

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **A. Deskripsi Teori**

##### **1. Pembelajaran Matematika**

Pembelajaran secara harfiah berarti proses belajar. Menurut Winkel (1987: 8) pembelajaran dapat dimaknai sebagai proses penambahan pengetahuan dan wawasan melalui rangkaian aktivitas yang dilakukan secara sadar dan mengakibatkan perubahan pada diri seseorang, sehingga terjadi perubahan yang sifatnya positif, dan pada ahir akan didapat ketrampilan, kecakapan, dan pengetahuan baru. Selanjutnya Winkel (1987: 9) menjelaskan bahwa pembelajaran merupakan seperangkat tindakan yang dirancang untuk mendukung proses belajar peserta didik, dengan memperhitungkan kejadian-kejadian eksternal yang berperan terhadap rangkaian kejadian internal yang berlangsung dalam peserta didik.

Menurut Djamarah (2010: 11-13) pembelajaran merupakan suatu sistem yang terdiri atas komponen-komponen yang berpengaruh terhadap kualitas pembelajaran. Selanjutnya Djamarah (2010: 41-52) menjelaskan bahwa komponen-komponen pembelajaran tersebut meliputi :

- a. Tujuan, merupakan cita-cita yang ingin dicapai dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran. Tujuan dalam proses belajar mengajar merupakan komponen pertama yang harus ditetapkan karena berfungsi sebagai indikator keberhasilan pengajaran.

- b. Bahan pelajaran, merupakan substansi yang disampaikan dalam proses belajar mengajar. Bahan pelajaran merupakan unsur inti yang ada dalam kegiatan belajar mengajar, karena memang bahan pelajaran itu yang akan dikuasai oleh siswa.
- c. Kegiatan belajar mengajar, merupakan segala sesuatu yang diprogramkan dan dilaksanakan dalam proses belajar mengajar.
- d. Metode, yaitu cara yang digunakan untuk mencapai suatu tujuan. Dalam kegiatan pembelajaran guru sebaiknya menggunakan metode yang bervariasi disesuaikan dengan materi pelajaran.
- e. Alat, merupakan segala sesuatu yang digunakan dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Fungsi dari alat tersebut antara lain meningkatkan kemampuan persepsi, pengertian, transfer, penguatan (*reinforcement*), dan ingatan.
- f. Sumber belajar, yaitu segala sesuatu yang digunakan sebagai tempat belajar siswa.
- g. Evaluasi merupakan tindakan atau proses untuk menilai sesuatu. Evaluasi merupakan kegiatan mengumpulkan data seluas-luasnya dan sedalam-dalamnya, yang bersangkutan dengan kapabilitas siswa guna mengetahui sebab-akibat dan hasil belajar siswa yang dapat mendorong dan mengembangkan kemampuan belajar.

Pengertian pembelajaran menurut UU RI No. 20 tahun 2003 bab 1 pasal 1 ayat 20 tentang sistem pendidikan nasional, menjelaskan bahwa pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada

suatu lingkungan belajar. Sedangkan pembelajaran dapat dikatakan sebagai proses komunikasi antara peserta didik dan guru serta antar peserta didik dalam rangka mengubah sikap.

Sedangkan matematika dalam sudut pandang Nasution (1982: 12) yang diuraikan dalam bukunya, bahwa istilah matematika berasal dari kata Yunani, *mathein* atau *manthenein* yang berarti mempelajari. Kata ini memiliki hubungan yang erat dengan kata Sanskerta, *medha* atau *widya* yang memiliki arti kepandaian, ketahuan, atau intelegensia. Dalam bahasa Belanda, matematika disebut dengan kata *wiskunde* yang berarti ilmu tentang belajar. Hal ini sesuai dengan arti kata *mathein* pada matematika.

Istilah matematika lebih tepat digunakan dari pada ilmu pasti. Karena, dengan menguasai matematika orang akan dapat belajar untuk mengatur jalan pemikirannya dan sekaligus belajar menambah kepandaiannya. Dengan kata lain, belajar matematika sama halnya dengan belajar logika, karena kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah segala ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga, untuk dapat berkecimpung dalam dunia sains, teknologi, atau disiplin ilmu lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah menguasai alat atau ilmu dasarnya, yakni menguasai matematika secara benar.

Matematika itu adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan pembuktian yang logik. Matematika itu adalah bahasa, bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai idea daripada mengenai bunyi. Matematika adalah pengetahuan struktur yang terorganisasikan, sifat-sifat atau

teori-teori itu dibuat secara deduktif berdasarkan kepada unsur-unsur yang didefinisikan atau tidak, aksioma-aksioma, sifat-sifat, atau teori-teori yang telah dibuktikan kebenarannya. Matematika adalah ilmu tentang pola, keteraturan pola atau idea; dan matematika adalah suatu seni, keindahannya terdapat pada keterurutan dan keharmonisannya.

Menurut Suherman et al (2001: 55) belajar matematika bagi peserta didik merupakan pembentukan pola pikir dalam pemahaman suatu pengertian maupun penalaran suatu hubungan di antara pengertian-pengertian itu. Pembelajaran matematika juga memuat abstraksi dan generalisasi. Sedangkan Ebbut & Straker (dalam Marsigit, 2011: 3) mendefinisikan matematika sekolah sebagai berikut.

- a. Matematika adalah ilmu tentang penulusuran pola dan hubungan.
- b. Matematika adalah ilmu tentang pemecahan masalah (*problem solving*).
- c. Matematika adalah ilmu tentang kegiatan investigasi.
- d. Matematika adalah ilmu berkomunikasi.

Dari uraian di atas peneliti menyimpulkan bahwa pembelajaran matematika adalah suatu tindakan yang dilakukan oleh guru yang bertujuan untuk mengadakan perubahan pada diri siswa terhadap matematika sehingga siswa dapat menggunakan daya nalar secara logis, sistematis, konsisten, dan kritis.

## **2. Hasil Belajar**

- a. Definisi Hasil Belajar Matematika

Secara umum belajar adalah proses dari perkembangan hidup manusia. Dengan belajar, manusia melakukan perubahan-perubahan kualitatif individu sehingga tingkah lakunya berkembang. Semua aktivitas dan prestasi hidup tidak

lain adalah hasil dari belajar. Untuk mengetahui hasil belajar dilakukan suatu penelitian terhadap siswa yang bertujuan untuk mengetahui apakah siswa telah menguasai materi atau belum.

Hasil belajar adalah hasil yang dicapai setelah melalui pembelajaran jika dikaitkan dengan belajar mengajar, maka mempunyai arti hasil yang dicapai siswa melalui aktivitas belajar. Hasil belajar juga merupakan kemampuan yang diperoleh siswa setelah mengikuti kegiatan belajar (Nashar, 2004: 77). Menurut Hamalik (2001: 245), hasil belajar tampak terjadinya perubahan tingkah laku pada diri siswa, yang dapat diambil dan diukur akan pengetahuan sikap dan keterampilan. Menurut Sudjana (2004: 22), bahwa hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa setelah ia menerima pengalaman belajarnya. Hasil belajar merupakan hal penting yang akan dijadikan sebagai tolak ukur sejauh mana keberhasilan seorang siswa dalam belajar. Suatu perubahan perilaku dapat dianggap sebagai hasil belajar apabila pencapaian suatu tujuan belajar sebagai latihan atau uji coba yang disengaja dan merupakan perilaku yang berfungsi efektif dalam kurung waktu tertentu.

Berdasarkan pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa hasil belajar adalah hasil atau kemampuan yang diperoleh oleh siswa setelah mengikuti proses pembelajaran berupa pengetahuan yang tidak hanya kecakapan tetapi juga penghayatan pada individu dan untuk mengetahui hasil dari belajar tersebut dapat dilakukan melalui pelatihan berupa tes, latihan atau ulangan.

Hasil belajar merupakan salah satu hasil dari kegiatan yang dilakukan untuk mengukur dan menilai tingkat pencapaian kurikulum. Penilaian hasil belajar juga

digunakan untuk mengetahui kekuatan dan kelemahan yang ada dalam proses pembelajaran, sehingga dapat dijadikan dasar untuk pengambilan keputusan, misalnya apakah proses pembelajaran sudah baik dan dapat dilanjutkan atau masih perlu perbaikan dan penyempurnaan. Sejalan dengan definisi di atas maka hasil belajar berfungsi sebagai berikut:

- a. Alat untuk mengetahui tercapai tidaknya tujuan intruksional. Dengan fungsi ini maka hasil belajar harus mengacu pada rumusan-rumusan tujuan intruksional.
- b. Umpan balik bagi perbaikan proses belajar-mengajar. Perbaikan mungkin dilakukan dalam hal intruksional, kegiatan belajar siswa, strategi mengajar guru, dll.
- c. Dasar dalam menyusun laporan kemajuan belajar siswa kepada para orang tuanya.

Dalam sistem pendidikan nasional rumusan tujuan pendidikan, baik tujuan kurikuler maupun tujuan intruksional, menggunakan klasifikasi hasil belajar yang secara garis besar pembagiannya menjadi tiga ranah, yaitu:

- a. Ranah kognitif, berkenaan dengan hasil belajar intruksional yang terdiri dari enam aspek, yakni pengetahuan atau ingatan, pemahaman, aplikasi, analisis, sistem, dan evaluasi. Kedua aspek pertama disebut kognitif tingkat rendah dan keempat aspek berikutnya termasuk kognitif tingkat tinggi.
- b. Ranah afektif, berkenaan dengan sikap yang terdiri dari lima aspek, yakni penerimaan, jawaban atau reaksi, penilaian, organisasi dan internalisasi.

c. Ranah psikomotoris, berkenaan dengan hasil belajar ketrampilan dan kemampuan bertindak. Ada enam ranah psikomotoris, yakni gerakan reflek, ketrampilan gerakan dasar, kemampuan perseptual, keharmonisan atau ketepatan, gerakan ketrampilan kompleks, dan gerakan ekspresif dan interpretatif.

b. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Hasil Belajar

Hasil belajar merupakan hasil interaksi dari berbagai faktor, baik internal, maupun eksternal.

