BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini dibahas tentang materi dasar yang digunakan untuk mendukung pembahasan pada bab-bab berikutnya, yaitu varians dan kovarians, distribusi normal, matriks, analisis multivariat, *moving average* , investasi, portofolio, saham, Reksa Dana, model mean varians Markowitz, *Capital Assets Pricing Model* (CAPM), model Black-Litterman.

A. Varians dan Kovarians

Berikut ini adalah definisi dari varians dan kovarians:

Definisi 2. 4 (Bain & Engelhardt, 1992: 73). *Varians dari variabel random X yang dilambangkan sebagai var (X) didefinisikan dengan:*

$$Var(X) = E[(X-\mu)^2]. \tag{2. 1}$$

Notasi varians yang lain adalah σ^2, σ_x^2, atau $Var(X)$. Standar deviasi dari X didefinisikan sebagai akar positif dari varians yaitu $\sigma = \sigma_x = \sqrt{Var(X)}$

Definisi 2. 4 (Bain & Engelhardt, 11992: 174). *Kovarians adalah suatu ukuran yang menyatakan varians bersama dari dua variabel random. Kovarians dari pasangan variabel random X dan Y didefinisikan sebagai:*

$$\sigma_{XY}\ Cov(X,Y) = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)] \tag{2. 2}$$

Jika X dan Y adalah variabel random dan a dan b konstan, maka berlaku:

1. $Cov(aX, bY) = ab\,Cov(X,Y)$.
2. $Cov(X+a, Y+b) = Cov(X,Y)$.

3. $Cov(X, aX + b) = a Var(X)$.

4. $Cov(X, Y) = 0$, jika X dan Y independen.

B. Distribusi Normal

Variabel random X dikatakan berdistribusi normal dengan mean μ dan varians σ^2 mempunyai fungsi densitas probabilitas yaitu:

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\{(x-\mu)/\sigma\}^2/2} \tag{2. 3}$$

untuk $-\infty < x < \infty$, dengan $-\infty < \mu < \infty$ dan $0 < \sigma < \infty$. Variabel random X yang berdistribusi normal dinotasikan dengan $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Distribusi normal sering juga disebut dengan distribusi Gauss (Bain & Engerlhardt, 1992: 118).

Dalam hal investasi uji normalitas sering digunakan untuk melihat apakah *return* saham berdistribusi normal atau tidak. Apabila *return* saham berdistribusi normal, maka saham tersebut akan diperhitungkan untuk dimasukkan ke dalam portofolio. Tujuan pengujian normalitas dalam *return* saham adalah untuk mengantisipasi terjadinya ketidakstabilan harga, yang dikhawatirkan akan mengalami penurunan harga saham yang sangat signifikan sehingga merugikan investor. Uji normalitas *return* saham dapat dilakukan dengan bantuan *software* SPSS 21 menggunakan pengujian *Kolmogorov-Smirnov*. Data *return* saham dapat dikatakan berdistribusi normal jika nilai *p-value Kolmogorov-Smirnov* < α.

C. Matriks

Berikut ini adalah defnisi dari matriks:

Definisi 2. 8 (Pudjiastuti, 2006). *Matriks didefinisikan sebagai suatu himpunan angka, variabel atau parameter dalam bentuk suatu persegi panjang yang tersusun didalam baris dan kolom. Pada umumnya matriks dinotasikan dalam huruf besar, sedangkan elemen-elemenya huruf kecil sebagai berikut:*

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} \end{bmatrix} \text{ atau } A = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} \end{pmatrix} \qquad (2.\ 4$$

a_{ij} adalah elemen matriks A dimana i menyatakan baris dan j menyatakan kolom. Misalnya a_{12} adalah elemen dari matriks A yang terletak pada baris ke-1 dan kolom ke-2.

1. Perkalian matriks

Berikut ini adalah defnisi dari perkalian matriks:

Definisi 2. 10 (Pudjiastuti, 2006). *Perkalian matriks dengan suatu skalar berarti mengalikan setiap elemen dari matriks dengan skalar tersebut, Dimisalkan λ adalah suatu bilangan riil.*

$$\boldsymbol{\lambda} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{bmatrix}$$

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, 5A = 5 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(3) & 5(2) \\ 5(5) & 5(7) \\ 5(1) & 5(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 25 & 35 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}$$

Dua buah matriks dapat dikalikan "jika dan hanya jika" jumlah kolom pada matriks pertama sama dengan jumlah baris pada matriks kedua.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} . B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(2)+2(4) & 3(1)+2(3) \\ 1(2)+3(4) & 1(1)+3(3) \\ 6(2)+1(4) & 6(1)+1(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 14 & 10 \\ 16 & 9 \end{bmatrix}$$

2. Transpose Matriks

Berikut ini adalah definisi dari transpose matriks:

Definisi 2. 10 (Anton, 2010: 34)**.** *Jika* $\boldsymbol{A}$ *adalah sebarang matriks* $m \times r$*, maka transpose* $\boldsymbol{A}$ *dinyatakan oleh* $\boldsymbol{A}'$ *yang merupakan matriks berukuran* $r \times m$ *dengan mengubah baris dari* $\boldsymbol{A}$ *menjadi kolom pada* $\boldsymbol{A}'$*. Transpose matriks* $\boldsymbol{A}$ *dapat dinyatakan dengan:*

$$(\boldsymbol{A})_{ij} = (\boldsymbol{A}')_{ji}. \qquad (2.\ 5)$$

Contoh:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ maka, } \boldsymbol{A}' = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Minor dan Kofaktor Matriks

Berikut ini adalah definisi dari minor dan kofaktor matriks:

Definisi 2. 12 (Pudjiastuti,2006). *Minor adalah determinan dari submatriks **A** yang diperoleh dengan menghapus baris ke-I dan kolom ke-j. Kofaktor adalah minor yang sudah diperhitungkan tanda positif/negatifnya.*

Perhatikan matriks berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$|M_{23}|$ adalah minor yang diambil dari elemen a_{23} dengan menghapus baris ke-2 dan kolom ke-3.

$$|M_{23}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Untuk mendapat kofaktor digunakan rumus sebagai berikut:

$$\left|C_{ij}\right| = (-1)^{i+j}\,|M_{ij}| \tag{2.6}$$

sehingga

$|C_{23}| = (-1)^{2+3}|M_{23}| = (-1)^5|M_{23}| = -|M_{23}|$, kofaktor $|C_{23}|$ bertanda negatif.

Untuk memudahkan maka perlu diingat jika jumlah baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dari kofaktor adalah genap maka kofaktor bertanda positif. Sedangkan jika jumlah baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dari kofaktor ganjil maka kofaktor bernilai negatif.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

maka, minor dari entri a_{11} yaitu:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = (-4).(-2) - 3.4 = 8 - 12 = -4,$$

kofaktor dari entri a_{11} yaitu:

$$c_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 1.(-4) = -4.$$

4. Determinan Matriks

Berikut ini adalah definisi dari determinan matriks:

Definisi 2. 12 (Anton, 2010: 96). *Determinan matriks* ***A*** *berukuran n × n dapat dihitung dengan mengalikan entri pada suatu baris ke-i atau kolom ke-j dengan masing-masing kofaktor dan menjumlahkan hasil perkalian tersebut.*

Determinan matriks ***A*** *dinyatakan sebagai berikut:*

$|\boldsymbol{A}| = a_{1j}.c_{1j} + a_{2j}.c_{2j} + \cdots + a_{nj}.c_{nj}$ (Ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-*j*)

Atau

$|\boldsymbol{A}| = a_{i1}.c_{i1} + a_{i2}.c_{i2} + \cdots + a_{in}.c_{in}$ (Ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-*i*).

