

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. KAJIAN TEORI

1. Pembelajaran Matematika SMP

Proses berkembangnya pengetahuan yang terjadi pada seseorang sebagian besar terjadi karena proses belajar. Benny A. Pribadi (2009: 6) berpendapat bahwa belajar adalah kegiatan yang dilakukan oleh seseorang agar memiliki kompetensi berupa keterampilan dan pengetahuan yang diperlukan. Belajar juga dapat diartikan sebagai sebuah proses pengembangan pengetahuan baru, keterampilan, dan sikap individu yang terjadi melalui sumber-sumberbelajar. Menurut NCTM (2000: 2) salah satu dari enam dasar matematika sekolah adalah belajar. Belajar (*learning*) yaitu *students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and previous knowledge*. Maksudnya belajar terutama belajar matematika, siswa harus memahaminya serta aktif membangun pengetahuan baru berdasarkan pengalaman dan pengetahuan yang lalu. Berdasarkan beberapa pengertian belajar tersebut, dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan kegiatan setiap orang yang mencakup proses perubahan yang mengarah pada pengembangan sikap, pengetahuan baru, maupun keterampilan sebagai hasil dari adanya interaksi dengan lingkungan berdasarkan pengalaman yang telah lalu.

Pembelajaran merupakan suatu kombinasi dari unsur-unsur manusiawi, material, fasilitas, perlengkapan dan prosedur yang saling mempengaruhi dalam

mencapai tujuan pembelajaran (Oemar Hamalik, 2010:57). Unsur manusiawi yang terdapat dalam sistem pembelajaran antara lain pendidik, peserta didik, dan tenaga maupun teknisi lainnya seperti tenaga laborat, BK, dan perpustakaan. Unsur material, meliputi buku, alat tulis, peta, gambar, slide, dsb. Unsur fasilitas dan perlengkapan, meliputi ruang kelas, ruang praktikum, peralatan audio visual, dsb. Sedangkan unsur prosedur, antara lain jadwal pembelajaran, ekstrakurikuler, metode pembelajaran, dan semua yang menyangkut kurikulum pembelajaran.

Erman Suherman (2003:7) berpendapat bahwa pembelajaran merupakan upaya penataan lingkungan yang memberi nuansa agar program belajar tumbuh dan berkembang secara optimal. Secara umum, dapat dikatakan bahwa pembelajaran adalah proses, cara, perbuatan, menjadikan orang atau makhluk hidup belajar. Sedangkan dalam dunia pendidikan, pembelajaran merupakan proses, cara, perbuatan dalam membantu peserta didik agar dapat belajar dengan baik. Berbeda dengan pengajaran yang cenderung fokus pada kegiatan guru, pembelajaran menyiratkan adanya interaksi antara guru dan peserta didik.

Apa itu pembelajaran matematika? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, terlebih dulu kita pahami pengertian matematika. Pendapat mengenai matematika telah muncul sejak kurang lebih 400 tahun sebelum masehi dengan tokoh-tokoh utamanya adalah Plato (427-347 SM) dan Aristoteles (348-322 SM). Namun definisi pasti tentang apa itu matematika sampai saat ini masih menjadi tanda tanya besar. Belum adanya kesepakatan yang bulat di antara para matematikawan, menjadikan

banyaknya definisi dan pendapat yang berbeda mengenai matematika itu sendiri. Oleh sebab itu, pertanyaan mengenai apa dan bagaimana matematika akan terus mengalami perkembangan seiring dengan ilmu pengetahuan, teknologi, dan kebutuhan manusia.

Beberapa ilmuwan dan pakar matematika mengungkapkan pendapatnya masing-masing mengenai definisi matematika. Herman Hudojo (2005:35) menyatakan hakikat dari matematika yang merupakan suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir. Abdul Halim (2012:18) berpendapat bahwa matematika adalah ilmu seni kreatif, sehingga matematika harus dipelajari dan diajarkan sebagai ilmu seni. Matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Selain itu, matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan.

Berpijak dari uraian beberapa pengertian matematika, dapat ditarik garis besarnya bahwa matematika merupakan suatu ilmu yang berlandaskan logika sebagai dasar pembentuknya, sehingga tumbuh dan berkembang melalui proses berpikir. Pengertian tersebut pasti akan berbeda-beda, tergantung siapa yang mendefinisikan, di mana didefinisikan, dan apa saja yang menjadi sudut pandang dalam matematika.

Tidak diragukan lagi bahwa matematika merupakan suatu ilmu yang mendasari ilmu-ilmu lainnya. Bahkan matematika disebut sebagai ratunya ilmu yang melahirkan cabang-cabang ilmu, juga sebagai pelayannya ilmu karena melayani ilmu

pengetahuan dalam pengembangan dan operasionalnya (Erman Suherman, 2003:27). Sebagai ilmu dasar, matematika tentu menjadi salah satu perhatian pakar pendidik dalam mengupayakan keberhasilan pembelajaran matematika, sehingga dapat diterima secara positif oleh semua kalangan masyarakat.

Pembelajaran matematika dapat diartikan sebagai proses, cara, perbuatan yang dilakukan dalam membantu peserta didik agar dapat belajar dengan baik. Proses pembelajaran matematika akan terjadi apabila terdapat interaksi antara pendidik dan peserta didik, yang mengakibatkan adanya proses belajar pada peserta didik.

Dalam lampiran Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP dijelaskan bahwa mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik mendapatkan beberapa hal sebagai berikut.

- a. Memahami konsep matematika, merupakan kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antar konsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah.
- b. Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada.
- c. Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan

solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

- d. Mengkomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
- e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.
- f. Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks, lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa dengan orang lain.
- g. Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika.
- h. Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika.

Untuk dapat mencapai tujuan pembelajaran matematika tersebut proses pembelajaran dirancang dengan berpusat pada siswa. Hal ini untuk mendorong motivasi, minat, kreativitas, inisiatif, inspirasi, kemandirian, dan semangat belajar

(Permendikbud No. 58 tahun 2014). Oleh karena itu perlu diketahui karakteristik siswa SMP.

Berdasarkan teori perkembangan kognitif Piaget. Siswa SMP kelas VII dapat dikategorikan sebagai remaja. Menurut Piaget, mereka berada pada tahap operasi formal. Pada tahap ini remaja mengalami transisi dari penggunaan operasi konkret ke penerapan operasi formal dalam berpikir. Kemampuan berpikir abstrak dan murni simbolis mungkin dilakukan dalam tahap operasi formal. Dalam teori perkembangan kognitif Piaget, masa remaja adalah tahap peralihan dari penggunaan operasi konkret ke penerapan operasi formal dalam penalaran (Slavin, 2008: 113).

Pada kenyataannya, tidak seluruh remaja pada usia setingkat SMP sudah dapat berpikir secara formal. Hal ini tergantung pada individu (remaja) itu sendiri. Piaget (Slavin, 2008: 113) mengemukakan bahwa penggunaan operasi formal bergantung pada ketidakasingan siswa dengan suatu materi tertentu. Saat siswa merasa tidak asing dengan suatu materi mereka lebih mungkin menggunakan operasi formal. Ketika mereka asing dengan suatu materi, siswa mengalami kemajuan dengan lebih lambat, cenderung menggunakan pola penalaran konkret dan tidak sering menggunakan ide-ide mereka sendiri. Berdasarkan pengamatan Piaget, penggunaan pemikiran operasi formal berbeda-beda menurut tugas, pengetahuan awal, dan perbedaan individu.

