BAB II
KAJIAN TEORI

Pada bab II ini akan dibahas tentang materi dasar yang digunakan untuk mendukung pembahasan bab- bab berikutnya, yaitu matriks, analisis multivariate, analisis runtun waktu, stasioneritas, *unit root test*, fungsi autokorelasi, fungsi autokorelasi parsial, proses*white noise*, metode *maximum likelihood,* model *Autoregressive* (AR), model *Vector Autoregressive* (VAR), harga penutupan indeks harga saham, JKSE, KOSPI, NIKKEI, dan PSEI.

A. Matriks

Sebuah matriks adalah susunan segi empat dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan entri dari matriks. Ukuran matriks dideskripsikan dengan banyaknya baris (garis horizontal) dan banyaknya kolom (garis vertikal) yang terdapat dalam matriks. Entri yang terdapat pada baris i dan kolom j dari matriks $\boldsymbol{A}$ dapat dinyatakan dengan a_{ij}. Secara umum bentuk matriks berukuran $m \times n$ adalah sebagai berikut(Anton, 2010: 26):

$$\boldsymbol{A_{m\times n}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \left[a_{ij}\right]_{m\times n} \tag{2. 1}$$

1. Perkalian Matriks

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah suatu matriks dan c adalah skalar, maka hasil kali (*product*) $c\boldsymbol{A}$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing entridari $\boldsymbol{A}$ oleh

c. Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ maka perkalian matriks ini dinotasikan sebagai $c(\boldsymbol{A})_{ij} = (c\boldsymbol{A})_{ij} = [ca_{ij}]$.

Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ sebuah matriks berukuran $m \times r$ dan $\boldsymbol{B} = [b_{ij}]$ sebuah matriks berukuran $r \times n$, maka hasil kali $\boldsymbol{A}$ dengan $\boldsymbol{B}$ yaitu $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{AB}$ adalah matriks yang entrinya didefinisikan sebagai berikut(Anton, 2010: 28):

$$c_{mn} = \sum_{l=1}^{r} a_{il} b_{lj} \tag{2. 2}$$

dengan matriks $\boldsymbol{C}$ berukuran $m \times n$.

2. *Transpose* Matriks

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah sebarang matriks $m \times n$ maka transpose $\boldsymbol{A}$ dinyatakan oleh $\boldsymbol{A}'$ yang merupakan matriks berukuran $n \times m$ dengan mengubah baris dari $\boldsymbol{A}$ menjadi kolom pada $\boldsymbol{A}'$. Transpose matriks $\boldsymbol{A}$ dapat dinyatakan sebagai berikut **(**Anton, 2010: 34):

$$(\boldsymbol{A}')_{ij} = (\boldsymbol{A})_{ji} \tag{2. 3}$$

***3. Minor dan Kofaktor* Matriks**

Jika $\boldsymbol{A}$ merupakan matriks berukuran $n \times n$, maka minor dari entri a_{ij} dinotasikan dengan M_{ij} yaitu determinan dari submatriks $\boldsymbol{A}$ yang didapat dengan menghapus baris ke-i dan kolom ke-j.Nilai $(-1)^{i+j} M_{ij}$ dinotasikan dengan c_{ij} disebut kofaktor dari entri a_{ij}. Sehingga matriks kofaktor dari $\boldsymbol{A}$ dapat dinyatakan sebagai berikut(Anton, 2010: 94):

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

4. Determinan Matriks

Determinan matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan mengalikan entri pada suatu baris ke-*i* atau kolom ke-*j* dengan masing-masing kofaktor dan menjumlahkan hasil perkalian tersebut. Determinan matriks $\boldsymbol{A}$ dinyatakan sebagai berikut(Anton, 2010: 96):

$$\det(\boldsymbol{A}) = |\boldsymbol{A}| = a_{1j}.c_{1j} + a_{2j}.c_{2j} + \cdots + a_{nj}.c_{nj} \tag{2. 4}$$

atau

$$\det(\boldsymbol{A}) = |\boldsymbol{A}| = a_{i1}.c_{i1} + a_{i2}.c_{i2} + \cdots + a_{in}.c_{in} \tag{2. 5}$$

5. *Invers* Matriks

Jika $\boldsymbol{A}$ matriks persegi dan jika terdapat suatu matriks $\boldsymbol{B}$ dengan ukuran yang sama sedemikian sehingga $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{BA} = \boldsymbol{I}$dengan $\boldsymbol{I}$merupakan matriks identitas, maka $\boldsymbol{A}$ *invertible* (dapat dibalik) dan $\boldsymbol{B}$ adalah invers dari $\boldsymbol{A}$. Invers dari $\boldsymbol{A}$ dinotasikan dengan $\boldsymbol{A}^{-1}$, sehingga $\boldsymbol{AA}^{-1} = \boldsymbol{I}$ dan$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$.