1. Faktor internal, faktor yang datang dari diri siswa terutama kemampuan yang dimilikinya. Faktor kemampuan siswa besar sekali pengaruhnya terhadap hasil belajar yang dicapai. Di samping faktor kemampuan yang dimiliki siswa, juga ada faktor yang lain, seperti motivasi belajar, minat dan perhatian, sikap dan kebiasaan belajar, ketekunan, sosial ekonomi, faktor fisik dan psikis.

2. Faktor eksternal, dalam faktor eksternal ini terdapat tiga sub faktor utama yaitu, keluarga (cara orang tua mendidik, relasi antar anggota keluarga, suasana rumah, keadaan ekonomi keluarga, pengertian orang tua, latar belakang kebudayaan), Sekolah (metode mengajar, kurikulum, relasi guru dengan siswa, relasi siswa dengan siswa, disiplin sekolah, alat pelajaran, waktu sekolah, standar pelajaran diatas ukuran, keadaan gedung, metode belajar, tugas rumah), Masyarakat (kegiatan siswa dalam masyarakat, masalah media, teman bergaul, bentuk kehidupan masyarakat).

Berdasarkan definisi di atas maka peneliti menyimpulkan, hasil belajar matematika adalah suatu hasil atau kemampuan dari tindakan atau kegiatan untuk mengukur dan menilai tingkat pembelajaran matematika yang sudah dilakukan

dalam waktu singkat dan untuk mengetahui sejauh mana pembelajaran dapat diterima oleh siswa.

### **3. Efektivitas Pembelajaran**

Efektivitas merupakan unsur pokok untuk mencapai tujuan atau sasaran yang telah ditentukan dalam setiap organisasi. Efektivitas berasal dari kata efektif yang dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia didefinisikan dengan dapat membawa hasil, berhasil guna. Dan menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, definisi efektivitas adalah keefektifan. Keefektifan adalah sesuatu yang memiliki pengaruh atau akibat yang ditimbulkan, manjur, membawa hasil dan merupakan keberhasilan dari suatu usaha atau tindakan.

Said (1981: 83) menyatakan bahwa efektivitas berarti berusaha untuk dapat mencapai sasaran yang telah ditetapkan sesuai dengan kebutuhan yang diperlukan, sesuai pula dengan rencana, baik penggunaan data, sarana, maupun waktunya atau berusaha melalui aktivitas tertentu baik secara fisik maupun non fisik untuk memperoleh hasil yang maksimal baik secara kuantitatif maupun kualitatif. Menurut Hidayat (1986: 47), efektivitas adalah suatu ukuran yang menyatakan seberapa jauh target (kuantitas, kualitas dan waktu) telah tercapai, dimana makin besar persentase target yang dicapai, makin tinggi efektivitasnya. Sedangkan menurut Arikunto (2004:51), efektivitas adalah taraf tercapainya suatu tujuan yang telah ditentukan.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa efektivitas adalah suatu kondisi yang menunjukkan tingkat tercapainya suatu tujuan yang telah direncanakan sebelumnya. Menurut Abidin (2013: 6), pembelajaran adalah



serangkaian aktivitas yang dilakukan siswa guna mencapai hasil belajar tertentu di bawah bimbingan, arahan, dan motivasi guru. Sehingga untuk mencapai hasil belajar tertentu diperlukan pembelajaran yang efektif. Menurut Mulyasa (2006: 193), pembelajaran dikatakan efektif jika mampu memberikan pengalaman baru membentuk kompetensi siswa, serta mengantarkan mereka ke tujuan yang ingin dicapai secara optimal. Hal ini dapat dicapai dengan melibatkan peserta didik dalam perencanaan, pelaksanaan, dan penilaian pembelajaran. Seluruh siswa harus dilibatkan secara penuh agar bergairah dalam pembelajaran, sehingga suasana pembelajaran betul-betul kondusif serta terarah pada tujuan dan pembentukan kompetensi siswa.

Hamalik (2004: 171) mengemukakan bahwa pembelajaran yang efektif adalah pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk belajar sendiri dengan melakukan aktivitas-aktivitas belajar. Mengacu pada pendapat tersebut pembelajaran matematika yang efektif memerlukan suatu komitmen serius kepada pengembangan dan pemahaman konsep matematika siswa. Hal ini disebabkan siswa belajar dengan menghubungkan gagasan baru ke pengetahuan utama, guru harus memahami apa yang telah siswa ketahui.

Menurut Firman (1987: 25), keefektifan program pembelajaran ditandai dengan ciri-ciri sebagai berikut :

- a. Berhasil menghantarkan siswa mencapai tujuan-tujuan instruksional yang telah ditetapkan.
- b. Memberikan pengalaman belajar yang atraktif, melibatkan siswa secara aktif sehingga menunjang pencapaian tujuan instruksional.

c. Memiliki sarana-sarana yang menunjang proses belajar mengajar.

Berdasarkan ciri program pembelajaran efektif seperti yang digambarkan di atas, keefektifan program pembelajaran ditinjau dari segi tingkat hasil belajar, proses dan sarana penunjang. Aspek hasil meliputi tinjauan terhadap hasil belajar siswa setelah mengikuti program pembelajaran yang mencakup kemampuan kognitif, afektif dan psikomotorik. Aspek proses meliputi pengamatan terhadap keterampilan siswa, motivasi, respon, kerjasama, partisipasi aktif, tingkat kesulitan pada penggunaan media, waktu serta teknik hasil belajar yang ditempuh siswa dalam menghadapi kesulitan pada saat kegiatan belajar mengajar berlangsung. Aspek sarana penunjang meliputi tinjauan-tinjauan terhadap fasilitas fisik dan bahan serta sumber yang diperlukan siswa dalam proses belajar mengajar seperti ruang kelas, laboratorium, media pembelajaran dan buku-buku teks. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa efektivitas pembelajaran adalah tingkat keberhasilan proses pembelajaran untuk mencapai tujuan yang diharapkan.

Menurut Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 3 Tahun 2017 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pemerintah dan Penilaian Hasil Belajar oleh Satuan Pendidikan, pencapaian hasil belajar yang ditetapkan dengan ukuran atau tingkat pencapaian kompetensi yang memadai dan dapat dipertanggungjawabkan sebagai prasyarat penguasaan kompetensi lebih lanjut disebut juga ketuntasan belajar. Kurikulum 2013 merupakan kurikulum berbasis kompetensi dengan Kompetensi Dasar (KD) sebagai kompetensi minimal yang harus dicapai oleh peserta didik. Untuk mengetahui ketercapaian KD, guru harus merumuskan sejumlah indikator sebagai acuan penilaian dan sekolah juga

harus menentukan ketuntasan belajar minimal atau kriteria ketuntasan minimal (KKM) untuk memutuskan seorang peserta didik sudah tuntas atau belum. KKM ditentukan oleh satuan pendidikan mengacu pada Standar Kompetensi Lulusan (SKL) dengan mempertimbangkan karakteristik peserta didik, karakteristik mata pelajaran, dan kondisi satuan pendidikan. KKM sebaiknya dibuat sama untuk semua mata pelajaran pada semua tingkat kelas, artinya nilai KKM sama untuk semua mata pelajaran pada suatu sekolah.

Penelitian ini mengukur hasil belajar matematika siswa pada kelas eksperimen dan kelas kontrol. Pembelajaran dalam penelitian ini dikatakan efektif jika rata-rata nilai *posttest* dari seluruh siswa dalam kelas minimal mencapai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yaitu 70.

#### **4. Pendekatan Saintifik**

Pendekatan adalah konsep dasar yang mawadahi, menginspirasi, menguatkan, dan melatari pemikiran tentang bagaimana metode pembelajaran diterapkan berdasarkan teori tertentu. Oleh karena itu banyak pandangan yang menyatakan bahwa pendekatan sama artinya dengan metode. Pendekatan ilmiah berarti konsep dasar yang menginspirasi atau melatarbelakangi perumusan metode mengajar dengan menerapkan karakteristik yang ilmiah. Pendekatan pembelajaran ilmiah (*scientific teaching*) merupakan bagian dari pendekatan pedagogis pada pelaksanaan pembelajaran dalam kelas yang melandasai penerapan metode ilmiah. Karena itu Kurikulum 2013 menggunakan pendekatan saintifik dalam pembelajaran.

Pembelajaran dengan pendekatan saintifik adalah proses pembelajaran yang dirancang sedemikian rupa agar peserta didik secara aktif mengkonstruksi konsep, hukum atau prinsip melalui tahapan-tahapan mengamati (untuk mengidentifikasi atau menemukan masalah), merumuskan masalah, mengajukan atau merumuskan hipotesis, mengumpulkan data dengan berbagai teknik, menganalisis data, menarik kesimpulan dan mengkomunikasikan konsep, hukum atau prinsip yang “ditemukan”. Pendekatan saintifik dimaksudkan untuk memberikan pemahaman kepada peserta didik dalam mengenal, memahami berbagai materi menggunakan pendekatan ilmiah, bahwa informasi bisa berasal dari mana saja, kapan saja, tidak bergantung pada informasi searah dari guru. Oleh karena itu kondisi pembelajaran yang diharapkan tercipta diarahkan untuk mendorong peserta didik dalam mencari tahu dari berbagai sumber melalui observasi dan bukan hanya diberi tahu.

Penerapan pendekatan saintifik dalam pembelajaran melibatkan keterampilan proses seperti mengamati, mengklasifikasi, mengukur, meramalkan, menjelaskan, dan menyimpulkan. Pendekatan saintifik memiliki karakteristik berpusat pada peserta didik, melibatkan keterampilan proses sains dalam mengkonstruksi konsep, hukum, atau prinsip, melibatkan proses kognitif yang potensial merangsang perkembangan intelek (keterampilan berpikir), serta dapat mengembangkan karakter peserta didik. Dari penjabaran di atas, maka pembelajaran dengan pendekatan saintifik memiliki karakteristik sebagai berikut:

- a. Berpusat pada peserta didik.
- b. Melibatkan keterampilan proses sains dalam mengkonstruksi konsep, hukum atau prinsip.