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika SMP adalah proses, cara, perbuatan yang dilakukan sesuai dengan

karakteristik siswa SMP dalam membantu peserta didik agar dapat belajar matematika dengan baik.

2. Efektivitas Pembelajaran Matematika

Efektivitas berasal dari bahasa Inggris yaitu *effective* yang artinya berhasil, ditaati, mengesankan, berlaku, manjur, mustajab. Sedangkan menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), kata *effective* diserap menjadi efektif yang artinya tidak jauh berbeda yaitu ada efeknya (akibatnya, pengaruhnya, kesannya); manjur atau mujarab (tt obat); dapat membawa hasil; berhasil guna (tt usaha, tindakan); mangkus; mulai berlaku (tt undang-undang, peraturan). Sehingga efektif adalah adanya pengaruh yang dapat membawa hasil (efek). Sedangkan efektivitas adalah keefektifan. Sehingga efektivitas menunjukkan tingkat keberhasilan dalam pencapaian tujuan. Sesuatu dikatakan efektif apabila berdampak menghasilkan sesuatu yang mengesankan atau berhasil.

Dalam pembelajaran matematika juga terdapat keefektifitasan dalam penerapannya di dalam kelas. Menurut NCTM (2000: 16) *effective mathematics teaching requires understanding what student know and need to learn and then challenging and supporting them to learn well*. Sehingga dapat dikatakan jika pembelajaran matematika yang efektif yaitu dengan mengetahui apa yang diketahui dan dibutuhkan siswa serta menantang dan mendukung siswa agar selalu belajar dengan baik. Terkait keefektifitasan pembelajaran dalam penerapan suatu teknik, model, pendekatan atau strategi pembelajaran, Syaiful Bahri Djamar (2002: 87)

menyatakan bahwa efektivitas penggunaan model dapat terjadi jika ada sesuaian antara model dan semua komponen pengajaran yang telah diprogramkan dalam suatu pembelajaran sebagai persiapan yang tertulis. Sehingga dapat dikatakan jika efektivitas pembelajaran matematika dengan pendekatan tertentu adalah kesesuaian antara pendekatan dan semua komponen pengajaran yang telah dirancang yang mempertimbangkan apa yang diketahui dan dibutuhkan siswa berjalan dengan baik atau berhasil dalam mendukung siswa untuk belajar matematika dengan baik.

Killen (2006: 3) menyatakan bahwa pembelajaran matematika yang efektif memiliki beberapa karakteristik, antara lain: a) peserta didik mampu menerapkan pengetahuannya untuk menyelesaikan suatu masalah, b) peserta didik mampu mengkomunikasikan pengetahuannya kepada orang lain, c) peserta didik mampu menghubungkan pengetahuan yang telah dimilikinya dengan pengetahuan baru yang sedang dipelajari, d) peserta didik mampu mempertahankan pengetahuan yang baru diperoleh dalam waktu yang lama, e) peserta didik mampu menemukan atau menciptakan pengetahuan baru bagi dirinya sendiri, dan f) peserta didik memiliki keinginan untuk terus belajar.

Dalam pembelajaran matematika hasil pembelajaran dikatakan berhasil jika mencapai kriteria ideal ketuntasan. Dalam BNSP (2006:12) kriteria ideal ketuntasan untuk masing-masing indikator 75%. Tetapi masing-masing satuan pendidikan sendirilah yang menetapkan kriteria ketuntasan minimal (KKM) mempertimbangkan tingkat kemampuan rata-rata peserta didik serta kemampuan sumber data pendukung

dalam penyelenggaraan pembelajaran. Seperti halnya pada SMP Muhammadiyah 1 Sleman yang menerapkan KKM setiap mata pelajaran dengan nilai 70.

Dari beberapa pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa keefektifan pembelajaran matematika merupakan pembelajaran yang dapat mengarahkan peserta didik untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika sesuai dengan kriteria yang telah ditetapkan dan merupakan ukuran keberhasilan yang dicapai setelah proses pembelajaran.

3. Kemampuan Penalaran

Berbeda dengan binatang yang menggunakan pengetahuannya hanya untuk kelangsungan hidup, manusia dianugerahi kemampuan untuk mengembangkan pengetahuannya dalam mengatasi kebutuhan kelangsungan hidup. Menurut Jujun (1985:40) manusia mampu mengembangkan pengetahuannya disebabkan dua hal utama, pertama manusia mempunyai bahasa yang mampu mengomunikasikan informasi dan jalan pikiran yang melatarbelakangi informasi tersebut. Kedua, manusia memiliki kemampuan berpikir yang menurut pada suatu alur kerangka berpikir tertentu. Cara berpikir seperti itulah yang disebut sebagai penalaran. Binatang mampu berpikir, namun tidak mampu bernalar. Inilah salah satu alasan manusia disebut sebagai makhluk ciptaanNya yang paling sempurna dibandingkan makhluk lainnya.

Pada hakikatnya, penalaran merupakan suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan (Jujun, 1985:42). Fadjar Shadiq (2007:3)

menyatakan bahwa penalaran merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar ataupun dianggap benar. Penalaran menghasilkan pengetahuan yang berkaitan dengan kegiatan berpikir dan bukan dengan perasaan maupun emosi. Sejalan dengan pendapat NCTM (2000:3) *“in the most general terms, reasoning can be thought of as the process of drawing conclusions on the basis of evidence or stated assumptions”*. Berdasarkan pernyataan-pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah proses berpikir berdasarkan fakta-fakta atau pernyataan dari suatu asumsi yang dianggap benar, menuju pada suatu kesimpulan.

Kemampuan penalaran penting digunakan dalam memecahkan atau menemukan berbagai solusi masalah kehidupan kita sehari-hari. Hal ini sejalan dengan Mullis (2012: 140) mengatakan jika penalaran dapat menjadi solusi terbaik bagi masalah rutin yang mencakup situasi tidak biasa dalam konteks yang rumit dan masalah yang memerlukan penyelesaian beberapa tahap. Sehingga dengan menguasai kemampuan penalaran ini dapat bermanfaat di kehidupan kita.

Menurut Standar Isi dalam Depdiknas (2013) salah satu keterampilan matematika yang dikuasai yaitu menalar baik dalam ranah konkret maupun abstrak. Penalaran merupakan salah satu tujuan pembelajaran matematika pada pola dan sifat melakukan manipulasi matematika dan membuat generalisasi, menyusun bukti atau

menjelaskan gagasan dari pernyataan matematika, tertulis dalam Kurikulum KTSP dalam Depdiknas (2006).