Jika matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $n \times n$ maka invers dari matriks $\boldsymbol{A}$ dapat dihitung menggunakan matriks adjoin sebagai berikut(Anton, 2010: 111):

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \frac{1}{|\boldsymbol{A}|}[adj(\boldsymbol{A})] \tag{2. 6}$$

dengan,

$adj(\boldsymbol{A})$ = matriks adjoin dari $\boldsymbol{A}$ yaitu transpose dari matriks kofaktor $\boldsymbol{A}$.

6. Nilai *Eigen* dan Vektor *Eigen*

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks berukuran *n x n* maka vektor tak nol *x* di dalam R^n dinamakan vektor *eigen* dari $\boldsymbol{A}$. Jika $\boldsymbol{Ax}$ adalah kelipatan skalar dari *x*, dapat dinotasikan (Anton, 2010: 277):

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{\lambda x} \text{ , untuk suatu skalar } \lambda$$

Skalar λ dinamakan nilai *eigen* dari $\boldsymbol{A}$ dan *x* dikatakan vektor *eigen* yang bersesuaian dengan λ. Persamaan tersebut akan mempunyai pemecahan tak nol jika dan hanya jika $\mathbf{det}(\boldsymbol{Ax} - \boldsymbol{\lambda x}) = \mathbf{0}$

7. *Trace* Matriks

Trace dari matriks $\boldsymbol{A}$ didefinisikan sebagai jumlahan entri pada diagonal utama $\boldsymbol{A}$, yaitu (Anton, 2010 : 84):

$$\boldsymbol{tr}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{a_{11}} + \boldsymbol{a_{22}} + \cdots + \boldsymbol{a_{nn}} = \sum_{\boldsymbol{t=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{a_{ii}} \tag{2. 7}$$

Entri a_{ii}yang merupakan entri baris ke-*i* dan kolom ke-*i* dari $\boldsymbol{A}$.

Contoh:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{tr}(A) = 1 + 2 + 3 = 6$$

8. *Rank* Matriks

Suatu matriks ***A*** didefinisikan matrikstak nol jika mempunyai *rank* salah satu minor *r x r* =0, r (**A**) =0 (Anton, 2010: 169)

9. Kombinasi Linear

Sebuah vektor $\boldsymbol{w}$ didefinisikan kombinasi linear dari vektor- vektor $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \ldots \boldsymbol{v_r}$. jika vektor tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk (Anton, 2010: 145):

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{k_1 v_1} + \boldsymbol{k_2 v_2} + \cdots + \boldsymbol{k_r v_r} \tag{2. 8}$$

dimana k_1, k_2, …, $k_r$adalah skalar.

B. Analisis Multivariat

Analisis statistik multivariat merupakan metode statistik untuk menganalisis hubungan antara lebih dari dua variabel secara bersamaan. Data sampel analisis multivariat secara umum dapat digambarkan dalam bentuk matriks dengan n objek dalam p variabel sebagai berikut(Johnson & Wichern, 2007: 5)

	Variabel 1	Variabel 2	...	Variabel k	...	Variabel p
Objek 1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}	...	x_{1p}
Objek 2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}	...	x_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Objek j	x_{j1}	x_{j2}	...	x_{jk}	...	x_{jp}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Objek n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nk}	...	x_{np}

atau dapat ditulis dalam bentuk matriks $\boldsymbol{X}$ dengan n baris dan p kolom sebagai berikut:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{j1} & x_{j2} & \cdots & x_{jk} & \cdots & x_{jp} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

1. Distribusi Normal Multivariat

Fungsi distribusi normal multivariat merupakan perluasan dari fungsi distribusi normal univariat untuk $p \geq 2$. Jika $\boldsymbol{X} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ adalah p-variat normal multivariat dengan rata-rata $\boldsymbol{\mu}$ dan matriks varians-kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$, dimana

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \ldots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

maka fungsi densitas normal multivariat adalah sebagai berikut (Johnson & Wichern, 2007: 150)

$$f(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}}|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})}{2}} \quad (2.9)$$

untuk $-\infty < \boldsymbol{X} < \infty$, dengan $-\infty < \boldsymbol{\mu} < \infty$

