BAB II
KAJIAN TEORI

A. Matriks

1. Definisi Matriks

Sebuah Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks (Howard Anton, 1987: 22).

Sehingga, dengan kata lain matriks merupakan susunan dari bilangan-bilangan yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi atau persegi panjang. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan elemen penyusun matriks dan diapit oleh tanda kurung siku atau kurung biasa. Ukuran dari matriks dijelaskan dengan menyatakan banyaknya jumlah baris dan banyaknya jumlah kolom atau biasa disebut dengan Ordo dan nama matriks ditulis dengan huruf kapital. Bentuk umum dari suatu matriks adalah:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

dan dapat dituliskan dengan $\boldsymbol{A_{m \times n}}$ yaitu matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $m \times n$, dengan keterangan sebagai berikut.

$\boldsymbol{A}$	: nama suatu matriks.
m	: banyak baris pada matriks.
n	: banyak kolom pada matriks.
$m \times n$	: ordo suatu matriks.

Contoh :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{E} = [3].$$

Contoh-contoh diatas termasuk matriks meskipun memiliki ukuran yang berbeda. Pada contoh diatas, terdapat matriks $\boldsymbol{A}$ yang berukuran 2×2. Kemudian ada juga matriks $\boldsymbol{B}$ dengan ukuran 2×3, matriks $\boldsymbol{C}$ berukuran 3×1, matriks $\boldsymbol{D}$ berukuran 1×2 serta matriks $\boldsymbol{E}$ berukuran 1×1.

2. Jenis-jenis Matriks

Berikut merupakan beberapa jenis matriks:

1. Matriks Persegi atau bujur sangkar.

   Matriks bujur sangkar adalah matriks yang banyak baris dan banyak kolomnya sama (Sembiring, 2003: 19). Atau dengan kata lain matriks tersebut berordo $n \times n$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Nol.

   Matriks nol adalah sebuah matriks yang seluruh elemen penyusunnya merupakan bilangan nol (Howard Anton, 1987: 32). Matriks nol dilambangkan dengan **0**.

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Matriks Diagonal.

   Matriks diagonal adalah matriks bujur sangkar yang semua elemen-elemen penyusun selain diagonal utamanya bernilai nol (Sembiring, 2003: 19).

$$G = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Matriks Identitas.

   Matriks identitas adalah matriks diagonal yang elemen-elemen di diagonal utama bernilai satu (Sembiring, 2003: 19). Matriks Identitas juga disebut matriks satuan dan disimbolkan dengan $\boldsymbol{I}$.

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Segitiga.

   Matriks segitiga memiliki dua jenis yaitu matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah. Matriks segitiga atas merupakan matriks bujur sangkar yang elemen-elemen dibawah diagonal utama bernilai nol (Mahmud 'Imrona, 2013: 2). Sedangkan matriks segitiga bawah merupakan matiks bujur sangkar yang elemen-elemen diatas diagonal utama bernilai nol (Mahmud 'Imrona, 2013: 2).

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

6. Matriks Simetris .

   Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang sama dengan transpose nya yaitu $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}$ (Mahmud 'Imrona, 2013: 3).

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

7. Matriks Skalar.

Matriks skalar adalah matriks diagonal yang semua elemen pada diagonal utama bernilai sama,tetapi selain nol (Mahmud ‘Imrona, 2013: 3).

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Operasi Matriks

Pada dasarnya operasi pada matriks sama dengan operasi matematika biasa. Beberapa operasi matriks yang umum digunakan antara lain:

a. Penjumlahan Matriks

Dua buah matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan apabila berukuran sama (Sembiring, 2003: 20). Sehingga penjumlahan matriks dapat dioperasikan hanya pada matriks-matriks yang memiliki orde sama. Setiap elemen pada baris ke- m dan kolom ke- n dijumlahkan dengan matriks lain pada baris ke- m dan kolom ke- n pula.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 3 & 6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0 & 1+9 \\ 3+3 & 0+6 \\ 5+7 & 5+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 6 & 6 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