- c. Melibatkan proses-proses kognitif yang potensial dalam merangsang perkembangan intelek, khususnya keterampilan berpikir peserta didik.
- d. Dapat mengembangkan karakter peserta didik.

Tujuan pembelajaran dengan pendekatan saintifik didasarkan pada keunggulan pendekatan tersebut. Beberapa tujuan pembelajaran dengan pendekatan saintifik adalah :

- a) Untuk meningkatkan kemampuan intelek, khususnya kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa.
- b) Untuk membentuk kemampuan siswa dalam menyelesaikan sesuatu masalah secara sistematis.
- c) Terciptanya kondisi pembelajaran dimana siswa merasa bahwa belajar itu merupakan suatu kebutuhan.
- d) Diperolehnya hasil belajar yang tinggi.
- e) Untuk melatih siswa dalam mengkomunikasikan ide-ide, khususnya dalam menulis artikel ilmiah.
- f) Untuk mengembangkan karakter siswa.

Proses pembelajaran yang mengacu pada pendekatan saintifik menurut Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2016) meliputi lima langkah, yaitu: mengamati, menanya, mengumpulkan data, mengasosiasi, dan mengkomunikasikan. Selanjutnya dijelaskan sebagai berikut.

A. Mengamati, yaitu kegiatan siswa mengidentifikasi melalui indera penglihat (membaca, menyimak), pembau, pendengar, pengecap dan peraba pada waktu mengamati suatu objek dengan ataupun tanpa alat bantu. Alternatif kegiatan

mengamati antara lain observasi lingkungan, mengamati gambar, video, tabel dan grafik data, menganalisis peta, membaca berbagai informasi yang tersedia di media masa dan internet maupun sumber lain. Bentuk hasil belajar dari kegiatan mengamati adalah siswa dapat mengidentifikasi masalah.

B. Menanya, yaitu kegiatan siswa mengungkapkan apa yang ingin diketahuinya baik yang berkenaan dengan suatu objek, peristiwa, suatu proses tertentu. Dalam kegiatan menanya, siswa membuat pertanyaan secara individu atau kelompok tentang apa yang belum diketahuinya. Siswa dapat mengajukan pertanyaan kepada guru, narasumber, siswa lainnya dan atau kepada diri sendiri dengan bimbingan guru hingga siswa dapat mandiri dan menjadi kebiasaan. Pertanyaan dapat diajukan secara lisan dan tulisan serta harus dapat membangkitkan motivasi siswa untuk tetap aktif dan gembira. Bentuknya dapat berupa kalimat pertanyaan dan kalimat hipotesis. Hasil belajar dari kegiatanmenanya adalah siswa dapat merumuskan masalah dan merumuskan hipotesis.

C. Mengumpulkan data, yaitu kegiatan siswa mencari informasi sebagai bahan untuk dianalisis dan disimpulkan. Kegiatan mengumpulkan data dapat dilakukan dengan cara membaca buku, mengumpulkan data sekunder, observasi lapangan, uji coba (eksperimen), wawancara, menyebarkan kuesioner, dan lain-lain. Hasil belajar dari kegiatan mengumpulkan data adalah siswa dapat menguji hipotesis.

D. Mengasosiasi, yaitu kegiatan siswa mengolah data dalam bentuk serangkaian aktivitas fisik dan pikiran dengan bantuan peralatan tertentu. Bentuk kegiatan mengolah data antara lain melakukan klasifikasi, pengurutan (sorting),

menghitung, membagi, dan menyusun data dalam bentuk yang lebih informatif, serta menentukan sumber data sehingga lebih bermakna. Kegiatan siswa dalam mengolah data misalnya membuat tabel, grafik, bagan, peta konsep, menghitung, dan pemodelan. Selanjutnya siswa menganalisis data untuk membandingkan ataupun menentukan hubungan antara data yang telah diolahnya dengan teori yang ada sehingga dapat ditarik simpulan dan atau ditemukannya prinsip dan konsep penting yang bermakna dalam menambah skema kognitif, meluaskan pengalaman, dan wawasan pengetahuannya. Hasil belajar dari kegiatan menalar/mengasosiasi adalah siswa dapat menyimpulkan hasil kajian dari hipotesis.

E. Mengomunikasikan, yaitu kegiatan siswa mendeskripsikan dan menyampaikan hasil temuannya dari kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan dan mengolah data, serta mengasosiasi yang ditujukan kepada orang lain baik secara lisan maupun tulisan dalam bentuk diagram, bagan, gambar, dan sejenisnya dengan bantuan perangkat teknologi sederhana dan atau teknologi informasi dan komunikasi. Hasil belajar dari kegiatan mengomunikasikan adalah siswa dapat memformulasikan dan mempertanggungjawabkan pembuktian hipotesis.

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan pendekatan saintifik dengan kompetensi yang diharapkan dalam kegiatan ini adalah mengembangkan sikap jujur, teliti, toleransi, kemampuan berpikir sistematis, mengungkapkan pendapat dengan singkat dan jelas, dan mengembangkan kemampuan berbahasa yang baik dan benar. Peneliti menggunakan pendekatan saintifik dengan teknik *mnemonic*

untuk kelas eksperimen sedangkan menggunakan pendekatan saintifik dengan teknik latihan soal terstruktur untuk kelas kontrol.

## 5. Teknik *Mnemonic*

Mr. SGM (2008: 19) menyatakan bahwa otak manusia akan optimal jika otak kanan dan kirinya seimbang. Pada Umumnya manusia, khususnya di Indonesia lebih cenderung menggunakan otak kiri saja, terutama dalam mengingat. Hal ini sesuai dengan penelitian di Habibie Center bahwa hanya tiga persen penggunaan otak kanan di Indonesia, dan tentu saja ingatan tersebut menjadi tidak kuat atau ingatan tersebut menjadi jangka pendek sesuai sifat otak kiri (dalam Mr. SGM, 2008: 19). Mengingat dengan melibatkan otak kanan akan menjadikan ingatan jangka panjang, cara mengingat dengan menggunakan teknik *mnemonic* inilah yang merupakan cara mengingat dengan melibatkan otak kanan sehingga informasi akan tersimpan lebih lama dan mudah untuk dipanggil kembali karena tersimpan dalam memori jangka panjang (*long-term memory*).

*Mnemonic* berasal dari bahasa Yunani, "Mnemosyne", yang berarti Dewi Memori. Yang dimaksud *mnemonic* adalah menghafalkan sesuatu dengan "bantuan". Bantuan tersebut bisa berupa singkatan, pengandaian dengan benda, atau *linking* (mengingat sesuatu berdasarkan hubungan dengan suatu hal lain), dan masih banyak teknik lain. *Mnemonic* adalah alat bantu memori yang membantu peserta didik dalam mengingat kembali data tertentu dengan menggunakan strategi atau teknik yang memungkinkan peserta didik untuk mengembangkan memori (Richmond, Cummings, & Klapp, 2008). Ini melibatkan menghubungkan informasi yang tidak dikenal dengan informasi yang sudah dikenal sebelumnya



melalui penggunaan kombinasi gambar visual atau huruf/ kata. Penggunaan teknik *mnemonic* sangat diminati oleh siswa sekolah menengah, khususnya penyandang cacat, sangat berisiko dalam pengaturan akademis (Wolgemuth, Cobb, & Alwell, 2008). *Mnemonic* efektif untuk mempercepat pembelajaran, mengurangi kebingungan di antara item serupa, dan meningkatkan retensi jangka panjang dan penerapan informasinya (Shmidman, & Ehri, 2010: 160). *Mnemonic* juga dapat menggunakan imaji dan kata (Santrock, 2008: 331). Menurut Mohamad Nur (2005) *mnemonic* membentuk suatu kategori khusus dan secara teknis dapat diklasifikasikan sebagai salah satu strategi, elaborasi atau organisasi. Pada dasarnya, *mnemonic* berhubungan dengan teknik-teknik atau strategi-strategi untuk membantu ingatan dengan membantu membentuk asosiasi yang secara ilmiah tidak ada.

*Mnemonic* merupakan cara untuk membantu siswa agar lebih mudah untuk menyerap informasi atau materi yang akan diajarkan oleh guru. Kegunaan teknik *mnemonic* yaitu :

1. Menurut Santrock (2008) jika anak perlu strategi konsep, strategi *mnemonic* dapat membantu.
2. Menurut Hunter (dalam Joyce), penguasaan terhadap teknik *mnemonic* yang sederhana dapat membimbing beberapa orang untuk membentuk prinsip, pertama kali, bahwa mereka dapat mengontrol dan mengubah aktivitas mental mereka sendiri. Perwujudan ini bisa saja mendorong mereka untuk menjalankan eksperimentasi otokritik terhadap prosedur-

prosedur pola belajar dan menghafal yang juga merupakan bagian penting dari perkembangan intelektual.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan dari pendapat para ahli di atas bahwa kegunaan teknik *mnemonic* adalah untuk membantu daya ingat dari yang sudah menyerap materi pelajaran yang diajarkan seorang guru atau membantu siswa agar dapat lebih mudah mengingat informasi yang diajarkan oleh guru. Contoh *mnemonic* yang paling populer adalah "MEJIKUHIBINIU" (Merah-Jingga-Kuning-Hijau-Biru-Nila-Ungu) yang digunakan untuk menghafalkan warna pelangi.

Secara umum, berdasarkan keterangan yang sudah dipaparkan di atas, Mnemonic memiliki tujuan, yaitu :

1. Mempermudah orang dalam mengingat pengetahuan balik itu tempat, orang, tanggal, atau lainnya dengan cara menghubungkan dan mengasosiasikannya dengan suatu kejadian yang ada hubungannya atau dekat dengan dirinya.
2. Mempermudah orang dalam mengambil kembali pengetahuan yang sudah lama sehingga dapat dipanggil kembali sewaktu diperlukan.
3. Mengefektifkan informasi dari short-term memory (memori jangka pendek) menjadi long-term memory (memori jangka panjang) dengan berbagai cara yang terdapat didalamnya. Informasi yang disimpan dalam short-term memory (memori jangka pendek) akan mudah hilang dalam ingatan atau terlupakan, dikarenakan dalam mengingat hanya menggunakan otak kiri saja yang salah satu fungsinya menjalankan memori jangka pendek sebagaimana diungkapkan oleh Roger Sperry (dalam Mr.SGM, 2008: 17) yang

menyatakan bahwa kita memiliki sebuah otak yang terbagi ke dalam dua bagian fisiologis otak kiri dan kanan, yang masing-masing berkaitan dengan fungsi-fungsi mental yang berbeda.