2. Mean dan Kovarians Vektor Random

Dimisalkan $\boldsymbol{X}$ adalah variabel random dengan mean $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})$ dan matriks varian-kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$. *Mean* vektor random $\boldsymbol{X}$ dengan ordo $p \times 1$ dapat dinyatakan sebagai berikut**(**Johnson & Wichern, 2007: 68)

$$: \boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu} \quad (2.10)$$

Sedangkan kovarians vektor random $\boldsymbol{X}$ dengan ordo $p \times 1$ adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})'$$

$$= E\left(\begin{bmatrix} X_1-\mu_1 \\ X_2-\mu_2 \\ \vdots \\ X_p-\mu_p \end{bmatrix} (X_1-\mu_1 \quad X_2-\mu_2 \quad \cdots \quad X_p-\mu_p) \right)$$

$$= E\begin{bmatrix} (X_1-\mu_1)^2 & (X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ (X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & (X_2-\mu_2)^2 & \cdots & (X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & (X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(X_1-\mu_1)^2 & E(X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ E(X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & E(X_2-\mu_2)^2 & \cdots & E(X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & E(X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{X}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.\ 11)$$

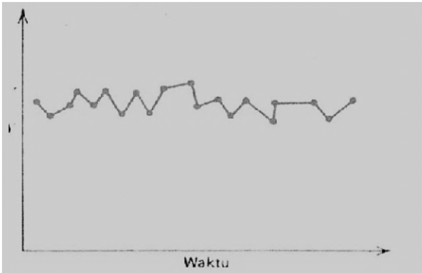
dengan σ_{ij} : kovarians dari $X_i$dan X_j, $i = 1, 2, \ldots, p$ dan $j = 1, 2, \ldots, p$.

C. Analisis Runtun Waktu

Runtun waktu merupakan serangkaian pengamatan yang diperoleh pada waktu yang berbeda dan interval waktu yang sama. Analisis runtun waktu pertama kali diperkenalkan oleh George E. P. Box dan Gwilyn M Davis pada tahun 1905 melalui bukunya (Box&Jenkins, 1970). Kumpulan pengamatan pada runtun waktu dinyatakan sebagai variabel yang dinotasikan sebagai *Y*. Pengamatan data diamati pada waktu t_1, t_2, ...t_n. Dengan demikian, variabel pengamatan pada waktu *t* dinotasikan Y_t. Analisis runtun waktu meliputi pola data, stasioneritas, transformasi *Box-Cox*, Pembedaan (*differencing*) dan *unit root test*.

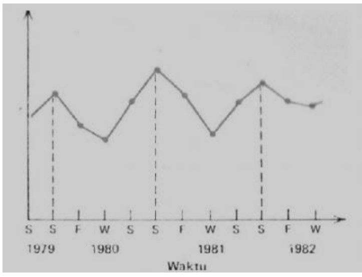
1. Pola Data

Langkah awal dalam analisis runtun waktu adalah menentukan pola data. Menurut Hanke dan Wichern (2005:58) terdapat empat tipe umumpola data pada runtun waktu yaitu horisontal, musiman, siklis, dan trend. Suatu data dikatakan berpola horisontal jika nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata- rata yang konstan. Contoh plot data horisontal adalah pada gambar 2.1 yaitu berupa plot data penjualan. Suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun pada waktu tertentu termasuk yang berpola horisontal.



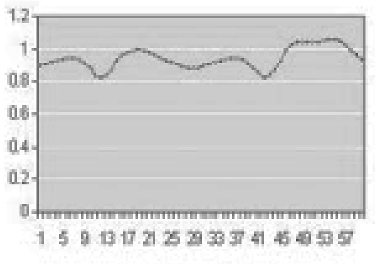
Gambar 2. 1 Pola Data Horisontal (Makridakis, 1999:11)

Pola musiman jika data runtun waktu dipengaruhin oleh faktor musiman (misalnya kuartal tahun tertentu, bulanan, mingguan, atau harian). Plot data musiman dicontohkan pada gambar 2.2 yaitu berupa data penjualan minuman ringan, es krim, dan penjualan bahan bakar.



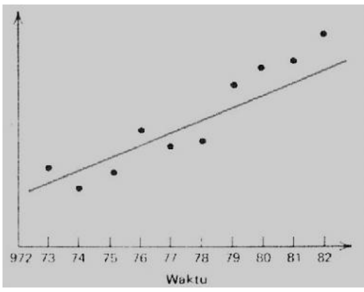
Gambar 2. 2 Pola Data Musiman (Makridakis, 1999:11)

Pola siklis jika data runtun waktu dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis. Contoh pola siklis ditunjukkan pada gambar 2.3 yaitu dapat berupa data penjualan produk seperti mobil, baja, dan peralatan utama lainnya.



