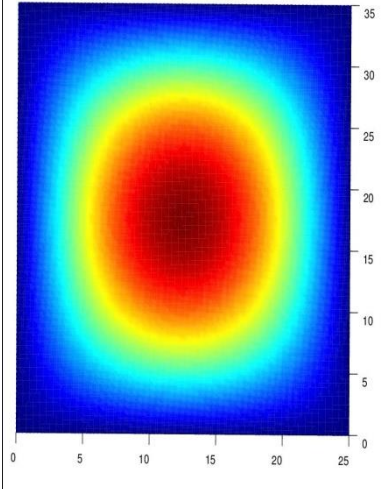

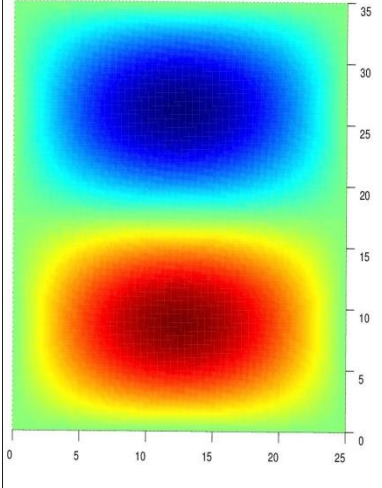
C. Perbandingan Hasil Analisis Mode Getar Pelat Segi Empat Secara Analitik dan Eksperimen


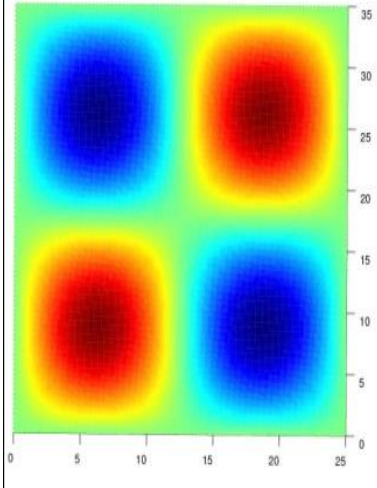
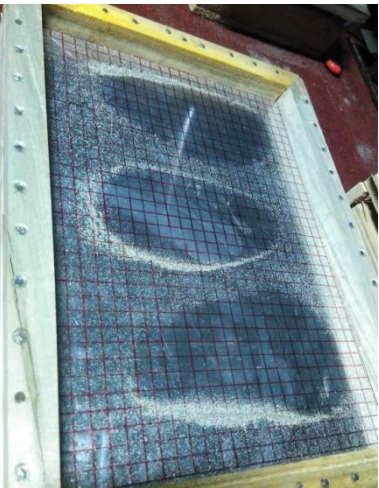
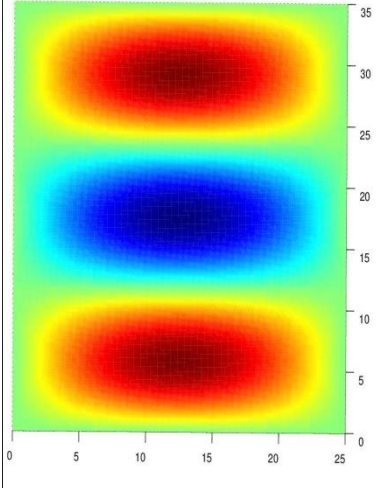
Pola mode getar pelat secara analitik dibandingkan dengan pola mode getar pelat hasil eksperimen untuk mengetahui keakuratan fungsi $W(x,y)$ hasil analisis dengan mode getar secara eksperimen. Berdasarkan hasil perbandingan, dapat dilihat bahwa pola mode getar hasil analisis memiliki kecenderungan sama atau mendekati pola hasil eksperimen. Namun, frekuensi alami pelat hasil analisis mempunyai nilai yang sedikit berbeda dengan frekuensi hasil eksperimen. Hal ini disebabkan karena penentuan frekuensi alami secara teori masih mengacu pada konstanta-konstanta yang diasumsikan secara umum.