Dalam NCTM (2000:4) mengenai standar proses dalam pembelajaran matematika yang harus dimiliki siswa yaitu kemampuan dalam pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connections*) dan representasi (*representation*). Penalaran dibutuhkan dalam matematika karena menawarkan keunggulan dalam cara membangun dan mengungkapkan pengetahuan mengenai bermacam-macam fenomena yang terjadi. Seseorang yang mampu bernalar dan berpikir secara analitik mampu untuk mencatat suatu pola (*pattern*), struktur atau suatu keteraturan (*regularities*) hubungan antara dunia nyata dengan matematika. Dengan memiliki kemampuan penalaran seseorang dapat mengeksplor fenomena, memperkirakan hasil dan menggunakan matematika diberbagai keadaan, hal ini akan membuat siswa merasa kebermaknaan matematika (*mathematics makes sense*). Ditambahkan menurut Depdiknas (2003: 6) menyatakan bahwa materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui materi matematika.

Peran kemampuan penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan, sehingga munculah istilah kemampuan penalaran matematis. Kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan penalaran yang digunakan dalam kegiatan belajar

matematika. NCTM (2000:4) mengatakan bahwa penalaran matematis dan pembuktian (*mathematics reasoning and proof*) adalah salah satu cara yang kuat untuk membangun dan mengungkapkan pengetahuan/wawasan mengenai berbagai fenomena. Menurut Christopher Clapham (2009: 669) penalaran matematis adalah *thinking through math problems logically in order to arrive at solutions. It involves being able to identify what is important and unimportant in solving a problem and to explain or justify a solution*. Seseorang dapat bernalar matematis ketika seseorang berusaha menemukan solusi pada masalah matematika yang diberikan secara logis. Dalam kegiatan penalaran matematis ini seseorang harus mampu mengidentifikasi apa saja yang penting atau tidak penting ketika berusaha menyelesaikan masalah tersebut. Namun, bukan hanya dengan menemukan solusi akhir dari masalah matematika tersebut seseorang telah melakukan penalaran matematis tetapi juga mampu menjelaskan atau membenarkan alasan terhadap solusi yang diberikan.

Penalaran merupakan tahapan berpikir matematika tingkat tinggi, mencakup kapasitas untuk berpikir secara logis dan sistematis. Terdapat dua jenis penalaran matematika, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif.

a. Penalaran induktif

Penalaran induktif merupakan penarikan kesimpulan dari hal-hal yang bersifat khusus menjadi suatu hal yang bersifat umum. Misalkan cara menghitung banyaknya semua himpunan bagian dengan n anggota, seperti pada tabel berikut.

Himpunan	Banyak anggota	Himpunan bagian	Banyaknya himpunan bagian
{a}	1	{ }, {a}	2
{a,b}	2	{ }, {a}, {b}, {a,b}	4
{a,b,c}	3	{ }, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {b,c}, {a,c}, {a,b,c}	8
{a,b,c,d}	4	{ }, {a}, {b}, {c}, {d}, {a,b}, {b,c}, {a,c}, {a,d}, {b,d}, {c,d} {a,b,c}, {a,b,d}, {a,c,d}, {b,c,d} {a,b,c,d}	16
{1, 2, 3, ..., n}	n	{ }, {1}, {2}, ..., {1, 2, 3, ..., n}	?

Tabel 2. Banyaknya Himpunan Bagian dengan n Anggota

Dari tabel tersebut, terlihat adanya hubungan antara banyaknya anggota himpunan awal dengan banyaknya himpunan bagiannya, yang ditunjukkan pada tabel 2 berikut.

Banyaknya anggota himpunan	Banyaknya himpunan bagian	Hubungan yang diperoleh
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
n	2^n	2^n

Tabel 3. Contoh Penalaran Induktif pada Himpunan Bagian dengan n Anggota

Pada tabel di atas diperoleh rumus mencari banyaknya semua himpunan bagian dengan n anggota secara induksi. Hasil (rumus) yang diperoleh dari penalaran induktif berupa rumus dugaan atau konjektur yang kebenarannya harus dibuktikan secara deduktif (Sugiman, 2016 : 7).

b. Penalaran deduktif

Penalaran deduktif merupakan penarikan kesimpulan dari hal-hal yang bersifat umum menjadi suatu hal yang bersifat khusus. Erman Suherman (2001 : 21) mengatakan bahwa matematika dikenal sebagai ilmu deduktif. Dalam matematika, mencari kebenaran dapat dimulai dengan cara induktif, tetapi seterusnya generalisasi yang benar untuk semua keadaan harus bisa dibuktikan secara deduktif. Dari pernyataan **sebuah himpunan yang beranggotakan n elemen mempunyai himpunan bagian sebanyak 2^n** , selanjutnya akan dibuktikan secara deduktif menggunakan induksi matematika.

Misalkan $P(n)$ menyatakan suatu himpunan dengan n elemen memiliki 2^n himpunan bagian.

i) Basis Induksi (untuk $n = 0$ atau $P(0)$ benar)

Karena $n = 0$ artinya himpunan tersebut adalah himpunan kosong, maka banyaknya himpunan bagiannya adalah $2^0 = 1$ yaitu himpunan kosong itu sendiri.

ii) Langkah Induksi

Asumsikan bahwa $P(k)$ benar artinya himpunan dengan k elemen memiliki 2^k himpunan bagian.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $P(k+1)$ benar yaitu himpunan dengan $k+1$ elemen memiliki 2^{k+1} himpunan bagian. Hal ini ditunjukkan sebagai berikut, misalkan : S adalah himpunan dengan k elemen yang memiliki 2^k himpunan bagian (benar sesuai dengan asumsi $P(k)$ benar).

Sehingga dapat ditulis : $T = S \cup \{a\}$ dengan $S = T - \{a\}$.

Jika X adalah himpunan bagian dari S maka X juga merupakan himpunan bagian dari T . Karena $T = S \cup \{a\}$ maka $X \cup \{a\}$ merupakan himpunan bagian dari T , sehingga diperoleh dua himpunan bagian dari T yaitu X dan $X \cup \{a\}$. Mengingat bahwa himpunan bagian dari S adalah 2^k , maka banyaknya himpunan bagian dari T adalah : $2^k + 2^k = 2 \times 2^k = 2^{k+1}$, sehingga T adalah himpunan dengan $k+1$ elemen yang memiliki 2^{k+1} himpunan bagian. Jadi $P(k+1)$ benar.

Berdasarkan (i) & (ii) maka terbukti bahwa banyaknya himpunan bagian yang dapat dibentuk dari sebuah himpunan beranggotakan n elemen adalah 2^n .

Penalaran tidak dapat dipisahkan dengan pemaparan alasan (*argument*). Untuk dapat menyelesaikan soal-soal matematika, siswa harus menggunakan kemampuan berargumentasinya. Dalam hal ini, yang dibutuhkan adalah kemampuan bernalar atau yang disebut dengan penalaran (*reasoning*). Dengan demikian siswa dapat menyelesaikan masalah secara benar dan logis.

Departemen Pendidikan Nasional dalam Peraturan Dirjen Dikdasmen (No.506/C/PP/2004) memberikan cakupan aktivitas penalaran yang lebih luas sekaligus melengkapi penjelasan cakupan kemampuan penalaran matematis dalam *Math Glossary* sebagai berikut.