Contoh:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

maka,

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 3\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-2)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 3.[(-4).(-2) - 3.4] + 2.[1.(-2) - 0.4] + 5.[1.3 - 0.(-4)]$$

$$= 3.(-4) + 2.(-2) + 5.3$$

$$= -12 - 4 + 15$$

$$= -1.$$

5. Invers Matriks

Berikut ini merupakan definisi dari invers matriks:

Definisi 2. 13 (Anton, 2010: 111). *Jika **A** matriks persegi dan jika terdapat suatu matriks **B** dengan ukuran yang sama sedemikian sehingga **AB**=**BA**=**I** dengan **I** merupakan matriks identitas, maka **A** invertible (dapat dibalik) dan **B** adalah invers dari **A**. Invers dari **A** dinotasikan dengan* $\boldsymbol{A}^{-1}$ *, sehingga* $\boldsymbol{AA}^{-1} = \mathbf{I}$ *dan* $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$*.*

Jika matriks **A** berukuran $n \times n$ maka invers adalah:

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \frac{1}{|\boldsymbol{A}|}\,[adj(\boldsymbol{A})] \tag{2. 7}$$

dengan,

$adj(\boldsymbol{A})$: matriks adjoin dari $\boldsymbol{A}$ yaitu transpose dari matriks kofaktor $\boldsymbol{A}$.

Contoh:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{kof\ A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -2 & 6 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{adj\ A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det \boldsymbol{A} = \left| \begin{matrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 6 & 2 \end{matrix} \Bigg| = 3.1.2 + 1.1.6 + 0.2.2 - 6.1.0 - 2.1.3 - 2.2.1 = 2$$

maka,

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \frac{1}{|A|}\,[adj(\boldsymbol{A})]$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1/2 \\ 1 & 3 & -3/2 \\ -1 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

D. Analisis Multivariat

Berikut ini merupakan definisi dari analisis multivariat:

Definisi 2. 14 (Johnson & Wichern, 2007: 5). *Analisis statistik multivariat merupakan metode statistik untuk menganalisis hubungan antara lebih dari dua variabel secara bersamaan. Data sampel analisis multivariat secara umum dapat digambarkan dalam bentuk matriks dengan n objek dalam p variabel sebagai berikut:*

	Variabel 1	Variabel 2	$\ldots$	Variabel *k*	$\ldots$	Variabel *p*
Objek 1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1k}	$\cdots$	x_{1p}
Objek 2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2k}	$\cdots$	x_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Objek *j*	x_{j1}	x_{j2}	$\cdots$	x_{jk}	$\cdots$	x_{jp}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Objek *n*	x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nk}	$\cdots$	x_{np}

atau dapat ditulis dalam bentuk matriks ***X*** *dengan n baris dan p kolom berikut:*

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} & \cdots & x_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{j1} & x_{j2} & \cdots & x_{jk} & \cdots & x_{jp} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

1. Berdistribusi Normal Multivariat

Berikut ini definisi dari berdistribusi normal multivariat:

Definisi 2. 15 (Johnson & Wichern, 2007: 150). *Fungsi distribusi multivariat normal merupakan perluasan dari fungsi distribusi univariat normal untuk* $p \geq 2$. *Jika* $\boldsymbol{X} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ *adalah p-variat multivariat normal dengan rata-rata* $\boldsymbol{\mu}$ *dan* $\boldsymbol{\Sigma}$ *adalah matriks varians-kovarians, dimana*

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p1} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

maka fungsi densitas multivariat normal adalah:

$$f(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})/2} \tag{2. 8}$$

dengan $-\infty < \mathbf{X}_i < \infty, i = 1,2,..., p$, $\mu = 1,2,..., p$.

2. Vektor random dan matriks random

Berikut ini definisi dari vektor random dan matriks random:

Definisi 2. 16 (Johnson & Wichern, 2007: 66). *Vektor random adalah vektor yang elemen-elemennya berupa variabel random. Jika suatu unit eksperimen hanya memiliki satu variabel terukur maka variabel terukur disebut variabel random, sedangkan jika terdapat lebih dari satu variabel terukur, misalkan n variabel maka variabel-variabel tersebut disebut vektor random dengan n komponen. Sedangkan matriks random adalah matriks yang mempunyai elemen variabel random.*

3. Mean dan Kovarians Vektor Random

Berikut ini merupakan definisi dari mean dan kovarians vektor random:

Definisi 2. 17 (Johnson & Wichern, 2007: 68)**.** *Dimisalkan* $\boldsymbol{X}$ *adalah variabel random dengan mean* $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{E(X)}$ *dan matriks kovarians* $\boldsymbol{\Sigma}$. *Mean vektor random* $\boldsymbol{X}$ *dengan ordo* $p \times 1$ *dapat dinyatakan dengan*

$$\boldsymbol{E(X)} = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu}\,. \tag{2. 9}$$

sedangkan kovarians vektor random $\boldsymbol{X}$ *dengan ordo* $p \times 1$ *adalah* $\Sigma = \boldsymbol{E(X-\mu)(X-\mu)'}$

$$= E\left(\begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ X_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ X_p - \mu_p \end{bmatrix} (X_1 - \mu_1 \quad X_2 - \mu_2 \quad \cdots \quad X_p - \mu_p) \right)$$

$$= E\begin{bmatrix} (X_1-\mu_1)^2 & (X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ (X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & (X_2-\mu_2)^2 & \cdots & (X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & (X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(X_1-\mu_1)^2 & E(X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ E(X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & E(X_2-\mu_2)^2 & \cdots & E(X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & E(X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

Atau dapat dinyatakan $\sum = \boldsymbol{Cov(X)} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$. (2. 10)

Dengan σ_{ij} : kovarians dari X_i dan X_j, $i = 1,2,\ldots p$ dan $j = 1,2,\ldots p$.

Kovarians untuk sampel dinyatakan $\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pp} \end{bmatrix}$. (2. 11)

Dengan s_{ij} : kovarians dari X_i dan X_j, $i = 1,2,\ldots p$ dan $j = 1,2,\ldots p$

E. *Moving Average*

Metode simple *average* adalah metode peramalan yang dilakukan dengan menggunakan rata-rata dari semua data pengamatan sebagai ramalan untuk periode selanjutnya. Namun jika seorang pengamat ingin menggunakan data terbaru saja, maka dapat ditentukan suatu data sebagai titik awal pengamatan dan dan nilai rata-rata dihitung dimulai dari data tersebut. Dengan *moving average* dapat ditentukan nilai pengamatan terbaru, yaitu dengan mengambil data-data terbaru dan menghitung rata-ratanya. *Moving average* ini digunakan untuk meramalkan pengamatan periode selanjutnya. Istilah *moving average* digunakan Karena setiap data observasi baru tersedia, maka angka rata-rata yang baru dihitung dan dipergunakan sebagai ramalan. Berikut adalah persamaan *moving average*:

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \cdots + Y_{t-k+1}}{k} \tag{2.12}$$

dengan,

Y_{t+1} : nilai peramalan untuk periode t+1

Y_t : nilai aktual pada periode t

k : jumlah batas dalam *moving average*

Moving average untuk periode waktu t adalah rata-rata aritmatika dari k pengamatan terbaru (Hanke & Winchern,2005: 107).

F. Investasi

Menurut Halim (2005: 4) Investasi pada hakikatnya merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan memperoleh keuntungan di masa mendatang. Proses investasi menunjukkan bagaimana seharusnya seorang investor membuat keputusan investasi, yaitu sekuritas apa yang akan dipilih, seberapa banyak investasi tersebut, dan kapan investasi tesebut akan dilakukan (Husnan, 2005: 48). Untuk itu diperlukan tahapan sebagai berikut:

1. Penentuan tujuan investasi

   Tahap pertama dalam proses keputusan investasi adalah menentukan tujuan investasi yang akan dilakukan. Tujuan investasi untuk masing-masing investor bisa berbeda tergantung pada investor yang membuat keputusan tersebut.