**1) Teknik *mnemonic***

a. Loci

Dalam teknik loci, juga disebut istana memori (*memory palace* atau *mind palace*), adalah teknik *mnemonic* (hafalan) yang diperkenalkan di Romawi kuno dan risalah retorika Yunani kuno. Anak menyusun imaji/ citra dari suatu item yang akan diingat dan membayangkan dia menyimpannya dalam lokasi yang dikenali. Kamar di rumah atau jalan adalah lokasi umum yang biasa dipakai dalam strategi memori ini. Misalnya, jika anak harus mengingat sederetan konsep, mereka bisa secara mental (membayangkannya) meletakkannya dalam ruang di rumah mereka, seperti disebelah pintu masuk, ruang keluarga, ruang makan, dan dapur. Saat mereka perlu mengambil kembali informasi itu, mereka bisa membayangkan rumahnya lalu membayangkan dirinya berjalan dikamar-kamar lalu mengambil kembali konsep tersebut.

b. Rima

Dalam teknik ini terdiri dari ritem, pengulangan, melodi, dan rima. Rima dalam teknik *mnemonic* merupakan penggunaan kata-kata yang memiliki suku kata yang sama. Rima dalam hal ini dapat ditambahkan dengan pengulangan kata-kata tersebut sehingga kata-kata tersebut memberikan gambaran terlebih lagi dengan adanya iringan atau penambahan lagu sehingga kata-kata yang akan dihafal lebih hidup dan memberikan bekas pada ingatan. Contoh ketika beberapa

anak hendak menghafal sejumlah huruf alfabet dengan lagu, “Twinkle, Twinkle, Little Star.” Penggunaan teknik ini akan hidup/menjadi kesenangan, terutama bagi mereka yang suka berkreasi. Rima dan lagu akan tergambar pada memori audio seseorang dan akan berguna bagi mereka yang akan mempelajari warna nada, lagu, dan puisi dengan mudah.

c. Akronim (*Mnemonic Acronym System*)

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI, 1994: 945) singkatan adalah hasil menyingkat (memendekkan) yang berupa huruf atau gabungan huruf. Teknik ini adalah menciptakan kata dari huruf pertama item yang akan diingat. Teknik ini yaitu kata yang dibentuk dari suku kata pertama dalam sebuah frasa atau kumpulan kata-kata. Caranya dengan menyingkat hal-hal yang harus diingat. Contohnya “mejikuhibiniu” untuk mengingat warna pelangi (merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu). Misalnya, HOMES dapat dipakai sebagai petunjuk untuk mengingat lima danau besar : Huron, Ontario, Michigan, Erie, dan Superior. Demikian juga halnya “pipo londo” digunakan untuk mengingat urutan operasi hitung yang harus dilakukan, yaitu ping (perkalian), poro (pembagian), lan (penjumlahan), dan sudo (pengurangan). Akronim membantu memori dengan membuat hubungan antara informasi baru dan informasi yang telah dikenal.

d. Akrostik (*Mnemonic Acrostic System*)

Menurut Colin (2008: 35), akrostik adalah sajak atau susunan kata yang seluruh huruf awal atau akhir tiap barisnya merupakan sebuah kata nama diri yang digunakan untuk mengingat hal lain. Teknik akrostik adalah salah satu cara yang dapat dilakukan oleh guru untuk memudahkan siswa untuk mengingat sebuah

materi yang ingin diingat dengan cara menggunakan huruf awal, tengah atau akhir sebuah kalimat atau frase tertentu. Akrostik merupakan penggunaan setiap huruf pertama dari suatu kelompok kata dan ditingkatkan dalam suku kata-suku kata lainnya sehingga menjadi suatu kalimat. Namun, akrostik tidak selalu menggunakan huruf pertama dan juga tidak selalu menghasilkan singkatan dalam bentuk satu kata atau frasa. Akrostik juga menggunakan huruf kunci untuk membuat konsep abstrak menjadi lebih konkrit sehingga lebih mudah diingat.

e. Kata kunci atau kata berkait

Pertama kali diciptakan oleh Atkinson (1975) sebagai suatu *mnemonic* untuk belajar kosa kata bahasa asing, metode kata berkait mengajari siswa bagaimana menciptakan gambaran mental yang mengkaitkan suatu kata yang telah dikenal dengan kata bahasa asing yang belum dikenal. Teknik kata kunci adalah teknik *mnemonic* (peningkatan memori) yang digunakan untuk meningkatkan pembelajaran yang sering dihadapi peserta didik di sekolah. Teknik ini menggabungkan isyarat pendengaran dan visual untuk meningkatkan keberagaman informasi yang akan dipelajari dan untuk mempromosikan hubungan yang kuat antara pertanyaan dan jawaban (Mastropieri, 1988). Kata kunci dalam teknik *mnemonic* telah terbukti efektif di banyak penelitian dan terbukti efektif untuk siswa sekolah menengah dan sekolah menengah atas dengan ketidakmampuan belajar (Wolgemuth, Cobb, & Alwell, 2008). Selain itu perangkat *mnemonic*, seperti akrostik, akronim, narasi, dan sajak, dapat membantu membuat materi dan konsep abstrak lebih bermakna bagi individu (Laing, 2010: 349).

Contohnya yaitu mengaitkan kata Spanyol carta yang berarti surat, dengan suatu gambaran dari suatu surat yang sedang diangkut dalam suatu cart (kereta belanja). Karena gambaran yang dikenal mempunyai bunyi yang sama seperti kata bahasa asing yang sedang dipelajari (cart dan carta) dua-duanya arti dan pengucapan kata baru tertangkap.

f. Kata penanda

System kata penanda adalah alat *mnemonic* dengan mengasosiasikan atau menghubungkan satu kata dengan kata yang lain melalui sebuah aksi atau gambaran menggunakan objek kongkret. System kata penanda ini sangat membantu dalam mengingat angka. Kata penanda dapat berupa kata-kata yang anda ciptakan sendiri atau kata-kata yang sudah dikenal masyarakat.

g. *Chunking* atau pemotongan

Karena memori kerja seseorang memiliki kapasitas yang begitu terbatas, sulit bagi kebanyakan orang untuk mempelajari suatu deretan angka panjang seperti deretan angka yang digunakan untuk identitas kartu kredit atau nomor telepon genggam. Namun apabila nomor itu dapat ditempatkan dalam potonganpotongan nomor itu akan lebih mudah diingat. Sebagai contoh, banyak orang yang mengingat nomor telepon 10 digit karena nomor itu telah dibagi menjadi dua potong: kode kota (031) dan nomor telepon seseorang itu sendiri (8291834). Jadi banyak orang dapat mengingat 031-8291834 daripada menghadapi dengan 0318291834.

h. Perumpamaan visual (*Imagery*)

Teknik perumpamaan visual termasuk teknik yang paling efektif dibandingkan dengan teknik yang lain. Teknik ini mendorong subjek untuk menghadirkan gambaran objek yang akan dihafal ke dalam pikirannya. Teknik ini cukup baik dalam menghadapi informasi deskriptif yang saling berhubungan. Meski demikian, teknik ini agak bermasalah ketika berhadapan dengan informasi yang tidak saling terkait. Teknik ini tampaknya perlu perangkat untuk membangkitkan imajinasi, baik dengan cerita maupun dengan memakai alat peraga yang dapat mendekati pada kenyataan visual (Suharnan, 2005).

i. Teknik simonides

Teknik hafalan ini ditemukan setelah peristiwa tanah liat di Yunani kuno. Sekitar tahun 500 sebelum masehi, seorang Yunani bernama Simonides telah memenangkan pertandingan Olimpiade, dan kemenangan tersebut dirayakan di rumahnya. Ia memberi kata sambutan dan pujian untuk pegulat, kemudian ia meninggalkan perjamuan tersebut. Ketika ia keluar dari rumah, atap runtuh dan menjatuhkan siapa saja yang ada di dalam rumah. Walaupun tubuh para korban telah terkoyak-koyak, tetapi Simonides masih dapat mengingat dimana mereka duduk. Dengan hal itu, ia bisa menyebutkan nama-nama orang yang menghadiri perjamuan tersebut. Ia mengetahui dimana setiap orang duduk dan bisa mengingat siapa mereka. Simonides menyadari bahwa dengan menggunakan imajinasi dan satu rangkaian lokasi dapat membantu mengingat hal lainnya. Teknik ini dikenal dengan teknik simonides (teknik pasak lokasi), tetapi harus membiasakannya di

beberapa tempat bukan hanya di satu tempat. Teknik ini membantu untuk mengingat suatu keadaan, sama seperti gambar yang membantu untuk mengingat.

Dari berbagai macam teknik mnemonic, peneliti mengambil cara untuk menghafal materi lebih cepat yaitu dengan teknik akrostik, teknik akronim, teknik simonides, dan teknik perumpamaan visual.

## **2) Keunggulan dan kelemahan *mnemonic***

### **A. Keunggulan**

1. Mempermudah menyingkat nama-nama ilmiah.
2. Meningkatkan dasar pengetahuan khusus seseorang.
3. Membiasakan siswa untuk melatih aktivitas kreatifnya sehingga siswa dapat menciptakan suatu produk kreatif yang dapat bermanfaat bagi diri dan lingkungannya.

### **B. Kelemahan**

Kelemahan teknik *mnemonic* dapat tidak memberikan arti bagi siswa yang belum terbiasa dengan cara belajar bermakna karena diperlukan imajinasi dan kreatifitas yang tinggi untuk menghasilkan *mnemonic* yang baik. Teknik *mnemonic* juga hanya menekankan pada hafalan di luar kepala tidak pada pemahaman konsep.

