BAB II

KAJIAN TEORI

A. Kereta Api

Kereta api adalah sarana transportasi berupa kendaraan dengan tenaga gerak, baik berjalan sendiri maupun dirangkaikan dengan kendaraan lainnya, yang bergerak di rel. Kereta api umumnya terdiri dari lokomotif yang dikemudikan oleh tenaga manusia yang disebut masinis dengan bantuan mesin dan rangkaian kereta atau gerbong sebagai tempat pengangkutan barang dan atau penumpang. Rangkaian kereta atau gerbong tersebut berukuran relatif luas sehingga mampu memuat penumpang atau barang dalam skala yang besar. Karena sifatnya sebagai angkutan massal efektif, beberapa negara berusaha memanfaatkannya secara maksimal sebagai alat transportasi utama angkutan darat baik di dalam kota, antarkota, maupun antarnegara. Menurut Salim (2004) angkutan kereta api adalah penyediaan jasa-jasa transportasi di atas rel untuk membawa barang dan penumpang. Kereta api memberikan pelayanan keselamatan, nyaman, dan aman bagi penumpang.

Kereta api ditemukan pada sekitar tahun 1800 dan mengalami pekembangan sampai tahun 1860 (Salim, 2004). Pada mulanya dikenal kereta kuda yang hanya terdiri dari satu kereta (rangkaian). Kemudian dibuatlah kereta kuda yang menarik lebih dari satu rangkaian serta berjalan di jalur tertentu yang terbuat dari besi (rel). Kereta jenis ini yang kemudian dinamakan sepur atau yang lebih dekenal dengan kereta api. Terdapat beberapa jenis kereta api. Jenis pertama adalah jenis kereta api menurut tenaga penggerak. Terdapat beberapa jenis kereta api menurut tenaga pengggeraknya antara lain:

1. Kereta Api Uap

Kereta api uap adalah kereta api yang digerakkan dengan uap air yang dihasilkan dari ketel uap yang dipanaskan dengan kayu bakar, batu bara ataupun minyak bakar, oleh karena itu kendaraan ini dikatakan sebagai kereta api.

2. Kereta Api *Diesel*

Kereta api *diesel* adalah jenis kereta api yang digerakkan dengan mesin *diesel* dan umumnya menggunakan bahan bakar mesin dari solar. Ada dua jenis utama kereta api *diesel* ini yaitu kereta api *diesel* hidrolik dan kereta api *diesel* elektrik.

3. Kereta Api Rel Listrik

Kereta Rel Listrik, disingkat KRL, merupakan kereta rel yang bergerak dengan sistem propulsi motor listrik. Di Indonesia, kereta rel listrik terutama ditemukan di kawasan Jabotabek, dan merupakan kereta yang melayani para komuter.

Jenis kedua adalah kereta api dilihat dari segi rel-nya. Jenis-jenis tersebut antara lain:

1. Kereta Api Konvensional

Kereta api rel konvensional adalah kereta api yang biasa dijumpai. Kereta jenis ini menggunakan rel yang terdiri dari dua batang baja yang diletakan di bantalan. Di daerah tertentu yang memliki tingkat ketinggian curam, digunakan rel bergerigi yang diletakkan di tengah tengah rel tersebut serta menggunakan lokomotif khusus yang memiliki roda gigi.

2. Kereta Api *Monorel*

Kereta api *monorel* (kereta api rel tunggal) adalah kereta api yang jalurnya tidak seperti jalur kereta yang biasa dijumpai. Rel kereta ini hanya terdiri dari satu batang besi. Letak kereta api didesain menggantung pada rel atau di atas rel. Karena efisien, biasanya digunakan sebagai alat transportasi kota khususnya di kota-kota metropolitan dunia dan dirancang mirip seperti jalan layang.

Perkeretaapian termasuk salah satu industri pelayanan transportasi tertua di Indonesia. Pembangunan industri kereta api dimaksudkan untuk menopang kegiatan ekonomi masyarakat Indonesia. Hingga saat ini, perkeretaapian Indonesia dikelola oleh PT Kereta Api (PT KA). Penumpang kereta api mencapai 180 juta penumpang per tahun, 92% diantaranya adalah penumpang non-komersial atau kereta api kelas ekonomi (Hidayat, 2004). Jaringan perkeretaapian Indonesia mengelola rel sepanjang 4246 kilometer, baik untuk jaringan angkutan penumpang maupun angkutan barang.

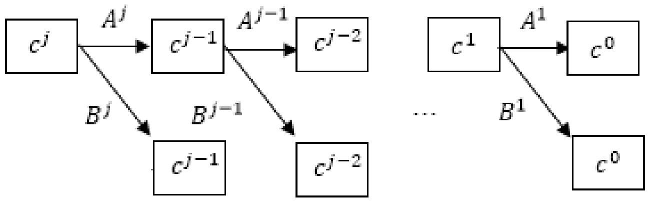
B. *Wavelet*

1. Pengertian *Wavelet*

Wavelet telah berkembang sejak abad ke-20, yaitu paper dari Frazier dan Jawerth (1985), selain itu *Wavelet* juga popular disebuah "*French School*" di Perancis yang diketai oleh J. Morlet, A. Grossmann dan Y. Meyer. *Wavelet* atau *"ondolettes"* dalam bahasa Perancis digunakan oleh *geophysicist* pada tahun 80-an sebagai sarana untuk mengolah sinyal elektrik. Kesuksesan numeris terapan ini dilakukan oleh A. Grossmann dan J. Morlet (Sianipar, 2003). *Wavelet* adalah basis fungsi yang dikembangkan mengacu pada kebutuhan spesifik dari analisis signal dengan tetap memberikan keuntungan dalam representasi *Time-Frequency* secara terlokalisasi dan menyeluruh, dimana sinyal asli didekomposisi menjadi band-band frekuensi kemudian analisis sinyal dilakukan pada tiap-tiap band tersebut (Darusalam, 2009). Kelebihan *Wavelet* sebagai fungsi transform adalah adanya fungsi kompresi (*dilation*) dan pergeseran (*translation*) dalam fungsi induknya (Darusalam, 2009). Menurut Lee & Yamamoto (1994), *Wavelet* telah banyak diaplikasikan pada analisis sementara sinyal, analisis citra, sistem komunikasi, dan aplikasi pemrosesan sinyal lainnya. Beberapa contoh keluarga *Wavelet* adalah *Haar, Daubechies, Symlets, Coiflets, BiorSplines, ReverseBior, Meyer, DMeyer, Gaussian, Mexican hat, Morlet, Complex, Shannon, Frequency B-Spline, Complex Morlet, Riyad*, dll.