1. Mengajukan dugaan,
2. Melakukan manipulasi matematika,

3. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi,
4. Menarik kesimpulan dari pernyataan,
5. Memeriksa kesahihan suatu argument,
6. Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat,

NCTM (2004: 4) menjabarkan cakupan kegiatan penalaran matematis yaitu siswa yang bernalar dan berpikir secara analitik akan cenderung mencatat berbagai pola, struktur atau mengatur antara dunia nyata dan situasi matematika, akan timbul pertanyaan “apakah pola ini terjadi secara kebetulan?” atau “apakah pola ini terjadi karena alasan tertentu?” kemudian siswa menginvestigasi dugaan matematis, mengembakan dan mengevaluasi pendapat matematis dan bukti-bukti dengan cara menyatakannya berdasarkan fakta-fakta penalaran dan kebenaran, memberikan alasan atas dugaannya dan pada akhirnya siswa akan melihat dan mengharapkan matematika adalah ilmu yang berguna.

Berdasarkan beberapa definisi mengenai penalaran yang telah disebutkan di atas, maka peneliti merumuskan pengertian dari kemampuan penalaran matematis siswa dengan indikator sebagai berikut :

1. Kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar serta diagram.
2. Kemampuan menyampaikan dugaan
3. Kemampuan melakukan manipulasi matematika

4. Kemampuan menyusun bukti-bukti serta memberikan alasan terhadap solusi yang diajukan
5. Kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen
6. Kemampuan menentukan pola atau sifat gejala matematis untuk membuat generalisasi.
7. Siswa mampu membuat kesimpulan dari pernyataan atau gambar yang disajikan.

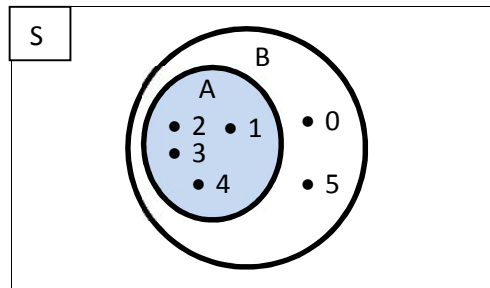
Sesuai indikator penelitian tersebut, maka karakteristik soal matematika yang tergabung dalam kemampuan penalaran matematis adalah sebagai berikut.

1. Soal yang meminta siswa untuk menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar serta diagram.

Kemampuan yang dibutuhkan dalam menyelesaikan soal ini adalah kemampuan siswa dalam merepresentasikan suatu masalah. Menurut M. Sabirin, (2014 : 33) representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Sebagai contoh, suatu masalah dapat direpresentasikan dengan objek, gambar, kata-kata, atau simbol matematika. Contoh dalam soal matematika materi himpunan sebagai berikut.

Jika $A =$ himpunan bilangan asli kurang dari 5, dan $B =$ himpunan bilangan cacah kurang dari 6, maka tentukanlah irisan dari himpunan A dan B .

Masalah di atas dapat dengan mudah dipahami jika disajikan dengan representasi diagram Venn sebagai berikut.



Gambar 1. Representasi Diagram Venn

Dari gambar 1, terlihat bahwa penyelesaian dari masalah yang diberikan dapat lebih mudah ditemukan dan dapat menunjukkan dengan jelas hasil irisan dari himpunan A dan himpunan B yaitu himpunan A

2. Soal yang mengharuskan siswa menyampaikan dugaan penyelesaian dari suatu persoalan.

Selama proses pemecahan masalah, hal yang harus dilakukan yaitu mengenali dan memahami masalah. Untuk dapat memahami, menjelaskan dan merumuskan masalah, dapat dilakukan dengan membaca, menafsirkan pernyataan, pertanyaan maupun objek kemudian menduga kebenaran dari permasalahan yang disajikan kedalam model matematika. Kemampuan siswa mencari atau menemukan beberapa alternatif cara penyelesaian suatu soal yang berbeda sehingga mendapatkan hasil yang berbeda, meskipun terkadang hasil dari penyelesaian yang didapatkan sama

Contoh : tentukan salah satu himpunan yang mungkin dari himpunan berikut.

$$K = \{\text{itik, angsa, ayam, burung}\}$$

Berdasarkan soal di atas, alternatif dugaan jawaban siswa antara lain,

K adalah himpunan hewan, K adalah himpunan unggas, K adalah himpunan hewan berkaki dua, K adalah himpunan hewan yang bertelur, K adalah himpunan hewan yang memiliki sayap, dsb.

3. Soal yang meminta siswa untuk melakukan manipulasi matematika.

Kemampuan siswa dalam memanipulasi sangat bergantung pada kemampuan dalam menggunakan simbol, bahasa formal, dan bahasa teknis dalam proses pemecahan masalah. Dengan mengubah masalah ke dalam bentuk simbol, bahasa formal, dan bahasa teknis maka siswa tidak akan mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah yang dihadapi.

Contoh : Hasil pendataan di suatu desa mengungkapkan bahwa 75% penduduk berprofesi sebagai guru, dan 45% berprofesi sebagai pedagang. Tentukanlah persentase penduduk yang berprofesi sebagai guru dan pedagang.

Untuk menyelesaikan masalah di atas maka akan lebih mudah jika memisalkan variabel x sebagai persentase penduduk yang berprofesi sebagai guru dan pedagang, sehingga penyelesaiannya menjadi,

Persentase penduduk hanya sebagai guru+ $x\%$ + persentase penduduk yang hanya sebagai pedagang = jumlah keseluruhan penduduk

$$\begin{aligned}
 (75\% - x\%) + x\% + (45\% - x\%) &= 100\% \\
 75\% + 45\% - x\% &= 100\% \\
 120\% - x\% &= 100\% \\
 -x\% &= 100\% - 120\% \\
 -x\% &= -20\% \\
 x\% &= 20\%
 \end{aligned}$$

Jadi, persentase penduduk yang berprofesi sebagai guru dan pedagang sebanyak 20%.

4. Soal yang mengharuskan siswa untuk menyusun bukti-bukti serta memberikan alasan terhadap solusi yang diajukan.

Penyusunan bukti-bukti serta memberikan alasan terhadap solusi yang diajukan merupakan tahap akhir dari proses pemecahan masalah. Setelah siswa menduga solusi dari permasalahan, maka perlu disajikan kepada orang lain beserta penjelasan dan pembedanya. Dalam menyelesaikan persoalan ini, siswa dituntut menyertakan bukti atau alasan terhadap jawaban yang akan diajukan, sehingga siswa akan lebih berhati-hati dalam menjawab.

Contoh : $N = \{x \mid x < 1, x \in \text{himpunan bilangan cacah}\}$. Apakah “N” merupakan himpunan? Ataukah bukan himpunan? Sertakan alasan jawabanmu.

Jika siswa paham dengan konsep materi dalam persoalan diatas, maka akan muncul jawaban seperti “N” adalah himpunan nol dengan $N = \{0\}$, sebab bilangan cacah yang kurang dari 1 adalah 0

5. Soal yang meminta siswa untuk memeriksa kesahihan suatu argumen

Karakteristik dari soal ini biasanya dimulai dengan menyebutkan jawaban suatu masalah atau pernyataan yang sengaja dibuat benar ataupun salah, dengan tujuan memancing ketelitian dan rasa percaya diri siswa.

