BAB II

KAJIAN TEORI

A. Integral Tak Tentu

Definisi 2.1 Integral Tak Wajar Tipe 1 (Purcell dan Varberg, 2010: 37)

Jika f kontinu pada selang $[-\infty, \infty]$, dan hanya jika $\lim_{x \to c} |f(x)| = \infty$, maka $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$ dapat dikatakan konvergen dan bernilai

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{0} f(x)\, dx + \int_{0}^{\infty} f(x)\, dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \lim_{c \to -\infty} \int_{-c}^{0} f(x)\, dx + \lim_{c \to +\infty} \int_{0}^{c} f(x)\, dx \qquad (2.1)$$

Contoh 2.1

Tentukan apakah integral berikut konvergen atau divergen,jika konvergen tetntukan nilainya $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx$!

Penyelesaian :

$$\int_{a}^{-1} xe^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\int_{a}^{-1} e^{-x^2}(-2x\, dx)$$

$$\int_{a}^{-1} xe^{-x^2} dx = \left[-\frac{1}{2} e^{-x^2}\right]_a^1$$

$$\int_{a}^{-1} xe^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-1} + \frac{1}{2} e^{-a^2}$$

maka,

$$\int_{a}^{-1} xe^{-x^2} dx = \lim_{a \to -\infty} -\frac{1}{2} e^{-1} + \frac{1}{2} e^{-a^2} = \frac{1}{2e}$$

Dapat disimpulkan bahwa integral konvergen dan bernilai $-1/2e$.

Definisi 2.2 Integral Tak Wajar Tipe 2 (Purcell dan Varberg, 2010: 47)

Jika f kontinu pada selang $[a, b]$, kecuali di suatu bilangan c dengan $a < c < b$, dan hanya jika $\lim_{x \to c} |f(x)| = \infty$, maka

$$\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^c f(x)\, dx + \int_c^b f(x)\, dx$$

$$\int_a^b f(x)\, dx = \lim_{u \to c^-} \int_a^u f(x)\ dx + \lim_{u \to c^+} \int_u^b f(x)\ dx \qquad (2.2)$$

asalkan kedua integral di ruas kanan konvergen. Jika tidak demikian, maka dapat dikatakan $\int_a^b f(x)\, dx$ divergen.

Contoh 2.2

Tentukan apakah integral berikut konvergen atau divergen, jika konvergen tentukan nilainya !

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx$$

Penyelesaian :

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = \int_{-\infty}^{0} xe^{-x^2}\, dx + \int_{0}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = \lim_{x \to \infty} \int_{-\infty}^{0} xe^{-x^2}\, dx + \lim_{x \to \infty} \int_{0}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = \lim_{x \to \infty} - \frac{1}{2}\ e^{-x^2}\Big]_t^0 + \lim_{x \to \infty} - \frac{1}{2}\ e^{-x^2}\Big]_0^t$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = \lim_{x \to \infty} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ e^{-t^2}\right) + \lim_{x \to \infty} \left(-\frac{1}{2}\ e^{-t^2} + \frac{1}{2}\right)\Big]_0^t$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = -\frac{1}{2} + 0 + 0 + \frac{1}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\, dx = 0$$

Jadi integral tersebut konvergen dan nilainya adalah 0.

B. Variabel Random

Definisi 2.3 (Bain dan Engelhardt, 1992:53)

Variabel random X adalah suatu fungsi yang didefinisikan pada ruang sampel S yang menghubungkan setiap hasil yang mungkin e di S dengan suatu bilangan riil, yaitu $X(e) = x$.

Definisi 2.4 (Bain dan Engelhardt, 1992:56)

Jika himpunan hasil yang mungkin dari variabel random X merupakan himpunan terhitung, $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ atau $\{x_1, x_2, \dots\}$ maka X disebut variabel random diskrit. Fungsi $f(x) = P[X = x]; x = x_1, x_2, \dots, x_n$ yang menentukan peluang untuk masing–masing nilai x yang mungkin disebut dengan fungsi densitas peluang diskrit.

