Makalah Utama - 2

Peran Guru Matematika dalam Mewujudkan Siswa yang Konstruktif melalui Pemecahan Masalah

Sugiman
Jurusan Pendidikan Matematika UNY

Abstrak. Menyiapkan generasi sekarang untuk hidup di masa mendatang merupakan suatu keharusan. Dalam melaksanakan tugas tersebut, setiap guru matematika dapat mengambil peran sesuai dengan tugas yang diembannya, yaitu mengajarkan siswa untuk belajar matematika secara konstruktif dalam bingkai pemecahan masalah. Guru yang kreatif, siswa yang konstruktif, dan matematika yang kekar (*rigor*) merupakan tiga unsur utama dalam proses pembelajaran. Ketiga unsur ini akan bersinergi secara efektif melalui media perantara. Guru merupakan pengelola utama pembelajaran yang mampu menjembatani siswa dalam memahami matematika sedangkan siswa sendiri merupakan pelaku utama yang aktif dalam membangun sendiri pemahaman matematikanya. Dalam prakteknya guru menghadapi tantangan yang berat untuk menjadi fasilitator sekaligus motivator bagi siswanya dalam menyelesaikan soal-soal pemecahan masalah. Tantangan ini bertambah menantang manakala guru menerapkan pendekatan saintifik yang idealnya bermula dari proses siswa mengamati kemudian dilanjutkan dengan siswa menanya sebagai titik berangkat dari proses pemecahan masalah. Makalah ini membahas seputar fenomena pembelajaran matematika di kelas yang berfokus pada mengungkap peran guru matematika dalam melaksanakan tugasnya mendidik siswa yang konstruktif melalui pelajaran matematika.

Kata kunci: peran guru, siswa yang konstruktif, pemecahan masalah

PENDAHULUAN

Pendekatan ekspositori merupakan pendekatan pembelajaran tradisional yang mana guru menyampaikan materi secara lisan dan siswa mendengarkan secara seksama. Arah interaksinya dominan pada satu arah yakni dari guru ke siswa. Ciri implementasi metode ekspositori dalam pembelajaran matematika adalah penyampaian matematika dari guru kepada siswa dengan didasari anggapan bahwa matematika sudah merupakan konsep, prinsip (rumus), atau prosedur yang sudah jadi dan siap untuk digunakan siswa. Dalam faktanya, hampir tidak ada guru matematika yang menerapkan pendekatan ekspositori secara murni namun telah dilengkapi dengan metode yang lebih melibatkan siswa seperti tanya jawab, penugasan mengerjakan soal, diskusi menyelesaikan soal yang melatih ketrampilan, dan siswa presentasi di depan kelas. Meskipun dalam waktu yang terbatas cakupan materi matematika yang disampaikan banyak, pendekatan ekspositori berdampak pada ketergantungan siswa kepada gurunya secara berlebihan.

Guna mengurangi dominasi guru dan menambah peran siswa dalam pembelajaran matematika, pendekatan-pendekatan pembelajaran matematika yang konstruktivistik merupakan pilihan yang pertama. Contoh dari pendekatan ini adalah pendekatan inkuiri, *open ended*, penemuan, matematika realistik, kontekstual, pembelajaran berbasis masalah, pembelajaran berbasis proyek, dan saintifik. Hasil telaah [1] dalam artikelnya yang berjudul "*Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching*" adalah sebagai berikut. Di satu sisi, beberapa peneliti menemukan bahwa siswa akan belajar secara baik jika hanya diberi sedikit bantuan dibanding dengan jika diberi penjelasan lengkap tentang materi esensial atau menemukan sendiri materi esensial tersebut. Di sisi lain, beberapa peneliti menyarankan konsep atau prosedur tertentu diajarkan kepada siswa yang belum mengenalnya melalui pemberian bantuan instruksional secara langsung dan dihindari ditemukan oleh siswa sendiri. Bantuan instruksional langsung tersebut berbentuk pemberian informasi yang menjelaskan secara lengkap mengenai suatu konsep atau prosedur. Besar bantuan yang diberikan disesuaikan dengan karakteristik materi dan keadaan siswa, termasuk bantuan dalam memecahkan masalah.

PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS

Pemecahan masalah telah menjadi fokus dalam pembelajaran matematika di beberapa negara. Kemampuan siswa dalam pemecahan masalah telah dijadikan sentral dalam pengajaran matematika di Amerika Serikat sejak tahun 1980-an [2] dan kemudian juga diberlakukan pada pembelajaran matematika sekolah dasar dan menengah di Singapura [3]. Kemampuan pemecahan masalah merupakan hal yang sangat penting, bahkan NTCM [4] menegaskan bahwa kemampuan pemecahan masalah sebagai salah satu aspek penting dalam menjadikan siswa menjadi literat dalam matematika. Seperti yang tertuang dalam Kurikulum 2013, pemerintah Indonesia juga memandang pentingnya pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika. Lester [5] menegaskan "*Problem solving is the heart of mathematics*" yang berarti jantungnya matematika adalah pemecahan masalah. Oleh karena ruh matematika adalah pemecahan masalah sedangkan masalah itu sendiri dapat dikaji dari perspektif yang berbeda-beda dan akibatnya matematika bersifat dinamis, fleksibel, tumbuh, dan berkembang seiring dengan perubahan dan perkembangan masalah itu sendiri. Dengan demikian belajar matematika menjadi tidak bermakna manakala hanya sekedar hafalan tanpa pemecahan masalah.