Gambar 2. 3 Pola Data Siklis (Makridakis, 1999:11)

Pola trend terjadi bilamana terdapat kenaikan atau penurunan jangka panjang dalam data. Sebagai contoh plot data trend ditunjukkan pada gambar 2.4 yang dapat berupa Produk Domestik Bruto (PDB), dan berbagai indikator bisnis atau ekonomi lainnya (Makridakis, *et.al*, 1999).



Gambar 2. 4 Pola Data Trend (Makridakis, 1999:11)

2. Stasioneritas Data

Dalam analisis runtun waktu, stasioneritas yaitu fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata- rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut (Makridakis, 1999: 351). Stasioneritas merupakan salah satu hal terpenting dalam data ekonomi runtun waktu. Apabila data yang digunakan dalam model terdapat data yang tidak stasioner, maka data tersebut dipertimbangkan kembali validitasnya. Data berkala dikatakan stasioner pada nilai tengah (*mean*) jika data tersebut tidak terdapat perubahan nilai tengah dari waktu ke waktu. Jika data tidak stasioner pada *mean* maka dapat dilakukan *differencing* pada data. Data dikatakan stasioner dalam variansi jika pada plot data berkala tidak memperlihatkan variansi yang jelas dari waktu ke waktu. Jika data tidak stasioner pada variansi maka dapat dilakukan transformasi (Makridakis et al, 1999: 332-333).

3. Transformasi Box- Cox

Suatu data yang tidak stasioner dalam varians, maka perlu dilakukan transformasi Box-Cox. Transformasi Box- Cox pertama kali diperkenalkanoleh Box dan Tiao Cox. Secara umum, transformasi Box- Cox (Wei, 2006 : 85) adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{T(Y_t) = \frac{Y_t^{\lambda}-1}{\lambda}} \tag{2. 12}$$

Notasi λ melambangkan parameter transformasi. Transformasi dilakukan jika belum didapatkan nilai λ sama dengan 1. Jika λ bernilai 0, dapat dilakukan pendekatan sebagai berikut

$$\boldsymbol{\lim_{\lambda \to 0} T(Y_t) = \lim_{\lambda \to 0} \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} = \ln Y_t} \tag{2. 13}$$

4. Pembedaan (*differencing*)

Untuk mengatasi data yang tidak stasioner dalam rata- rata dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*). Pembedaan dapat dilakukan hingga beberapa kali hingga data menjadi stasioner. Metode pembedaan dilakukan dengan mengurangi nilai data pada suatu periode dengan data periode sebelumnya. Notasi *B* (operator *back shift*) dilakukan untuk proses *differencing*. Penggunaan notasi *B* dalam *differencing* adalah sebagi berikut (Wei, 2006: 27)

$$BY_t = Y_{t-1} \tag{2. 14}$$

Secara umum, proses *differencing* dapat ditulis

$$B^d Y_t = Y_{t-d} \tag{2. 15}$$

Differencing pada periode pertama adalah sebagi berikut

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_t - BY_t = (1-B)Y_t \tag{2. 16}$$

Differencing periode kedua adalah

$$
\begin{aligned}
Y''_t &= Y'_t - Y'_{t-1} \\
&= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\
&= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\
&= (1-2B+B^2)Y_t \\
&= (1-B)^2\, Y_t
\end{aligned}
\qquad (2.\ 17)
$$

Sedangkan, *differencing* untuk periode ke- *d* dapat dituliskan manjadi

$$Y^d_t = (1-B)^d\, Y_t \qquad (2.\ 18)$$

5. *Unit Root Test*

Unit root adalah sebuah atribut dari model statistik dari runtun waktu yang memiliki parameter *autoregressive 1*. Jika dalam uji kestasioneran data terdapat *unit root* berarti data tidak stasioner. Pengujian *unit root* dapat dilakukan dengan uji *Augmented Dickey Fuller*(Johansen, 2005: 123).Jika data memiliki *unit root* maka data dilakukan uji *unit root*. Jika suatu data terdapat *unit root* maka dapat ditulis dengan persamaan *autoregressive* (Wei, 2006:196):

$$Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + u_t \qquad (2.\ 19)$$

dengan

Y_t = variabel pengamatan pada waktu *t*

α = koefisien intersep

ϕ = parameter *autoregressive*

u_t = *error*

Salah satu cara untuk menguji keberadaan *unit root* dalam suatu variabel adalah dengan Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Hipotesis yang digunakan adalah (Enders, 1995 : 234)