Contoh 2.3

Misalkan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$ barisan bilangan real dan $p_n, n = 1,2,3, \dots$ barisan bilangan real nonnegatif sedemikian hingga $\sum_{n=1}^{\infty} p_n = 1$. Dapat dinyatakan

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_i & x_n \le x < x_{n+1},\ n = 1,2,3, \dots \\ 0 & -\infty < x < x_1 \end{cases}$$

Dengan demikian, $F(x)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif tangga. Fungsi tersebut mempunyai lompatan dengan ukuran p_n pada setiap x_n dan mendatar diantara x_n dan $x_{n+1}, n = 1,2,3, \ldots$ .Fungsi distribusi kumulatif sedemikian disebut fungsi distribusi kumulatif diskrit dan variabel random yang bersesuaian merupakan variabel random diskret.

Sebaliknya, misalkan ada fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dalam fungsi *F(x)*. Misalkan $S = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$, $A = 2^S$, dan dapa dinyatakan

$$P(A) = \sum_{i:x_i \in A} p_i, \quad A \in A$$

dan $X(\omega) = \omega$, maka P adalah ukuran probabilitas dan fungsi distribusi kumulatif x adalah *F(x)*.

Definisi 2.5 (Bain dan Engelhardt, 1992:57)

Suatu fungsi dapat dikatakan sebagai distribusi peluang dari variabel random diskrit jika dan hanya jika memenuhi kedua persamaan berikut untuk semua nilai *x:*

$$f(x_i) \geq 0 \text{ untuk semua } x_i \tag{2.3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1 \tag{2.4}$$

Bukti:

Dengan mengikuti persamaan (2.7), diketahui bahwa nilai pdf diskrit merupakan suatu peluang yang positif. Karena $[X = x_i]$,... , $[X = x_n]$ merupakan suatu partisi lengkap dari ruang sampel.

Sehingga,

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} P[X = x_i] = 1 \qquad (2.5)$$

Akibatnya, setiap fungsi densitas harus memenuhi sifat (2.3) dan (2.4) dan setiap fungsi yang memenuhi sifat (2.3) dan (2.4) akan menetapkan definisi peluang.

Contoh 2.4

Misalkan $p(x) = c\left(\frac{2}{3}\right)^2,\ x = 1,2,3, \ldots$ akan menentukan c agar $p(x)$ merupakan fungsi massa probabilitas. Dengan sendirinya $c\left(\frac{2}{3}\right)^x > 0$ untuk c positif. Supaya $p(x)$ merupakan fungsi massa probabilitas, $\sum_{x=1}^{\infty} p(x) = c\ \sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1.$

Karena $\sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 3,$ yang berati $\sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x = 3 - 1 = 2,$ maka $c\ \sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x = c.2 = 1$ atau $c = \frac{1}{2}$.

Definisi 2.6 (Bain dan Engelhardt, 1992:58)

Fungsi distribusi kumulatif dari variabel random X yang didefinisikan untuk bilangan riil x adalah sebagai berikut :

$$F(x) = P(X \leq x) \qquad (2.6)$$

Contoh 2.5

$$F(2{,}4) = P(X \leq 2{,}4) = f(0) + f(1) = \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$$

Definisi 2.7 (Bain dan Engelhardt, 1992:61)

Jika X variabel random diskrit dengan fungsi densitas peluang dari (X), maka nilai ekspektasi dari X didefinisikan sebagai berikut :

$$E(x) = \sum_x xf(x) \tag{2.7}$$

Definisi 2.8 (Bain dan Engelhardt, 1992:67)

Jika X variabel random kontinu dengan fungsi densitas peluang dari (X), maka nilai ekspektasi dari X didefinisikan sebagai berikut :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx \tag{2.8}$$

$E(X)$ dapat ditulis dengan μ atau μ_x.

Contoh 2.6

Misalkan X mempunyai fungsi kepadatan probabilitas

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

dengan demikian,

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx = \int_{0}^{1} (x)\,2(1-x)\,dx = \frac{1}{3}$$

Definisi 2.9 (Wand dan Jones, 1995:14)

Jika X suatu variabel random kontinu dengan pdf $f(x)$, maka

$$var[\hat{f}(x)] = E\left[\hat{f}(x) - E[\hat{f}(x)]\right]^2 \tag{2.9}$$

Definisi 2.10 (Wand dan Jones, 1995:15)

Jika X suatu variabel random maka bias dari estimator fungsi kepadatan dari $f(x)$ adalah

$$\left[Bias[\hat{f}(x)]\right]^2 = \left[E[\hat{f}(x)] - \hat{f}(x)\right]^2 \tag{2.10}$$

C. Ekspektasi dan Variansi Variabel Random

Definisi 2.11 (Bain dan Engelhardt, 1992:72)