2. Transformasi *Wavelet*

Transformasi merupakan suatu proses pengubahan data kedalam bentuk lain agar mudah dianalisis, sebagai misal transformasi fourier merupakan suatu proses pengubahan data (sinyal) kedalam beberapa gelombang kosinus yang berfrekuensi berbeda, sedangkan transformasi *Wavelet* merupakan proses pengubahan sinyal kedalam berbagai *Wavelet* basis (*mother Wavelet*) dengan berbagai fungsi pergeseran dan penyekalaan. Proses transformasi *Wavelet* dilakukan dengan mengkonvolusi sinyal dengan data tapis atau dengan proses perata-rataan dan pengurangan secara berulang, yang sering disebut dengan metode *filter bank* (Bagus, Ida, & Wijaya, 2006). Gambar berikut ini menunjukkan proses transformasi *Wavelet* dengan cara *filter bank* .



GAMBAR 1. *Transformasi Wavelet. (Chui, 1992).*

Terdapat dua jenis transformasi *Wavelet* yaitu *Continue Wavelet Transform* (CWT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT). CWT digunakan untuk sebuah fungsi yang berdomain bilangan real atas sumbu x, dan DWT digunakan untuk sebuah fungsi atas domain bilangan bulat (biasanya $t = 0,1,\ldots,N-1$, dimana N dinotasikan sebagai banyaknya nilai dalam runtun waktu). Pada penelitian ini digunakan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) karena data runtun waktu dari jumlah penumpang kereta api berdomain bilangan bulat.

3. *Discrete Wavelet Transform* (DWT)

DWT digunakan untuk sebuah fungsi atas domain bilangan bulat, dengan $t = 0,1,\ldots,N-1$, dimana N adalah banyak nilai dalam runtun waktu. DWT dianalisis dengan menggunakan penggambaran sebuah skala waktu sinyal digital didapatkan dengan menggunakan teknik filterisasi digital. Secara garis besar proses dalam teknik ini adalah dengan melewatkan sinyal yang akan dianalisis pada filter dengan frekuensi dan skala yang berbeda (Popola, 2007). *Wavelet* menganalisis data runtun waktu untuk dilatasi dan translasi data diskrit dengan menggunakan *mother Wavelet* (t). Analisis DWT berdasarkan pada bentuk 2^{j-1}, $(j = 1,2,3,\ldots)$ (Donal B. Percival, 2000). DWT dapat dikembangkan dari beberapa jenis *Wavelet*, seperti *Haar, Daubechies, Biorthorgonal, Coiflets, Symlets, Morlet and the Mexican Hat* (the Mathworks, 2005). Satu dari fungsi *mother Wavelet* adalah *Wavelet Haar*, A. Haar memperkenalkannya pada tahun 1910. Langkah transformasi *Wavelet multilevel* menurut (Bagus, Ida, & Wijaya, 2006) adalah

a. Data ditansfomasikan menggunakan DWT sehingga diperoleh koefisien *approximation* dan koefisien *detail*.

$$f \overset{H_1}{\rightarrow} (a_1|d_1) \quad \textbf{(2.1)}$$

Untuk $f = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ dengan $N = 2^n$ merupakan banyaknya anggota f dan n merupakan konstanta positif.

Hasil dekomposisi level 1 adalah sebagai berikut:

$$a_1 = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_3+x_4}{2}, \dots, \frac{x_{N-1}+x_N}{2}\right) \quad \textbf{(2.2)}$$

$$d_1 = \left(\frac{x_1-x_2}{2}, \frac{x_3-x_4}{2}, \dots, \frac{x_{N-1}-x_N}{2}\right) \quad \textbf{(2.3)}$$

a_1 merupakan approximation data dan d hasil dekompisisi (DWs).

b. Transformasi dari koefisien yang pertama akan menghasilkan koefisien *approximation* dan koefisien *detail* yang kedua.

$$f \overset{H_2}{\rightarrow} (a_2|d_2) \quad \textbf{(2.4)}$$

Hasil dekomposisi level 2 adalah sebagai berikut:

$$a_2 = \left(\frac{\dot{x}_1+\dot{x}_2}{2}, \frac{\dot{x}_3+\dot{x}_4}{2}, \dots, \frac{\dot{x}_{N-1}+\dot{x}_N}{2}\right) \quad \textbf{(2.5)}$$

dengan

$$\dot{x}_1 = \frac{x_1+x_2}{2}, \dot{x}_2 = \frac{x_3+x_4}{2}, \dots, \dot{x}_{N-1} = \frac{x_{N-3}+x_{N-2}}{2}, \dot{x}_N = \frac{x_{N-1}+x_N}{2}$$

$$d_2 = \left(\frac{\dot{x}_1-\dot{x}_2}{2}, \frac{\dot{x}_3-\dot{x}_4}{2}, \dots, \frac{\dot{x}_{N-1}-\dot{x}_N}{2}\right) \quad \textbf{(2.6)}$$

dengan

$\dot{x}_1 = \frac{x_1 - x_2}{2}, \dot{x}_2 = \frac{x_3 - x_4}{2}, \ldots, \dot{x}_{N-1} = \frac{x_{N-3} - x_{N-2}}{2}, \dot{x}_N = \frac{x_{N-1} - x_N}{2}$

c. Jika banyak levelnya adalah tiga, maka proses transformasi dilakukan sebanyak tiga kali. Level maksimum dari transformasi signal *Wavelet multilevel* adalah