H_0 : $\boldsymbol{\phi}$=1(terdapat *unit root)*

H_1 : $\boldsymbol{\phi} \neq$ 1(tidak terdapat *unit root)*

Statistik uji menggunakan uji t (Wei, 2006:194):

$$ADF = \frac{\hat{\phi}_t - 1}{S_{\hat{\phi}_t}} \qquad (2.20)$$

dengan

$\hat{\phi}_t$ = estimator *autoregressive*

$S_{\hat{\phi}_t}$ = standar *error* estimator

Kriteria keputusaan H_0 ditolak jika nilai statistik uji |ADF | memiliki nilai lebih dari nilai kritisyaitu 0,05 (Enders, 1995 : 235).

D. Fungsi Autokorelasi (*Autocorrelation Function*/*ACF*)

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antara data pengamatan dalam suatu runtun waktu. Menurut Wei (2006: 10), untuk Y_t yang stasioner terdapat nilai rata-rata $E(Y_t) = \mu$ dan variansi $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$, untuk semua t adalah konstan. Kovarians antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t+1}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu) \qquad (2.21)$$

Koefisien korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} disebut autokorelasi lag-k dari Y_t dan dinotasikan dengan ρ_k. Rumus autokorelasi dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.22)$$

dimana $Var(Y_t) = Var(Z_{t+k}) = \gamma_0$

dengan,

ρ_k = fungsi autokorelasi pada lag-k, k = 1, 2, 3, ...

Y_t = pengamatan pada saat t

Y_{t+k} = pengamatan pada saat $t + k$

t = waktu pengamatan, t= 1, 2, 3, ...

γ_k = fungsi kovarians pada lag-k

Fungsi autokovariansi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k dalam kondisi stasioner memiliki sifat sebagai berikut:

1. $\gamma_0 = Var(Y_t)$ dan $\rho_0 = 1$
2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0$ dan $|\rho_k| \leq 1$
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$

Fungsi autokorelasi dapat diperkirakan dengan fungsi autokorelasi sampel adalah sebagai berikut (Montgomery et al, 2008:30):

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \tag{2. 23}$$

dan

$$c_k = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T-k}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y}) \tag{2. 24}$$

dengan,

c_k = perkiraan fungsi autokovarian sampel

T = banyak pengamatan

Y_t = pengamatan pada saat t

Y_{t+k} = pengamatan pada saat $t + k$

$\bar{Y}$ = nilai rata-rata dari pengamatan

Pengujian untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi signifikan atau tidak adalah sebagai berikut(Hanke & Wichhern, 2002):

Hipotesis yang dapat dibentuk yaitu

H_0 : $\rho_k = 0$ (koefisien autokorelasi lag-k tidak signifikan)

H_1 : $\rho_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi lag-k signifikan)

Statistik uji yang digunakan

$$t = \frac{r_k}{SE(r_k)} \tag{2. 25}$$

dan

$$SE(r_k) = \sqrt{\frac{1 + 2\sum_{i=1}^{k-1} r_i^2}{n}} \tag{2. 26}$$

dengan,

$SE(r_k)$ = standar *error* autokorelasi pada lag ke-k

r_i = autokorelasi pada lag ke-*i*

n = banyak sampel pengamatan

H_0 ditolak jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2};df}$ dengan derajat bebas *df* = *n*-1.

Menurut Montgomery *et al* (2008:31), signifikansi koefisien autokorelasi dapat dilihat dengan selang kepercayaan r_k dengan pusat 0. Selang kepercayaan r_k dihitung menggunakan rumus sebagai berikut:

$$0 \pm t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right).SE(r_k) \tag{2. 27}$$

Selang kepercayaan r_k dapat direpresentasikan dalam suatu plot autokorelasi dengan bantuan *software* Minitab. Kriteria suatu lag signifikan jika koefisien autokorelasi melebihi selang kepercayaan tersebut.