Jika X adalah variabel random dengan fungsi densitas peluang $f(x)$, maka nilai ekspektasi dari *X* didefinisikan sebagai berikut:

$$E(X) = \begin{cases} \sum_x x f(x), & \text{jika } x \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, & \text{jika } x \text{ kontinu} \end{cases}$$

Jika X variabel random dengan fungsi densitas $f(x)$ dan $u(x)$ adalah fungsi riil dengan domain elemen dari *X*, maka:

$$E[u(X)] = \begin{cases} \sum_x u(X) f(x), & \text{jika } x \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} u(X) f(x) dx, & \text{jika } x \text{ kontinu} \end{cases}$$

Jika *X* variabel random dengan fungsi densitas $f(x)$, a dan b suatu konstanta, dan $g(x)$ dan $h(x)$ fungsi real dengan domain elemen dari *X*, maka

$$E[ag(x) + bh(x)] = aE[g(x)] + bE[h(x)] \quad (2.11)$$

$$E(aX + b) = aE(x) + b \quad (2.12)$$

Sifat-sifat ekspektasi adalah sebagai berikut:

1. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
2. $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$

3. $E(aX+b) = aE(X)+b$, dengan *a* dan *b* adalah konstanta

4. $E(XY) = E(X)E(Y)$, jika *X* dan *Y* *independen.*

Contoh 2.7

Misalkan *X* mempunyai fungsi kepadatan probabilitas

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

dengan demikian,

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\, dx = \int_{0}^{1} (x)\, 2(1-x)\, dx = \frac{1}{3}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx = \int_{0}^{1} (x^2)\, 2(1-x)\, dx = \frac{1}{6}$$

Dengan menggunakan definisi 2.11 maka,

$$E(6x+3x^2) = 6\left(\frac{1}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{2}$$

Teorema 2.1 (Bain dan Engelhardt, 1992:74)

Jika X adalah variabel random, maka :

$$Var(X) = E[(x-\mu)^2] \tag{2.13}$$

Bukti

$Var(X) = E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$

$Var(X) = E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$

$Var(X) = E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2$

$Var(X) = E(X^2) - \mu^2$

Teorema 2.2 (Bain dan Engelhardt, 1992:74)

Jika X adalah variabel random a dan b adalah konstanta, maka :

$$Var(aX+b) = a^2 Var(X) \tag{2.14}$$

Bukti

$Var(aX+b) = E[((aX+b)-(a\mu+b))^2]$

$Var(aX+b) = E[(aX+b-a\mu-b)^2]$

$Var(aX+b) = E[a^2(X-\mu)^2]$

$Var(aX+b) = a^2E[(X-\mu)^2]$

$Var(aX+b) = a^2Var(X)$

D. Distribusi Peluang Bersama

Definisi 2.12 (Walpole dan Raymond, 1995:105)

Distribusi peluang bersama merupakan suatu tabel atau rumus yang mendaftarkan semua kemungkinan nilai x dan y bagi variabel random diskrit X dan Y berikut peluang padanannya $f(x,y)$.

Bila X dan Y adalah dua variabel random diskrit, distribusi peluang bersamanya dapat dinyatakan sebagai sebuah fungsi $f(x,y)$ untuk sembarang pasangan nilai (x,y) yang dapat diambil oleh variabel random X dan Y. Jadi, dalam kasus variabel random diskrit,

$$f(x,y) = P(X=x, Y=y) \tag{2.15}$$

nilai $f(x,y)$ menyatakan peluang bahwa x dan y terjadi secara bersamaan.

Contoh 2.8

Empat mata uang seimbang dilemparkan secara independen. Probabilitas mendapatkan dua muka dan dua belakang adalah

$$P(x = 2) = \binom{4}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

E. Distribusi Bersyarat

Definisi 2.13 (Walpole dan Raymond, 1995:113)

Distribusi bersyarat untuk variabel random diskrit Y, untuk $X = x$, diberikan rumus sebagai berikut:

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{f(x)}\ , f(x) > 0 \qquad (2.16)$$

Begitu pula distribusi bersyarat untuk variabel random diskrit X, untuk Y=y, diberikan rumus sebagai berikut:

$$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}\ , f(y) > 0 \qquad (2.17)$$

Contoh 2.9

Misalkan bahwa X bagian dari pelari pria dan Y bagian dari pelari wanita yang menyelesaikan lomba-lomba maraton dapat dinyatakan sebagai fungsi padat gabungan

$$f(x,y) = \begin{cases} 8\,xy, & 0 \le x \le 1 \quad 0 \le y \le x \\ 0 & \text{untuk nilai } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

Hitunglah $f(x)$, $f(y|x)$!