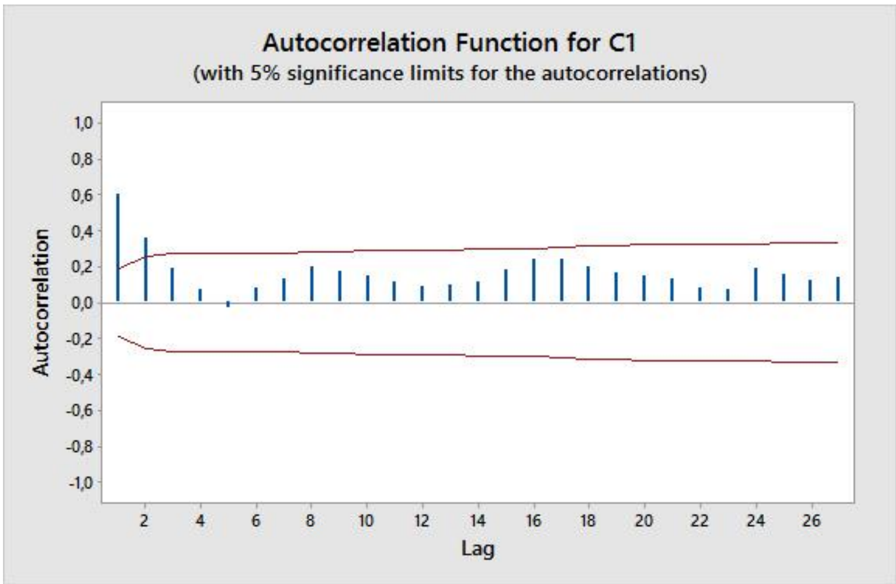
$$level_{\max} = \frac{\ln\left(\frac{panjang\ data(signal)}{panjang\ \ filter}\right)}{\ln(2)} \quad \textbf{(2.7)}$$

Pada penelitian ini yang digunakan adalah transformasi *Wavelet multilevel Haar* pada transformasi signal *One Dimensional* karena penggunaannya yang lebih sederhana dengan panjang filter *Haar* adalah 2.

C. Autokorelasi dan Parsial Autokorelasi untuk Data *Time Series*

1. Autokorelasi

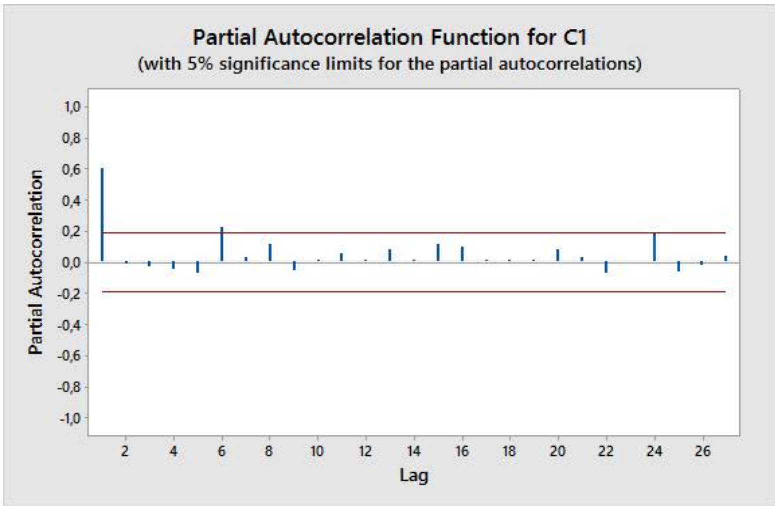
Autokorelasi (*autocorrelation*) digunakan untuk menjelaskan hubungan antara data *time series* yang sama pada periode waktu yang berlainan. Autokorelasi merupakan ukuran korelasi dari sebuah data runtun waktu untuk selang waktu (*lag*) yang berlainan. Autokorelasi dapat digunakan untuk menentukan ada tidaknya faktor musiman (*seasonality*) beserta panjang musim dalam deret tersebut (makridakis, 1999). Selain itu, autokorelasi dapat digunakan untuk menentukan kestasioneran suatu data. Selang kepercayaan r dapat direpresentasikan dalam sebuah plot autokorelasi dengan bantuan program Minitab 17. Contoh plot autokorelasi dapat dilihat dari Gambar2. Selang kepercayaan direpresentasikan dengan garis putus-putus horizontal. Kriteria dari suatu *lag* dikatakan signifikan jika autokorelasi melewati garis putus-putus horizontal. Pada Gambar 2 *lag* yang signifikan adalah *lag* 1 sampai dengan *lag* 2.



GAMBAR 2 *Contoh Gambar ACF*

2. Parsial autokorelasi

Autokorelasi parsial *atau partial autocorrelation* (PACF) adalah ukuran korelasi antara suatu data *time series* pada saat ini dengan nilai-nilai sebelumnya dengan menganggap nilai setelahnya adalah konstan (makridakis, 1999). Dengan kata lain, PACF digunakan untuk mengukur korelasi Y_t dengan Y_{t+k} dengan mengabaikan nilai-nilai setelah Y_{t+k}. Seperti halnya autokorelasi, signifikansi autokorelasi parsial juga dapat dilihat dengan selang kepercayaan. Contoh plot autokorelasi parsial dapat dilihat dari Gambar 3. Selang kepercayaan direpresentasikan dengan garis putus-putus horizontal. Kriteria dari suatu *lag* dikatakan signifikan jika autokorelasi parsial melewati garis putus-putus horizontal. Pada Gambar 3 *lag* yang signifikan adalah *lag* 1, *lag* 7.



GAMBAR 3 *Contoh Gambar PACF*

D. Dekomposisi Nilai Singular

Dekomposisi Nilai Singular (*Singular Value Decomposition*) atau yang lebih dikenal sebagai SVD adalah salah satu teknik dekomposisi berkaitan dengan nilai singular *(singular value)* suatu matriks yang merupakan salah satu karakteristik matriks tersebut (Ariyanti, 2010).

Definisi 2.1 (Goldberg, 1992)

Dekomposisi nilai singular matriks real $A_{m\,x\,n}$ adalah faktorisasi

$$A = U \sum V^T \quad \textbf{(2.8)}$$

dengan U matriks orthogonal $m\,x\,m, V$ matriks orthogonal $n\,x\,n$ dan $\sum$ matriks diagonal $m\,x\,n$ bernilai real tak negatif yang disebut nilai-nilai singular.

Dengan kata lain $\sum = diag\ (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ terurut sehingga $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_n$.

Jika $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ maka

$$A = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \ u_i \, v_i{}^T \quad \textbf{(2.9)}$$

Persamaan 2.8 juga menyatakan bahwa matriks $A_{m\,x\,n}$ dapat dinyatakan sebagai dekomposisi matriks yaitu matriks $U, \sum$ dan V. Matriks $\sum$ merupakan matriks diagonal dengan elemen diagonalnya berupa nilai-nilai singular matriks A, sedangkan matriks U dan V merupakan matriks-matriks yang kolom-kolomnya berupa vektor singular kiri dan vektor singular kanan dari matriks A untuk nilai singular yang bersesuaian.

Menentukan dekomposisi nilai singular meliputi langkah-langkah menentukan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks AA^T atau A^TA. Vektor eigen dari A^TA membentuk kolom V, sedangkan vektor eigen dari AA^T membentuk kolom U. Nilai singular dalam $\sum$ adalah akar pangkat dua dari nilai-nilai eigen matriks AA^T atau A^TA. Nilai singular adalah elemen-elemen diagonal dari $\sum$ dan disusun dengan urutan menurun.