E. Fungsi Autokorelasi Parsial (*Partial Autocorrelation Function/PACF*)

Fungsi autokorelasi parsial (*PACF*) digunakan untuk mengukur keeratan hubungan antara Y_t dan Y_{t+k} setelah menghilangkan pengaruh dependensi linear dalam variabel $Y_{t+1}, Y_{t+2},\ldots,Y_{t+(k-1)}$. Fungsi *PACF* dapat dinyatakan sebagai berikut (Wei, 2006: 12):

$$Corr(Y_t, Y_{t+k}|Y_{t+1}, Y_{t+2},\ldots,Y_{t+(k-1)}) \tag{2. 28}$$

Misalkan Y_t merupakan pengamatan pada saat *t* dengan asumsi $E(Y_t) = 0$, maka Y_{t+k} dpat dinyatakan sebagai berikut (Wei, 2006:12):

$$Y_{t+k} = \phi_{k1}Y_{t+k-1} + \phi_{k2}Y_{t+k-2} + \cdots + \phi_{kk}Y_t + e_{t+k} \tag{2. 29}$$

dengan,

ϕ_{ki} = parameter ke-*i* dari persamaan regresi

e_{t+k} =*error* berdistribusi normal yang tidak berkorelasi denganY_{t+k-j},

j=1, 2, ..., *k*

Selanjutnya mengalikan Y_{t+k-j} untuk kedua sisi pada rumus (2. 29) diperoleh

$$Y_{t+k-j}Y_{t+k} = Y_{t+k-j}\phi_{k1}Y_{t+k-1} + Y_{t+k-j}\phi_{k2}Y_{t+k-2} + \cdots \tag{2. 30}$$

$$+Y_{t+k-j}\phi_{kk}Y_t + Y_{t+k-j}e_{t+k}$$

Nilai harapan dari rumus (2. 30), diperoleh

$$E(Y_{t+k-j}Y_{t+k}) = E(Y_{t+k-j}\phi_{k1}Y_{t+k-1}) + E(Y_{t+k-j}\phi_{k2}Y_{t+k-2}) + \cdots \tag{2. 31}$$

$$+E(Y_{t+k-j}\phi_{kk}Y_t) + E(Y_{t+k-j}e_{t+k})$$

Berdasarkan definisi autokovarian pada rumus (2. 31), maka

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \cdots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \tag{2. 32}$$

Jika kedua ruas pada rumus (2. 32) dibagi dengan γ_0, diperoleh

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \tag{2. 33}$$

Karena $\rho_k = \rho(t, t+k) = \rho(t-k, t) = \rho_{-k}$ dan untuk j =1, 2, ..., k, rumus (2. 33) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{gathered}
\rho_1 = \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\
\rho_2 = \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\
\vdots \\
\rho_k = \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_0
\end{gathered}$$

dengan menggunakan aturan *Cramer's* diperoleh

$$\phi_{11} = \frac{|\rho_1|}{1} = \rho_1 \tag{2. 34}$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \tag{2. 35}$$

untuk k lag dan $j = 1,2,3 \dots, k$ maka autokorelasi parsial antara Y_t dan Y_{t+k} dapat didefinisikan sebagai

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} (\tag{2. 36}$$

Hipotesisi koefisien autokorelasi parsial signifikan atau tidak adalah sebagai berikut:

H_0 : $\phi_{kk} = 0$ (koefisien autokorelasi parsial lag-k tidak signifikan)

H_1 : $\phi_{kk} \neq 0$ (koefisien autokorelasi parsial lag-k signifikan)

Statistik Uji menggunakan uji t (Wei, 2006: 10):

$$t = \frac{\phi_{kk}}{SE(\phi_{kk})} \tag{2. 37}$$

dan

$$SE(\phi_{kk}) = \sqrt{\frac{1}{n}} \tag{2. 38}$$

dengan,

$SE(\phi_{kk})$ = standar *error* autokorelasi parsial pada lag ke-k

ϕ_{kk} = koefisien autokorelasi parsial pada lag ke-*k*

n =banyak sampel pengamatan

H_0 ditolak jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2};df}$ dengan derajat bebas df = n-1.Signifikansi koefisien autokorelasi parsial juga dapat dilihat dengan selang kepercayaan, seperti pada koefisien autokorelasi

F. Proses *White Noise*

Suatu $\{Y_t\}$ dikatakan proses *white noise* jika $\{Y_t\}$ tidak saling berkorelasi. Proses *white noise* ditetapkan dengan rata-rata konstan $(Y_t) = \mu_y = 0$, variansi konstan $Var(Y_t) = \sigma_t^2$ dan $\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k}) = 0$ untuk setiap $k \neq 0$ (Wei, 2006: 15).