Penyelesaian :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, dy = \int_{0}^{x} 8\, xy\, dy$$

$$f(x) = 4xy^2]_{y=0}^{y=x} = 4x^3, \qquad 0 < x < 1$$

lalu,

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{f(x)} = \frac{8\, xy}{4\, x^3} = \frac{2y}{x^2}, \qquad 0 < y < x$$

F. *Mean Square Error* (*MSE*)

Kesalahan kuadrat rerata atau *mean square error* (*MSE*) adalah nilai harapan dari kuadrat perbedaan antara estimator dengan parameter populasi.

Teorema 2.3 (Haeruddin, 1997:14)

Diketahui θ merupakan suatu parameter dan $\widehat{\theta}$ merupakan taksiran dari parameter θ, maka MSE dari suatu taksian parameter θ didefinisikan sebagai berikut:

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2\right]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = Var[\hat{\theta}] + \left[bias[\hat{\theta}]\right]^2 \tag{2.18}$$

Bukti

terdapat $Var[\hat{\theta}] = E\left[\hat{\theta} - E[\hat{\theta}]\right]^2$

$$\left[bias[\widehat{\theta}]\right]^2 = [E[\widehat{\theta}] - \theta]^2$$

dengan memisalkan $E[\hat{\theta}] = m$ sehingga

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2\right]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - E[\hat{\theta}] + E[\hat{\theta}] - \theta\right)^2\right]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - m + m - \theta\right)^2\right]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)^2 + 2\left(\hat{\theta} - m\right)(m - \theta) + (m - \theta)^2\right]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)^2\right] + 2E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)(m - \theta)\right] + (m - \theta)^2$$

$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)^2\right] + (m - \theta)^2 + 2E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)(m - \theta)\right]$$

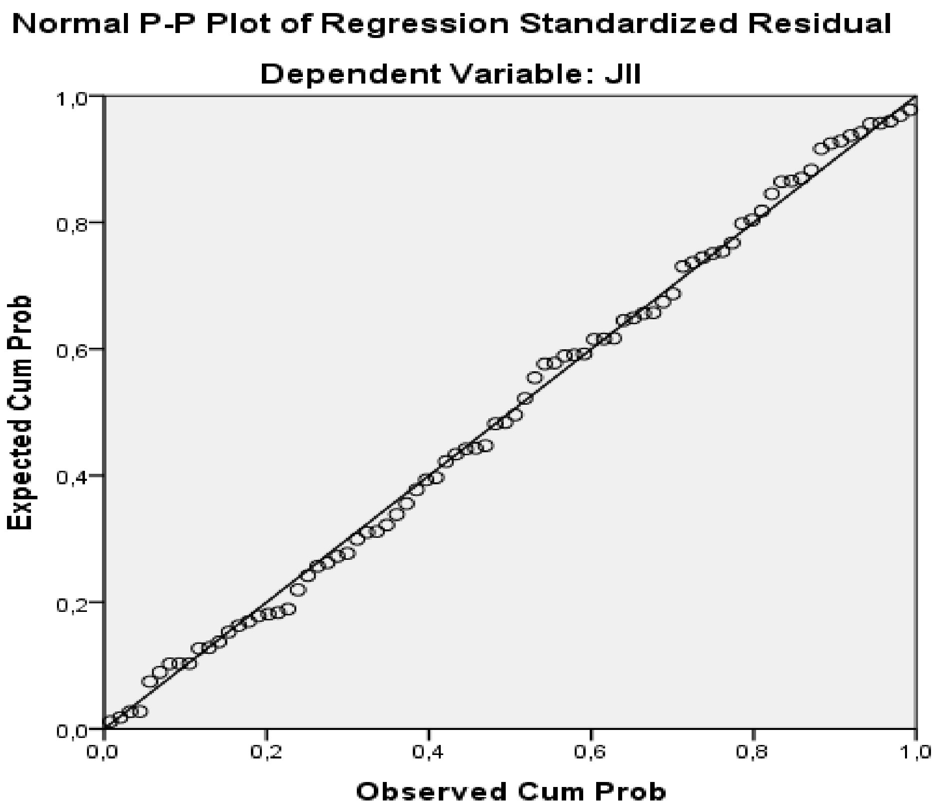
$$MSE[\hat{\theta}] = E\left[\left(\hat{\theta} - m\right)^2\right] + (m - \theta)^2 + 0$$