b. Pengurangan Matriks

Sama halnya dengan penjumlahan matriks, pengurangan matriks juga hanya dapat dioperasikan pada matriks-matriks yang berorde sama. Cara pengurangan matriks juga sama dengan penjumlahan matriks yaitu Setiap elemen pada baris ke- m dan kolom ke- n dikurangkan dengan matriks lain pada baris ke- m dan kolom ke- n pula.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 3 & 6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-0 & 1-9 \\ 3-3 & 0-6 \\ 5-7 & 5-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 0 & -6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

c. Perkalian Matriks

Ada dua jenis perkalian pada matriks yaitu :

1) Perkalian Matriks dengan Skalar

Bila terdapat suatu skalar k dan matriks $\boldsymbol{A_{m \times n}}$ dengan elemen a_{ij} maka $\boldsymbol{kA}$ adalah matriks yang berukuran $m \times n$ dengan elemen ka_{ij} (Sembiring, 2003: 21). Berdasarkan definisi di atas, perkalian $\boldsymbol{kA}$ adalah sebuah matriks baru yang setiap elemennya merupakan perkalian antara suatu bilangan k dengan setiap elemen di $\boldsymbol{A}$. dan perkalian matriks dengan skalar ini bersifat komutatif yaitu $\boldsymbol{kA} = \boldsymbol{Ak}$

$$3\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3 & 1.3 \\ 3.3 & 0.3 \\ 5.3 & 5.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 0 \\ 15 & 15 \end{bmatrix}$$

2) Perkalian Matriks dengan Matriks

Definisi (Howard Anton, 1987: 25):

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks $m \times r$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah matriks $r \times n$, maka hasil kali $\boldsymbol{AB}$ adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut: untuk mencari entri dalam baris i dan kolom j dari $\boldsymbol{AB}$ pilihlah baris i dari matriks A dan kolom j pada matriks $\boldsymbol{B}$. Kalikanlah entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut bersama-sama dan kemudian tambahkanlah hasil kali yang dihasilkan.

Perkalian matriks dengan matriks hanya dapat dioperasikan jika banyaknya kolom dari matriks pertama sama dengan banyaknya baris pada matriks kedua, jika syarat tersebut tidak terpenuhi, maka hasil kali tidak dapat didefinisikan. Perkalian matriks dengan matriks ini tidak bersifat komutatif atau $\boldsymbol{AB} \neq \boldsymbol{BA}$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{AB} = \begin{bmatrix} (2.1) + (1.0) & (2.0) + (1.2) & (2.3) + (1.2) \\ (3.1) + (0.0) & (3.0) + (0.2) & (3.3) + (0.2) \\ (5.1) + (5.0) & (5.0) + (5.2) & (5.3) + (5.2) \end{bmatrix}$$

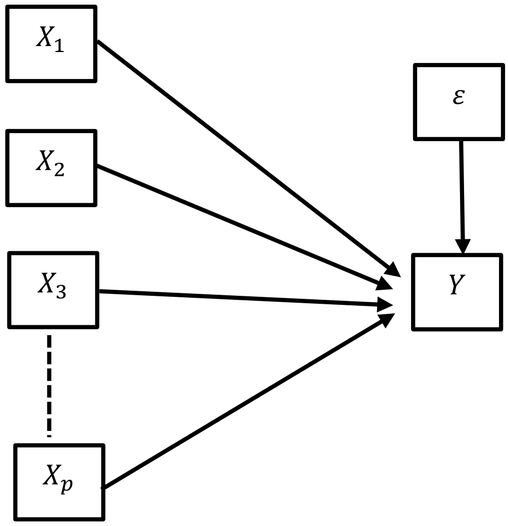
$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 3 & 0 & 9 \\ 5 & 10 & 25 \end{bmatrix}$$