Contoh 2.1 :

Tentukan dekomposisi nilai singular matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesian:

Untuk menentukan vektor singular kiri, dimulai dengan AA^T, yaitu

$$AA^T = \begin{bmatrix} 24 & 12 \\ 12 & 24 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, menentukan nilai eigen dari AA^T, yaitu $\lambda = 12$ dan $\lambda = 36$.

Diperoleh nilai singular dari A yaitu $\sqrt{12}$ dan $\sqrt{36}$.

Untuk $\lambda = 12$, diperoleh :

$$(12)x_1 \; (12) + x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2$$

Maka vektor eigen $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 12$.

Untuk $\lambda = 36$, diperoleh :

$$(-12)x_1 + (12)x_2 = 0$$

$$x_1 = x_2$$

Maka vektor eigen $u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 36$.

Dengan menormalisasikan u_1 dan u_2 diperoleh

$\overline{u_1} = \frac{u_1}{|u_1|} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$dan $\overline{u_2} = \frac{u_2}{|u_2|} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$.

Diperoleh $U = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

Selanjutnya, dicari nilai eigen dari

$$A^T A = \begin{bmatrix} 20 & 4 & 16 \\ 4 & 8 & -4 \\ 16 & -4 & 20 \end{bmatrix}$$

dan nilai eigen dari $A^T A$, yaitu $\lambda = 0$, $\lambda = 12$ dan $\lambda = 36$.

Diperoleh nilai singular dari A yaitu 0, $\sqrt{12}$ dan $\sqrt{36}$.

Dengan mencari vector eigen yang bersesuain dengan nilai eigen diperoleh

$u_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 0$

$u_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 12$

$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 36$

Akibatnya, vektor-vektor singular kanan yang orthonormal adalah

$$\overline{v_1} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}; \overline{v_2} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{6} \\ -2/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \end{bmatrix} \text{dan } \overline{v_3} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{Jadi, } V^T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/6 & -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Dari proses di atas, diperoleh dekomposisi nilai singular matriks tersebut adalah

$$A = U\sum V^T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{36} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{6} & -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

E. Logika *Fuzzy*

1. Pengertian Himpunan *Fuzzy*

Himpunan klasik (*crisp set*) adalah himpunan yang membedakan anggota dan bukan anggota dengan batasan yang jelas (Ross, 2010). Himpunan *Fuzzy* merupakan perluasan dari himpunan klasik dimana keberadaan suatu elemen tidak lagi bernilai benar atau salah, tetapi akan selalu bernilai benar jika mempunyai derajat keanggotaan yang berada dalam rentang [0,1] (Klir, 1997).]

Definisi 2.2 (Klir, 1997)

Himpunan *Fuzzy* A pada himpunan *universal* U didefinisikan sebagai himpunan yang direpresentasikan dengan fungsi yang mengawankan setiap $x \epsilon U$ dengan bilangan *real* pada interval [0,1], ditulis $u_A(x) \rightarrow [0,1]$ demgan nilai $u_A(x)$ menyatakan derajat keanggotaan x di A.

Apabila suatu elemen x dalam suatu himpunan A memiliki derajat keanggotaan *Fuzzy* $u_A(x)$ = 0 berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, dan jika derajat keanggotaan *Fuzzy* $u_A(x)$ = 1 berarti x menjadi anggota penuh dari himpunan A. Himpunan *Fuzzy* memiliki 2 atribut (Kusumadewi & Hartati, 2010). yaitu :

a) Linguistik, yaitu penamaan suatu himpunan yang memiliki suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami.
b) Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel.

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *Fuzzy* yaitu (Kusumadewi & Hartati, 2010).

a. Variabel *Fuzzy*

Variabel *Fuzzy* merupakan variabel yang akan dibahas dalam suatu sistem *Fuzzy*.

b. Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *Fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *Fuzzy*.

c. Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan atau *universal* adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *Fuzzy*.

d. Domain

Domain himpunan *Fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diizinkan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *Fuzzy*.

2. Fungsi Keanggotaan

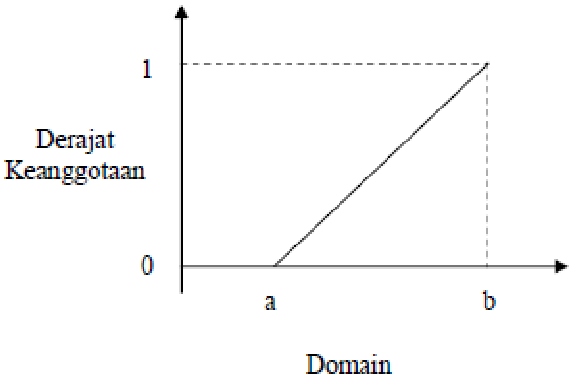
Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* kedalam derajat keanggotaan. Pendekatan fungsi merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan derajat keanggotaan. Ada beberapa fungsi yang dapat digunakan (Kusumadewi & Hartati, 2010) :

a. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan *input* derajat keanggotaanya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Keadaan linear himpunan *Fuzzy* terdiri dari dua keadaan linear naik dan linear turun.

1) Representasi Linear NaikPada representasi linear naik, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan [0] bergerak ke kanan menuju nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x \leq b \end{cases} \tag{2.10}$$



GAMBAR 4. *Representasi Linear Naik*

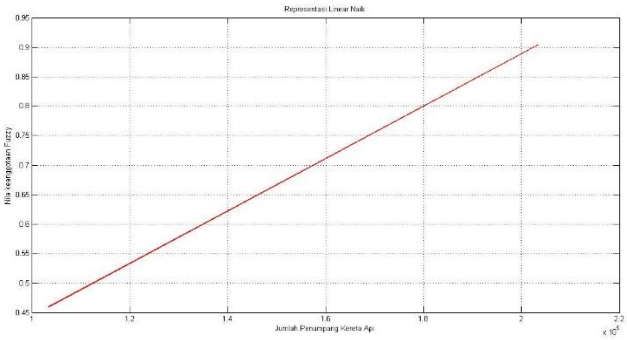
Keterangan :

a = nilai domain saat derajat keanggotaan sama dengan nol

b = nilai domain saat derajat keaggotaan sama dengan satu

Contoh 1 Fungsi keanggotaan untuk himpunan jumalah penumpang dalam satu pekan jadwal keberangkatandalam representasi linear naik pada gambar 5