$$MSE[\hat{\theta}] = Var[\hat{\theta}] + \left[bias[\hat{\theta}]\right]^2$$

Jadi $MSE[\hat{\theta}]$ sama dengan varians ditambah bias kuadrat. Jika $\hat{\theta}$ adalah penduga yang tak bias maka $MSE[\hat{\theta}]$ merupakan variannya. Dengan kata lain, MSE adalah jumlah dari dua kuantitas, yaitu varians dan bias kuadrat.

G. Uji Normalitas

Menurut Imam Ghozali (2013:160) menyatakan bahwa uji normalitas digunakan untuk menguji apakah dalam model regresi, variabel dependennya memiliki distribusi normal atau tidak. Model regresi yang baik adalah memiliki distribusi data normal atau mendekati normal. Pada prinsipnya normalitas data dapat diketahui dengan melihat penyebaran data (titik) pada sumbu diagonal dari grafik dependennya seperti gambar 2.1



Gambar 2. 1 Grafik Residual Normal

Data normal dan tidak normal dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Jika data menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal atau grafik histogramnya, menunjukan pola berdistribusi normal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas.
2. Jika data menyebar jauh dari garis diagonal dan tidak mengikuti arah garis diagonal atau grafik histogramnya, tidak menunjukkan pola terdistribusi normal, maka model regresi tidak memenuhi asumsi normalitas.

Uji normalitas dengan grafik dapat menyesatkan apabila tidak hati-hati, secara visual kelihatan normal, namun secara statistik bisa sebaliknya. Oleh sebab itu dianjurkan selain menggunakan uji grafik dilengkapi dengan uji statistik. Uji statistik sederhana yang sering digunakan untuk menguji asumsi normalitas adalah dengan menggunakan uji normalitas dari Kolmogorov-Smirnov. Metode pengujian normal tidaknya distribusi data dilakukan dengan melihat nilai signifikan variabel (p-value). Jika residualnya tidak normal, maka dapat dilakukan beberapa langkah yaitu:

1. Data tidak berdistribusi normal
2. Melakukan transformasi data
3. Menggunakan alat analisis nonparametrik.

H. Uji Kolmogorov Smirnov

Prosedur ini diperkenalkan pada tahun 1933 oleh ahli matematik Rusia A.N. Kolmogorov. Menurut Imam Ghozali (2013:165) mengungkapkan bahwa metode Kolmogorov-Smirnov menggunakan data dasar yang belum diolah dalam tabel distribusi frekuensi. Data ditransformasikan dalam nilai Z untuk dapat dihitung luasan kurva normal sebagai probabilitas kumulatif normal. Probabilitas tersebut dicari bedanya dengan probabilitas kumulatif empiris. Uji Kolmogorov-Smirnov dilakukan dengan membuat hipotesis dengan membuat hipotesis:

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D = max\big((FY) - (FY_i)\big) \tag{2.19}$$

dengan F adalah distribusi kumulatif teoritis dari distribusi yang sedang diuji. Dari statistik uji tersebut didapatkan nilai kritisnya yaitu jika nilai D lebih besar dari nilai kritis yang diperoleh dari tabel. Seiring berkembangnya teknologi, kini pengujian normalitas bisa dilakukan dengan memanfaatkan software yang mengandung analisis pengujian normalitas. Penerapan pada uji Kolmogorov-Smirnov adalah jika signifikansi dibawah 0,05 maka uji tersebut menolak hipotesis nol yang menyatakan data tidak berdistribusi normal.

I. P-value

P-value adalah peluang terkecil sehingga nilai suatu uji statistik yang sedang diamati masih mempunyai arti. *P-value* lebih banyak digunakan daripada kriteria uji lain seperti tabel distribusi dan selang kepercayaan. Hal ini disebabkan karena *p-value* memberikan dua informasi sekaligus, disamping petunjuk apakah H_0 pantas ditolak, *p-value* juga memberikan informasi mengenai peluang terjadinya kejadian yang disebutkan di dalam H_0 (dengan asumsi H_0 dianggap benar).