B. Regresi Linear Berganda

Menurut Walpole (1988: 340) persamaan regresi adalah persamaan matematik yang dapat meramalkan nilai-nilai suatu peubah tak bebas dari nilai-nilai satu atau lebih peubah bebas. Secara umum, regresi merupakan alat statistik yang memberikan penjelasan tentang pola hubungan (model) antara dua variabel atau lebih. Terdapat dua jenis variabel pada analisis regresi yaitu: variabel respon disebut juga variabel dependen adalah variabel yang keberadaannya dipengaruhi oleh variabel lainnya dan dinotasikan dengan variabel Y. Kemudian, Variabel Prediktor disebut juga dengan variabel independen yaitu variabel yang bebas (tidak dipengaruhi oleh variabel lainnya) dan dinotasikan dengan variabel X.

Regresi linear berganda merupakan sebuah pegembangan dari regresi linear sederhana. Jika regresi linear sederhana hanya memuat satu variabel bebas, maka pada regresi linear berganda memuat lebih dari satu variabel bebas. Tujuan analisis regresi linier berganda adalah untuk mengukur intensitas hubungan antara dua variabel atau lebih dan membuat prediksi perkiraan nilai Y atas X.

Berikut merupakan gambar dari ilustrasi hubungan antara X dan Y pada regresi berganda:



Gambar 2. 1 Ilustrasi hubungan X dan Y pada regresi berganda.

Berdasarkan ilustrasi Gambar 2.1 di atas, dapat diketahui bahwa variabel terikat (Y) dipengaruhi oleh p variabel bebas (X) selain terdapat pengaruh dari variabel lain yang tidak diteliti (ε) (Suliyanto, 2011: 54). Sehingga, persamaan umum dari regresi linear berganda yaitu:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon. \quad (2.1)$$

Dimana:

y_i	: variabel terikat ke- i.
$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$	: nilai dugaan dari suatu parameter ke- k.
$X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi}$	: variabel bebas ke- k pada pengamatan ke- i.
k	: banyaknya variabel bebas ($k = 1,2,3, \dots, p$).
i	: banyaknya pengamatan yang dilakukan ($i = 1,2,3, \dots, n$).
ε	: nilai *error* .

Apabila model regresi di atas ditulis dalam bentuk matriks, maka:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaannya menjadi

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \qquad (2.2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{I})$$

Dimana:

$\boldsymbol{y}$: vektor variabel terikat berukuran $n \times 1$.

$\boldsymbol{X}$: matriks variabel bebas berukuran $n \times (p+1)$.

$\boldsymbol{\beta}$: vektor parameter berukuran $(p+1) \times 1$.

$\boldsymbol{\varepsilon}$: vektor *error* berukuran $n \times 1$.

Adapun cara memperoleh estimasi dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah dengan menggunakan metode *ordinal least square* (metode kuadrat terkecil), yaitu metode yang meminimumkan jumlah kuadrat dari *error*. Dari Persamaan 2.2 di atas, dapat diketahui jika:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}. \qquad (2.3)$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \sum \boldsymbol{\varepsilon}^2 &= \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= (\boldsymbol{y}' - (\boldsymbol{X\beta})')(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= \boldsymbol{y}'\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}'\boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X\beta}. \end{aligned}$$

Selanjutnya, jumlah kuadrat yang telah diperoleh diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}'$ mendapat estimasi dari parameter $\boldsymbol{\beta}$.

$$\frac{\partial(\sum \boldsymbol{\varepsilon}^2)}{\partial \boldsymbol{\beta}'} = 0$$

$$\frac{\partial(\boldsymbol{y}'\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}'} = 0$$

$$-\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} + \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} = 0$$

$$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}. \tag{2.4}$$

Dimana:

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$: vektor parameter yang diestimasi berukuran $(p+1) \times 1$.

$\boldsymbol{X}$: matriks variabel bebas berukuran $n \times (p+1)$.

$\boldsymbol{X}'$: transpose dari matriks variabel bebas berukuran $(p+1) \times n$.