Berdasarkan definisi, dengan demikian proses *white noise*$\{Y_t\}$ bersifat stasioner dengan fungsi autokovarian

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_y^2, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

fungsi autokorelasi

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

fungsi autokorelasi parsial

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

Pengujian *white noise* dapat menggunakan bantuan *software* Minitab dengan melihat plot fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial. Kriteria *white noise* dipenuhi jika tidak ada lag pada fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial yang melewati selang kepercayaan (Montgomery et al, 2008:32).

G. Metode *Maximum Likelihood*

Metode *maximum likelihood* adalah salah satu metode mengestimasi parameter- parameter dari suatu model. Fungi *likelihood* dapat dituliskan sebagai berikut(Bain& Engelhardt, 1992:293):

$$\boldsymbol{L(\theta) = f(x_1;\theta)f(x_2;\theta)\dots f(x_n;\theta)} \tag{2. 39}$$

Pada penaksiran parameter digunakan lambing $\boldsymbol{\theta}$ untuk menyatakan parameter secara umum. Misalkan $\boldsymbol{X_1, X_2,, \dots X_n}$ sampel acak dengan fungsi peluang $\boldsymbol{f_{x_i}(x_i;\ \theta)}$. Apabila $\boldsymbol{L(\theta)}$ yaitu fungsi peluang bersama dari $\boldsymbol{X_1, X_2,, \dots X_n}$ sebagai bilangan tertentu, maka (Bain & Engelhardt, 1992:293):

$$\boldsymbol{L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)} \tag{2. 40}$$

Dinamakan fungsi *likelihood*. Salah satu taksiran titik untuk parameter $\boldsymbol{\theta}$ ialah nilai $\boldsymbol{\theta}$ yang menghasilkan nilai maksimum untuk $\boldsymbol{L(\theta)}$. Jika fungsi *likelihood* terlalu kompleks untuk didiferensialkan maka fungsi dapat diubah ke bentuk logaritma.

Misalkan $\boldsymbol{X_1, X_2,, \dots X_n}$ sampel acak dengan fungsi peluang $\boldsymbol{f(x_i;\theta)}$. Setiap nilai $\boldsymbol{T = h(x_1, x_2,, \dots x_n)}$ yakni fungsi acak sampel yang berukuran *n*, dapat memaksimumkan $\boldsymbol{L(\theta)}$ yaitu $\boldsymbol{L(T)} \geq \boldsymbol{L(\theta)}$ untuk setiap T, dinamakan penaksiran maksimum *likelihood* untuk $\boldsymbol{\theta}$.

H. Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* (AR) dengan orde p dinotasikan dengan AR (p). Bentuk umum model AR (p) adalah (Wei, 2006:33):

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \Phi_p Y_{t-p} + u_t \tag{2. 41}$$

dengan

Φ_1 = koefisien *autoregressive, i= 1,2,3,...p*

Y_t = nilai variabel pada waktu ke-*t*

u_t = *error* pada waktu ke –*t*

p = orde AR

Persamaan (2.41) dapat dituliskan dengan operator *B* (*backshift*):

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \cdots - \Phi_p B^p) Y_t = u_t \tag{2. 42}$$

dengan $\Phi_p(B) = (1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \cdots - \Phi_p B^p)$, maka dari persamaan (2.42) menjadi

$$\Phi_p(B) Y_t = u_t \tag{2. 43}$$

Orde AR yang sering digunakan dalam analisis runtun waktu adalah p = 1 atau p = 2, yaitu model AR (1) dan AR(2)

model AR (1) memiliki bentuk umum

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-1} + u_t \tag{2. 44}$$

persamaan (2.44) dapat ditulis dengan operator B menjadi:

$$(1 - \Phi_1 B) Y_t = u_t \tag{2. 45}$$

model AR (2) memiliki bentuk umum

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + u_t \tag{2. 46}$$

persamaan (2.46) dapat ditulis dengan operator B menjadi:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2) Y_t = u_t \tag{2. 47}$$

I. Model *Vector Autoregressive* (VAR)

Model yang hanya memuat parameter *autoregressive* disebut model *Vector Autoregressive* orde p atau VAR (p) (Wei,2006: 394).

$$\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\Phi_1 Y_{t-1}} + \boldsymbol{\Phi_2 Y_{t-2}} + \cdots + \boldsymbol{\Phi_p Y_{t-p}} + \boldsymbol{u_t} \qquad (2.\ 48)$$

Pada persamaan (2.48)dapat bentuk operator B yaitu

$$(\mathbf{I} - \boldsymbol{\Phi_1 B} - \boldsymbol{\Phi_2 B^2} - \cdots - \boldsymbol{\Phi_p B^p})\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{u_t} \qquad (2.\ 49)$$

dimana

$\boldsymbol{\Phi_P}(\boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Phi_1 B} - \boldsymbol{\Phi_2 B^2} - \cdots - \boldsymbol{\Phi_P B^P})$ merupakan operator VAR (p)