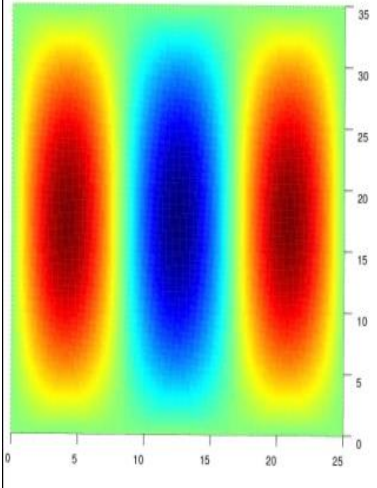

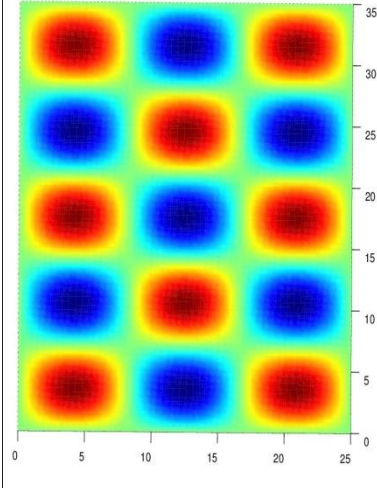
Perbandingan hasil analisis mode getar pelat secara analitik dan eksperimen dapat dilihat pada Tabel-tabel berikut.

1. Mode Getar Pelat Persegi Panjang

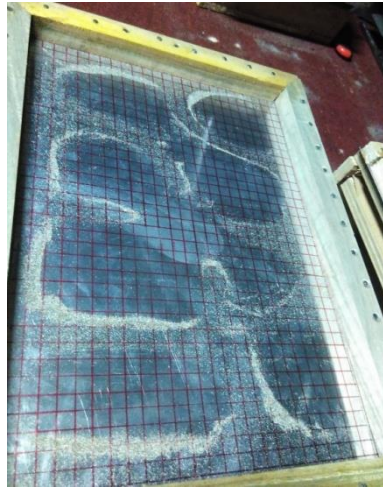
Tabel 3. Perbandingan Pola Mode Getar Pelat Persegi Panjang

POLA MODE GETAR PELAT PERSEGI PANJANG SECARA ANALITIK DAN EKSPERIMEN			
EKSPERIMEN		ANALISIS	
f (Hz)	Pola Mode Getar	f (Hz)	Pola Mode Getar
52,63		30,17	 (m,n=1,1)
92,6		60,75	 (m,n=1,2)

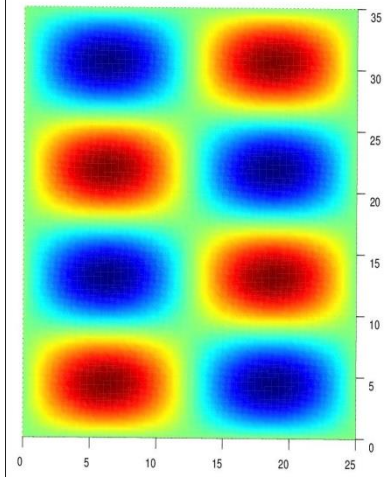
121,9		120,69	
		(m,n=2,2)	
142,8		111,72	
		(m,n=1,3)	

161,3		190,01	
			(m,n=3,1)
416,7		434,66	
			(m,n=3,5)

263,2



243,91

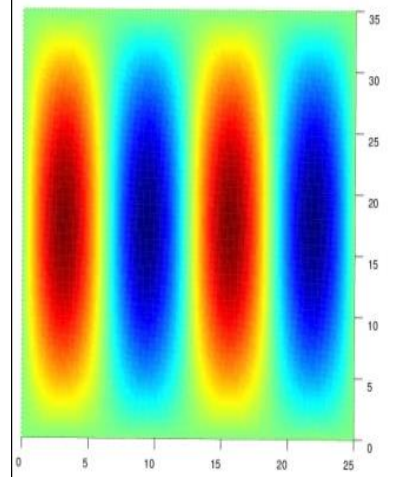


(m,n=2,4)

312,5



329,87



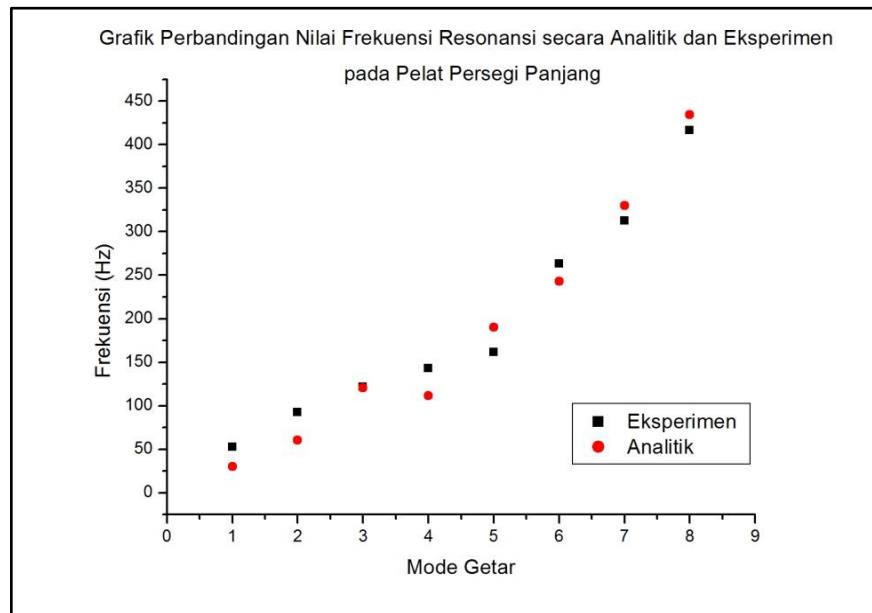
(m,n=4,1)