P-value dapat juga diartikan sebagai besarnya peluang melakukan kesalahan pada saat memutuskan untuk menolak H_0. Pada umumnya *p-value* dibandingkan dengan taraf nyata α tertentu, biasanya 0,05 atau 5%. Taraf nyata α diartikan sebagai peluang melakukan kesalahan untuk menyimpulkan bahwa H_0 salah, padahal H_0 benar. Kesalahan semacam ini dikenal sebagai galat atau kesalahan jenis I.

J. Analisis Regresi Linear Sederhana

Analisis regresi adalah analisis statistik yang mempelajari bagaimana memodelkan sebuah model fungsional dari data menjelaskan ataupun meramalkan suatu fenomena alami atas dasar fenomena lain. Analisis regresi juga merupakan salah satu teknik statistika yang digunakan secara luas dalam ilmu pengetahuan terapan dalam bidang ekonomi maupun eksakta.

Analisis regresi merupakan alat statistika yang bermanfaat untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih, sehingga salah satu variabel dapat diduga dua variabel lainnya. Model regresi dasar yang melibatkan satu variabel independen dan fungsi regresinya linear dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \qquad i = 1, \dots, n \tag{2.20}$$

dengan,

Y_i adalah nilai variabel respon pada pengamatan ke-i

X_i adalah variabel prediktor pada pengamatan ke-i

β_0 dan β_1 adalah parameter-parameter yang tidak diketahui

ε_i adalah error atau galat

K. Metode Kuadrat Terkecil

Untuk mendapatkan estimasi yang baik bagi parameter koefisien regresi β_0 dan β_1, digunakan metode kuadrat terkecil (LSE). Metode kuadrat terkecil adalah metode yang digunakan untuk menduga parameter dengan cara meminimumkan nilai $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2$ dengan ε adalah galat atau error, Supramono (1993:210). Metode kuadrat terkecil dapat menduga parameter dari model regresi linear. Misalkan terdapat model regresi linear sederhana yaitu

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

Persamaan diatas kemudian dibentuk menjadi persamaan sebagai berikut:

$$\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i$$

jika ε_i adalah galat yang terkecil, maka kuadrat dan jumlah kuadratnya adalah yang paling kecil. Pada persamaan tersebut mempunyai parameter β_0 dan β_1 yang belum diketahui. Maka dengan metode kuadrat terkecil akan ditentukan penduga untuk parameter β_0 dan β_1 adalah b_0 dan b_1, menentukan persamaan ε_i kemudian dikuadratkan, sehingga diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 = Q$$

Untuk menentukan penduga parameter b_0 dan b_1 yang menghasilkan nilai Q yang minimum maka diselesaikan sistem persamaan berikut:

$$\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^{n} (Y_i - b_0 - b_1 X_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} (Y_i - b_0 - b_1 X_i)(X_i) = 0$$

Dari kedua persamaan diatas diperoleh penduga parameter b_0 dan b_1, sebagai berikut:

1. Pendugaan Parameter b_0

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = 2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_0 - b_1X_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_0 - b_1X_i) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n} Y_i - \sum_{i=1}^{n} b_0 - \sum_{i=1}^{n} b_1X_i = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n} Y_i - nb_0 - b_1\sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$nb_0 = \sum_{i=1}^{n} Y_i - b_1\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$$

2. Pendugaan parameter b_1

$$\frac{\partial Q}{\partial b_1} = 2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_0 - b_1X_i)(-X_i) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_0 - b_1X_i)(X_i) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n} Y_iX_i - \sum_{i=1}^{n} b_0X_i - \sum_{i=1}^{n} b_1{X_i}^2 = 0$$

$$\frac{\partial \text{Q}}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = 0$$

$$b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i$$

$$\bar{Y} - b_1 \bar{X} \sum_{i=1}^{n} X_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i$$

$$\bar{Y} \sum_{i=1}^{n} X_i - b_1 \bar{X} \sum_{i=1}^{n} X_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i$$

$$b_1 \left(\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^{n} X_i \right) = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^{n} X_i}{\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^{n} X_i}{\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - n\bar{X}^2}$$

L. Saham

Saham adalah surat berharga yang menunjukkan kepemilikan terhadap sebuah perusahaan. Masing-masing lembar saham biasa mewakili suatu suara tentang segala hal dalam pengurusan perusahaan dan menggunakan suara tersebut dalam rapat tahunan perusahaan dan pembagian keuntungan (Nor Hadi, 2013:85). Saham berwujud selembar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas tersebut adalah pemilik perusahaan yang menerbitkan surat berharga tersebut. Porsi kepemilikan ditentutan oleh seberapa besar penyertaan yang ditanamkan di perusahaan tersebut. Walaupun demikian tidak semua saham memiliki hak tersebut.