## **3) Langkah-langkah pelaksanaan *mnemonic***

Kleinheksel & Summy (2003) menggambarkan proses penerapan teknik *mnemonic* sebagai berikut:



- a) Kenali defisit memori peserta didik: penting untuk mengidentifikasi bahwa peserta didik tidak memiliki kekurangan perhatian namun mereka memiliki defisit memori.
- b) Mengidentifikasi area kurikulum di mana perangkat *mnemonic* dapat digunakan untuk meningkatkan memori: strategi atau teknik yang dapat diterapkan di lebih dari satu situasi lebih kuat daripada strategi atau teknik yang akan digunakan hanya dalam satu situasi. Karena itu, kinerja peserta didik dalam setting akademik lainnya juga penting.
- c) Bicara tentang perangkat *mnemonic* dengan peserta didik untuk membentuk strategi yang dapat membantu peserta didik dengan perangkat *mnemonic* yang sesuai. Peserta didik akan menyadari keuntungan dari teknik *mnemonic*, cara-cara teknik *mnemonic* dapat meningkatkan ingatan peserta didik, dan akhirnya mengajarkan teknik *mnemonic* dengan sangat rinci. Guru harus menginstruksikan *mnemonic*, dalam hal ini beberapa siswa memecahkan strategi ini menjadi penyusun konstituen kecil tertentu dan orang lain akan dapat menggunakannya sekaligus.

Langkah-langkah pelaksanaan teknik *mnemonic*, yaitu :

- a. Mempersiapkan materi  
Menggunakan teknik-teknik yang mencakup menggarisbawahi (*underlining*), membuat daftar (*listing*), dan merefleksikan (*reflecting*).
- b. Mengembangkan hubungan-hubungan  
Membuat materi menjadi familiar dan menghubungkan hubungan-hubungan dengan menggunakan teknik-teknik kata penghubung (*linkword*).

- c. Memperluas gambaran-gambaran sensorik

Menyuruh siswa untuk mengasosiasikan gambar tersebut dengan indera atau makna yang lebih dari satu dan dengan menciptakan dramatisasi lucu melalui asosiasi konyol (*ridiculus association*) dan melebih-lebihkannya.

- d. Mengingat kembali

Melakukan recalling pada materi hingga semuanya tuntas dipelajari.

Dari beberapa uraian diatas dapat diambil kesimpulan langkah-langkah pembelajaran menggunakan teknik *mnemonic* adalah sebagai berikut :

**Tabel 1. Langkah-langkah Pembelajaran Teknik *Mnemonic***

<b>Kegiatan</b>	<b>Deskripsi Kegiatan</b>
<b>Penyajian data</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guru mempersiapkan materi.</li> <li>- Guru mempersiapkan teknik-teknik yang akan digunakan.</li> <li>- Guru membuat materi menjadi familiar dan menghubungkan hubungan-hubungan dengan menggunakan teknik-teknik kata penghubung (<i>linkword</i>).</li> </ul>
<b>Kegiatan pendahuluan</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guru mengkondisikan lingkungan belajar.</li> <li>- Guru membuka pembelajaran.</li> <li>- Guru memberikan motivasi ke peserta didik.</li> <li>- Guru memberikan apersepsi.</li> </ul>
<b>Kegiatan Inti</b>	<p><b>Mengamati</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Peserta didik mencermati bangun segitiga untuk menemukan rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i>.</li> <li>- Hasilnya peserta didik mengetahui asal usul rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i>.</li> </ul> <p><b>Menanya</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Peserta didik dipersilahkan bertanya mengenai rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i>..</li> </ul> <p><b>Mencoba</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Peserta didik dipersilahkan mencoba menentukan rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i> pada LKS.</li> <li>- Peserta didik Siswa menentukan solusi dari permasalahan menggunakan rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i> pada LKS.</li> </ul>

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan
	<p><b>Menalar</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Peserta didik menunjukkan kebenaran rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i>.</li> <li>- Guru mencoba menerapkan metode <i>mnemonic</i> dengan berbagai teknik sebagai teknik cepat menghafalkan rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i>.</li> <li>- Dengan menggunakan metode <i>mnemonic</i>, peserta didik menentukan solusi masalah terkait rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i> trigonometri.</li> <li>- Peserta didik menyimpulkan solusi masalah terkait rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i> trigonometri masalah yang diberikan sebelumnya.</li> </ul> <p><b>Mengkomunikasi</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Peserta didik dipersilahkan mempresentasikan hasil pekerjaannya.</li> <li>- Peserta didik memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi ataupun tanggapan lainnya.</li> </ul>
<b>Kegiatan Penutup</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dengan bimbingan guru, peserta didik membuat rangkuman mengenai rumus jumlah dan selisih <i>sinus</i> dan <i>cosinus</i> trigonometri.</li> <li>- Peserta didik dan guru melakukan refleksi.</li> <li>- Guru menutup kegiatan pembelajaran dengan mengajak siswa berdoa bersama, kemudian memberi salam.</li> </ul>

## 6. Materi Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus

Trigonometri (*trigonon* = tiga sudut) dan *metro* = mengukur) adalah sebuah cabang matematika yang membahas mengenai relasi antara sudut dan sisi pada segitiga, terutama segitiga siku-siku. Pelajaran ini juga identik dengan beberapa istilah-istilah seperti *sinus* (sin), *cosinus* (cos), *tangen* (tan), *cosecan* (cosec), *secan* (sec), dan *cotangen* (cot).

Untuk menguasai pelajaran ini, peserta didik terlebih dahulu harus menguasai konsep dasar segitiga, terutama segitiga siku-siku. Segitiga siku-siku

memiliki 3 buah sisi, yaitu sisi miring, sisi samping, dan sisi depan. Selain itu, segitiga siku-siku memiliki 3 sudut, yaitu sudut tegak lurus, sudut depan, dan sudut samping, dimana jika dijumlahkan, ketiga sudutnya berjumlah  $180^\circ$ .

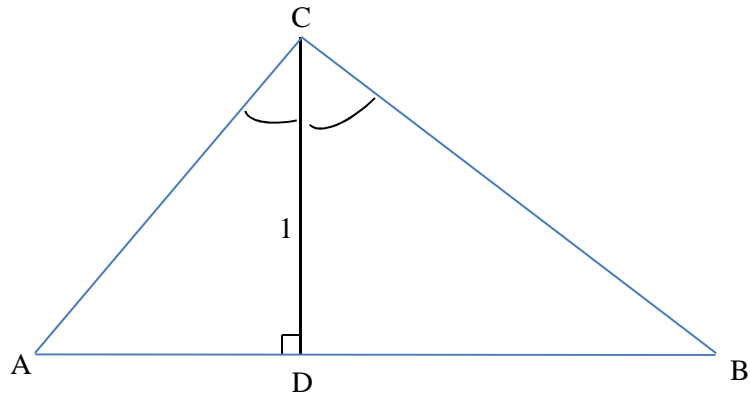
Selanjutnya, peserta didik akan belajar mengenai identitas dan persamaan trigonometri. Identitas trigonometri adalah suatu operasi yang dilakukan untuk membuktikan dua buah pernyataan ekuivalen atau mengubah bentuk dari suatu pernyataan. Contohnya Terdapat dua fungsi trigonometri atau lebih yang walaupun memiliki bentuk berbeda, tetapi grafik fungsinya sama. Fungsi pertama  $y = \sin^2 x$  dan fungsi kedua  $y = \frac{1-\cos^2 x}{1+\cos^2 x}$  sehingga dapat disimpulkan  $\sin^2 x = \frac{1-\cos^2 x}{1+\cos^2 x}$ . Sedangkan persamaan trigonometri adalah sebuah persamaan yang terdapat satu atau lebih fungsi trigonometri. Contohnya  $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$ .

Untuk kelas XI matematika peminatan kurikulum 2013 revisi pada bab rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus terdapat 3 sub bab didalamnya, yaitu : rumus jumlah dan selisih dua sudut, rumus sudut ganda, dan rumus perkalian, dan penjumlahan/selisih

#### **a. Rumus Jumlah dan Selisih Dua Sudut**

Pada umumnya, trigonometri jumlah dua sudut digunakan untuk menghitung sudut-sudut yang besarnya tidak ada di dalam sudut istimewa. Contohnya sudut  $15^\circ$ ,  $75^\circ$ , dan lain-lainnya. Berikut rumus jumlah dan selisih dua sudut sinus, cosines, dan *tangen* beserta pembuktiannya.

1) Menentukan rumus sinus jumlah dua sudut [ $\sin(\alpha + \beta)$ ]



Dengan mengamati bangun segitiga ABC di atas dengan tinggi  $CD = 1$  cm.

Maka akan ditemukan panjang AC, BC, AD, dan BD menggunakan perbandingan trigonometri

$$\cos \alpha = \frac{1}{AC} \quad AC = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{BC} \quad BC = \frac{1}{\cos \beta}$$

$$\tan \alpha = \frac{AD}{1} \quad AD = \tan \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{BD}{1} \quad BD = \tan \beta$$

Dengan membandingkan luas segitiga ABC dan jumlah luas segitiga ADC dan segitiga BDC, maka akan diperoleh rumus sinus jumlah sudut.

$$L_{ABC} = L_{ADC} + L_{BDC}$$

$$\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BD$$

Kemudian Substitusikan AC, BC, AD, CD, dan  $BD = (\alpha + \beta)$  dengan nilai yang telah diketahui sebelumnya.

$$\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BD$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} \right) \left( \frac{1}{\cos \beta} \right) \sin (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \cdot (1) + \frac{1}{2} \cdot \tan \beta \cdot (1)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} \right) \left( \frac{1}{\cos \beta} \right) \sin (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha + \frac{1}{2} \cdot \tan \beta$$

Kemudian kali kedua ruas dengan  $2 \cos \alpha \cdot \cos \beta$ , sehingga menjadi

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} \right) \left( \frac{1}{\cos \beta} \right) \sin (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha + \frac{1}{2} \cdot \tan \beta$$

$\times 2 \cos \alpha \cos \beta$

$$\sin (\alpha + \beta) = \tan \alpha (\cos \alpha \cdot \cos \beta) + \tan \beta (\cos \alpha \cdot \cos \beta)$$

Diketahui bahwa  $\tan \alpha = \frac{s}{c} = \frac{a}{a}$ , maka dapat disederhanakan menjadi

$$\sin (\alpha + \beta) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\cos \alpha \cdot \cos \beta) + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} (\cos \alpha \cdot \cos \beta)$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

## 2) Menentukan rumus sinus selisih dua sudut [**s** ( $\alpha - \beta$ )]

Rumus untuk [ $\sin (\alpha - \beta)$ ] dapat diperoleh dengan menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut [ $\sin (\alpha + \beta)$ ] yang telah dibuktikan sebelumnya dengan cara mengganti sudut  $\beta$  dengan sudut  $(-\beta)$ .