Perbandingan lebih lanjut nilai frekuensi mode getar pada pelat persegi panjang secara analitik dan eksperimen dapat dilihat pada Tabel 4 berikut ini.

Tabel 4. Perbandingan Frekuensi Mode Getar pada Pelat Persegi Panjang

Mode	m,n	PERSEGI PANJANG			
		Frekuensi (Hz)			
		Eksperimen	Teori	Faktor pengali	Selisih
1	1,1	52.63	30.17	1.74	22.46
2	1,2	92.60	60.75	1.52	31.85
3	2,2	121.90	120.69	1.01	1.21
4	1,3	142.80	111.72	1.28	31.08
5	3,1	161.30	190.01	0.85	28.71
6	2,4	263.20	243.02	1.08	20.18
7	4,1	312.50	329.87	0.95	17.37
8	3,5	416.70	434.66	0.96	17.96

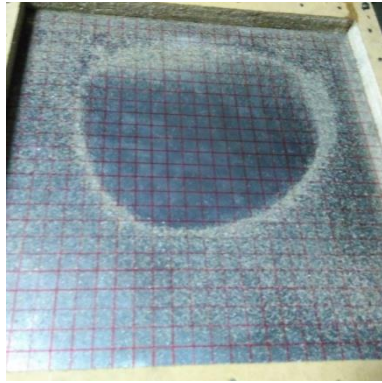
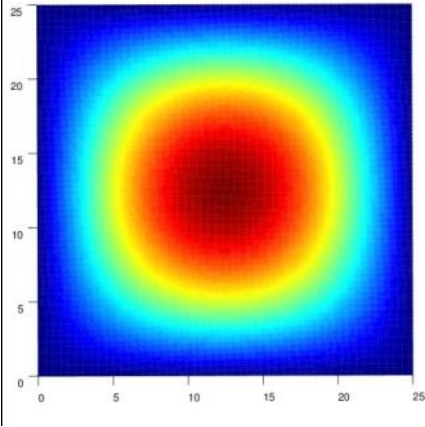
Berdasarkan Tabel 4 di atas, dapat diamati bahwa data frekuensi mode getar pelat secara analitik dan eksperimen memiliki kecenderungan nilai yang hampir sama atau mendekati, dengan nilai selisih yang tidak signifikan. Hal ini dapat ditunjukkan pada nilai faktor pengali yang hampir semuanya mendekati nilai 1. Perbandingan data frekuensi tersebut apabila disajikan dalam bentuk grafik, dapat dilihat pada Gambar 13 berikut.