$\boldsymbol{y}$: vektor variabel terikat berukuran $n \times 1$.

C. Uji Parameter

Uji parameter merupakan uji yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat. Ada dua uji yang dilakukan pada uji parameter tersebut, yaitu:

1. Uji Perameter Bersama (Uji F)

Uji parameter bersama digunakan untuk mengetahui apakah variabel bebas secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel terikat atau tidak, uji parameter bersama ini disebut juga dengan uji. Adapun langkah-langkah yang dibutuhkan dalam pengujian hipotesis ini adalah sebagai berikut:

a. Menentukan Hipotesis

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_p = 0$

$H_1: \exists \beta_k \neq 0,\ k = 1,2,3 \ldots, p.$

b. Menentukan Taraf Nyata

Menentukan taraf nyata α dan $F_{tabel} = F_{(\alpha;v_1,v_2)}$ dengan derajat kebebasan $v_1 = k$ dan $v_1 = n - k - 1$.

c. Statistik Uji F

$$F = \frac{JK_{reg}/k}{JK_{res}/n-k-1}. \quad (2.4)$$

Dimana

F : statistik uji F.

JK_{reg} : jumlah kuadrat regresi yaitu $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2$.

JK_{res} : jumlah kuadrat residual / sisa yaitu $\sum(y_i - \hat{y})^2$.

n : banyak data observasi.

k : banyak variabel bebas.

d. Kriteria keputusan

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$.

e. Membuat Kesimpulan

Jika H_0 ditolak, maka variabel-variabel bebas berpengaruh terhadap variabel terikat secara bersama-sama.

2. Uji Parameter Parsial (Uji t)

Uji t disini bertujuan untuk mengetahui ada atau tidak pengaruh setiap variabel independen secara individual (parsial) terhadap perubahan variansi dari variabel dependen.

Langkah-langkah uji t adalah sebagai berikut:

a. Menentukan Hipotesis

$H_0: \beta_k = 0$

$H_1: \beta_k \neq 0$, untuk $k = 1,2,3, \dots, p$.

b. Menentukan Taraf Nyata

Menentukan taraf nyata α dan $t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2};n-k-1}$.

c. Statistik Uji t

$$t = \frac{\hat{\beta}_k}{S_{\hat{\beta}_k}}. \quad (2.5)$$

Dimana:

t : statistik uji t.

$\hat{\beta}_k$: nilai taksiran dari parameter β_k

$S_{\hat{\beta}_k}$: standar deviasi nilai taksiran dari parameter $\hat{\beta}_k$

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau $p_{value} < \alpha$.

e. Membuat Kesimpulan

Jika H_0 ditolak, maka variabel bebas tersebut berpengaruh terhadap variabel terikat secara signifikan.

D. Uji Asumsi Klasik

Pada analisis regresi berganda, ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi. Karena jika asumsi tersebut diabaikan maka akan membuat model yang ditetapkan kurang tepat bahkan kesimpulan yang didapat menjadi keliru. Adapun uji asumsi yang harus dilakukan adalah:

1. Normalitas

Persamaan regresi akan dikatakan baik apabila memiliki data variabel terikat maupun data variabel bebas yang berdistribusi mendekati normal atau normal sama sekali (Danang Sunyoto, 2010: 103). Sehingga harus dilakukan suatu uji untuk mengetahui apakah data tersebut berdistribusi normal atau tidak. Sebab apabila asumsi normalitas tidak terpenuhi pada sebuah model regresi maka dapat menyebabkan nilai prediksi yang diperoleh tidak konsisten. Salah satu pengujian yang sering dilakukan untuk menguji kenormalan suatu data yaitu dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

a. Hipotesis untuk uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah:

   H_0 : *error* data berdistribusi normal.