Tergantung dari jenis saham yang dimiliki oleh seorang investor. Ada beberapa sudut pandang untuk membedakan saham (Warsini, 2009:32):

1. Berdasarkan cara pengalihan/pemindahan tangan dibedakan:

a. Saham atas nama (*registered stocks*) yaitu dimana identitas pemiliknya tertera pada lembaran saham.

b. Saham atas unjuk (*bearer stock*), tanpa identitas pemilik, sehingga pemegang saham itulah pemilik saham.

2. Berdasarkan hak tagihan ada dua jenis saham:

a. Saham Biasa (*common stocks*)

Saham biasa merupakan jenis efek yang paling sering dipergunakan oleh emiten untuk memperoleh dana dari masyarakat dan merupakan jenis yang paling populer di pasar modal.

b. Saham Preferen (*preferred stocks*)

Pemegang saham preferen tidak mempunyai hak suara didalam RUPS tetapi mempunyai hak untuk didahulukan dalam hal pembagian deviden maupun klaim terhadap aktiva perusahaan.

M. Indeks Harga Saham

Definisi 2.14 Pengertian Indeks Harga Saham

Indeks saham adalah harga saham yang dinyatakan dalam angka indeks. Indeks saham digunakan untuk tujuan analisis dan menghindari dampak negatif dari penggunaan harga saham (Hadi, 2013:96). *Corporate action* merupakan salah satu tindakan yang dilakukan oleh perusahaan yang dapat merusak analisis apabila menggunakan harga saham dalam rupiah tanpa korekai terlebih dahulu. Dengan menggunakan indeks saham dalam dapat dihindari kesalahan analisis walaupun tanpa koreksi.

Setiap bursa efek akan menetapkan angka basis indeks yang berbeda, yaitu ada yang dimulai dengan basis 100, 500, atau 1000. Pada tanggal 10 agustus 1982 ditetapkan sebagai hari dasar (nilai indeks = 100). Sebelum transaksi pertama terjadi di bursa efek, saham tersebut diberi indeks harga sebagai angka dasar. Kemudian ketika jam perdagangan mulai berlangsung dari pagi pukul 10.00 dan berakhir pada sore pukul 16.00, sudah pastipuluhan kali harga terbentuk dalam transaksi pada hari tersebut. Dari sekian banyak harga yang terbentuk lalu dibagi menjadi tiga, yaitu harga terendah (*low*), harga tertinggi (*high*) dan harga penutup (*close*). Ketiga jenis harga tersebut tertera dalan Daftar Informasi Perdanganan Efek Harian (DIPEH) yang ditertibkan oleh bursa efek. Indeks harga saham dihitung berdasarkan harga pasar penutupan (*closing price*).

Definisi 2.15 Jakarta Islamic Index (JII)

Jakarta Islamic Index (JII) merupakan salah satu indeks saham yang ada di Indonesia yang menghitung indeks dengan rata-rata saham untuk jenis saham-saham yang memenuhi kriteria syari’ah (Hadi, 2013:136). Pembentukan JII tidak lepas dari kerja sama antara Pasar Modal Indonesia (dalam hal ini Bursa Efek Jakarta) dengan PT Danareksa Invesment Management (PT DIM). JII telah dikembangkan sejak tanggal 3 juli 2000. Setiap periodenya, saham yang masuk JII berjumlah 30 (tiga puluh saham) yang memenuhi kriteria syari'ah dan akan diperbarui setiap tiga bulan sekali.

Penentuan kriteria dalam pemilihan saham dalam JII melibatkan Dewan Pengawas PT DIM, ada 4 syarat yang harus dipenuhi agar saham-saham tersebut dapat masuk JII:

1. Emiten tidak menjalankan usaha perjudian dan permainan yang tergolong judi atau perdagangan yang dilarang.
2. Bukan lembaga keuangan konvensional yang menerapkan sistem riba, termasuk perbankan dan asuransi konvensional.
3. Usaha yang dilakukan bukan memproduksi, mendistribusi, dan memperdagangkan makanan/minuman yang haram.
4. Tidak menjalankan usaha memproduksi, mendistribusi, dan menyediakan baran/jasa yang merusak moral dan besifat mudharat.