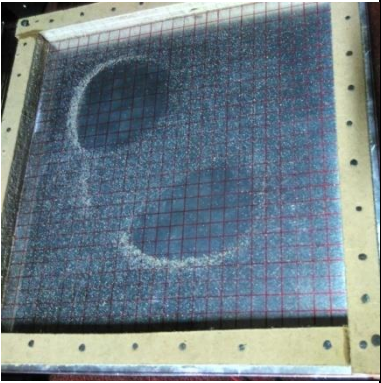
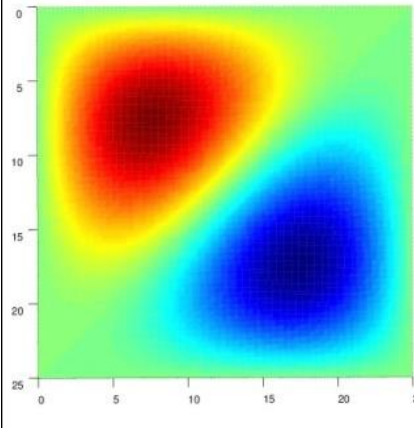
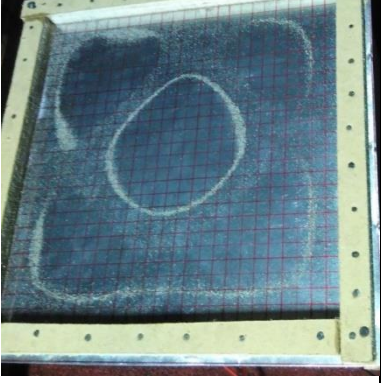
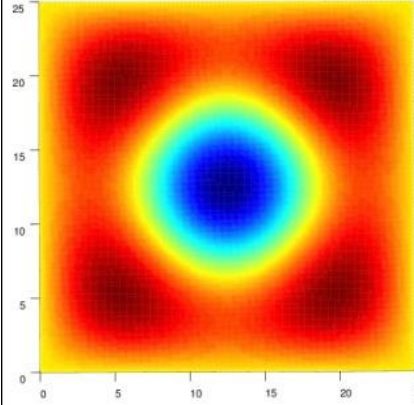
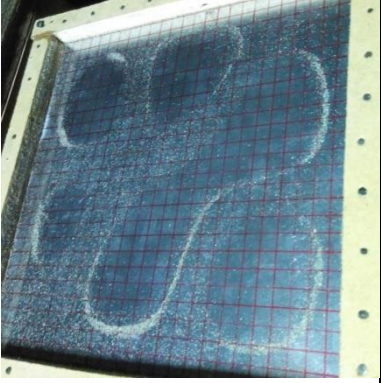
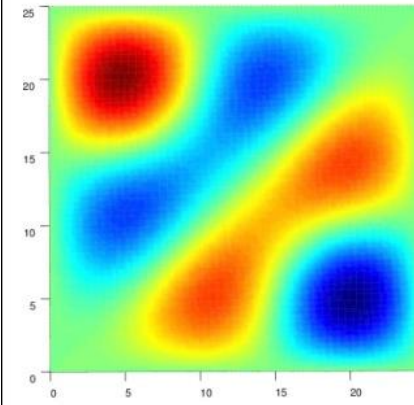


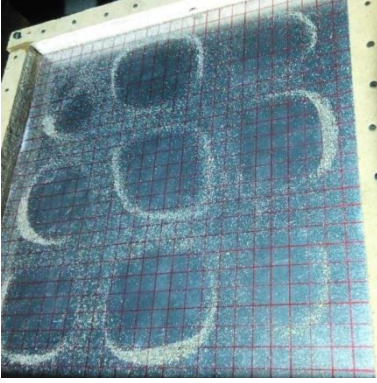
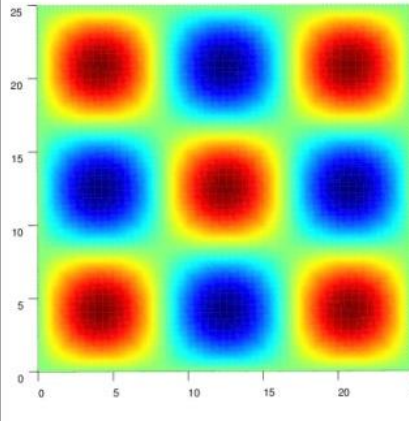
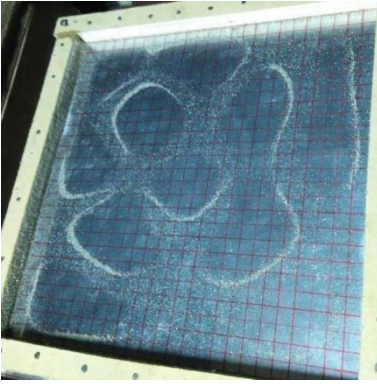
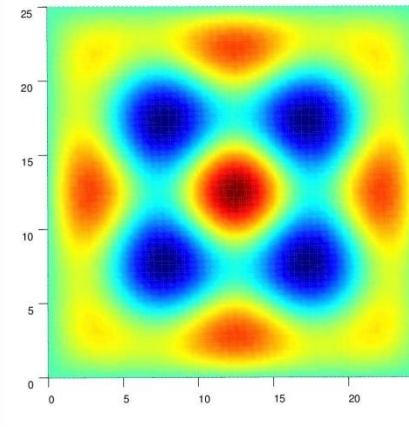
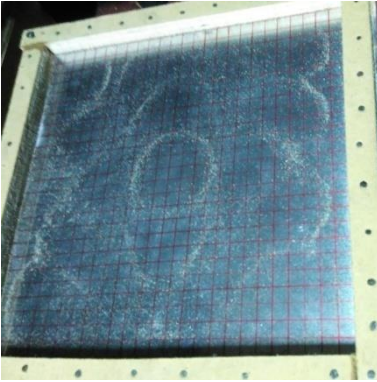
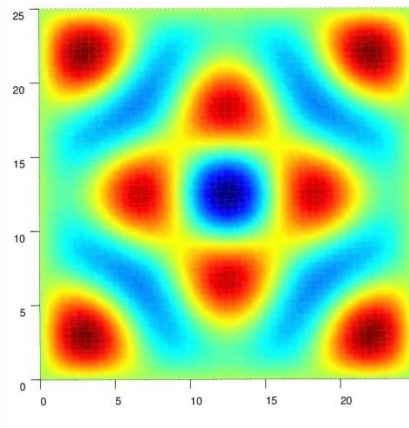
Gambar 13. Grafik perbandingan nilai frekuensi mode getar secara analitik dan eksperimen pelat persegi panjang.

