BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Analisis merupakan salah satu cabang dari matematika. Kajian analisis modern tidak menekankan pada perhitungan dan rumus atau aturan, tetapi pembahasannya didasarkan pada pengembangan konsep dasar dan teori dengan menggunakan penalaran untuk memperoleh prinsip-prinsip yang berupa definisi, aksioma, lemma, *corollary*, dan teorema-teorema beserta pembuktiannya. Klasifikasi materi dan pendekatannya bersifat abstrak dan intuitif untuk memahami dan mengembangkan metode-metode dan teknik-teknik yang dipergunakan dalam bukti-bukti sehingga suatu pemahaman yang baik sangat diperlukan untuk kesuksesan dalam mempelajari analisis matematika. Selain itu, analisis mendominasi wilayah dari matematika, karena ide-idenya merupakan dasar dan keutamaan yang tidak hanya didefinisikan saja, tetapi artinya dapat diterima secara universal. (Anas Jamil, 2009)

Salah satu konsep dasar penting yang menjadi pembahasan dalam analisis matematika adalah kajian tentang fungsi. Fungsi adalah suatu himpunan tak kosong X dan Y yang dilengkapi dengan aturan yang memasangkan masing-masing elemen $x \in X$ dengan sebuah elemen $y \in Y$. Nilai $f(x)$ adalah elemen y yang dipasangkan dengan elemen $x \in X$. Himpunan x disebut daerah asal *(domain)* fungsi dan himpunan $f(x) \subseteq Y$, yang didefinisikan dengan $f(x) = \{y \in Y | y = f(x), x \in X\}$ disebut dengan daerah hasil *(range)*. (Parzynski, 1982)

Fungsi merupakan hal yang penting dalam pembahasan matematika. Salah satu fungsi yang dibahas yaitu fungsi real dan salah satu sifat yang menjadi karakteristik dari sebuah fungsi yaitu sifat fungsi kontinu pada suatu interval tertutup [a,b] dan semua himpunannya atau dikenal dengan istilah C[a,b]. Istilah kontinu telah digunakan sejak zaman Newton, untuk menuju pada gerakan benda atau menggambarkan kurva tidak terputus, tetapi tidak dibuat tepat sampai abad ke-19, Bernhard Bolzano pada tahun 1817 dan Augusti Louis Cauchy pada tahun 1821 mendefinisikan bahwa kekontinuan sebagai sifat yang sangat signifikan dari fungsi, sebab apa yang mereka definisikan memerlukan suatu perubahan kecil dalam $x \in X$ sesuai dengan perubahan pada $f(x) = y \in Y$, kemudian Carl Weiersstraass pada tahun 1870 membawa pemahaman yang tepat dengan ide kekontinuan yaitu dengan mengembangkan pendekatan definisi limit.

Vektor dalam Fisika Dasar sangat erat kaitannya dengan besaran. Besaran dalam Fisika meliputi besaran skalar dan besaran vektor. Besaran skalar merupakan besaran yang hanya memiliki nilai saja, contohnya : suhu, massa, tinggi, dan waktu. Sedangkan besaran vektor merupakan besaran yang memiliki nilai dan memiliki arah, contohnya : gaya, kecepatan, percepatan, dll. Sehingga secara umum vektor dapat dipresentasikan sebagai ruas garis terarah. Dalam matematika vektor di ruang-2 atau ruang-3, arah panah menandakan arah arah vektor, sedangkan panjang panah menandakan besarnya vektor. Panjang dari vektor dilambangkan dengan $\|v\|$, panjang vektor biasa disebut "*norm"*. Sedangkan jarak antar vektor dilambangkan $|u - v|$ atau biasa disebut "metrik" (Cullen, 1988).

Menurut TIM Fakultas Informatika Telkom University, vektor dapat berupa suatu matriks persegi, suatu fungsi dari $\mathbb{R}$ ke $\mathbb{R}$, suatu polinom (suku banyak), atau suatu bilangan real positif. Vektor merupakan unsur/elemen dari ruang vektor, ruang vektor merupakan suatu himpunan yang dibentuk oleh sekumpulan vektor, yaitu objek yang dapat dijumlahkan dan dikalikan dengan suatu bilangan yang dinamakan "skalar". Sedangkan pengertian ruang vektor secara matematis ialah V dikatakan ruang vektor jika V dengan operasi penjumlahan dan perkalian skalar memenuhi persyaratan tertentu yang disebut "*aksioma*".

$C[a,b]$ merupakan suatu ruang vektor, sebab $C[a,b]$ dengan definisi operasi penjumlahan dan perkalian skalar memenuhi semua *aksioma* pada ruang vektor, teori ruang vektor juga ditingkatkan dengan memperkenalkan struktur tambahan seperti ruang norm (hasil kali dalam) dan sampai ke ruang metrik (jarak). Selanjutnya akan dibahas mengenai $C[a.b]$ beserta sifat-sifatnya.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, maka rumusan masalah yang akan diangkat dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana menjelaskan $C[a,b]$ sebagai ruang vektor, ruang bernorm, dan ruang metrik?
2. Sifat-sifat apa saja yang muncul pada $C[a,b]$?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah :

1. Menjelaskan $C[a,b]$ sebagai ruang vektor, ruang ber*norm*, dan ruang metrik .

2. Menjelaskan sifat-sifat apa saja yang muncul pada $C[a, b]$.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat sebagai referensi guna melakukan penelitian lebih lanjut yang berkaitan dengan pengertian dan sifat-sifat $C[a, b]$ pada ruang vektor, ruang norm, dan ruang metrik.