   H_1 : *error* data tidak berdistribusi normal.

b. Menentukan Taraf Nyata

   Taraf nyata α dengan $D_{n,\alpha}$.

c. Statistik Uji

$$D = maksimum\,|F_0(X) - S_N(X)|. \qquad (2.6)$$

   Dimana:

   $F_0(X)$: fungsi distibusi kumulatif teoritis.

   $S_N(X)$: fungsi distribusi kumulatif data sampel.

d. Kriteria Keputusan

   H_0 ditolak jika $|D| > D_{n,\alpha}$ atau $p - value < \alpha$.

   Sehingga uji normalitas terpenuhi jika $p - value > \alpha$.

e. Keputusan

   Jika H_0 ditolak maka *error* data tidak berdistribusi normal.

Pengujian lain yang dapat dilakukan untuk mengetahui kenormalan suatu data yaitu menggunakan analisis grafik yang dilakukan dengan menggunakan *Normal Probability Plot*. Kriteria keputusan dengan metode grafis N*ormal Probability Plot* adalah jika hasil identifikasi dari data riil mengikuti atau mendekati garis normal (garis lurus melintang) maka asumsi kenormalan dapat dipenuhi. Namun kelemahan dari pengujian ini yaitu pengujian akan kurang valid karena kriteria dalam melihat grafik bagi setiap orang berbeda-beda (subjektivitas).

2. Multikolinearitas

Kasus multikolinearitas adalah kejadian adanya korelasi antar variabel bebas (Bambang, 2008: 98). Jika antar variabel bebas memiliki korelasi pada model regresi yang terbentuk maka model regresi tersebut mengandung multikolinearitas dan menyebabkan hasil regresi dari sampel yang ada tidak dapat ditarik kesimpulan.

Cara umum yang dapat digunakan untuk memeriksa adanya multikolinearitas pada model regresi linear yaitu dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) pada hasil output SPSS. *Variance Inflation Factor* merupakan faktor inflasi penyimpangan baku kuadrat (Danang Sunyoto, 2010: 97). Pada hasil output SPSS, Multikolinearitas terjadi jika nilai VIF > 10. Namun, jika nilai VIF < 10 maka dapat disimpulkan jika tidak terjadi multikolinearitas atau dengan kata lain tidak terjadi hubungan linear yang sangat tinggi antar variabel bebas.

Adapun cara manual menghitung VIF yang terkait dengan X_h adalah:

$$VIF(X_h) = \frac{1}{1-R_h^2} \text{ }, h = 1,2,3,\dots,k. \qquad (2.7)$$

Dimana R_h^2 adalah koefisien determinasi (korelasi kuadrat) dan X_h merupakan variabel bebas yang dipilih menjadi variabel terikat dan variabel bebas lain yang tak tepilih menjadi variabel bebas.

Beberapa akibat yang terjadi apabila hasil regresi mengandung masalah multikolinearitas adalah (Suliyanto, 2011: 92):

a. Nilai t-statistik koefisien dari satu atau beberapa variabel bebas secara statistik tidak signifikan sehingga dapat menyebabkan dikeluarkannya suatu variabel bebas dalam suatu model regresi, padahal variabel bebas tersebut sangat penting perannya dalam menjelaskan variabel teikat.

b. Apabila terjadi multikolinearitas yang tinggi, mungkin R^2 bisa tinggi tetapi tidak satupun (sangat sedikit) taksiran koefisien regresi yang signifikan secara statistik.

3. Heterokedastisitas

Uji ini bertujuan untuk menguji ada tidaknya kesamaan variansi residual dari satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Jika residualnya memiliki varians yang sama maka terjadi Homokedastisitas, tetapi jika residual variansnya tidak sama maka terjadi Heterokedastisitas (Danang Sunyoto, 2010: 100). Masalah heterokedastisitas tersebut sering terjadi pada penelitian yang menggunakan data *cross-section*. Sedangkan model yang baik adalah yang tidak megandung efek heterokedastisitas.