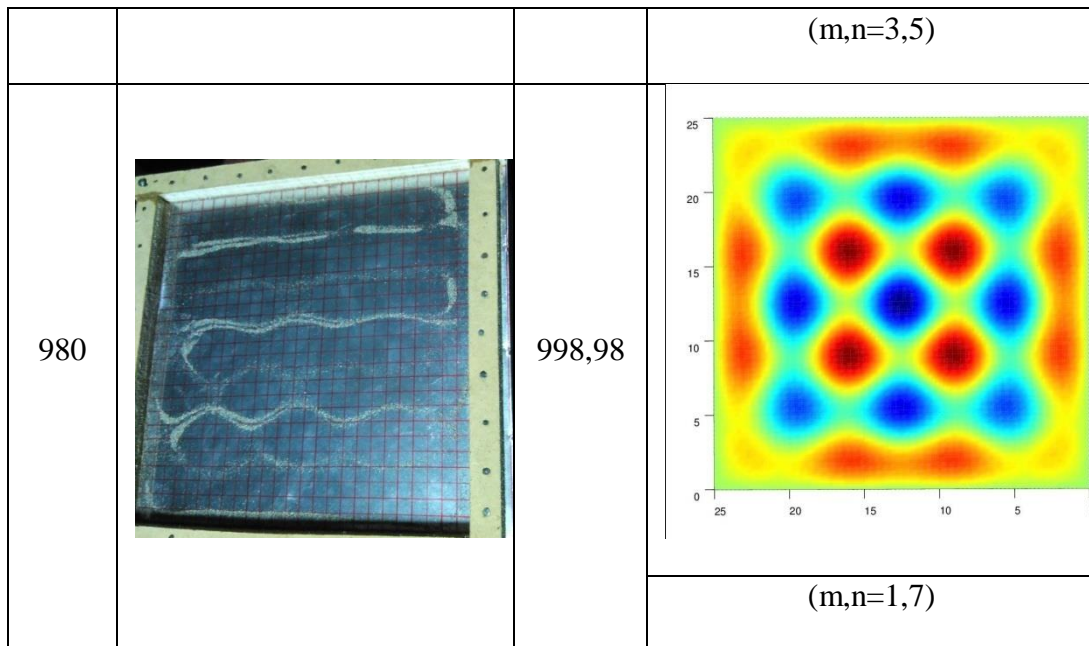
2. Mode Getar Pelat Bujur Sangkar

Tabel 5. Perbandingan Pola Mode Getar Pelat Bujur Sangkar

EKSPERIMEN		ANALISIS	
f (Hz)	Pola Mode Getar	f (Hz)	Pola Mode Getar
32,0		39,96	 $m,n= 1,1$

128		99,90		(m,n=1,2)
217		199,80		(m,n=1,3)
263		259,73		(m,n=2,3)

344		359,63	 <p>(m,n=3,3)</p>
488		519,47	 <p>(m,n=1,5)</p>
645		679,30	



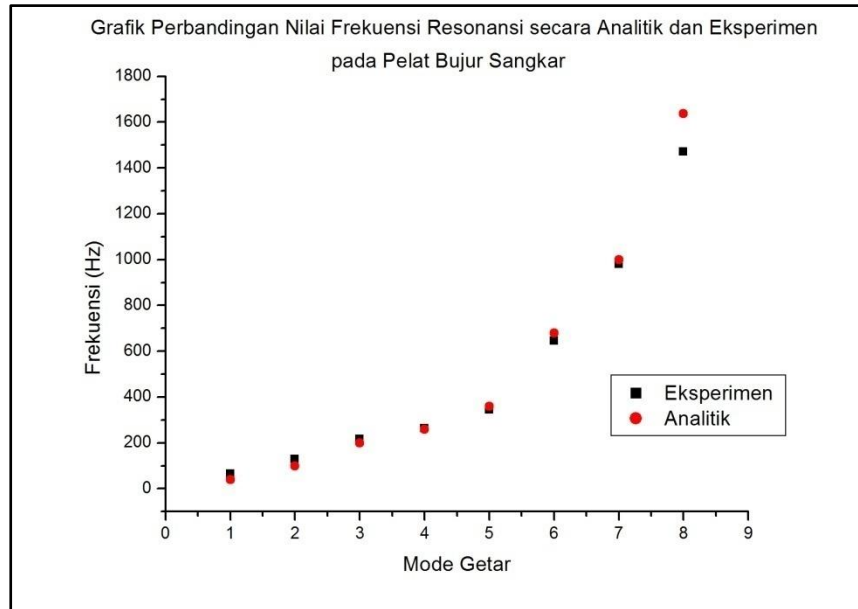
Perbandingan lebih lanjut nilai frekuensi mode getar pada pelat bujur sangkar secara analitik dan eksperimen dapat dilihat pada Tabel 6 berikut ini.