Contoh : B adalah himpunan penyelesaian dari $7 - 4x = 3x + 7$ dengan x adalah bilangan bulat. Apakah benar bahwa B adalah himpunan kosong? Jelaskan pendapatmu.

Jika siswa hanya percaya dan tidak mau berpikir panjang, maka tanpa berpikir panjang siswa akan menjawab dengan jawaban “B adalah himpunan kosong”. Namun jika siswa berpikir lebih kritis, maka ia akan mengecek soal tersebut sebagai berikut.

$$7 - 4x = 3x + 7$$

$$-4x - 3x = 7 - 7$$

$$-7x = 0$$

$$x = 0$$

karena nilai x yang memenuhi persamaan $7 - 4x = 3x + 7$ adalah 0, maka B adalah himpunan nol dengan $B = \{0\}$, sehingga tidak benar bahwa B adalah himpunan kosong.

6. Soal yang mengharuskan siswa untuk menentukan pola atau sifat gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Dalam indikator ini, siswa harus melakukan pembuktian jawaban yang diperoleh dari soal-soal yang diberikan sehingga dapat menarik kesimpulan bersifat umum atau disebut penalaran induktif. Dalam penalaran induktif terdapat proses generalisasi atau analogi, dimana kita ketahui bahwa generalisasi adalah proses penalaran yang mengandalkan beberapa pertanyaan yang mempunyai sifat tertentu untuk mendapatkan kesimpulan yang bersifat umum.

Contoh : Jika G adalah himpunan bilangan genap antara 5 dan 15, maka nyatakanlah himpunan G dengan notasi pembentuk himpunan.

Langkah awal dalam menyelesaikan masalah di atas adalah menentukan anggota himpunan G yaitu 6, 8, 10, 12, 14. Berdasarkan urutan bilangan anggota himpunan G, dapat dibuat pola sebagai berikut :

Bilangan ke-n	: 1	2	3	4	5
Bilangan genap	: 6	8	10	12	14
	↓	↓	↓	↓	↓
	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7
	↓	↓	↓	↓	↓
	$2.(1+2)$	$2.(2+2)$	$2.(3+2)$	$2.(4+2)$	$2.(5+2)$

Dari pola di atas terlihat adanya hubungan yang dapat dibuat suatu rumus atau generalisasinya, yaitu untuk bilangan genap ke-n antara 5 dan 15, diperoleh $2(n+2)$.

Sehingga, himpunan G dalam bentuk notasi himpunan ditulis $G = \{x \mid 5 < x = 2(n+2) < 15, n \in \text{bilangan asli}\}$

7. Soal yang menuntut siswa untuk membuat kesimpulan dari pernyataan atau gambar yang disajikan.

Indikator ini menguji kemampuan siswa dalam membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya melalui manipulasi matematika. Permasalahan yang disajikan tidak selalu berupa kata-kata, namun juga bisa berupa diagram, gambar, maupun tabel.

Contoh :Jika J adalah himpunan bilangan ganjil antara 0 dan 8, maka tentukanlah banyaknya semua himpunan bagian dari himpunan G.

Untuk menyelesaikan masalah di atas, terlebih dahulu ditentukan anggota himpunan G, yaitu 1, 3, 5, dan 7. Karena anggota himpunan G ada 4 ($n = 4$), maka banyaknya semua semua himpunan bagian dari G adalah $2^4 = 16$ himpunan.

4. Pendekatan Konvensional

Dalam proses pembelajaran, pengajar dapat menerapkan berbagai pendekatan tertentu yang sesuai dengan kebutuhan atau materi yang disampaikan. Menurut Erman Suherman (2001:7) pendekatan (*approach*) pembelajaran matematika adalah cara yang ditempuh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan bisa beradaptasi dengan siswa. Sehingga setiap guru dalam kegiatan mengajar pasti menggunakan suatu pendekatan. Konvensional menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) adalah (1) berdasarkan konvensi (kesepakatan) umum (seperti adat, kebiasaan, kelaziman); (2) tradisional. Sehingga pendekatan yang pada umumnya digunakan guru di dalam kelas disebut sebagai pendekatan Konvensional. Menurut Endang Mulyatiningsih (2012: 224) metode pada umumnya yang digunakan dalam pendekatan konvensional berupa ceramah, resitasi, praktik dan latihan. Perpaduan metode ceramah, resitasi, praktik dan latihan adalah metode ekspositori. Menurut Erman Suherman (2001: 171) metode ekspositori sama seperti metode ceramah dalam hal terpusatnya kegiatan ada pada guru (*teacher center*) sebagai pemberi informasi. Namun, disini siswa tidak hanya mendengarkan guru semata-mata kemudian mencatat. Selain menyampaikan materi guru juga menyampaikan contoh soal dan cara mengerjakannya. Kemudian siswa akan kembali

mengerjakan soal serupa yang telah dicontohkan oleh guru. Pendekatan konvensional dengan metode ekspositori memiliki langkah-langkah sebagai berikut.

1. Pembukaan, dengan menyampaikan tujuan, motivasi dan apersepsi.
2. Isi, ceramah materi pelajaran/rumus, memberikan contoh soal dan latihan soal.
3. Penutup, ditutup dengan kesimpulan dan PR atau kuis.

Berdasarkan uraian di atas, maka kegiatan inti yang akan diterapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Siswa diberikan stimulus berupa pemberian materi oleh guru, kemudian antara siswa dan guru mendiskusikan materi tersebut.
2. Siswa mengomunikasikan secara lisan atau mempresentasikan mengenai materi yang telah didiskusikan bersama guru.
3. Siswa dan guru bersama-sama membahas contoh soal terkait materi yang diberikan.
4. Siswa mengerjakan beberapa soal latihan.
5. Beberapa siswa menuliskan jawaban di papan tulis.
6. Siswa dan guru bersama-sama membahas jawaban yang telah dikerjakan oleh siswa
7. Guru bertanya tentang hal-hal yang belum diketahui siswa
8. Guru bersama siswa melakukan Tanya jawab untuk meluruskan kesalahpahaman, memberikan penguatan dan kesimpulan.

Pembelajaran seperti ini dianggap efektif dan efisien berdasarkan beberapa hasil penelitian (di Amerika Serikat) dalam Erman Suherman (2001:171).

5. Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)

“Mathematics is a human activity” (Hans Freudental, dalam Aryadi Wijaya, 2012:20) yang berarti “matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia. Makna tersirat dari pernyataan tersebut adalah matematika bukanlah produk jadi yang siap guna, melainkan sebagai suatu bentuk proses dan aktivitas. Filosofi dari Freudental inilah yang menjadi ujung tombak perkembangan Pendidikan matematika realistik (*Realistic Mathematics Education*) dalam pembelajaran matematika. *Realistic Mathematics Education* atau RME mulai dikembangkan di Belanda oleh Freudental bersama institutnya pada tahun 1977. Di Indonesia sendiri, RME dikembangkan sesuai dengan situasi dan kondisi serta konteks di Indonesia, sehingga penamaan RME diganti menjadi PMRI (Pendidikan Matematika Realistik Indonesia) namun tetap mendasarkan prinsip dan karakteristik yang sama dengan RME.