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos (-\beta) + \cos \alpha \cdot \sin (-\beta)$$

Diketahui bahwa  $\cos (-\beta) = \cos \beta$ , maka didapat

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

## 3) Menentukan rumus cosinus jumlah sudut [**c** ( $\alpha + \beta$ )]

Rumus cosinus jumlah dua sudut dapat ditentukan dengan menggunakan rumus-rumus yang telah dipelajari pada bab fungsi trigonometri yaitu rumus sudut berelasi.

$$a. \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$b. \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Untuk menentukan rumus cosines jumlah sudut dapat diperoleh dari rumus sudut berelasi dan rumus sinus selisih sudut.

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Berdasarkan rumus sudut berelasi bagian a, diperoleh hubungan sebagai berikut :

$$\cos(\alpha + \beta) = \sin(90^\circ - (\alpha + \beta))$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \sin((90^\circ - \alpha) - \beta)$$

Dengan menggunakan rumus sinus selisih dua sudut, maka diperoleh

$$\cos(\alpha + \beta) = \sin(90^\circ - \alpha) \cdot \cos \beta - \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \sin \beta$$

Dengan kembali menghubungkan rumus sudut berelasi, maka diperoleh

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

#### 4) Menentukan rumus cosinus selisih sudut [ $\cos(\alpha - \beta)$ ]

Dengan menggunakan cara yang sama seperti menemukan rumus [ $\sin(\alpha - \beta)$ ] dapat diperoleh dengan menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut [ $\sin(\alpha + \beta)$ ]. Berlaku juga untuk menemukan rumus [ $\cos(\alpha - \beta)$ ] dapat diperoleh dengan menggunakan rumus [ $\cos(\alpha + \beta)$ ] yang telah dibuktikan sebelumnya dengan cara mengganti sudut  $\beta$  dengan sudut  $(-\beta)$ .

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos(-\beta) - \sin \alpha \cdot \sin(-\beta)$$

Diketahui bahwa  $\cos(-\beta) = \cos \beta$ , maka didapat

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**5) Menentukan rumus tangen jumlah sudut [t:  $(\alpha + \beta)$ ]**

Rumus tangen jumlah dua sudut dapat ditentukan dengan menggunakan rumus-rumus yang telah dipelajari pada bab fungsi trigonometri yaitu relasi perbandingan.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Dengan menggunakan relasi perbandingan tersebut, dapat diperoleh rumus tangen jumlah dua sudut.

$\tan \alpha = \frac{s}{c} \frac{\alpha}{\alpha}$ , dapat diubah menjadi  $\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha$ , sehingga didapat  $\sin (\alpha + \beta) = \tan \alpha (\cos \alpha \cdot \cos \beta) + \tan \beta (\cos \alpha \cdot \cos \beta)$ .

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{s}{c} \frac{(\alpha + \beta)}{(\alpha + \beta)}$$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha (\cos \alpha \cdot \cos \beta) + \tan \beta (\cos \alpha \cdot \cos \beta)}{c (\alpha + \beta)}$$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha (\cos \alpha \cdot \cos \beta) + \tan \beta (\cos \alpha \cdot \cos \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \tan \alpha \cos \alpha \cdot \tan \beta \cos \beta}$$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{(\cos \alpha \cdot \cos \beta) (\tan \alpha + \tan \beta)}{(\cos \alpha \cdot \cos \beta)(1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta)}$$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

**6) Menentukan rumus tangen selisih sudut [t:  $(\alpha - \beta)$ ]**

Dengan menggunakan cara yang sama seperti menemukan rumus  $[\sin (\alpha - \beta)]$  dapat diperoleh dengan menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut  $[\sin (\alpha + \beta)]$ . Berlaku juga untuk menemukan rumus  $[\tan (\alpha - \beta)]$  dapat diperoleh dengan menggunakan rumus  $[\tan (\alpha + \beta)]$  yang telah dibuktikan sebelumnya dengan cara mengganti sudut  $\beta$  dengan sudut  $(-\beta)$ .



$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\tan (\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan(-\beta)}{1 - \tan \alpha \cdot \tan(-\beta)}$$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

Materi operasi fungsi trigonometri adalah sebuah operasi dasar pengaplikasian fungsi-fungsi dasar trigonometri. Pada dasarnya, operasi ini adalah operasi untuk menyederhanakan suatu pernyataan sehingga lebih mudah untuk dihitung secara matematis.

Sangat sering dijumpai bahwa peserta didik sangat kesusahan menghafalkan rumus jumlah dan selisih dua sudut trigonometri pada rumus sinus dan cosines.

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Dengan metode *mnemonic* dapat memudahkan peserta didik untuk menghafalkan rumus-rumus tersebut. Pada rumus jumlah dan selisih dua sudut trigonometri dapat menggunakan teknik *mnemonic* dengan beberapa teknik, yaitu:

a) Akronim (*Mnemonic Acronym System*)

Strategi ini adalah menciptakan kata dari huruf pertama item yang akan diingat.

$$S+ = S + C$$

$$C+ = C - S$$

$$S- = S - C$$

$$C- = C + S$$

Dengan keterangan S merupakan huruf awalan dari *sinus* dan C merupakan huruf awalan dari *cosines*. Tanda (+) adalah tanda operasi penjumlahan, sedangkan tanda (-) adalah tanda operasi pengurangan/selisih.

b) Akrostik (*Mnemonic Acrostic System*)

Akrostik merupakan penggunaan setiap huruf pertama dari suatu kelompok kata dan singkatan dalam suku kata-suku kata lainnya sehingga menjadi suatu kalimat. Namun, akrostik tidak selalu menggunakan huruf pertama dan juga tidak selalu menghasilkan singkatan dalam bentuk satu kata atau frasa Akrostik juga menggunakan huruf kunci untuk membuat konsep abstrak menjadi lebih konkrit sehingga lebih mudah diingat.

Untuk memudahkan menghafalkan rumus  $\sin(\alpha \pm \beta)$  dapat menggunakan teknik akrostik yaitu dibuat menjadi suatu kelompok kata.  
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

**S** ( $\alpha \pm \beta$ ) = “**selang-seling dimulai dari sin dan sama tanda**”. Yang dimaksud **selang - seling** adalah penempatan Sin dan Cos selang-seling, karena dimulai dari SIN maka akan menjadi Sin Cos Cos Sin. Dan **sama tanda** yang dimaksud disini adalah apabila :

$$\sin(\alpha + \beta) = \dots + \dots$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots - \dots$$

**C** ( $\alpha \pm \beta$ ) = “**tidak selang-seling dimulai dari cos dan tidak sama tanda**”. Yang dimaksud **tidak selang - seling** adalah penempatan Sin dan Cos tidak selang-seling, karena dimulai dari Cos maka akan menjadi Cos Cos Sin Sin. Dan **tidak sama tanda** yang dimaksud disini adalah apabila :

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots - \dots$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \dots + \dots$$

c) Teknik Simonides

Teknik ini membantu untuk mengingat suatu keadaan, sama seperti gambar yang membantu untuk mengingat. Untuk rumus jumlah selisih TAN yaitu :

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Dengan teknik simonides peserta didik dapat mengingat posisi dari rumus tersebut bahwa operasi yang berada di atas dan di bawah tidak sama. Operasi yang berada di atas adalah operasi yang sama dengan soal, kemudian operasi yang berada di bawah adalah operasi yang berkebalikan dari yang berada di atas maupun dengan soal.

## b. Rumus Sudut Ganda

### 1) Menentukan rumus sudut rangkap sinus [ $\sin 2\alpha$ ]

Untuk mendapatkan rumus  $\sin 2\alpha$ , diperoleh dari rumus  $\sin(\alpha + \beta)$  dengan mensubstitusi  $\beta = \alpha$ .

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

Kemudian substitusikan  $\beta = \alpha$ , diperoleh

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

**2) Menentukan rumus sudut rangkap cosinus [ $c$   $2\alpha$ ]**

Untuk mendapatkan rumus  $\cos 2\alpha$ , diperoleh dari rumus  $c$  ( $\alpha + \beta$ ) dengan mensubstitusi  $\beta = \alpha$ .

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Kemudian substitusikan  $\beta = \alpha$ , diperoleh

$$\cos (\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Sudut rangkap cosines yang lain dengan menghubungkan rumus relasi kuadrat, yaitu :

Relasi kuadrat :  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , sehingga dapat diubah menjadi  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ . kemudian substitusikan ke rumus sudut rangkap cosines yang sudah ditemukan sebelumnya.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Sehingga dapat menemukan rumus sudut cosinus yang lain, yaitu :  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$  dan  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ .

**3) Menentukan rumus sudut rangkap tangen [ $t$   $2\alpha$ ]**

Untuk mendapatkan rumus  $\tan 2\alpha$ , diperoleh dari rumus  $t$  ( $\alpha + \beta$ ) dengan mensubstitusi  $\beta = \alpha$ .