Tabel 6. Perbandingan Frekuensi Mode Getar pada Pelat Bujur Sangkar

Mode	m,n	BUJUR SANGKAR			
		Frekuensi (Hz)			
		Eksperimen	Teori	Faktor pengali	Selisih
1	1,1	32.00	39.96	0.80	7.960
2	1,2	128.00	99.90	1.28	28.100
3	1,3	217.00	199.80	1.09	17.200
4	2,3	263.00	259.73	1.01	3.270
5	3,3	344.00	359.63	0.96	15.630
6	1,5	488.00	519.47	0.94	31.470
7	3,5	645.00	679.30	0.95	34.300
8	1,7	980.00	998.98	0.98	18.980

Berdasarkan Tabel 6, dapat diamati pula bahwa data frekuensi mode getar pelat secara analitik dan eksperimen pelat bujur sangkar memiliki kecenderungan nilai yang hampir sama atau mendekati, dengan nilai selisih

yang tidak signifikan. Hal ini dapat ditunjukkan pada nilai faktor pengali yang hampir semuanya mendekati nilai 1. Perbandingan data frekuensi tersebut apabila disajikan dalam bentuk grafik, dapat dilihat pada Gambar 14 berikut.



Gambar 14. Grafik perbandingan nilai frekuensi mode getar secara analitik dan eksperimen pelat bujur sangkar.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dari data yang diperoleh pada penelitian, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Pola mode getar pelat aluminium segi empat meliputi pelat persegi panjang ukuran 35 cm x 25 cm x 0,0419 cm dan pelat bujur sangkar ukuran 25 cm x 25 cm x 0,0419 mm pada kondisi batas *clamped/fixed boundaries* yang terbentuk berdasarkan hasil eksperimen analisis mode (*Experimental Modal Analysis*), dilakukan dengan cara memberikan masukan berupa getaran pada pelat yang bersumber dari rangkaian *sound system* sederhana. Getaran sumber dari rangkaian *sound system* akan menggetarkan bidang datar pelat pada frekuensi tertentu sehingga menyebabkan terjadinya getaran paksa pada pelat. Apabila frekuensi getaran sumber tersebut bertepatan dengan salah satu frekuensi alami dari pelat, akan terjadi peristiwa resonansi. Oleh karena peristiwa resonansi ini, struktur sistem pelat akan mengalami osilasi yang besar sehingga memunculkan pola mode getar pada pelat.
2. Analisis mode getar pelat aluminium segi empat (meliputi pelat persegi panjang dan bujur sangkar) pada kondisi batas *clamped/fixed boundary* yang dirumuskan secara matematis menggunakan metode analitik, menghasilkan solusi akhir sebagai berikut

$$W_{mn}(x, y) = P_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

Plotting grafik fungsi $W_{mn}(x, y)$ akan menghasilkan pola-pola mode getar pelat seperti yang dihasilkan pada metode *Experimental Modal Analysis*, dengan nilai frekuensi alami pelat dirumuskan dengan persamaan sebagai berikut

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$$

Mode getar pelat aluminium segi empat hasil analisis secara teori menghasilkan pola-pola yang memiliki kecenderungan sama atau mendekati dengan pola mode getar pelat secara eksperimen pada nilai frekuensi tertentu.