Salah satu yang menjadikan alasan pendekatan pembelajaran realistik diterima dan dikembangkan di Indonesia adalah gagasan pendekatan pembelajaran matematika realistik, yang tidak hanya terkenal di negeri Belanda saja, namun juga banyak mempengaruhi kerja para pendidik matematika di berbagai belahan dunia. Selain itu, Erman Suherman (2003:143) menyebutkan beberapa hasil penelitian di berbagai Negara mengenai pembelajaran menggunakan pendekatan realistik, dengan hasil sebagai berikut :

- Matematika lebih menarik, relevan, dan bermakna.
- Mempertimbangkan tingkat kemampuan siswa..
- Menekankan pembelajaran matematika pada “learning by do”.
- Memberikan fasilitas dalam penyelesaian masalah matematika tanpa menggunakan algoritma yang baku.
- Menggunakan konteks atau permasalahan dalam mengawali pembelajaran matematika.

Kata “realistik” dalam Pendidikan Matematika Realistik sering disalah artikan sebagai “*real word*” atau dunia nyata. Hal ini mengundang banyaknya anggapan bahwa PMRI merupakan suatu pendekatan pembelajaran matematika yang harus selalu menggunakan masalah sehari-hari (Ariyadi Wijaya, 2012:20). Menurut Van den Heuvel-Panhuizen dalam Ariyadi Wijaya, penggunaan kata “realistik” tersebut tidak hanya menunjukkan suatu hubungan dengan dunia nyata, namun lebih mengacu pada penggunaan suatu situasi yang bisa dibayangkan (*imagineable*) atau nyata dalam pikiran siswa. Suatu cerita rekaan atau permainan pun dapat dijadikan sebagai masalah realistik, asalkan dapat dibayangkan dalam pikiran siswa.

Gravemeijer (1994 : 90) mengembangkan tiga prinsip dasar dalam pendekatan matematika realistik, yaitu: (1) *guided-reinventionand progressive mathematizing* (penemuan kembali secara terbimbing dan proses matematisasi terbimbing), (2) *didactical phenomenology* (fenomena didaktis), dan (3) *self-developed model* (pengembangan model oleh siswa sendiri).

Prinsip pertama yaitu penemuan terbimbing dimaksudkan, siswa diberi kesempatan untuk menemukan sendiri konsep matematika dengan menyelesaikan berbagai soal kontekstual yang sudah dikenal siswa. Bermatematika secara progressif dimaksudkan bermatematika secara horizontal dan vertikal. Matematika secara horizontal, siswa diharapkan mampu mengidentifikasi soal kontekstual sehingga dapat ditransfer ke dalam soal bentuk matematika berupa model, diagram, tabel (model informal) untuk lebih dipahami. Sedangkan matematika vertikal, siswa menyelesaikan bentuk matematika formal atau non formal dari soal kontekstual dengan menggunakan konsep, operasi dan prosedur matematika yang berlaku

Prinsip kedua, adanya fenomena pembelajaran yang menekankan pentingnya soal kontekstual untuk memperkenalkan topik-topik matematika kepada siswa. Hal yang harus dipertimbangkan dari prinsip ini adalah kecocokan aplikasi konteks dalam pembelajaran dan kecocokan dampak dalam proses penemuan kembali bentuk dan model matematika dari soal kontekstual tersebut.

Prinsip ketiga, pengembangan model mandiri yang berfungsi untuk menjembatani antara pengetahuan matematika non formal dengan pengetahuan formal dari siswa. Model matematika dimunculkan dan dikembangkan secara mandiri berdasarkan model-model matematika yang telah diketahui siswa. Diawali dengan soal kontekstual dari situasi nyata yang sudah dikenal siswa kemudian ditemukan model dari (*model of*) dari situasi tersebut (bentuk informal) dan kemudian diikuti dengan penemuan model untuk (*model for*) dari bentuk tersebut (bentuk formal),

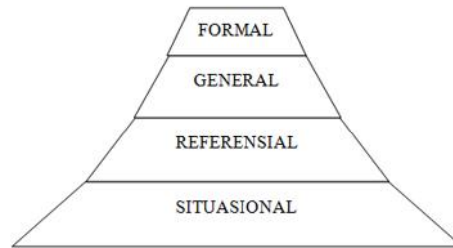
hingga mendapatkan penyelesaian masalah dalam bentuk pengetahuan matematika yang standar.

Ketiga prinsip PMR di atas oleh De Lange (1987: 75-76) dijabarkan dalam 5 karakteristik sebagai berikut.

- a. Digunakannya konteks nyata untuk dieksplorasi oleh siswa. Maksudnya dalam kegiatan pembelajaran matematika dimulai dari masalah-masalah yang nyata (real) yang dekat dengan siswa atau sering dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Dari masalah nyata tersebut kemudian siswa menyatakan ke dalam bahasa matematika, selanjutnya siswa menyelesaikan masalah itu dengan alat-alat yang ada dalam matematika, kemudian siswa membahasakan lagi jawaban yang diperoleh ke dalam bahasa sehari-hari. Dengan langkah-langkah yang ditempuh tersebut diharapkan siswa akan dapat melihat kegunaan matematika sebagai alat bantu untuk menyelesaikan masalah-masalah kontekstual. Sehingga pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna karena siswa mengetahui manfaat atau kegunaan materi yang sedang dipelajari.
- b. Digunakannya instrumen-instrumen vertikal, seperti model-model, skema-skema, diagram-diagram, dan simbol-simbol. Yang dimaksud model dalam hal ini berkaitan dengan model situasi dan model matematik yang dikembangkan oleh siswa sendiri.

Penggunaan model juga merupakan salah satu aspek yang menjadi perhatian dalam Pendidikan Matematika Realistik. Gravemeijer (1994) Dalam Aryadi Wijaya

(2012: 47) menyebutkan 4 tingkatan dalam pengembangan model, yang dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2. Bagan Tingkatan Pengembangan Model

Sebagai ilustrasi empat tingkat pemodelan tersebut, berikut diberikan contoh persoalan :

Dalam suatu kelas yang terdiri dari 40 siswa, diketahui 21 siswa mengikuti les matematika, 30 siswa mengikuti les bahasa Inggris, dan 15 siswa mengikuti les matematika dan bahasa Inggris. Berapa banyak siswa yang tidak mengikuti les matematika maupun bahasa Inggris?

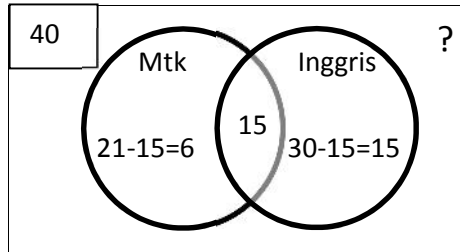
1. Tingkat situasional

Merupakan tingkat paling mendasar dari pemodelan, di mana pengetahuan dan model masih berkembang dalam konteks situasi masalah yang digunakan. Siswa yang berada pada tingkat situasional untuk soal ini akan berpikir bagaimana cara menyelesaikannya, bagaimana merepresentasikan soal dalam bentuk diagram Venn, apakah persoalan tersebut termasuk irisan atau gabungan?