Pengujian yang dapat dilakukan untuk menguji efek heterokedastisitas yaitu dengan Uji *Breusch-Pagan* (Anselin, 1988: 8). Adapun langkah-langkanya yaitu sebagai berikut.

a. Hipotesis untuk *Breusch-Pagan Test*

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$. (ragam homogen)

$H_1: \exists\ \sigma_i^2 \neq \sigma^2$. (ragam tidak homogen)

b. Taraf Nyata

Taraf nyata α dan $\chi^2_{(k-1)}$ dimana k merupakan banyak parameter dari regresi.

c. Statistik ujinya yaitu (Anselin, 1988: 9):

$$BP = \frac{1}{2}\boldsymbol{f}'\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{f}. \qquad (2.8)$$

Dengan:

$f_i = \left(\frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2} - 1\right)$.

Dimana:

BP : Uji Breusch-Pagan.

ε_i : *error* pada regresi dengan OLS untuk observasi ke- i.

$\boldsymbol{Z}$: matriks berukuran $n \times (p+1)$ yang sudah dinormalstandarkan untuk setiap observasi.

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $BP > \chi^2_{(k-1)}$ atau $p_{value} <$ α.

e. Keputusan

Jika H_0 ditolak maka terjadi efek heterokedastisitas.

Uji ini dapat menggunakan metode analisis grafik dengan mengamati *Scatterplot* dengan program SPSS dimana sumbu X merupakan nilai dari Z *prediction* (ZPRED) yaitu $\hat{Y}$ dan sumbu Y merupakan nilai residualnya (SRESID) yaitu $\hat{Y} - Y$. Jika grafik yang diperoleh menunjukkan adanya pola tertentu dari titik-titik yang ada maka dapat dikatakan telah terjadi heteroskedastisitas. Akan tetapi, jika pencaran data menyebar secara acak dan tidak membentuk pola tertentu maka tidak terjadi Heterokedastisitas. Namun metode ini bersifat subjektif karena tiap orang dapat memberi kesimpulan yang berbeda terhdap *scatterplot* yang sama. Terlebih *lag*i metode ini juga sulit diinterpretasikan bila jumlah pengamatan semakin sedikit (Suliyanto, 2011: 95).

4. Autokorelasi

Persamaan regresi yang terbentuk dari hasil analisis regresi sederhana atau berganda tidak boleh ada autokorelasi (adanya korelasi antar residual). Uji autokorelasi bertujuan untuk memenuhi asumsi independen yang ada pada model regresi (Hanke & Winchern, 2005: 332). Sedangkan autokorelasi yang terdapat pada data spasial dinamakan autokorelasi spasial.

Uji Autokorelasi spasial merupakan Uji yang dapat dilakukan untuk mengetahui adanya autokorelasi spasial yaitu keterkaitan antar wilayah satu dengan wilayah yang lain. Uji yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan uji *Moran's I*. Apabila pada pengujian ternyata tidak mengandung autokorelasi spasial maka pemodelan cukup menggunakan regresi berganda. Namun, apabila pada analisis regresi terdapat suatu autokorelasi spasial maka harus dilanjutkan melakukan analisis dengan regresi spasial untuk mengatasi masalah tersebut agar model yang didapatkan lebih baik dan lebih akurat. Adapun langkah-*lag*kah dalam pengujian autokorelasi spasial akan dijelaskan pada bab selanjutnya.

E. Gini Ratio

Gini Ratio atau Koefisien Gini diambil dari nama ahli statistik Italia yang bernama Corrado Gini yang merumuskan pertama kali pada tahun 1912. Koefisien gini adalah sebuah ukuran ketidakmerataan atau ketimpangan pendapatan yang angkanya berkisar antara nol hingga satu (Todaro, 2000: 159). Sedangkan menurut Badan Pusat Statistik, Koefisien Gini merupakan ukuran ketidakmerataan pendapatan yang dihitung berdasarkan kelas pendapatan. Sehingga Gini Ratio sering digunakan untuk mengukur tingkat ketimpangan distribusi pendapatan pada suatu wilayah atau negara tertentu.