2. Penentuan kebijakan investasi

   Tahap penentuan kebijakan investasi dilakukan dengan penentuan keputusan alokasi sekuritas. Keputusan ini menyangkut pendistribusian dana yang dimiliki pada berbagai kelas sekuritas yang tersedia (saham, obligasi, bangunan maupun sekuritas luar negeri).

3. Pemilihan strategi portofolio

   Strategi portofolio yang bisa dipilih yaitu strategi portofolio aktif dan strategi portofolio pasif. Strategi portofolio aktif meliputi kegiatan penggunaan informasi yang tersedia untuk mencari kombinasi portofolio yang lebih baik. Strategi portofolio pasif meliputi aktivitas investasi pada portofolio yang seiring dengan kinerja indeks pasar.

4. Pemilihan sekuritas

   Pemilihan sekuritas yang dilakukan untuk membentuk suatu portofolio. Tahap ini memerlukan pengevaluasian setiap sekuritas yang ingin dimasukkan dalam portofolio untuk mencari kombinasi portofolio yang efisien oleh perusahaan. Apabila kinerja keuangan perusahaan cukup bagus dan sudah mampu membayar kewajiban keuangan lainnya.

G. Portofolio

1. Pengertian Portofolio

Menurut Hartono (2014: 5) portofolio adalah suatu kumpulan sekuritas keuangan dalam suatu unit yang dipegang atau dibuat oleh seorang investor, perusahaan investasi, atau instansi keuangan. Tujuan dari pembentukan portofolio adalah untuk mendiversifikasi dana yang dimiliki investor pada beberapa sekuritas dengan harapan dapat memaksimalkan *return* dengan tingkat risiko yang minimal.

2. *Return* Portofolio

Return adalah hasil yang diperoleh dari suatu investasi. Dalam hubungan positif antara *return* dan risiko portofolio dalam berinvestasi dikenal dengan *high risk – high return*, yang artinya semakin besar risiko yang diambil, maka semakin besar pula *return* yang diperoleh. Hal ini dimaksudkan bahwa harus ada pertambahan *return* sebagai kompensasi dari pertambahan risiko yang ditanggung oleh investor.

Return dapat berupa *realized return* yang sudah terjadi atau *expected return* yang belum terjadi dan diharapkan akan diperoleh pada masa mendatang (Hartono, 2003: 109).

Realized return portofolio dapat dirumuskan:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i . R_i \qquad (2.\ 13)$$

keterangan:

Rp : *realized return* portofolio,

w_i : bobot dana investor pada sekuritas ke-*i*,

R_i : *realized return* dari sekuritas ke-*i*,

n : banyaknya sekuritas.

Return suatu sekuritas untuk dapat dihitung menggunakan rumus:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} . \qquad (2.\ 14)$$

keterangan:

P_t: harga sekuritas pada periode ke-*t*,

P_{t-1}: harga sekuritas pada periode ke-(t-1)

Return suatu sekuritas untuk sampel dinyatakan dengan rumus berikut:

$$\widehat{R_t} = \frac{\widehat{P_t}}{\hat{P}_{t-1}} - 1 = \frac{\widehat{P_t} - \hat{P}_{t-1}}{\hat{P}_{t-1}} \tag{2.15}$$

Sedangkan *expected return* portofolio merupakan rata-rata tertimbang dari *expected return* masing-masing sekuritas dalam portofolio. *Expected return* portofolio dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i . E(R_i). \tag{2. 16}$$

keterangan:

$E(Rp)$: *expected return* dari portofolio,

w_i : bobot dana investor pada sekuritas ke-*i*,

$E(R_i)$: *expected return* dari sekuritas ke-*i*,

n : banyaknya sekuritas.

Nilai *expected return* pada persamaan (2.16) secara matematis dapat dibentuk dalam matriks adalah sebagai berikut:

$$E(Rp) = w_1(E(R_1)) + w_2(E(R_2)) + \cdots + w_n(E(R_n))$$

$$= \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{bmatrix} = \mathrm{w'E(R)}. \tag{2. 17}$$

keterangan:

$\boldsymbol{W}$: matriks bobot tiap sekuritas dalam portofolio,

$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$: matriks *expected return* tiap sekuritas dalam portofolio.

3. Risiko Portofolio

Risiko dalam portofolio dapat diartikan sebagai tingkat kerugian tidak terduga yang besarnya tergantung pada portofolio yang dibentuk. Risiko portofolio dapat diukur dengan besarnya varians dari nilai *return* saham-saham yang ada di dalam portofolio (Hartono, 2003). Jika semakin besar nilai varians maka risiko yang ditanggung semakin tinggi. Banyaknya sekuritas dalam suatu portofolio dapat mempengaruhi nilai varians dari risiko. Untuk membentuk suatu portofolio diperlukan minimal dua sekuritas. Varians dengan dua sekuritas adalah sebagai berikut (Hartono, 2003):

$$Var(Rp) = \sigma_P{}^2$$

$$= E\left[R_p - E(R_p)\right]^2$$

$$= E\left[(w_1R_1 + w_2R_2) - E(w_1R_1 + w_2R_2)\right]^2$$

$$= E\left[(w_1R_1 + w_2R_2) - E(w_1R_1) - E(w_2R_2)\right]^2$$

$$= E\left[(w_1R_1 + w_2R_2) - w_1E(R_1) - w_2E(R_2)\right]^2$$

$$= E\left[w_1(R_1 - E(R_1)) + w_2(R_2 - E(R_2))\right]^2$$

$$= E\left[w_1^2\left(R_1 - E(R_1)\right)^2 + 2w_1w_2\left(R_1 - E(R_1)\right)\left(R_2 - E(R_2)\right) + w_2^2\left(R_2 - E(R_2)\right)^2\right]$$

$$= w_1^2E\left(\left(R_1 - E(R_1)\right)^2\right) + 2w_1w_2E\left(\left(R_1 - E(R_1)\right)\left(R_2 - E(R_2)\right)\right) + w_2^2E\left(\left(R_2 - E(R_2)\right)^2\right)$$

$$= w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + w_2^2\sigma_2^2 \quad . \tag{2. 18}$$

Selanjutnya varians dengan *n* sekuritas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_P^2 = \left[w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + \cdots + w_n^2\sigma_n^2\right] + \left[2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + \cdots + 2w_{n-1}w_n\sigma_{n-1n}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_iw_j\sigma_{ij} \quad . \tag{2. 19}$$

Persamaan (2. 19) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks yaitu:

$$\boldsymbol{\sigma_p^2} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \mathbf{w'\Sigma\, w} \tag{2. 20}$$

keterangan:

$\boldsymbol{\Sigma}$: matriks varians kovarians *n x n,*

$\boldsymbol{w}$: matriks bobot tiap sekuritas *n x* 1.

Risiko portofolio dihitung menggunakan rumus standar deviasi yang merupakan akar positif dari varians sebagai berikut:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \tag{2. 21}$$

Risiko portofolio dapat dihitung dengan mensubstitusikan persamaan (2.20) pada rumus standar deviasi (2.21) sebagai berikut:

$$\sigma_p = \sqrt{\boldsymbol{w}' \boldsymbol{\Sigma}\, \boldsymbol{w}} \tag{2. 22}$$

keterangan:

σ_p: standar deviasi portofolio.

H. Saham

Saham adalah surat berharga yang menunjukkan kepemilikan perusahaan sehingga pemegang saham memiliki hak klaim atas *dividen* atau distribusi lain yang dilakukan perusahaan kepada pemegang saham lainnya. Menurut Husnan (2005), Saham merupakan secarik kertas yang menunjukkan hak pemodal (yaitu pihak yang memiliki kertas tersebut) untuk memperoleh bagian dari prospek atau kekayaan organisasi yang menerbitkan sekuritas tersebut dan berbagai kondisi yang memungkinkan pemodal tersebut menjalankan haknya. Saham merupakan salah satu alternatif dari beberapa instrumen lainnya yang dapat dipilih untuk berinvestasi.