2. Tingkat referensial

Pada tingkat ini, siswa membuat model untuk menggambarkan situasi konteks yang diberikan. Mereka telah mampu membuat model untuk merepresentasikan

situasi dalam konteks yang diberikan. Berikut representasi model yang berkembang pada tingkat ini:



Gambar 3. Model of Konteks

Model tersebut merupakan contoh model yang menggambarkan situasi konteks yang diberikan, sehingga model tersebut dinamakan *model of*.

3. Tingkat general

Model yang dikembangkan siswa pada tingkat ini sudah mengarah pada pencarian solusi secara matematis, sehingga model pada tingkat ini disebut sebagai *model for* penyelesaian masalah. Pada tingkat ini, siswa sudah mulai fokus pada matematika, bukan lagi pada situasi konteks. Berikut kemungkinan jawaban siswa pada tingkat general.

$$\begin{aligned}
 \text{Jumlah keseluruhan siswa} &= \text{Siswa yang mengikuti les matematika saja} \\
 &+ \text{siswayang megikuti kedua les} + \text{siswa} \\
 &\text{yang mengikuti les bahasa Inggris saja} + \\
 &\text{siswa yang tidak mengikuti les} \\
 40 &= (21-15) + (15) + (30-15) + \text{siswa yang} \\
 &\text{tidak mengikuti les} \\
 40 &= 36 + \text{siswa yang tidak mengikuti les} \\
 40 &= 36 + \mathbf{4}
 \end{aligned}$$

Pada level general ini, siswa sudah paham bahwa untuk mencari banyaknya siswa yang tidak mengikuti les yaitu dengan mencari bilangan yang jika ditambahkan dengan 36 akan menghasilkan 40.

4. Tingkat formal

Pada tingkat formal, siswa telah bekerja dengan menggunakan simbol dan representasi matematis. Tahap ini merupakan tahap perumusan dan penegasan konsep matematika yang disusun oleh siswa. Melalui bantuan guru, siswa mulai mengembangkan algoritma atau prosedur dalam operasi himpunan. Berikut alternatif jawaban siswa pada tingkat formal.

$$n(S) = n(M) + n(I) - n(M \cap I) + n(M \cup I)^c,$$

dengan $n(S)$ = banyaknya keseluruhan siswa, $n(M)$ = banyaknya siswa yang mengikuti les matematika, $n(I)$ = banyaknya siswa yang les bahasa Inggris, $n(M \cap I)$ = banyaknya siswa yang mengikuti kedua les, $n(M \cup I)^c$ = banyaknya siswa yang tidak mengikuti kedua les. Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$40 = 21 + 30 - 15 + n(M \cup I)^c$$

$$4 = n(M \cup I)^c$$

jadi, jumlah siswa yang tidak mengikuti les matematika maupun bahasa Inggris sebanyak 4 siswa

c. Digunakannya proses konstruktif dalam pembelajaran.

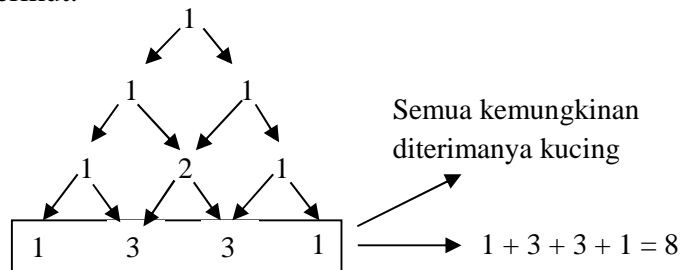
Matematika diberikan kepada siswa sebagai suatu konsep yang dibangun oleh siswa, karena itu siswa memiliki kebebasan untuk mengembangkan strategi yang

bervariasi dalam memecahkan masalah sesuai dengan kemampuan awal yang mereka miliki dengan cara dan bahasa mereka sendiri. Dalam hal ini, guru hanya berfungsi sebagai pembimbing dan fasilitator. Kontribusi siswa dapat berlangsung ketika dalam sebuah pembelajaran, siswa diberikan beberapa soal yang bervariasi untuk diselesaikan. Misalnya siswa menyelesaikan masalah dengan menggunakan model formal seperti berikut.

Diberikan sebuah permasalahan, Andi memelihara beberapa ekor kucing di rumahnya. Ia berniat memberikan 3 ekor kucing jenis lokal, angora, dan persia kepada Beni. Dari ketiga jenis kucing tersebut, coba tentukanlah semua kemungkinan diterimanya kucing oleh Beni.

Semua kemungkinan diterimanya kucing oleh Beni dapat direpresentasikan dalam konsep himpunan bagian menggunakan segitiga pascal.

Karena terdapat 3 kucing (lokal, angora, persia) maka gambar segitiga pascalnya adalah sebagai berikut.

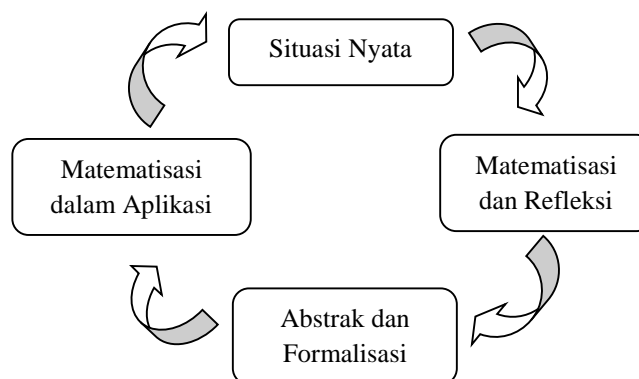


Gambar 4. Representasi Situasi Konteks dalam Segitiga Pascal

Siswa lain mungkin akan menjawab dengan memasukan rumus mencari banyaknya semua himpunan bagian yaitu 2^n , sehingga banyaknya semua kemungkinan terambilnya kucing ada $2^3 = 8$ kemungkinan.

- d. Adanya interaksi antara guru dengan siswa, antara siswa yang satu dengan siswa yang lain serta antara siswa dengan guru. Dalam proses pembelajaran diharapkan terjadi interaksi antara siswa dengan siswa melalui proses diskusi untuk menyelesaikan masalah dalam rangka mengkonstruksi pengetahuan mereka. Jika siswa menemui kesulitan siswa menanyakan kepada guru sehingga terjadi interaksi antara siswa dengan guru.
- e. Terdapat keterkaitan (*intertwining*) di antara berbagai materi pelajaran untuk mendapatkan struktur materi secara matematis. Dalam hal ini pokok bahasan dalam materi pelajaran tidak berdiri sendiri dan saling terpisah, tetapi terintegrasi dengan yang lainnya. Misalnya, dalam menentukan banyaknya semua himpunan bagian dari suatu himpunan, tentu harus dipelajari terlebih dahulu mengenai konsep himpunan kosong, sehingga ketika himpunan kosong masuk dalam daftar anggota himpunan bagian, siswa tidak bingung dalam memahaminya.

De Lange (1987: 72) menggambarkan proses pembelajaran tersebut dalam diagram pada Gambar 5.