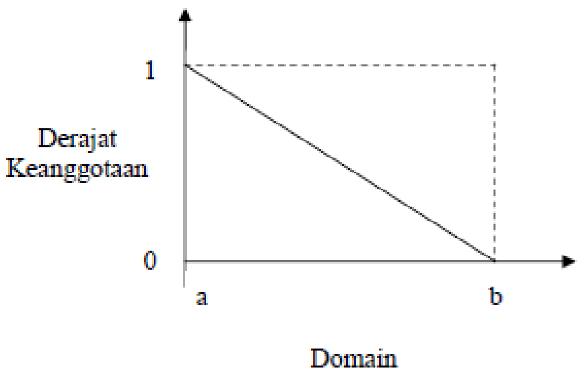
$$\mu[220.000] = \frac{220.000 \ - 103.450}{225.000 - 103.450} = \frac{116.550}{121.550} = 0{,}96$$



GAMBAR 5*. Himpunan Fuzzy Nilai Keanggotan penumpang Tinggi*

2) Representasi Linear Turun

Pada linear turun, garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki keanggotaan lebih rendah dengan fungsi keanggotaan:



GAMBAR 6. *Representasi Linear Turun*

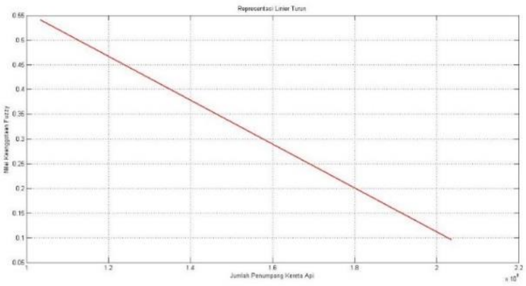
$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \qquad \textbf{(2.11)}$$

Keterangan :

a = nilai domain saat derajat keanggotaan sama dengan satu

b = nilai domain saat derajat keanggotaan sama dengan nol

Contoh 2 Fungsi keanggotaan untuk himpunan jumalah penumpang dalam satu pekan jadwal keberangkatan dalam representasi linear turun pada gambar 7.



GAMBAR 7 *Himpunan Fuzzy Nilai Keanggotan penumpang Rendah*

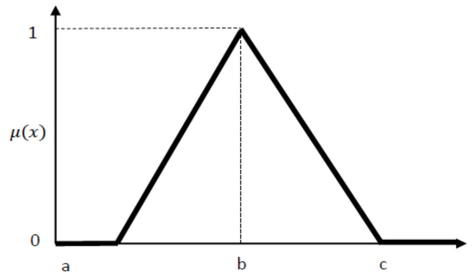
$$\mu[220.000] = \frac{225.000 \ - 220.000}{225.000 - 103.450} = \frac{5.000}{121.550} = 0{,}04$$

b. Representasi Kurva Segitiga

Representasi kurva segitiga pada dasarnya terbentuk dari gabungan 2 garis linear, yaitu linear naik dan linear turun. Kurva segitiga hanya memiliki satu nilai x dengan derajat keanggotaan tertinggi 1, hal tersebut terjadi ketika x=b. Nilai yang tersebar dipersekitaran b memiliki perubahan derajat keanggotaan menurun dengan menjauhi 1. Berikut adalah gambar representasi kurva segitiga.

Fungsi keanggotaannya adalah

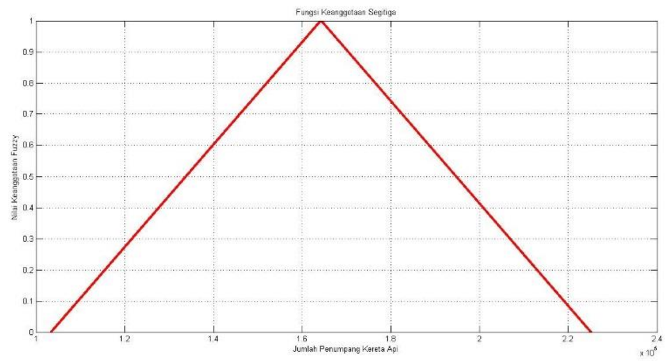
$$\mu_A(x) \begin{cases} 0 & ; x \leq a \; atau \; x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & ; a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & ; b \leq x \leq c \end{cases} \qquad \textbf{(2.12)}$$



GAMBAR 8. *Representasi Kurva Segitiga*

Contoh 3 Fungsi keanggotaan untuk himpunan jumalah penumpang dalam satu pekan jadwal keberangkatan dalam representasi kurva segitiga pada gambar 9

$\mu[220.000] = \frac{225.000 - 220.000}{225.000 - 164.255} = \frac{5000}{60.745} = 0{,}08$

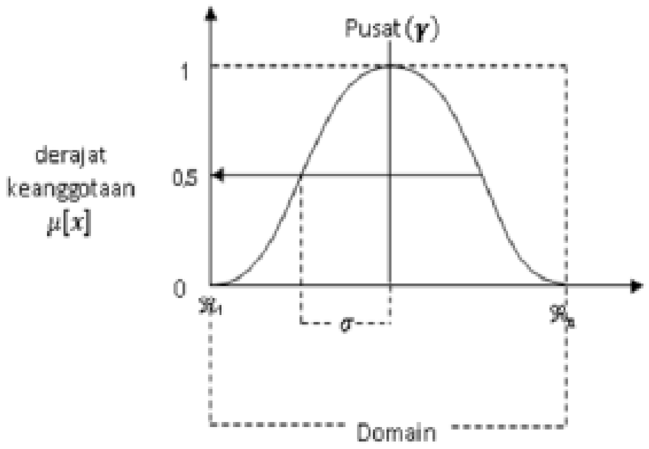


GAMBAR 9 *Himpunan Fuzzy Nilai Keanggotan penumpang Sedang*

c. Kurva Gauss

Kurva Gauss merupakan kurva berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain γ, dan lebar kurva k seperti pada gambar berikut :

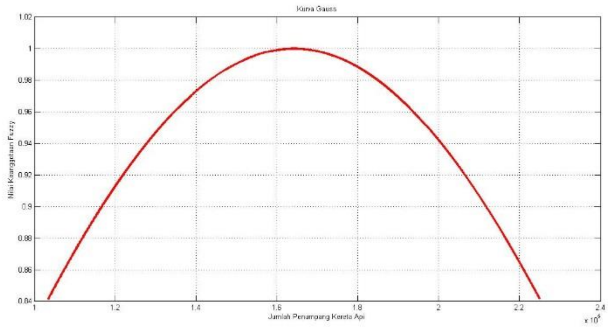
$$G(x;k;\gamma) = e^{-\frac{(x-\gamma)^2}{2k^2}} \quad \textbf{(2.13)}$$