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

Substitusikan  $\beta = \alpha$ , sehingga diperoleh

$$\tan (\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan(\alpha)}{1 - \tan \alpha \cdot \tan(\alpha)}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

Dengan teknik *mnemonic* dapat memudahkan peserta didik untuk menghafalkan rumus-rumus tersebut. Pada sudut rangkap trigonometri khusus untuk sinus dan cosinus dapat menggunakan teknik *mnemonic* dengan gabungan teknik akronim dan teknik simonides (teknik pasak lokasi). Teknik akronim digunakan untuk mempersingkat kata dari huruf pertama item yang akan diingat, sedangkan teknik simonides digunakan untuk mengingat dari letak posisi dari huruf pertama item yang akan diingat.

$$\sin 2\alpha = 2 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Dari teknik akronim dapat dibentuk pola sebagai berikut :

$$\text{Sin } 2\alpha = 2 \text{ C S}$$

$$\text{Cos } 2\alpha = \text{C}^2 - \text{S}^2$$

Dengan teknik simonides peserta didik dapat mengingat posisi dari pola yang telah dibentuk dari teknik akronim. Arti dari pola tersebut adalah 2 pada Sin  $2\alpha$  menjadi konstanta, sedangkan pada Cos  $2\alpha$  menjadi pangkat pada cos maupun sin. Kemudian terdapat tanda operasi pengurangan (-) pada Cos  $2\alpha$ .

### c. Rumus Perkalian, dan Penjumlahan/Selisih

#### 1) Menentukan rumus untuk $[2 \sin \alpha \cos \beta]$

Rumus perkalian sinus dan cosinus untuk  $2 \sin \alpha \cos \beta$  dapat ditemukan dengan menjumlahkan kedua rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2} = \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) + (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{2}$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

## 2) Menentukan rumus untuk $[2 \cos \alpha \sin \beta]$

Rumus perkalian sinus dan cosinus untuk  $2 \cos \alpha \sin \beta$  dapat ditemukan dengan mengurangkan kedua rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{2} = \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) - (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{2}$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

## 3) Menentukan rumus untuk $[2 \cos \alpha \cos \beta]$

Rumus perkalian sinus dan cosinus untuk  $2 \cos \alpha \cos \beta$  dapat ditemukan dengan mengurangkan kedua rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} = \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) + (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

**4) Menentukan rumus untuk  $[-2 \sin \alpha \sin \beta]$**

Rumus perkalian sinus dan cosinus untuk  $-2 \sin \alpha \sin \beta$  dapat ditemukan dengan mengurangkan kedua rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = (\cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta) -$$

$$+ (-\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

**5) Menentukan penjumlahan/selisih sinus**

a)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

Substitusikan  $\alpha = \frac{1}{2}(p + q)$  dan  $\beta = \frac{1}{2}(p - q)$

$$\sin \frac{1}{2}(p + q) \cos \frac{1}{2}(p - q)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}(p + q) + \frac{1}{2}(p - q) \right) + \sin \left( \frac{1}{2}(p + q) - \frac{1}{2}(p - q) \right) \right]$$

$$\sin \frac{1}{2}(p + q) \cos \frac{1}{2}(p - q)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}q \right) + \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$\sin \frac{1}{2}(p + q) \cos \frac{1}{2}(p - q) = \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p \right) + \sin \left( \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$b) \quad \sin \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \frac{1}{2}[\sin p + \sin q]$$

$$2 \sin \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \sin p + \sin q$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\text{Substitusikan } \alpha = \frac{1}{2}(p+q) \text{ dan } \beta = \frac{1}{2}(p-q)$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}(p+q) + \frac{1}{2}(p-q) \right) - \sin \left( \frac{1}{2}(p+q) - \frac{1}{2}(p-q) \right) \right]$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}q \right) - \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p \right) - \sin \left( \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \frac{1}{2}[\sin p - \sin q]$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \sin p - \sin q$$

## 6) Menentukan penjumlahan/selisih cosinus

$$a) \quad \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\text{Substitusikan } \alpha = \frac{1}{2}(p+q) \text{ dan } \beta = \frac{1}{2}(p-q)$$



$$\begin{aligned} \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) &= \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}(p+q) + \frac{1}{2}(p-q) \right) + \cos \left( \frac{1}{2}(p+q) - \frac{1}{2}(p-q) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) &= \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}q \right) + \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q \right) \right] \end{aligned}$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p \right) + \cos \left( \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$\cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \frac{1}{2} [\cos p + \cos q]$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \cos p + \cos q$$

b)  $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$

$$-2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

Substitusikan  $\alpha = \frac{1}{2}(p+q)$  dan  $\beta = \frac{1}{2}(p-q)$

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) &= -\frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}(p+q) + \frac{1}{2}(p-q) \right) - \cos \left( \frac{1}{2}(p+q) - \frac{1}{2}(p-q) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) &= -\frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}q \right) - \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}q \right) \right] \end{aligned}$$

$$\sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = -\frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p \right) - \cos \left( \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}q \right) \right]$$

$$\sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = -\frac{1}{2} [\cos p - \cos q]$$

$$-2 \sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \cos p - \cos q$$

Sangat sering dijumpai bahwa peserta didik sangat kesusahan menghafalkan rumus perkalian dan penjumlahan/selisih sinus dan cosinus trigonometri pada rumus sinus dan cosines.

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

Dengan teknik *mnemonic* dapat memudahkan peserta didik untuk menghafalkan rumus-rumus tersebut. Pada rumus perkalian, dan penjumlahan/selisih sinus dan cosinus trigonometri dapat menggunakan teknik *mnemonic* dengan beberapa teknik, yaitu :

1) Akronim (*Mnemonic Acronym System*)

Teknik ini adalah menciptakan kata dari huruf pertama item yang akan diingat.

$$\begin{array}{ll} S & = S + S & C & = C + C \\ C & = S - S & -S & = C - C \end{array}$$

Dengan keterangan S merupakan huruf awalan dari *sinus* dan C merupakan huruf awalan dari *cosines*. Tanda (+) adalah tanda operasi penjumlahan, sedangkan tanda (-) adalah tanda operasi pengurangan/ selisih.

## 2) Akrostik (*Mnemonic Acrostic System*)

Akrostik merupakan penggunaan setiap huruf pertama dari suatu kelompok kata dan singkatan dalam suku kata-suku kata lainnya sehingga menjadi suatu kalimat. Namun, akrostik tidak selalu menggunakan huruf pertama dan juga tidak selalu menghasilkan singkatan dalam bentuk satu kata atau frasa Akrostik juga menggunakan huruf kunci untuk membuat konsep abstrak menjadi lebih konkrit sehingga lebih mudah diingat.

Untuk memudahkan menghafalkan rumus perkalian sinus dan cosinus dapat menggunakan teknik akrostik yaitu dibuat menjadi suatu kelompok kata.

**S**ayang **diTAMBAH** **S**ayang menjadi **S**angat **C**inta

**S**ayang **diKURANGI** **S**ayang menjadi **C**inta **S**irna

**C**inta **diTAMBAH** **C**inta menjadi **C**inta – **C**intaan

**C**inta **diKURANGI** **C**inta menjadi Aduh **S**ayang **S**irna

Dengan keterangan S merupakan huruf awalan dari *sinus* dan C merupakan huruf awalan dari *cosines*. Kata tambah dan kurangi merupakan tanda operasi penjumlahan dan pengurangan/selisih, sedangkan kata aduh merupakan tanda bilangan negative (-).

## 3) Perumpamaan visual (*Imagery*)

Teknik perumpamaan visual termasuk teknik yang paling efektif dibandingkan dengan metode yang lain. Teknik ini mendorong subjek untuk menghadirkan gambaran objek yang akan dihafal ke dalam pikirannya. Untuk memudahkan menghafalkan rumus perkalian sinus dan cosinus dapat menggunakan teknik perumpamaan visual yaitu peserta didik membuat tabel

warna penjumlahan dan pengurangan sinus dan cosines untuk menarik perhatian peserta didik.

**PENJUMLAHAN (+)**

$$s(A+B) + s(A-B) = 2s \quad Ac \quad B$$


---

~~$$s(A+B) = s \quad Ac \quad B+c \quad As \quad B$$

$$s(A-B) = s \quad Ac \quad B-c \quad As \quad B$$~~


---


$$s(A+B) + s(A-B) = 2s \quad Ac \quad B$$

**PENGURANGAN (-)**

$$s(A+B) - s(A-B) = 2c \quad As \quad B$$


---

~~$$s(A+B) = s \quad Ac \quad B+c \quad As \quad B$$

$$s(A-B) = s \quad Ac \quad B-c \quad As \quad B$$~~


---


$$s(A+B) - s(A-B) = 2c \quad As \quad B$$

**PENJUMLAHAN (+)**

$$c(A+B) + c(A-B) = 2c \quad Ac \quad B$$


---

~~$$c(A+B) = c \quad Ac \quad B+s \quad As \quad B$$

$$c(A-B) = c \quad Ac \quad B-s \quad As \quad B$$~~


---


$$c(A+B) + c(A-B) = 2c \quad Ac \quad B$$

**PENGURANGAN (-)**

$$c(A+B) - c(A-B) = -2s \quad As \quad B$$


---

~~$$c(A+B) = c \quad Ac \quad B-s \quad As \quad B$$

$$c(A-B) = c \quad Ac \quad B+s \quad As \quad B$$~~


---

$$c(A+B) - c(A-B) = -2s; A s; B$$

Dalam memudahkan menghafalkan rumus penjumlahan/selisih sinus dan cosinus dapat menggunakan teknik perumpamaan visual. Teknik ini mendorong subjek untuk menghadirkan gambaran objek yang akan dihafal ke dalam pikiran peserta didik.

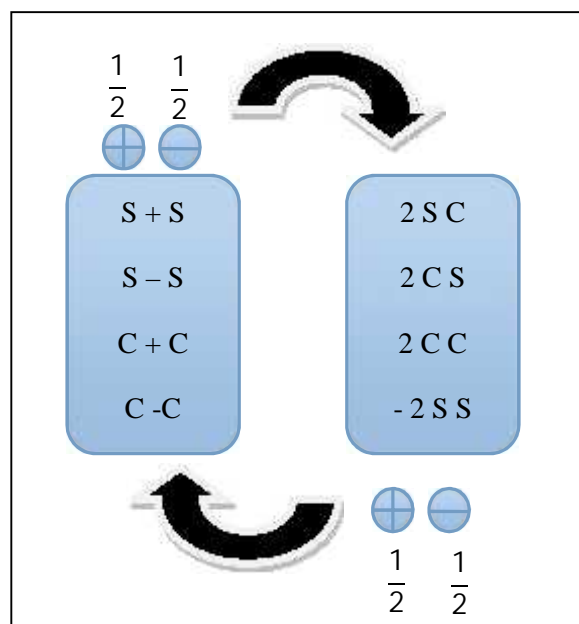
$$2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \cos p + \cos q$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \sin p - \sin q$$

$$2 \sin \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q) = \sin p + \sin q$$

$$-2 \sin \frac{1}{2}(p+q) \sin \frac{1}{2}(p-q) = \cos p - \cos q$$

Teknik perumpamaan visual yang akan digunakan dalam mempermudah menghafal rumus penjumlahan/selisih sinus dan cosines adalah peserta didik diminta untuk memperhatikan suatu obyek, yakni baterai.