Gambar 5. Proses Pembelajaran Menurut De Lange

Dari berbagai gagasan di atas, untuk dapat menciptakan pembelajaran yang lebih realistik bagi siswa, lingkungan keseharian atau pengetahuan yang telah dimiliki siswa dapat dijadikan sebagai bagian awal materi belajar. Memulai pembelajaran dengan mengajukan masalah yang nyata bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya, akan mendorong siswa belajar secara lebih bermakna. Konsep matematika dapat muncul dari proses matematisasi, yaitu dimulai dari penyelesaian yang terkait dengan masalah kontekstual, siswa secara perlahan mengembangkan alat dan pemahaman matematik ke tingkat yang lebih formal.

Berdasarkan prinsip dan karakteristik PMR yang telah dikemukakan, maka secara sederhana dapat dirumuskan langkah-langkah pembelajaran matematika realistik sebagai berikut:

1. Memahami masalah kontekstual

Guru memberikan masalah kontekstual sesuai dengan materi pelajaran yang sedang dipelajari oleh peserta didik. Kemudian meminta peserta didik untuk memahami masalah kontekstual tersebut. Jika terdapat hal-hal yang belum dipahami oleh peserta didik, guru menjelaskan atau memberi petunjuk seperlunya terhadap bagian-bagian yang belum dipahami peserta didik. Karakteristik pembelajaran matematika realistik yang muncul pada langkah ini adalah menggunakan masalah kontekstual yang diangkat sebagai masalah awal pembelajaran.

2. Menyelesaikan masalah kontekstual

Peserta didik secara individu diminta untuk menyelesaikan masalah kontekstual pada lembar kerja siswa dengan caranya sendiri, sehingga dimungkinkan adanya perbedaan penyelesaian. Selama siswa menyelesaikan masalah, guru mengamati dan mengontrol aktivitas peserta didik. Karakteristik pembelajaran matematika realistik yang muncul pada langkah ini adalah menggunakan instrumen vertikal, seperti model, skema, diagram dan simbol.

3. Membandingkan dan mendiskusikan jawaban

Guru memberikan waktu dan kesempatan kepada peserta didik untuk membandingkan dan mendiskusikan jawaban dari masalah (soal) dengan teman sekelompoknya, untuk selanjutnya dibandingkan dan didiskusikan pada diskusi kelas. Karakteristik pembelajaran matematika realistik yang muncul pada langkah ini adalah penggunaan kontribusi siswa terdapat interaksi antara peserta didik yang satu dengan peserta didik yang lainnya.

4. Menyimpulkan

Guru mengarahkan siswa untuk mengambil kesimpulan dari hasil diskusi kelas sehingga diperoleh suatu rumusan konsep, prinsip, atau prosedur. Karakteristik pembelajaran matematika realistik yang muncul pada langkah ini adalah interaksi antara peserta didik dengan guru.

Pendidikan Matematika Realistik memberikan jiwa pada setiap aktifitas pembelajaran matematika, sehingga proses pembelajaran menjadi lebih hidup, kreatif, inovatif dan berkembang. Hal ini pun sejalan dengan tujuan dari adanya

pengembangan pembelajaran matematika melalui pendekatan realistik yang merupakan salah satu upaya meningkatkan kemampuan siswa, termasuk kemampuan penalaran dalam memahami matematika.

iii) **KERANGKA BERPIKIR**

Pembelajaran matematika yang biasa dilakukan yaitu menggunakan pendekatan konvensional dengan metode ekspositori, dimana siswa hanya mampu mengerjakan seperti apa yang telah dicontohkan oleh guru. Dengan metode seperti ini sudah cukup baik dalam mencapai nilai KKM yang ditentukan. Namun, kemampuan matematis siswa seperti penalaran masih kurang. Siswa mampu mengerjakan soal matematika namun tidak mampu menyimpulkan atau memberikan alasan atas jawaban yang ia berikan. Menurut standar isi depdiknas (2013) salah satu keterampilan matematika yang harus dikuasai yaitu menalar baik dalam ranah konkret maupun abstrak.

Sehubungan dengan salah satu prinsip PMRI yaitu pengembangan model mandiri yang diawali dengan soal kontekstual dari situasi nyata yang sudah dikenal siswa kemudian ditemukan *model of* dari situasi tersebut dan kemudian diikuti dengan penemuan *model for* dari bentuk tersebut, hingga mendapatkan penyelesaian masalah dalam bentuk pengetahuan matematika yang standar, tentunya PMRI akan berpengaruh pada peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa. Dengan demikian penerapan pendekatan PMRI diharapkan dapat memaksimalkan keterampilan siswa dalam menalar untuk membantu memahami matematika dengan

lebih baik, yang pada akhirnya dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

iv) PENELITIAN YANG RELEVAN

Berikut adalah beberapa hasil penelitian yang relevan dengan penelitian yang dilaksanakan oleh peneliti. Hasil dari penelitian ini digunakan sebagai referensi dan pengembangan terhadap penelitian yang dilaksanakan.

1. Pengaruh pendekatan RME dan Kemandirian Belajar terhadap Kemampuan Matematis Siswa, oleh Ahmad Fauzan dan Yerizon (2013), yang menyatakan bahwa pendekatan RME memberikan pengaruh yang lebih baik dari pendekatan konvensional dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan penalaran matematis siswa.
2. Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis siswa Kelas VII SMP N 3 Banguntapan dalam Pembelajaran Matematika melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik (PMRI), Oleh Widayanti Nurma Sa'dah (2010), yang menyimpulkan bahwa pelaksanaan pembelajaran matematika dengan pendekatan PMRI sudah sesuai dengan aspek kemampuan penalaran matematis, dan mampu meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa.
3. Aji Wibowo (2017) dengan judul Pengaruh Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik dan saintifik terhadap Prestasi Belajar, Kemampuan Penalaran Matematis, dan Minat Belajar Siswa yang menyimpulkan bahwa pendekatan

pembelajaran realistik lebih efektif daripada pendekatan saintifik terhadap prestasi belajar kemampuan penalaran matematis, dan minat belajar.

Dengan memperhatikan hasil-hasil penelitian di atas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran yang melibatkan pendekatan Pendidikan Matematika Reaslitik dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa. Pada penelitian ini akan dilakukan pebelajaran matematika dengan pendekatan PMRI untuk mengetahui keefektifannya ditinjau dari kemampuan penalaran siswa kelas VII SMP Muhammadiyah 1 Sleman.

v) **HIPOTESIS PENELITIAN**

Hipotesis merupakan jawaban sementara suatu masalah yang kemudiandiuji kebenarannya berdasarkan data yang empirik. Berdasarkan anggapan yang telah dikemukakan di atas, maka hipotesis yang peneliti ajukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pendekatan Matematika Realistik dalam pembelajaran matematika efektif ditinjau dari kemampuan penalaran siswa kelas VII SMP Muhammadiyah 1 Sleman.
2. Pendekatan Konvensional dalam pembelajaran matematika efektif ditinjau dari kemampuan penalaran siswa kelas VII SMP Muhammadiyah 1 Sleman.
3. Pendekatan Matematika Realistik dibanding pendekatan konvensional dalam pembelajaran matematika lebih efektif ditinjau dari kemampuan penalaran siswa kelas VII SMP Muhammadiyah 1 Sleman.