GAMBAR 10. *Representasi Kurva Gauss*

Contoh 4 Fungsi keanggotaan untuk himpunan jumalah penumpang dalam satu pekan jadwal keberangkatan dalam representasi kurva gauss pada gambar 11

$$\mu[220.000] = e^{-\frac{(220000-164225)^2}{60745^2}} = \frac{3110850625}{3689955025} = 0{,}431$$

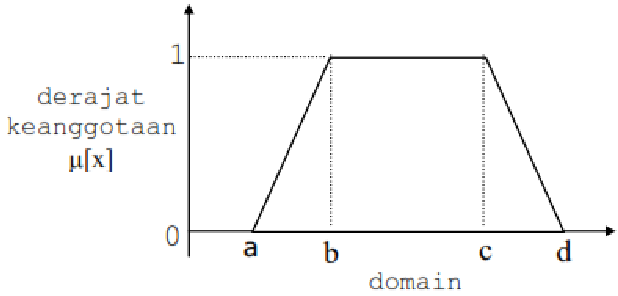


GAMBAR 11 *Himpunan Fuzzy Nilai Keanggotan penumpang Sedang*

d. Representasi Kurva Trapesium

Representasi kurva trapesium pada dasarnya merupakan representasi segitiga, hanya saja domain yang memiliki derajat keanggotaan 1 lebih dari 1 titik. Grafik representasi kurva trapesium digambarkan sebagai berikut :

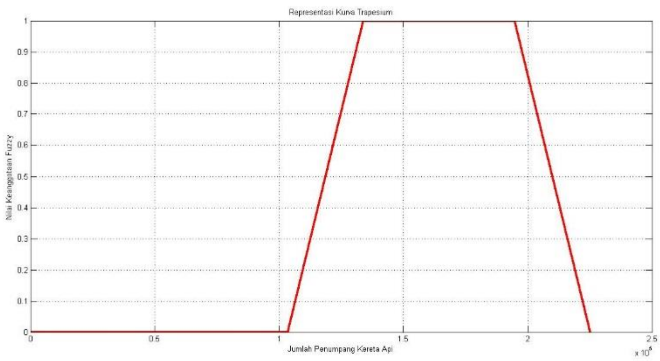
$$\mu(x)\begin{cases} 0 & ;x\leq a \ atau\ x\geq d \\ \frac{x-a}{b-a} & ;a\leq x\leq b \\ 1 & ;b\leq x\leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & ;c\leq x\leq d \end{cases} \qquad \textbf{(2.14)}$$



GAMBAR 12 *Representasi Kurva Trapesium*

Contoh 5 Fungsi keanggotaan untuk himpunan jumalah penumpang dalam satu pekan jadwal keberangkatan dalam representasi kurva trapesium pada gambar 13

$$\mu[220.000] = \frac{225.000 - 220.000}{225.000 - 194.611} = \frac{5.000}{30.389} = 0{,}16$$



GAMBAR 13 *Himpunan Fuzzy Nilai Keanggotan penumpang Sedang*

3. Operator *Fuzzy*

Terdapat 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh yaitu (Sri Kusumadewi, 2010).

a. Operator *AND* (∩)

Operator *AND* merupakan operator yang berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan $a-predikat$ sebagai hasil dengan operator *AND* diperoleh dengan mengambil derajat keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Misalkan A dan B adalah himpunan *Fuzzy* pada *U*, maka himpunan *Fuzzy* $A \cap B$ didefinisikan dengan fungsi keanggotaan berikut.

$$\mu_{A\cap B}(x,y) = \min\left(\mu_A(x), \mu_B(y)\right), \forall x, y \epsilon U \quad \textbf{(2.15)}$$

b. Operator *OR* $(\cup)$

Operator *OR* merupakan operator yang berhubungan dengan operasi *union* pada himpunan $a-predikat$ sebagai hasil dengan operator *OR* diperoleh dengan mengambil derajat keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Misalkan A dan B adalah himpunan *Fuzzy* pada *U*, maka himpunan *Fuzzy* $A \cup B$ didefinisikan dengan fungsi keanggotaan berikut.

$$\mu_{A\cap B}(x,y) = \max\left(\mu_A(x), \mu_B(y)\right), \forall x, y \epsilon U \quad \textbf{(2.16)}$$

c. Operator NOT

Operator NOT merupakan operator yang berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan $a-predikat$ sebagai hasil dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangkan derajat keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1. Misalkan A adalah himpunan *Fuzzy* pada *U*. Sedangkan A' merupakan komplemen dari suatu himpunan *Fuzzy* A, maka himpunan *Fuzzy* A' didefinisikan dengan fungsi keanggotaan berikut:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - u_A(x) \quad \textbf{(2.17)}$$

4. Logika *Fuzzy*

Logika *Fuzzy* merupakan perluasan dari logika klasik. Proposisi pada logika klasik hanya mengenal benar atau salah dengan proposisi nilai 0 atau 1. Sedangkan logika *Fuzzy* menyamaratakan 2 nilai logika klasik dengan membiarkan proposisi nilai kebenaran pada interval [0,1] (Wang, 1997).

Alasan digunakannya logika *Fuzzy* antara lain (Kusumadewi & Hartati, 2010):

a. Konsep logika *Fuzzy* mudah dimengerti dengan konsep matematis sebagai dasar dari penalaran *Fuzzy* yang sangat sederhana dan mudah dimengerti.
b. Logika *Fuzzy* sangat fleksibel, artinya mampu beradaptasi dengan perubahan-perubahan, dan ketidakpastian yang menyertai permasalahan.
c. Logika *Fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat. Jika diberikan sekelompok data yang cukup homogen, dan kemudian ada beberapa data yang “eksklusif”, maka logika *Fuzzy* memiliki kemampuan untuk menangani data eksklusif.
d. Logika *Fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
e. Logika *Fuzzy* dapat mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para ahli secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan. Dalam hal ini, sering dikenal dengan nama *Fuzzy Expert System* menjadi bagian terpenting.
f. Logika *Fuzzy* dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional. Hal ini umumnya terjadi pada aplikasi di bidang teknik mesin maupun teknik elektro.
g. Logika *Fuzzy* didasarkan pada bahasa alami. Logika *Fuzzy* menggunakan

bahasa sehari-hari sehingga mudah dimengerti.