Pada dasarnya saham dapat digunakan untuk mencapai tiga tujuan investasi utama sebagaimana yang dikemukakan oleh Senatnoe (2000) yaitu:

1. Sebagai gudang nilai, berarti investor mengutamakan keamanan prinsipal, sehingga akan dicari saham *blue chips* dan saham *non-spekulatif* lainnya.
2. Untuk pemupukan modal, berarti investor mengutamakan investasi jangka panjang, sehingga para investor akan mencari saham pertumbuhan untuk memperoleh *capital gain* atau saham sumber penghasilan untuk mendapat *dividen.*

3. Sebagai sumber penghasilan, berarti investor mengandalkan pada penerimaan *dividen* sehingga para investor akan mencari saham yang bermutu baik yaitu saham yang mempunyai tingkat pengembalian yang tinggi dan konsisten dalam membayar *dividen*.

I. Reksa Dana

1. Pengertian Reksa Dana

Menurut Tandelilin (2001: 20), reksa dana merupakan suatu jenis instrumen investasi yang juga disediakan di pasar modal Indonesia disamping saham, obligasi, dan sebagainya. Reksa dana berasal dari kata “reksa” yang berarti jaga atau pelihara dan kata “dana” yangberarti uang sehingga reksa dana pada umumnya dapat diartikan sebagai sekumpula uang/dana yang dipelihara oleh pihak tertentu untuk menghasilkan keuntungan.

2. Karakteristik Reksa Dana

Menurut Manurung (2008: 2) ada beberapa karakteristik dalam reksa dana, yaitu:

a. Reksa dana merupakan kumpulan dana dan pemilik (investor)

Dana yang terkumpul dalam suatu reksa dana berasal dari beberapa investor yang dikumpulkan dan diserahkan kepada manajer investasi untuk dikelola. Hal tersebut menunjukkan bahwa suatu reksa dana merupakan kumpulan dana dari beberapa investor.

b. Reksa dana diinvestasikan pada efek yang dikenal dengan instrumen investasi

Dana yang berasal dari investor tersebut kemudian akan diinvestasikan ke dalam instrument investasi seperti saham dan obligasi. Dana tersebut akan dikelola oleh manajer investasi yang bertugas untuk mengalokasikan dana untuk memperoleh keuntungan yang diharapkan.

c. Reksa dana dikelola oleh Manajer Investasi

Manajer investasi merupakan pihak yang bertanggung jawab mengenai dana yang diinvestasikan oleh para investor. Manajer investasi harus memiliki ijin resmi dari BAPEPAM (Badan Pengawas Pasar Modal) untuk mengelola dana dari para investor. Kinerja dari suatu reksa dana dapat menjadi acuan baik buruknya suatu manajer investasi.

d. Reksa dana merupakan instrumen investasi jangka menengah dan panjang

Pada umumnya reksa dana merupakan kumpulan dana dari investor yang dialokasikan oleh manajer investasi ke dalam instrumen pasar modal. Instrumen tersebut dapat berupa saham dan obligasi. Karakteristik dari instrumen pasar modal adalah memiliki jangka waktu yang cukup lama, biasanya antara 1-5 tahun. Dari karakteristik tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa reksa dana merupakan instrument investasi yang berjangka menengah dan panjang.

e. Reksa dana merupakan produk investasi yang berisiko

Instrument investasi merupakan instrument yang berisiko begitu juga dengan reksa dana. Hal tersebut dapat dilihat dari pengalokasian dana ke pasar saham maupun obligasi yang memiliki fluktuasi harga tinggi. Dengan adanya fluktuasi harga tersebut membuat produk ini memiliki potensi risiko yang tinggi.

3. Jenis-jenis Reksa Dana

Dari sis peraturan Bapepam, Reksa Dana di Indonesia dibagi menjadi 4 (empat) jenis kategori (Harahap dan Pardomuan, 2003) yaitu:

a. Reksa Dana Pasar Uang

Reksa Dana pasar uang didefinisikan sebagai Reksa Dana uang yang melakukan investasi 100% pada efek pasar uang. Efek pasar uang sendiri didefinisikan sebagai efek-efek hutang berjangka kurang dari satu tahun. Reksa Dana pasar uang merupakan reksa dana dengan tingkat risiko paling rendah. Dilain pihak, potensi keuntungan reksa dana ini juga terbatas. Reksa dana pasar uang cocok digunakan investasi jangka pendek, sebagai pelengkap investasi deposito atau tabungan yang sudah ada. Tujuan investasi ini umumnya untuk perlindungan capital dan untuk menyediakan likuiditas yang tinggi, sehingga jika dibutuhkan, dapat mencairkan setiap saat dengan risiko penurunan nilai investasinya yang hamper tidak ada.

b. Reksa Dana Pendapatan Tetap

Merupakan Reksa Dana yang berinvestasi sedikitnya 80% dari fortofolio yang dikelola berupa hutang. Portofolio tersebut mencakup bunga, deposito, dan juga SBI (Sertifikat Bank Indonesia). Reksa Dana jenis ini termasuk Reksa Dana yang memiliki tingkat return menengah begitu juga dengan risikonya dengan jangka waktu antara 1 sampe 3 tahun. Reksa Dana pendapatan tetap memberikan keuntungan berupa dividen yang dibayarkan secara teratur (per bulan ataupun tahun). Investasi jenis ini cocok bagi para pemodal yang tidak mau mengambil risiko tinggi namun dengan pengembalian return yang cukup tinggi.

c. Reksa Dana Saham

Merupakan jenis Reksa Dana yang melakukan investasi sekurang-kurangnya 80% dari portofolio yang dikelolanya ke dalam efek bersifat ekuitas (saham). Efek saham umumnya memberikan hasil yang lebih tinggi berupa *capital again* melalui pertumbuhan harga-harga saham, dan juga memberikan hasil berupa *dividend*. Investasi pada saham adalah jenis investasi jangka panjang yang sangat menjanjikan. Dengan harga-harga saham yang sangat berfluktuasi, reksa dana saham dapat memberikan potensi pertumbuhan nilai investasi yang lebih besar, demikian juga dengan risikonya.

d. Reksa Dana Campuran

Merupakan Reksa Dana yang melakukan investasi dalam efek ekuitas dan efek hutang yang perbandinganya (alokasi) tidak termasuk dalam kategori reksa dana pendapatan tetap dan dan reksa dana saham. Melihat fleksibilitas baik dalam pemilihan jenis investasinya (saham, obligasi, deposito, atau efek lainnya) serta komposisi alokasinya, reksa dana campuran dapat berorientasi ke saham, obligasi bahkan ke pasar uang. Dari sisi pengelolaan investasi, fleksibilitas ini dapat dimanfaatkan untuk berpindah-pindah dari saham ke obligasi atau deposito, atau sebaliknya tergantung pada kondisi pasar dengan melakukan aktivitas *trading* atau sering juga disebut usaha melakukan *market timing.*

4. Pengelola

Menurut Pratomo dan Ubaidillah (2009), Reksa Dana dikelola oleh dua pihak, yaitu, Manajer Investasi dan Bank Kustodian. Manajer Investasi memiliki tanggung jawab untuk menganalisa dan memilih jenis investor yang tepat dan menguntungkan. Manajer Investasi merupakan suatu perusahaan yang melakukan pengelolaan portofolio efek milik investor. Untuk dapat melakukan pengelolaan Manajer Investasi harus memiliki ijin dari Bapepam (Badan Pengawas Pasar Modal). Sedangkan Bank Kustodian merupakan bank yang bertindak sebagai penyimpan kekayaan dari para investor yang menginvestasikan kekayaan ke dalam suatu Reksa Dana. Dana yang tersimpan dari investor yang meliputi surat-surat berharga seperti saham, obligasi, SBI, dan lainnya disimpan atas nama Reksa Dana di Bank Kustodian.