B. Saran

Terlepas dari keterbatasan yang dimiliki, hasil penelitian ini diharapkan mempunyai implikasi yang luas untuk penelitian selanjutnya dengan topik serupa. Adapun saran dari hasil penelitian ini untuk penelitian selanjutnya yaitu:

1. Penelitian selanjutnya sebaiknya memperbaiki variabel-variabel dalam penelitian ini (kondisi batas, instrumen getaran sumber, dsb.) sedemikian sehingga dihasilkan pola mode getar secara eksperimen yang lebih akurat untuk dapat dipertanggungjawabkan hasilnya.
2. Penelitian selanjutnya hendaknya melakukan variasi bentuk, ukuran, dan bahan pelat yang digunakan dalam penelitian sehingga dapat digunakan sebagai pembanding dalam mengidentifikasi pengaruh bentuk dan

struktur bahan terhadap sifat dinamis sistem terkait dengan karakteristik mode getar yang dihasilkan.

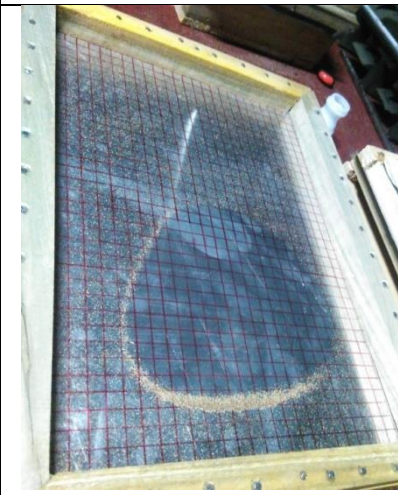



DAFTAR PUSTAKA







- Avitabile, P. 2018. *Modal Testing*. Lowell: John Wiley & Sons Ltd.
- Balasubramanian, A. 2011. "Plate Analysis with Different Geometries and Arbitrary Boundary Conditions". *Thesis*. Austin: The University of Texas at Arlington.
- Chakraverty, S. 2009. *Vibrations of Plates*. New York: CRC Press.
- Duffy, D.J. 2006. *Finite Difference Methods in Financial Engineering: A Partial Differential Equation Approach*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Gunawan, P. H. 2016. *Pengantar Persamaan Diferensial Parsial untuk Sains dan Teknik*. Telkom University: Nulisbuku.com.
- Humi, M., and Miller, W. *Boundary Value Problems and Partial Differential Equations*. 1992. Michigan: PWS-Kent.
- Kelly, S. Graham. 2012. *Mechanical Vibrations: Theory and Applications*. Boston: Cengage Learning.
- King, G.C. 2009. *Vibrations and Waves*. Manchester: John Wiley & Sons, Ltd.
- Leissa, A.W., and Qatu, M.S. 2011. *Vibrations of Continuous Systems*. New York: Mc Graw Hill.
- Rao, S. S. 2011. *Mechanical Vibration*. Miami: University of Miami.
- Rao, S. S. 2007. *Vibration of Continuous Systems*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Ross, S. L. 1984. *Differential Equations*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Strauss, W. A. 2007. *Partial Differential Equations*. Providence: John Wiley & Sons Ltd.
- Waluya, St. B. 2006. *Buku Ajar: Persamaan Diferensial*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

LAMPIRAN 1

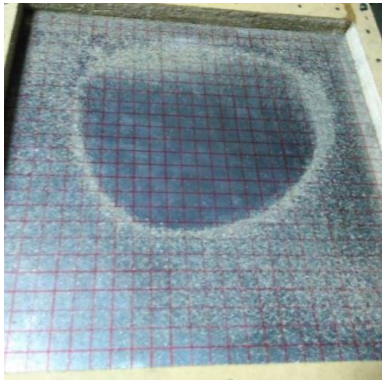
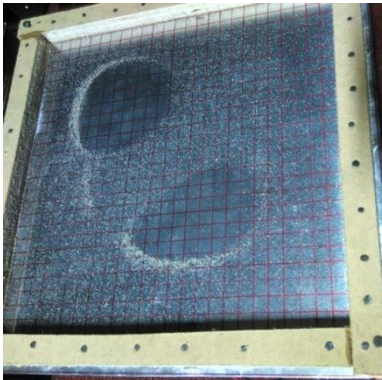
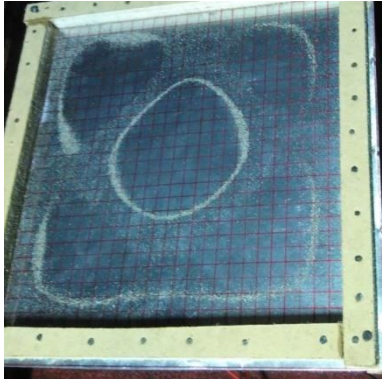
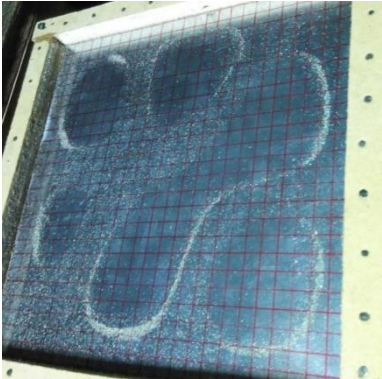
Pola mode getar pelat segi empat hasil eksperimen.