F. Sistem *Fuzzy*

Sistem *Fuzzy* dapat diartikan sebagai deskripsi linguistik (aturan *Fuzzy* Jika-Maka) yang lengkap tentang proses yang dapat dikombinasikan kedalam sistem (Wang, 1997). Sistem *Fuzzy* terdiri dari fuzzifikasi, pembentukan aturan (*Fuzzy rule base*), inferensi *Fuzzy*, dan defuzzifikasi. Sistem *Fuzzy* yang digunakan pada penelitian ini adalah fuzzifikasi dengan representasi kurva Segitiga, sistem inferensi metode Sugeno orde nol, pembentukan aturan (*Fuzzy rule base*) dengan menggunakan metode dekomposisi nilai singular, dan defuzzifikasi metode Centroid. Sistem *Fuzzy* terdiri dari empat tahapan yaitu:

1. Fuzzifikasi

Fuzzifikasi merupakan pemetaan dari himpuan *crisp* dengan himpunan *Fuzzy*. Proses fuzzifikasi merupakan cara menjadikan input yang merupakan himpunan *crisp* menjadi himpunan *Fuzzy* menggunakan fungsi keanggotaan (Wang, 1997). Pada penelitian ini proses fuzzifikasi menggunakan fungsi keanggotaan representasi.

2. Aturan *Fuzzy*

Pada himpunan *Fuzzy*, aturan yang digunakan adalah aturan *If-Then* atau Jika-Maka. Aturan *Fuzzy If-Then* dapat direpresentasikan sebagai

$$IF < proposisi\ fuzzy > THEN < proposisi\ fuzzy$$

Proposisi *Fuzzy* dibedakan menjadi dua, yaitu proposisi *atomic* dan proposisi *Fuzzy compound*. Proposisi *Fuzzy atomic* adalah pernyataan tunggal dengan x sebagai variabel linguistik dan F adalah himpunan *Fuzzy* dari x. Proposisi *Fuzzy compound* adalah gabungan dari proposisi *atomic* yang dihubungkan dengan operator "or", "and", dan "not" (Wang, 1997).

3. Inferensi *Fuzzy*

Inferensi *Fuzzy* diperoleh dari kumpulan korelasi antar aturan. Menurut Kusumadewi & Hari (2013) terdapat beberapa metode dalam inferensi *Fuzzy*, yaitu:

a. Metode Tsukamoto

Metode Tsukamoto merupakan perluasan dari penalaran monoton. Pada metode ini, setiap konsekuen pada aturan yang berbentuk *IF-Then* harus direpresentasikan dengan suatu himpunan *Fuzzy* dengan fungsi keanggotaan yang monoton. Sebagai hasilnya, *output* hasil inferensi dari tiap-tiap aturan diberikan secara tegas *(crisp)* berdasarkan α-predikat. Hasil akhirnya diperoleh menggunakan rata-rata berbobot.

b. Metode Mamdani

Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Inferensi metode Mamdani menggunakan fungsi implikasi Min, sedangkan komposisi aturannya menggunakan Max. Oleh karena itu metode Mamdani sering dikenal sebagai metode $Max - Min$.

c. Metode Sugeno

Dalam metode Sugeno *output* (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan *Fuzzy*, melainkan berupa konstanta atau persamaan. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985 sehingga metode ini sering juga disebut sebagai metode TSK. Menurut Cox (1994), Metode TSK terdiri dari 2 jenis, yaitu;

1) Model *Fuzzy* Sugeno Orde-Nol

Secara umum bentuk model *Fuzzy* Sugeno Orde-Nol adalah:

$$IF\ (x_1\ is\ A_1)\ \mathrm{o}\ (x_2\ is\ A_2)\ \mathrm{o}\ (x_3\ is\ A_3)\ \mathrm{o} \ldots \mathrm{o}(x_N\ is\ A_N)\ \text{THEN } \mathrm{z} = \mathrm{k}$$

dengan A_i adalah himpunan *Fuzzy* ke-i sebagai antisenden, dan k adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

2) Model *Fuzzy* Sugeno Orde-Satu

Secara umum bentuk model *Fuzzy* Sugeno Orde-Satu adalah:

$$IF\ (x_1\ is\ A_1)\ \mathrm{o} \ldots \mathrm{o}(x_N\ is\ A_N)\ \text{THEN } \mathrm{z} = p_1 * x_1 + \cdots + p_N * x_N + q$$

dengan A_i adalah himpunan *Fuzzy* ke-i sebagai antisenden, dan p_i adalah suatu konstanta (tegas) ke-i dan q juga merupakan konstanta dalam konsekuen.

Defuzzifikasi dalam metode Sugeno dilakukan dengan cara mencari nilai rata-ratanya. Dalam penelitian ini, sistem inferensi yang digunakan adalah metode Sugeno Orde-Satu.

4. Defuzzifikasi

Defuzzifikasi merupakan proses terakhir dalam pemodelan *fuzzy*. Proses ini mengubah himpunan *fuzzy* ke dalam bilangan *real*. Nilai dari hasil defuzzifikasi adalah *output* dari model *fuzzy*. Dalam penelitian ini metode defuzzifikasi yang digunakan adalah *weight average*. Rumus defuzzifikasi *weight average* yang digunakan untuk metode Sugeno orde satu (Yen, Wang, & Gillespie, 1998) sebagai berikut:

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^{L} y_i\left(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \ldots \mu_{in}(x_n)\right)}{\sum_{i=1}^{L} \mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \ldots \mu_{in}(x_n)}$$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^{L}(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \cdots + b_{in}x_n)\left(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \ldots \mu_{in}(x_n)\right)}{\sum_{i=1}^{L}(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \ldots \mu_{in}(x_n))}$$

$$y^* = \sum_{i=1}^{L} w_i(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \cdots + b_{in}x_n) \qquad \textbf{(2.18)}$$

dengan

$$w_i = \frac{\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2)\ldots\mu_{in}(x_n)}{\sum_{i=1}^{L}\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2)\ldots\mu_{in}(x_n)}, \text{ dan } \mu_{ij}(x_j) = \mu_{A_{ij}}(x_j).$$

Selanjutnya akan dibentuk model di atas yang meminimumkan fungsi tujuan J dengan

$$J = \sum_{k=1}^{N}\big(d(k) - y(k)\big)^2 = (d - Xb)^T(d - Xb) \quad \textbf{(2.19)}$$

dengan $d(k)$ adalah *output* sebenarnya untuk pasangan data ke-k, dan $y(k)$ adalah *output* model Sugeno orde satu untuk pasangan data ke-k. Kemudian $d = [d(1)\ d(2) \ldots d(N)]^T$ dan X adalah matriks ukuran $Nx[(n+1)xL]$ dengan N merupakan banyaknya data, n merupakan banyaknya *input* dan L merupakan banyaknya aturan serta $b = [b_{10}\ b_{11}\ \ldots\ b_{1n} \ldots\ b_{L0}\ b_{L1} \ldots\ b_{Ln}]^T$ merupakan suatu matriks ukuran $[(n+1)xL]x1$.