5. Nilai Aktiva Bersih

Nilai Aktiva Bersih (NAB) atau disebut juga *Net Asset Value* (NAV) merupakan salah satu tolok ukur dalam memantau hasil dari suatu reksa dana. NAB dihitung dengan menjumlahkan total aktiva bersih keseluruhan dana dalam reksa dana dibagi dengan jumlah total unit reksa dana yang beredar. Rumus untuk menghitung NAB adalah sebagai berikut (Victor, 2010):

$$NAB = \frac{Jumlah\ Aktiva\ Bersih}{Jumlah\ Unit\ Penyertaan} \tag{2.23}$$

Pengukuran kinerja pengolahan reksa dana tersebut tercermin dari perubahan nilai asset bersih per unitnya. Naik turunnya NAB per unit penyertaan menjadi indikator untung ruginya pemodal menurut Victor (2010).

J. Model Mean Variance Markowitz

Harry Markowitz memperkenalkan model tentang pemilihan portofolio optimal pada tahun 1952 yang dikenal dengan model *mean variance* Markowitz (Markowitz, 1952). Menurut Tandelilin (2001) Model *mean variance* Markowitz didasari oleh tiga asumsi yaitu:

1. Waktu yang digunakan hanya satu periode.
2. Tidak ada biaya transaksi.
3. Preferensi investor hanya berdasarkan pada *return* yang diharapkan dan risiko dari portofolio.

Berdasarkan asumsi ketiga, maka portofolio optimal menggunakan model *mean variance* Markowitz dapat dilakukan dengan mengoptimalkan portofolio efisien dengan preferensi investor yang dirumuskan dalam bentuk sebagai berikut:

a. Meminimumkan risiko untuk tingkat *return* tertentu:

$$Min\,Var(R_p) = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} \text{ dengan } E(R_p) = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu} \qquad (2.\,24)$$

b. Memaksimumkan *return* dengan tingkat risiko tertentu

$$Maks\,E(R_p) = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu} \text{ dengan } Var(R_p) = \boldsymbol{w}'\,\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} \qquad (2.\,25)$$

Bobot untuk masing-masing sekuritas dapat dinyatakan dengan $\boldsymbol{w}' = [w_1 \ \dots \ w_n]$ dan $\boldsymbol{\mu}$ merupakan matriks *expected return* masing-masing sekuritas $n \times 1$.

Optimasi untuk memaksimumkan *return* dengan tingkat risiko tertentu dapat diselesaikan dengan menggunakan fungsi Lagrange L dan faktor pengali Lagrange λ sebagai berikut:

$$L = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu} - \lambda(\boldsymbol{w}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w}) \quad (2.\ 26)$$

Turunan parsial L terhadap $\boldsymbol{w}$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \frac{\partial(\boldsymbol{w}'\ \boldsymbol{\mu} - \lambda(\boldsymbol{w}'\ \boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}$$

$$= \boldsymbol{\mu} - 2\lambda\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} \quad (2.\ 27)$$

Optimasi harus memenuhi syarat $\frac{\partial L}{\partial w} = 0$ sehingga:

$$\boldsymbol{\mu} - 2\lambda\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} = 0$$

$$\boldsymbol{\mu} - 2\lambda\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} = 0, \text{ karena } \lambda = \frac{\delta}{2}$$

$$\boldsymbol{\mu} = \delta\Sigma\boldsymbol{w} \quad (2.\ 28)$$

dengan δ merupakan koefisien *risk aversion* (He & Litterman, 1999).

Rumus bobot portofolio model *mean variance* Markowitz untuk masing-masing sekuritas dalam pasar berdasarkan rumus (2.28) adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{w_m} = (\boldsymbol{\delta}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\mu} \quad (2.\ 29)$$

dengan $\boldsymbol{w_m}$ yaitu matriks bobot masing-masing sekuritas.

K. *Capital Assets Pricing Model* (CAPM)

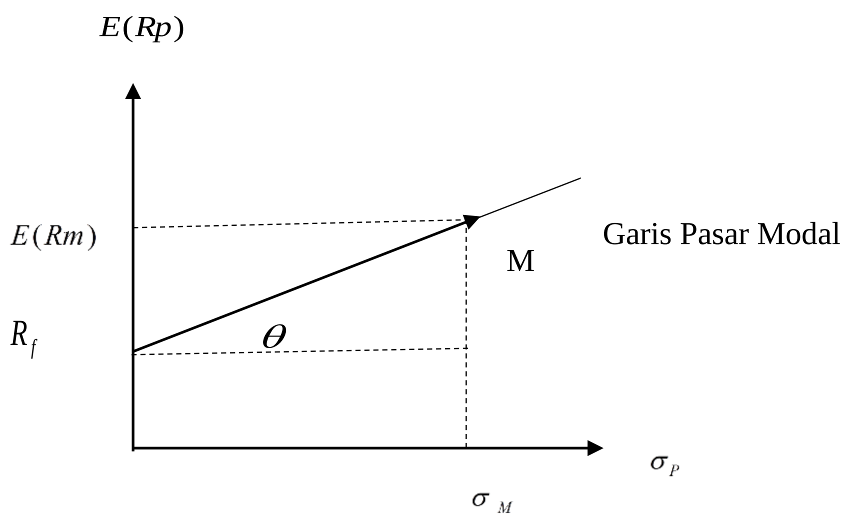
Capital Assets Pricing Model (CAPM) diperkenalkan pertama kali oleh William Sharpe, John Lintner, dan Jan Mossin antara tahun (1964-1966). CAPM merupakan suatu model yang bertujuan untuk memprediksi hubungan antar risiko dengan *return* yang diharapkan dari suatu sekuritas. Untuk memahami model CAPM, maka harus memahami asumsi-asumsi yang melandasi model ini walaupun dianggap tidak realistis. Oleh karena itu ada beberapa penyederhanaan asumsi supaya model CAPM lebih realistis. Berikut adalah hasil penyederhanaan asumsi-asumsi CAPM menurut Tandelilin (2001) :

1. Semua investor mempunyai distribusi probabilitas tingkat *return* di masa depan yang sama, karena mereka mempunyai harapan yang hampir sama. Ini berarti para investor sepakat tentang *expected return*, standar deviasi, dan koefisien korelasi antar tingkat keuntungan.
2. Semua investor mempunyai satu periode waktu yang sama, misalnya satu tahun.
3. Semua investor dapat meminjamkan sejumlah dananya atau meminjam sejumlah dana dengan jumlah yang tidak terbatas pada tingkat *return* bebas risiko.
4. Tidak ada biaya transaksi.
5. Tidak terjadi inflasi.
6. Tidak ada pajak penghasilan bagi para investor.

7. Investor adalah penerima harga (*price-takers)*.

8. Pasar modal dalam kondisi ekuilibrium.

Jika semua asumsi tersebut dipenuhi, maka akan terbentuk kondisi pasar yang ekuilibrium. Hubungan *expected return* dan risiko dalam keadaan ekuilibrium pasar dapat digambarkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2. 1 Capital Market Line

Slope dalam *Capital Market Line* (CML) disimbolkan θ merupakan harga pasar dari risiko untuk portofolio. Besarnya *slope* CML mengindikasikan tambahan *return* yang disyaratkan pasar untuk setiap 1% kenaikan risiko portofolio. *Slope* CML dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\theta = \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M} . \quad (2.\ 30)$$

Perubahan θ yang semakin kecil mengakibatkan risiko portofolio semakin besar dan sebaliknya. *Capital Market Line* (CML) menunjukan semua kemungkinan kombinasi portofolio efisien yang terdiri sekuritas-sekuritas berisiko dan sekuritas bebas risiko (Hartono, 2003). *Capital Market Line* (CML) terbentuk sepanjang titik *expected return* sekuritas bebas risiko r_f sampai titik *M*. *Expected return* sekuritas bebas risiko didekati dengan tingkat *return* suku bunga Bank sentral, di Indonesia umumnya diambil dari tingkat *return* suku bunga Bank Indonesia. Portofolio CAPM diharapkan memberikan keuntungan lebih besar dibandingkan sekuritas yang di investasikan pada Bank (Hartono, 2003). *Expected return* dalam portofolio CAPM berdasarkan Gambar 2. 1 dapat dirumuskan dengan:

$$E(R_p) = r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M} \sigma_p . \qquad (2.\ 31)$$

keterangan:

$E(R_p)$: *expected return* portofolio

r_f : *return* sekuritas bebas risiko

$E(R_M)$: *expected return* portofolio pasar

σ_M : standar deviasi dari *return* portofolio pasar

σ_p : standar deviasi dari *return* portofolio efisien yang ditentukan.