B = operator *backshift*

$\boldsymbol{Y_t}$ = vektor yang memuat variabel pada waktu ke-*t*

I = matriks identitas

$\boldsymbol{u_t}$ = *error* pada waktu ke-*t* yang *white noise*

VAR *p*=1 merupakan model VAR (1) pada data *bivariate* didefinisikansebagai (Wei, 2006:393)

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{\Phi_1 Y_{t-1}} + \boldsymbol{u_t}$$

atau

$$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Phi_1 B})Y_t = \boldsymbol{u_t}$$

maka

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \end{bmatrix}$$

atau

$$Y_{1,t} = \phi_{11} Y_{1,t-1} + \phi_{12} Y_{2,t-1} + u_{1,t}$$

$$Y_{2,t} = \phi_{21} Y_{2,t-1} + \phi_{22} Y_{2,t-1} + u_{2,t}$$

J. Harga Penutupan Indeks Saham (*Closing Prices*)

Saham adalah surat berharga yang menjadi instrumen bukti kepemilikan atau penyertaan dari individu atau institusi dalam suatu perusahaan (Rahardjo, 2006: 31). Wujud saham berupa selembar kertas yang menjelaskan bahwa pemilik kertas tersebut merupakan bagian dari pemilik perusahaan yang menerbitkan surat berharga tersebut. Menurut Cristopher Pass *et al* Indeks adalah suatu nilai angka yang menggambarkanukuran relatif dari suatu variabel dalam periode tertentu. Downes dan Goodman (2004) memiliki pengertian bahwa indeks adalah gabungan statistik yang mengukur perubahan dalam ekonomi yang dapat dinyatakan dalam persentase pada suatu periode tertentu. Menurut Darmadji (2006:167) indeks harga saham adalah suatu indikator yang menunjukkan pergerakan harga saham. Pada indeks harga saham dapat dikatakan stabil ditunjukkan dengan indeks harga saham yang tetap. Indeks harga saham suatu negara mencerminkan kondisi perekonomian suatu negara tersebut (Ludovicus, 2006: 14). Harga penutupan indeks saham adalah harga surat berharga yang diperdagangkan pada akhir hari kerja perdagangan bursa (Samsul, 2006: 26)

K. *Jakarta Stock Exchange*(JKSE)

Jakarta Stock Exchange(JKSE) adalah indeks gabungan dari seluruh saham yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI). BEI berwenang mengeluarkan dan atau tidak memasukkan hasil perdagangan saham yang telah dikelompokkan pada masing masing sektor (Bagus, 2015 : 15).

L. *Korea Stock Price Index*(KOSPI)

KOSPI (*Korea Stock Price Index*) adalah indeks harga saham gabungan yang dikeluarkan oleh Bursa Efek Korea. Pada 17 Juni 1998, KOSPI tercatat sebagai indeks yang mencapai kenaikan tertinggi sebesar 8,50% pada saat krisis keuangan Asia. Sejak Oktober 2007, KOSPI memiliki 10 saham tertinggi yaitu: *Samsung Electronics, POSCO, Hyundai Heavy Industries*, *Kookmin Bank, Korea Electric Power, Shinhan Financial Group, SK Telcom, Woori Finance Holdings, LG Display,* dan*Hyundai Motor.(*Yuli, 2014*).*

M. *Nihon Keizai Shimbun*(NIKKEI)

Nihon Keizai Shimbun (NIKKEI) adalah indeks harga saham pada Bursa Saham Tokyo (*Tokyo Stock Exchange*/ *TSE*). NIKKEI 225 adalah kode indeks harga saham Jepang yang menjadi patokan utama pergerakan bursa di kawasan ASIA- Pasifik, sehingga NIKKEI 225 yang paling diminati investor- investor saham di Asia. Indeks rata rata NIKKEI mencapai nilai tertinggi pada Desember 1989 di level 38.857,44 (Hastiajia, 2015).

N. *Philipines Stock Exchange Index*(PSEI)

Philipines Stock Exchange Index(PSEI) adalah salah satu bursa saham di Filipina yang dikeluarkan oleh Bursa Efek Filipina. PSEI salah satu indeks yang utama di Asia Tenggara. PSEI pertama kali aktif dalam bursa saham internasional pada tahun 1927(Bagus, 2015: 11).