Fungsi J pada akan mencapai minimum jika $d - Xb = 0$ atau $Xb = d$, dengan X berbentuk :

$$X = \begin{bmatrix} w_1(1) & w_1(1)x_1(1) & \ldots & w_1(1)x_n(1) & \ldots & w_L(1) & \ldots & w_L(1)x_n(1) \\ w_1(2) & w_1(2)x_1(2) & \ldots & w_1(2)x_n(2) & \ldots & w_L(2) & \ldots & w_L(2)x_n(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_1(N) & w_1(N)x_1(N) & \ldots & w_1(N)x_n(N) & \ldots & w_L(N) & \ldots & w_L(N)x_n(N) \end{bmatrix}.$$

Dalam penelitian ini menghasilkan matriks X yang singular maka untuk menentukan solusi dari $Xb = d$ dapat menggunakan metode dekomposisi nilai singular.

Definisi 2.3 (Goldberg, 1992). *Diberikan matriks A berukuran* $m \times n$ *dan elemen-elemenya anggotanya bilangan real, serta rank*$(A) = r, r > 0$. *Kemudian sistem persamaan* $Ax = b$ *konsisten jika dan hanya jika*

$$< b, u_i > = 0,\ untuk\ i = r+1, r+2, \ldots, n \quad \textbf{(2.20)}$$

dengan $A = U\sum V^T$ *merupakan dekomposisi nilai singular dari matriks* A,U $=$ $[u_1, \dots, u_i]$. *Solusi partisi dari* $Ax = b$ *adalah*

$$x_p = \sum_{i=1}^{r} \frac{<b,u_i>}{\sigma_i} v_i \qquad \textbf{(2.21)}$$

Rank (A) adalah banyaknya vektor pada basis untuk ruang baris dan kolom dari matriks A (Anton, 1987). Sedangkan hasil kali dalam didefinisikan sebagai berikut (Anton, 1987):

Jika $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ adalah vektor-vektor pada R^n, maka hasil kali dalam dari u dan v dinyatakan dengan

$$< u, v >= u_1v_1 + u_2u_2 + \cdots + u_nu_n \qquad \textbf{(2.22)}$$

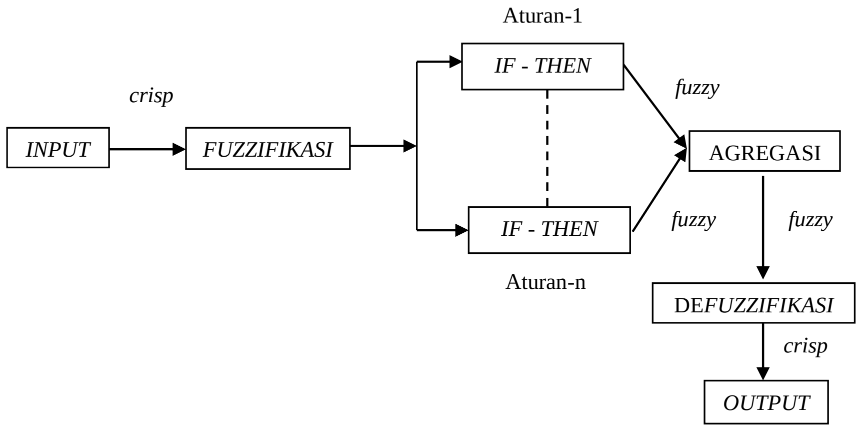
Dengan demikian, penyelesaian optimal dari $Xb = d$ dengan $X = U\sum V^T$ adalah

$$\hat{b} = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^{-1} < d, u_i > v_i = \sum_{i=i}^{r} \frac{u_i^T d}{\sigma_i} v_i \qquad \textbf{(2.23)}$$

dengan r banyaknya nilai singular tak nol, $U = [u_1, \dots, u_N]$, dan $V = [v_1, \dots, v_{(n+1)L}]$. Sedangkan proses dekomposisi nilai singular dari suatu matriks sudah dijelaskan pada subab sebelumnya. Jadi parameter-parameter b_{ij} yang merupakan entri-entri matriks *b* diestimasi dengan entri-entri matriks $\hat{b}$.

5. Susunan Sistem *Fuzzy*

Susunan sistem *Fuzzy* dapat digambarkan pada diagram berikut:



GAMBAR 14. Diagram blok sistem inferensi *Fuzzy*

(Kusumadewi dan Hartati, 2010:40)

Langkah-langkah dalam sistem *Fuzzy* adalah:

1) Menentukan *Input* dan *Output*

2) Fuzzifikasi

3) Menentukan Aturan *Fuzzy*

4) Agregasi (DNS)

5) Melakukan Defuzifikasi

G. Akurasi Prediksi

Untuk mengecek besar kesalahan prediksi, dapat diketahui dengan menghitung selisih antara nilai asli dengan nilai prediksinya, yang dikenal dengan nama *error* atau galat. Berikut ini adalah cara pengukuran yang digunakan untuk mengetahui besarnya kesalahan yang dihasilkan oleh suatu model prediksi:

a. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dihitung dengan menggunakan kesalahan absolut pada tiap periode dibagi dengan nilai observasi yang nyata untuk periode itu. Selanjutnya, melakukan rata-rata kesalahan persentase absolut tersebut. Pendekatan ini berguna ketika ukuran atau besar variabel ramalan itu penting dalam mengevaluasi ketepatan ramalan. Metode MAPE digunakan jika nilai Y positif. MAPE juga dapat. MAPE dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut (Hanke & Wichern, 2005):

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{|Y-\hat{Y}|}{Y} \, . \, 100\% \qquad \textbf{(2.24)}$$

dengan,

n = banyaknya data

Y = data sebenarnya

$\hat{Y}$= data hasil prediksi