Persamaan (2.31) menggambarkan hubungan antara risiko dan *return* pada pasar yang seimbang untuk portofolio-portofolio yang efisien, sedangkan untuk menggambarkan hubungan risiko dan *return* dari sekuritas-sekuritas individual dapat dilihat dari kontribusi masing-masing sekuritas terhadap risiko portofolio pasar. Kontribusi masing-masing sekuritas terhadap risiko portofolio pasar tergantung dari besarnya kovarians *return* sekuritas tersebut terhadap portofolio pasar. Besarnya kontribusi risiko sekuritas terhadap risiko portofolio pasar yaitu:

$$\frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M}$$

dimana $\sigma_{i,M}$ adalah kovarians dari sekuritas ke-i dengan portofolio pasar. Dengan mensubstitusikan kontribusi sekuritas ke-i terhadap risiko portofolio pasar pada persamaan (2.31), maka dapat dihitung *expected return* CAPM untuk sekuritas *ke-i* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(r_i) &= r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M} . \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M} \\ &= r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M{}^2} . \sigma_{i,M} \\ &= r_f + \beta_i \left[E(R_M) - r_f \right] \end{aligned} \qquad (2.\ 32)$$

dengan $\beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M{}^2} = \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)}$ sebagai pengukur tingkat risiko dari suatu sekuritas terhadap risiko portofolio pasar dan $E(r_i)$ sebagai *expected return* CAPM masing-masing sekuritas. *Expected return* CAPM untuk suatu sekuritas dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \left\lfloor E(R_M) - r_f \right\rfloor . \qquad (2.\ 33)$$

Pasar dalam model ini yaitu Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) yang merupakan penggambaran secara keseluruhan keadaan harga-harga saham. Indeks harga saham gabungan (IHSG) disebut juga *Jakarta Composite Index (JCI)* yang merupakan salah satu indeks pasar saham yang digunakan oleh Bursa Efek Indonesia (BEI).

L. Model Black Litterman

1. Pengertian Model Black Litterman

Model Black Litterman diperkenalkan oleh Fischer Black dan Robert Litterman di Goldman Sachs pada tahun 1990. Model ini menggabungkan dua jenis informasi yaitu *return* ekuilibrium dari CAPM dan *expected return views* investor yang merupakan titik acuan dari model Black Litterman (He & Litterman, 1999). Satchell & Scowcroft (2000) menjelaskan mengenai pendekatan Bayes untuk menyelesaikan kombinasi distribusi probabilitas model Black Litterman. Model Black Litterman dengan pendekatan Bayes menggunakan *views* investor (*views*) sebagai informasi prior dan informasi pasar sebagai data sampel yang kemudian dikombinasikan untuk membentuk data baru (data posterior).

Views model Black Litterman digunakan untuk menyesuaikan *expected return* ekuilibrium dalam memprediksi *return* di masa yang akan datang. Manajer investasi dapat menyatakan opininya yang berbeda dengan kondisi ekuilibrium, informasi yang berbeda ini mungkin karena berkaitan dengan *expected return* suatu sekuritas apakah akan meningkat atau turun berdasarkan *views* investor terhadap keadaan pasar, perekonomian ataupun isu-isu politik dan kenegaraan yang mungkin mempengaruhi pergerakan sekuritas di pasar.

2. *Views* Investor

Seorang investor dapat memiliki *views* hanya untuk sejumlah k saham dari d saham yang terdapat dalam portofolio, dengan kata lain investor tidak perlu menyatakan pandangannya pada setiap saham yang dimasukkan ke portofolio namun cukup pada sejumlah saham yang menjadi perhatian investor. Investor dapat menyatakan prediksinya mengenai *return* yang akan diperoleh untuk masing-masing saham pada masa mendatang dengan melihat plot pergerakan data harga dan data *return* masing-masing saham pada beberapa periode sebelumnya. Investor dapat menyatakan pandangannya dengan *views* relatif (*relative vi*ews) maupun *views* pasti (*absolute views*).

a. *Views* pasti *(absolute views)*

Views pasti terbentuk apabila seorang investor memberikan prediksinya terhadap dua buah saham, maka investor tersebut akan mengungkapkan *views* dengan yakin terhadap besarnya *return* yang akan diberikan oleh masing-masing saham.

Contoh:

Views 1 : “Saya prediksikan *return* saham A akan meningkat sebesar 2%”.

Views 2 : “Saya prediksikan *return* saham B akan meningkat sebesar 3%”.

b. *Views* relatif (*relative views*)

Ketika seorang investor diminta untuk memberikan *views* tentang dua buah saham, kemudian investor tersebut melakukan perbandingan antara *return* yang akan diberikan kedua saham tersebut, maka terbentuklah *views* relatif atau *relative views*.

Contoh: "Saya prediksikan bahwa *return* saham A akan melebihi *return* saham B sebesar 2%".

Contoh :

Suatu portofolio terbentuk dari 4 saham, yaitu saham A, B, C dan D. Investor dapat menyatakan *views* terhadap keempat saham tersebut maupun hanya pada beberapa saham yang menjadi perhatian investor. Pada contoh ini, investor hanya menyatakan keempat saham tersebut dalam 3 *views* sebagai berikut:

Views 1: "Saya yakin saham B akan memberikan *return* 2% melampaui saham A".

Views 2: "Saya yakin saham C akan memberikan *return* 4%".

Views 3: "Saya yakin saham D akan memberikan *return* 0,5%".

Jika $E(r)$ adalah estimasi *return* investor dengan 4 saham, yaitu A, B , C dan D, maka ketiga *views* investor tersebut dapat dinyatakan dengan:

$E(r_B) - E(r_A) = 0{,}02$;

$E(r_C) = 0{,}04$;

$E(r_D) = 0{,}005$.

Matriks *views* dapat disusun sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \begin{bmatrix} E(r_A) \\ E(r_B) \\ E(r_C) \\ E(r_D) \end{bmatrix}, \boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} 0{,}02 \\ 0{,}04 \\ 0{,}005 \end{bmatrix}$$

Baris dalam matriks ***P*** menjelaskan tentang *views* dan kolom matriks ***P*** menjelaskan tentang saham. Jika investor mempunyai *views* yang pasti maka jumlah bobot saham dalam *views* bernilai satu, sedangkan jika investor mempunyai *views* relative maka jumlah bobot saham dalam *views* bernilai nol. Matriks V adalah matriks berukuran $k \times 1$ yang elemen-elemennya berisi nilai *expected return* yang diperoleh dari *views* investor.

3. Tingkat Keyakinan Investor

Tingkat keyakinan merupakan vektor *error* yang menandakan *views* yang dimiliki investor masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal. Tingkat keyakinan ini dinyatakan dalam matriks diagonal $\boldsymbol{\Omega}$ (kovarians dari *views*) sebagai berikut (Idzorek, 2005) :

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{P}(\tau\Sigma)\boldsymbol{P}' \qquad (2.\ 34)$$

dengan,

P = matriks *views* dari *return*

τ = skala tingkat keyakinan dalam *views* (*range* 0-1)

$\boldsymbol{\Sigma}$ = matriks varians-kovarians dari *return* saham

Jika elemen $\boldsymbol{\Omega}$ adalah nol maka investor dianggap sangat yakin terhadap pandangannya, sedangkan ketika informasi prior yang dimiliki investor memiliki tingkat *views* yang tidak pasti, maka hal ini diindikasikan dengan nilai matriks kovarians *views* $\boldsymbol{\Omega}$ adalah tidak nol.