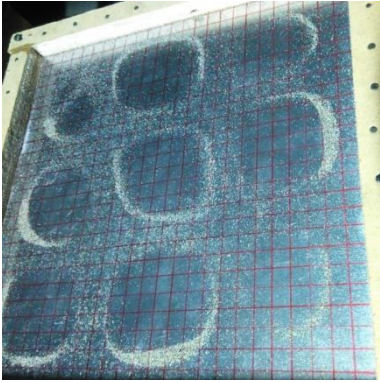
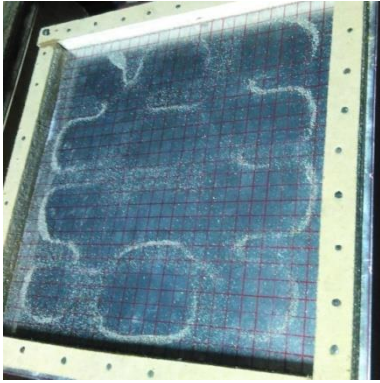
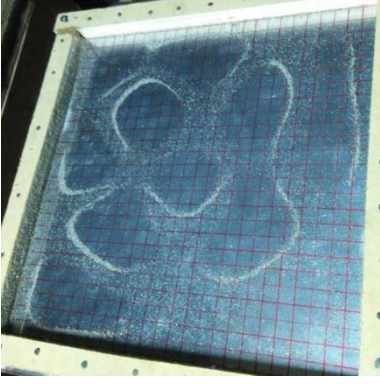
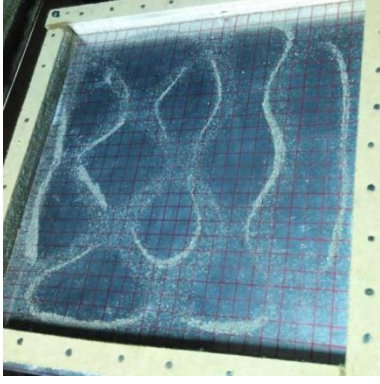
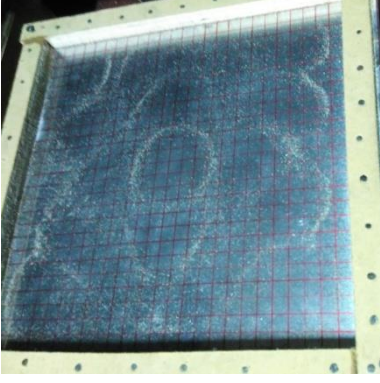
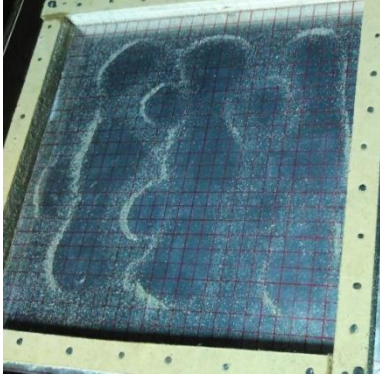
1. Pelat persegi panjang

POLA MODE GETAR PELAT PERSEGI PANJANG HASIL EKSPERIMEN			
f (Hz)	Pola Mode Getar	f (Hz)	Pola Mode Getar
52,63		92,6	
121,9		142,8	

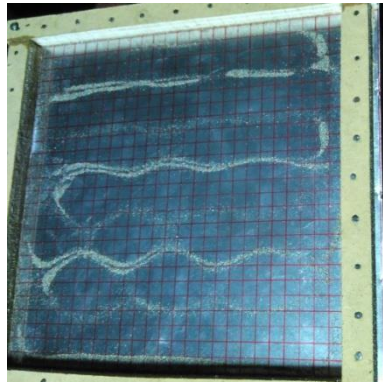
161,3	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.	200	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.
263,2	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.	312,5	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.
416,7	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.	500	 A rectangular sieve tray with a red grid is shown, containing a dark blue material. The material is mostly retained on the sieve, with some white residue visible.

2. Pelat bujur sangkar

POLA MODE GETAR PELAT BUJUR SANGKAR HASIL EKSPERIMEN			
<i>f</i> (Hz)	Pola Mode Getar	<i>f</i> (Hz)	Pola Mode Getar
32,0		128	
217		263	

344		454	
488		526	
645		689	

980



1470