Beritahu peserta didik cara membaca objek tersebut dengan benar, yaitu :

Tanda  dibaca (A + B) sedangkan tanda  dibaca (A – B)

$$\frac{1}{z} \text{  } \quad \text{  } \frac{1}{z}$$

$$S + S \longrightarrow 2 S C$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2} (A + B) \cos \frac{1}{2} (A - B)$$

$$2 \sin A \cos B = \sin (A + B) + \sin (A - B)$$

## B. Penelitian Yang Relevan

1. Hasil penelitian Sischa (2012) yang berjudul “Pengaruh Strategi Pembelajaran Kooperatif Team Asisted Individualized (TAI) dengan Teknik *Mnemonic* terhadap Motivasi dan Hasil Belajar IPA siswa kelas IV” menunjukkan hasil belajar siswa meningkat dari siklus I 28,34% dan pada siklus II menjadi 72,48%.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Rekhamandia (2014) dengan judul “Pengaruh Penerapan Model Pembelajaran *Mnemonic* Terhadap Hasil Belajar”. Penelitian yang menggunakan *mnemonik* ini menunjukkan bahwa hasil penelitian yang diperoleh dari kelas eksperimen memiliki nilai rata-rata gain sebesar 0,7507 yang termasuk dalam klasifikasi tinggi dibandingkan dengan nilai yang diperoleh dari kelas kontrol yang tidak menggunakan teknik *mnemonik* memiliki nilai rata-rata gain 0,6241. Sehingga penggunaan *mnemonik* dapat meningkatkan hasil belajar siswa.
3. Penelitian lain yang mendukung adalah Asmarani (2013), efektivitas penggunaan teknik *mnemonik* ini sangat efektif, karena dilihat rata-rata hasil

pos test kelas eksperimen adalah 80,56 dan rata-rata kelas kontrol adalah 71,83.

4. Penelitian yang dilakukan oleh Sudirman dari Universitas Negeri Semarang pada tahun 2005, membuktikan teknik Mnemonic dengan judul penelitian “Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Trigonometri pada Siswa Kelas IX SMP Muhammadiyah Margasari dengan Menggunakan Teknik *Mnemonic*”. Hasil penelitian ini ialah hasil belajar matematika siswa yang menggunakan model pembelajaran dengan menggunakan teknik *mnemonic* lebih baik daripada pembelajaran konvensional yang dilakukan saat proses belajar mengajar berlangsung.
5. Penelitian yang dilakukan oleh Wahyudi, Sisilya Saman, dan Patriantoro pada tahun 2018 yang berjudul “Efektivitas Teknik *Mnemonic* Tipe Akrostik dalam Pembelajaran Afiksasi Bahasa Indonesia”. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa teknik *mnemonic* merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk meningkatkan daya ingat dalam pembelajaran bahasa pembelajaran bahasa bahasa pada kelas X IPS SMAN 3 Pontianak. Hasil dari penelitian ini adalah nilai rata-rata pre-test dari kelompok eksperimen siswa adalah 47,39 dan nilai rata-rata posttest adalah 84,12. Perhitungan perbedaan signifikan pada kelompok eksperimen adalah 13,15. Besarnya pengaruh penggunaan teknik *accrostic-type* mnemonik telah dihitung yaitu diperoleh ES sebesar  $1,17 > 0,8$  yang termasuk dalam kriteria tinggi. Disimpulkan bahwa penggunaan teknik mnemonik tipe akrostik memiliki pengaruh yang signifikan terhadap tingkat memori siswa.

### C. Kerangka Berfikir

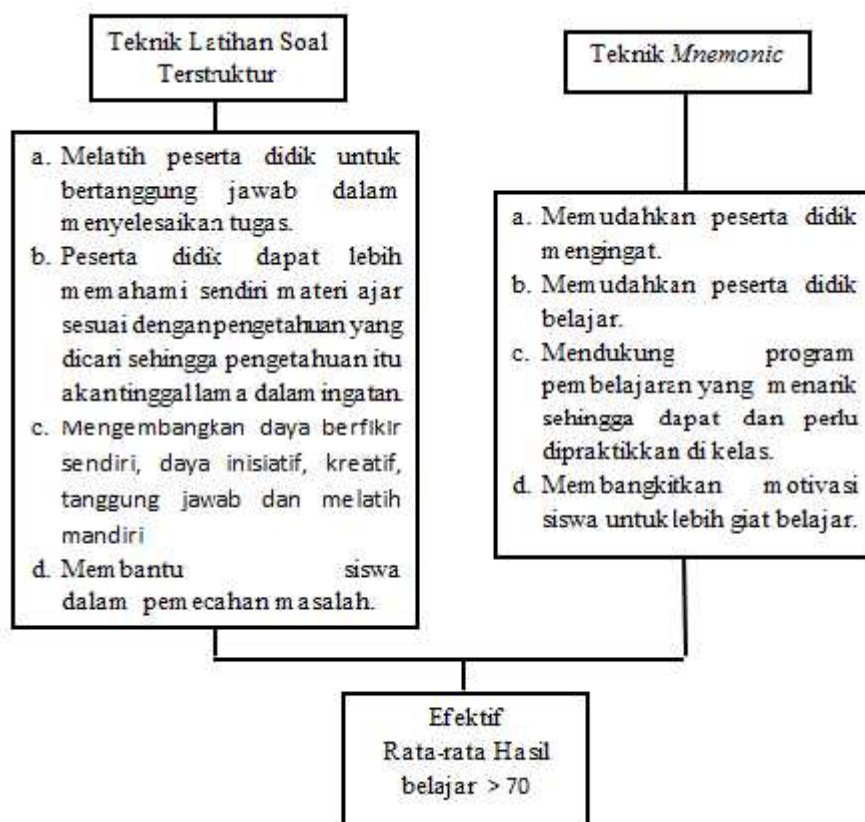
Matematika merupakan pelajaran yang dipenuhi dengan banyak rumus-rumus. Pada saat observasi dan wawancara dengan para siswa kelas XI SMA N 2 Sleman Yogyakarta, matematika dipandang sebagai suatu pelajaran yang sulit bagi siswa. Ada beberapa faktor yang membuat sebagian besar peserta didik tidak menyukai pelajaran matematika, salah dua diantaranya yaitu pertama, sebagian peserta didik masih beranggapan bahwa matematika adalah mata pelajaran tersulit. Kedua, peserta didik merasa tidak nyaman pada saat proses kegiatan belajar mengajar berlangsung. Peserta didik merasa kesulitan dalam belajar matematika dikarenakan begitu banyak rumus-rumus yang digunakan dalam pelajaran matematika. Dalam bab rumus jumlah dan selisih sinus dan cosines trigonometri, terdapat banyak rumus-rumus yang sebagian besar membuat peserta didik kewalahan dalam mengingat rumus-rumus tersebut. Pada saat ini pelajaran matematika masih menggunakan teknik yang umum yaitu teknik latihan soal terstruktur, dimana teknik ini efektif untuk pelajaran matematika pada bab rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus.

Secara teoritis salah satu teknik menghafal rumus dengan cepat yang dianggap bisa mengembangkan hasil belajar matematika peserta didik adalah menggunakan teknik *mnemonic*. *Mnemonic* (cara menghafal atau metode jembatan keledai) adalah alat bantuan memori untuk mengingat informasi. Mr. SGM (2008:199) menyatakan bahwa otak manusia akan optimal jika otak kanan dan kirinya seimbang. Dengan menggunakan teknik *mnemonic* yaitu teknik loci, teknik rima, teknik akronim, teknik akrostik, dan teknik kata kunci. Pada



dasarnya, *mnemonic* berhubungan dengan teknik-teknik atau strategi-strategi untuk membantu ingatan dengan membantu membentuk asosiasi yang secara ilmiah tidak ada. *Mnemonic* merupakan cara untuk membantu siswa agar lebih mudah untuk menyerap informasi atau materi yang akan diajarkan oleh guru. Dengan adanya teknik *mnemonic* ini akan mengajak siswa bisa belajar dengan keadaan gembira dan nyaman. Teknik ini juga memperhatikan aspek psikologis anak, gaya berfikir juga. Sehingga dari proses inilah, belajar matematika dapat lebih kondusif dan hasil belajar dapat meningkat.

Berdasarkan uraian di atas, teknik *mnemonic* diduga dapat meningkatkan hasil belajar peserta didik. Oleh karena itu, perlu diujicobakan teknik *mnemonic* ditinjau dari hasil belajar peserta didik.



**Gambar 1. Bagan Kerangka Berfikir**

#### **D. Hipotesis Penelitian**

Hipotesis adalah alternatif dugaan jawaban yang dibuat oleh peneliti bagi problematika yang diajukan dalam penelitiannya. Dugaan jawaban tersebut merupakan kebenaran yang sifatnya sementara, yang akan diuji kebenarannya dengan data yang dikumpulkan melalui penelitian.

1. Penerapan teknik *mnemonic* efektif terhadap pencapaian hasil belajar matematika siswa kelas XI SMA N 2 Sleman Yogyakarta.
2. Penerapan teknik latihan soal terstruktur efektif terhadap pencapaian hasil belajar matematika siswa kelas XI SMA N 2 Sleman Yogyakarta.
3. Teknik *mnemonic* lebih efektif dibandingkan dengan teknik Latihan Soal Terstruktur ditinjau dari hasil belajar matematika siswa kelas XI SMA N 2 Sleman Yogyakarta.