4. Asumsi Model

Aturan Bayes menyatakan bahwa distribusi peluang dari suatu kejadian B terjadi apabila kejadian A diketahui, maka:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \mid B)P(B)}{P(A)}. \tag{2. 35}$$

Aturan Bayes di atas lebih sering diungkapkan dalam bentuk berikut:

$$P(B \mid A) \infty P(A \mid B)P(B). \tag{2. 36}$$

dengan notasi ∞ menyatakan "proposional terhadap"

$P(B|A)$: peluang dari kejadian B dengan syarat kejadian A diketahui. Disebut juga dengan distribusi posterior.

$P(A|B)$: peluang dari kejadian A, dengan syarat kejadian B diketahui. Disebut juga dengan distribusi bersyarat.

$P(B)$: peluang B, disebut juga informasi prior.

$P(A)$: peluang A, disebut juga normalisasi konstan.

Dalam pendekatan model Black Litterman menggunakan dua jenis informasi yaitu *expected return* ekuilibrium CAPM dan *views* investor. Dua informasi tersebut kemudian dikombinasikan dengan menggunakan aturan Bayes, dengan mengganti kejadian A adalah *return* ekuilibrium CAPM dan kejadian B adalah *expected return* investor, menggunakan persamaan Bayes dapat diperoleh:

$$P(\mathrm{E(r)} \mid \pi) = \frac{P(\pi \mid \mathrm{E(r)})P(\mathrm{E(r)})}{P(\pi)} \tag{2. 37}$$

dengan, :

E(r) : vektor *expected return* investor ukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{\pi}$: *return* ekuilibrium CAPM

dengan asumsi-asumsi sebagai berikut (Subekti, 2008) :

a. Asumsi Pertama

Diasumikan bahwa keyakinan prior ***E(r)*** dinyatakan sebagai ***PE(r)***, yang mempunyai bentuk k kendala linear dari vektor *expected return* ***E(r)*** dan ditulis dengan matriks ***P*** berukuran $k \times n$ sehingga:

$$\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) = V + \boldsymbol{q} \tag{2. 38}$$

Notasi ***V*** adalah vektor *k* x 1 dari *views return* yang diberikan investor, sedangkan ***q*** adalah vektor *error k* x 1 yang menandakan adanya *views* yang masih belum pasti. Persamaan (2.38) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{k1} & P_{k2} & \dots & P_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ \vdots \\ E(r_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{21} \\ \vdots \\ V_{k1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{21} \\ \vdots \\ q_{k1} \end{bmatrix}$$

Diasumsikan ***q*** berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi ***Ω***, dinotasikan ***q***~N(0, ***Ω***), ***Ω*** adalah matriks kovarians $k \times k$, sehingga :

$$\mathrm{P\ E(r)} \sim N(\mathrm{V}, \Omega) \qquad (2.39)$$

b. Asumsi Kedua

Data *return* ekuilibrium $\boldsymbol{\pi}$ dengan syarat informasi prior diasumsikan berdistribusi normal multivariat dengan *mean* $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ dan varians $\tau\boldsymbol{\Sigma}$, sehingga dapat dinyatakan:

$$\boldsymbol{\pi} \mid \boldsymbol{E(r)} \sim N(\boldsymbol{E(r)}, \tau\boldsymbol{\Sigma}) \qquad (2.40)$$

dengan $\boldsymbol{E(\pi)}=\boldsymbol{E(r)}$, artinya terdapat asumsi bahwa *mean return* ekuilibrium sama dengan *mean return* pasar yang diperoleh melalui CAPM. Sedangkan nilai τ adalah suatu angka yang diberikan investor untuk menyatakan keyakinan dalam pandangannya. Kebanyakan peneliti menggunakan nilai τ yang berbeda. Stachell & Scowcroft (2000) menentukan nilai τ sama dengan 1, sedangkan He & Litterman (1999) menggunakan nilai τ yaitu 0,025. Nilai τ tergantung dari tingkat keyakinan investor terhadap *views*, sehingga nilai untuk τ berkisar antara 0 sampai 1.

5. Kombinasi *Return* Ekuilibrium dan *Views* Investor

Asumsi 1:

$\boldsymbol{PE(r)}$ berdistribusi normal multivariat dengan *mean* V dan varians $\boldsymbol{\Omega}$ dinotasikan $\mathrm{PE(r)} \sim N(\mathrm{V}, \Omega)$, sehingga fungsi probabilitasnya adalah:

$$\mathrm{f(P\ E(r))} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\det(\Omega)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathrm{P\ E(r)} - \mathrm{V})'\Omega^{-1}(\mathrm{PE(r)} - \mathrm{V})\right] \qquad (2.41)$$

Asumsi 2:

$\boldsymbol{\pi} \mid \boldsymbol{E(r)}$ berdistribusi normal multivariat dengan *mean* $\boldsymbol{\pi}$ dan varians-kovarians matriks $\tau\Sigma$ dinotasikan $\boldsymbol{\pi} \mid \boldsymbol{E(r)} \sim N(\boldsymbol{E(r)}, \tau\boldsymbol{\Sigma})$, sehingga fungsi probabilitasnya:

$$f(\pi \mid E(r)) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\det(\tau\Sigma)}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\pi - E(r))'(\tau\Sigma)^{-1}(\pi - E(r)) \right] \qquad (2.42)$$

Teorema Bayes dalam konteks ini dapat dinyatakan sebagai:

$$P(E(r) \mid \pi) = \frac{P(\pi \mid E(r))P(E(r))}{P(\pi)}$$

atau dapat dinyatakan sesuai dengan persamaan (2.36) sebagai berikut:

$$P(\boldsymbol{E(r)} \mid \boldsymbol{\pi}) \infty P(\boldsymbol{\pi} \mid \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))\, P(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))$$

Fungsi peluang (2.41) dan (2.42) disubstitusikan pada rumus (2.36) sehingga diperoleh:

$$P(E(r) \mid \pi) \infty \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\det(\tau\Sigma)}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\pi - E(r))'(\tau\Sigma)^{-1}(\pi - E(r)) \right]$$
$$. \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\det(\Omega)}} \exp\left[-\frac{1}{2} (PE(r) - V)'(\Omega)^{-1}(PE(r) - V) \right]$$

Dengan menghilangkan semua konstanta, maka yang tersisa adalah:

$$P(E(r) \mid \pi) \infty \exp\left[-\frac{1}{2} (\pi - E(r))'(\tau\Sigma)^{-1}(\pi - E(r)) - \frac{1}{2} (PE(r) - V)'\Omega^{-1}(PE(r) - V) \right]$$

$$P(E(r) \mid \pi) \infty \exp\left[-\frac{1}{2} \varphi \right]$$

sehingga,

$$\varphi = (\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))'(\tau\Sigma)^{-1}(\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})) + (\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{V})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{V})$$

$$= \boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) +$$

$$\left(\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r})\right)'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - (\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}))'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V} + \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}$$

$$= \boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) +$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V} + \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}$$

$$= \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'[(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}]\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} -$$

$$\boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V} + \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}$$

$$= \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'[(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}]\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{2}[(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi}' + \boldsymbol{P}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}']\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) +$$

$$\boldsymbol{\pi}'(\boldsymbol{\tau}\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{V}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}$$

Misal,

$\boldsymbol{A} = (\tau\sum)^{-1}\pi + P'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{V}$,

$\boldsymbol{B} = (\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}$, dimana $\boldsymbol{B}$ simetris dengan $\boldsymbol{B}'$ sehingga $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}'$

$\boldsymbol{C} = \pi'(\tau\Sigma)^{-1}\pi + \mathrm{V}'\Omega^{-1}\mathrm{V}$.