Data-data yang diperlukan untuk perhitungan Gini Ratio secara matematis adalah:

1. Pendapatan ataupun pengeluaran rumah tangga yang sudah dikelompokkan menurut kelasnya masing-masing.
2. Jumlah rumah tangga atau jumlah penduduk pada tiap kelas pendapatan atau pengeluaran.

Secara matematis, Gini Ratio dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$GR = 1 - \sum_{i=1}^{n}[fp_i(Fc_i + Fc_{i-1})]. \qquad (2.9)$$

Dimana:

GR : Gini Ratio (Koefisien Gini)

fp_i : proporsi jumlah penduduk dalam kelas pengeluaran ke- i

Fc_i : proporsi jumlah kumulatif pengeluaran atau pendapatan dalam kelas pengeluaran ke- i

Fc_{i-1} : proporsi jumlah kumulatif pengeluaran atau pendapatan dalam kelas pengeluaran ke ($i - 1$)

Pengelompokan kelas pada umumnya dibagi menjadi lima kelompok yang biasa disebut dengan kuantil ataupun menjadi sepuluh kelompok yang disebut desil sesuai dengan tingkat pendapatan mereka (Todaro, 2000: 152). Jika kelompok kelas dibagi menjadi lima kelompok maka masing-masing kelompok terdiri dari 20% penduduk paling miskin, 20% penduduk miskin menengah, 20% penduduk menengah, 20% penduduk menengah kaya dan 20% penduduk kaya.

Kemudian jika pengelompokan kelas dibagi menjadi sepuluh kelompok maka masing-masing kelompok terdiri dari 10% penduduk paling miskin hingga 10% penduduk paling kaya. Sedangkan perhitungan di Indonesia yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik, kelas pengeluaran dibagi menjadi 13 kelompok pengeluaran. Kelompok pengeluaran yang terendah yaitu kelompok pengeluaran yang kurang dari Rp.711.021; per bulan. Sedangkan kelompok pengeluaran yang tertinggi yaitu kelompok pengeluaran lebih dari atau sama dengan Rp.6.294.929; per bulan. Adapun tabel untuk kelompok pengeluaran menurut Badan Pusat Statistik adalah sebagai berikut.

Tabel 2. 1 Kelompok Pengeluaran Penduduk Menurut BPS.

Kelompok pengeluaran (rupiah/bulan)
< 711021
$711021 - 1218648$
$1218649 - 1726276$
$1726277 - 2233904$
$2233905 - 2741532$
$2741533 - 3249160$
$3249161 - 3756788$
$3756789 - 4264416$
$4264417 - 4772044$
$4772045 - 5279672$
$5279673 - 5787300$
$5787301 - 6294928$
≥ 6294929

Nilai Gini Ratio sendiri berkisar antara nol hingga satu. Jika nilai Gini Ratio adalah nol maka distribusi pendapatan pada wilayah tersebut merata dengan sempurna. Sedangkan jika nilai Gini Ratio adalah satu maka distribusi pendapatan di wilayah tersebut sangat tidak merata. Menurut Todaro (2000: 159) pada keadaan yang sebenarnya, angka ketimpangan distribusi pendapatan di suatu negara dikatakan tajam apabila Gini Rationya berkisar antara 0.5 sampai 0.70. Sedangkan untuk negara-negara yang memiliki distribusi pendapatan paling merata berkisar antara 0.2 hingga 0.35.

Adapun klasifikasi ketimpangan pendapatan berdasarkan nilai Gini Ratio secara umum dapat dibedakan menjadi tiga yaitu:

1. Jika nilai $GR \leq 0.4$ maka terjadi ketimpangan pendapatan yang rendah.
2. Jika nilai $0.4 < GR \leq 0.5$ maka terjadi ketimpangan yang sedang.
3. Jika nilai $GR > 0.5$ maka terjadi ketimpangan yang tinggi.