Menggunakan notasi di atas, maka dapat ditulis kembali mejadi:

$$\mu = E(r)'BE(r) - 2A'E(r) + C$$

$$= E(r)'B'BB^{-1}E(r) - 2A'BB^{-1}E(r) + C$$

$$= E(r)'B'BB^{-1}E(r) - A'BB^{-1}E(r) - A'BB^{-1}E(r) + C + A'B^{-1}A - A'B^{-1}A$$

$$= E(r)'B'BB^{-1}E(r) - E(r)'B'B^{-1}A - A'BB^{-1}E(r) + A'B^{-1}A + C - A'B^{-1}A$$

$$= [E(r)'B'B^{-1}(BE(r) - A) - A'B^{-1}(BE(r) - A)] + C - A'B^{-1}A$$

$$= [E(r)'B'B^{-1} - A'B^{-1}][(BE(r) - A)] + C - A'B^{-1}A$$

Dengan demikian $C - A'B^{-1}A$akan menjadi konstanta sehingga,

$$= [E(r)'B'B^{-1} - A'B^{-1}][(BE(r) - A)]$$

$$= [E(r)'B'B^{-1} - A'B^{-1}]BB^{-1}[(BE(r) - A)]$$

$$= [E(r)'B'B^{-1}B - A'B^{-1}B][(B^{-1}BE(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r)'B' - A'][(E(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r)'B'B^{-1}B - B^{-1}BA'][(E(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r)'B'B^{-1} - B^{-1}A']B[(E(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r)'BB^{-1} - B^{-1}A']B[(E(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r)' - B^{-1}A']B[(E(r) - B^{-1}A)]$$

$$= [E(r) \; - B^{-1}A']B[(E(r) - B^{-1}A)]$$

Sehingga diperoleh:

$$P(\mathrm{E(r)} \mid \pi) \infty \exp[-\frac{1}{2}(\mathrm{E(r)} - \mathrm{B}^{-1}A)'\mathrm{B}(\mathrm{E(r)} - \mathrm{B}^{-1}\mathrm{A})]$$

Maka *mean* posteriornya $\boldsymbol{B^{-1}A}$ dan varian posteriornya adalah $\boldsymbol{B^{-1}}$**.**

$$\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A} = [(\tau\Sigma)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}\mathrm{P}]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}\mathrm{V}]$$

$$\mathrm{B}^{-1} = [(\tau\Sigma)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}\mathrm{P}]^{-1}$$

Jadi distribusi *return* kombinasi yang baru ($\boldsymbol{E(r)|\pi}$) sebagai distribusi posterior berdistribusi normal

$$(\boldsymbol{E(r)} \mid \boldsymbol{\pi}) \sim N([(\tau\Sigma)^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{q}],[(\tau\Sigma)^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}]^{-1})$$

Selanjutnya,

$$\mu_{BL} = [(\tau \textstyle\sum)^{-1} + P'\,\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau \textstyle\sum)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}V]$$

$$= [(\tau \textstyle\sum)^{-1} + P'\,\Omega^{-1}P]^{-1}(\tau \textstyle\sum)^{-1}(\tau \textstyle\sum)\,[(\tau \textstyle\sum)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}V]$$

$$= [((\tau \sum)^{-1} + P'\,\Omega^{-1}P)^{-1}(\tau \sum)^{-1}]\,[(\tau \sum)\,(\tau \sum)^{-1}\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}V]$$

$$= [(\tau \sum)\,(\tau \sum)^{-1} + P'\,\Omega^{-1}P]^{-1}[\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}V]$$

$$= \left[I + \left(\tau \sum\right) P'\ \Omega^{-1}P\right]^{-1}[\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}V + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}P\pi -$$

$$(\tau \sum)\,\mathrm{P}'\Omega^{-1}P\pi]$$

$$= \left[I + \left(\tau \sum\right) P'\ \Omega^{-1}P\right]^{-1}[\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}P\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}V -$$

$$(\tau \sum)\,\mathrm{P}'\Omega^{-1}P\pi]$$

$$= [I + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(I + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}P)\pi + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}(V - P\pi)]$$

$$= \pi + \left[I + \left(\tau \sum\right) P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}[(\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}(V - P\pi)]$$

$$= \pi + \left[I + \left(\tau \sum\right) P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}[(\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}(\Omega + P\tau \sum P')\left(\Omega + \right.$$

$$\left. P\tau \sum P'\right)^{-1}(V - P\pi)\Big]$$

$$= \pi + \left[I + \left(\tau \sum\right) P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}[(\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}(\Omega + P\tau \sum P')][\,(\Omega +$$

$$P\tau \sum P')^{-1}(V - P\pi)]$$

$$= \pi + [I + (\tau \sum)\,P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau \sum)\,P' + (\tau \sum)\,\mathrm{P}'\Omega^{-1}P\tau \sum P'[\,(\Omega +$$

$$P\tau \sum P')^{-1}(V - P\pi)]$$

$$= \pi + [(I + (\tau \sum)\,P'\ \Omega^{-1}P)^{-1}(I + (\tau \sum)\,\mathrm{P}'\Omega^{-1}](\tau \sum)\,P'[(\Omega +$$

$$P\tau \sum P')^{-1}(V - P\pi)]$$

$$= \pi + (\tau \sum)\,P'(\Omega + P\tau \sum P')^{-1}(V - P\pi)$$

Sehingga, *expected return* Black Litterman dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\mu_{BL}} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r_{BL}}) = \boldsymbol{\pi} + (\boldsymbol{\tau} \sum)\,\boldsymbol{P}'(\Omega + \boldsymbol{P\tau} \sum \boldsymbol{P}')^{-\mathbf{1}}(\boldsymbol{V} - \boldsymbol{P\pi}) \qquad (2.\,43)$$

dengan,

$\boldsymbol{E(r_{BL})}$	: *expected return* model Black Litterman
$\boldsymbol{\pi}$	: vektor *k* x 1 untuk *return* ekuilibrium CAPM
τ	: skala tingkat keyakinan dalam *views* (*range* 0-1)
$\boldsymbol{\Sigma}$	: matriks varians kovarians *return*
$\boldsymbol{\Omega}$	: matriks diagonal kovarians dari *views*
$\boldsymbol{P}$	: matriks *k* x *n* untuk *views* yang berkaitan dengan *return*
V	: vektor *k* x 1 untuk *views return* yang diberikan investor

Merujuk kembali pada model *mean varian* Markowitz pada persamaan 2.24 yaitu meminimumkan risiko untuk tingkat return tertentu. Kendala yang pertama adalah total bobot yang diinvestasikan di masing-masing sekuritas untuk seluruh *n* sekuritas adalah sama dengan 1 atau data yang diinvestasikan seluruhnya berjumlah 100%. Misalnya w_i adalah bobot sekuritas ke-i yang diinvestasikan didalam portofolio yang terdiri dari n sekuritas, maka kendala pertama ini dapat dituliskan sebagai:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Kendala yang kedua adalah bobot dari masing-masing sekuritas tidak boleh bernilai negatif, artinya tidak diijinkan adanya *short sale*, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$w_i \geq 0$, untuk i = 1 sampai dengan n

Kendala yang ketiga adalah jumlah *expected return* Black-Litterman $E(R_{BL})$ masing-masing sekuritas dengan masing-masing bobot saham w_i. Kemudian akan dimodivikasi *mean varian* Markowitz dengan tujuan tidak terjadinya *short sale* yaitu dibatasinya *return* minimal yang diinginkan oleh investor (R_{min}) atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_{BL})\, w_i \geq R_{min}$$

Dengan demikian, model penyelesaian optimasi ini dapat ditulis sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

Meminimumkan

$\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$

dengan kendala:

1. $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$
2. $w_i \geq 0$, untuk i = 1 sampai dengan n
3. $\sum_{i=1}^{n} E(R_{BL})\, w_i \geq R_{min}$