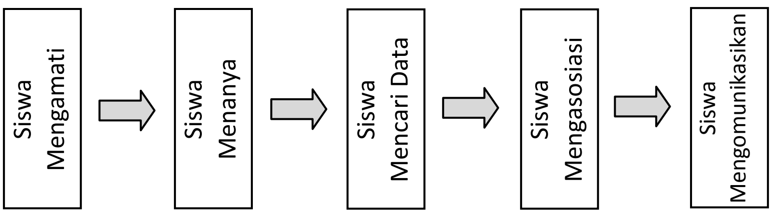
Melatih siswa agar mampu dalam memecahkan masalah dapat diawali dengan memberikan problem-problem yang tidak biasa dipikirkan oleh siswa akan tetapi konteksnya sangat dikenal. Sebab ciri-ciri soal pemecahan masalah adalah masalah tersebut dikenal oleh siswa, siswa tertantang untuk menyelesaikan, akan tetapi siswa belum mempunyai cara dalam menyelesaikannya. Menurut [6] masalah berada di antara *latihan komputasi* (yang strategi solusinya segera diketahui) dan teka-teki (yang tidak mempunyai kondisi solusi yang jelas dan mungkin hanya dimengerti oleh orang yang potensial). Dengan demikian tidaklah mudah untuk menilai apakah suatu soal merupakan soal biasa atau soal pemecahan masalah.

Soal matematika yang tidak serta merta dapat diselesaikan namun menantang untuk diselesaikan oleh seseorang tergolong soal pemecahan masalah matematik (bagi orang tersebut). [7] mendefinisikan pemecahan masalah seperti berikut: "*Mathematical problem solving is the resolution of a situation in mathematics which is regarded as a problem by the person who resolves it*." Sehingga suatu situasi merupakan masalah bagi seseorang jika ia menyadari adanya persoalan dalam situasi tersebut, mengetahui bahwa persoalan tersebut perlu diselesaikan, merasa ingin berbuat dan menyelesaikannya, namun tidak serta merta dapat menyelesaikannya.

Menurut [8] para peneliti bidang pendidikan matematika banyak yang menganjurkan kepada guru matematika untuk menjadi model perilaku pemecah masalah yang sukses manakala menyelesaikan soal pemecahan masalah yang sama sekali baru bagi siswa, guru tersebut dianjurkan untuk berfikir sembari bersuara (*think aloud*) di depan kelas. Apa yang dikerjakan guru di depan kelas ketika memecahkan masalah akan menginspirasi siswanya melakukan hal yang sama atau serupa manakala menghadapi soal pemecahan masalah lain.

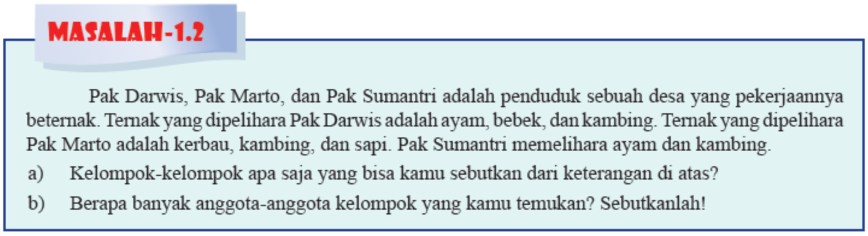
PEMECAHAN MASALAH DALAM PENDEKATAN SAINTIFIK

Menurut [9] guru profesional merupakan jantungnya semua bentuk reformasi pendidikan dan guru profesional harus mampu menciptakan lingkungan kelas (psiko-sosial dan budaya) yang mendukung serta mampu mengambil keputusan profesional dalam setiap kejadian proses belajar mengajar di kelas. Pada Kurikulum 2013, guru matematika diarahkan untuk menggunakan pendekatan saintifik di kelas yang meliputi lima langkah utama kegiatan pembelajaran yang dilakukan siswa, yakni (1) siswa mengamati suatu situasi atau informasi, (2) siswa menanya berdasarkan hasil pengamatannya, (3) siswa mengumpulkan informasi atau data melalui kegiatan membaca, mengobservasi, atau mencoba untuk menjawab pertanyaan yang diajukannya, (4) siswa mengasosiasi atau mengaitkan semua informasi dan data yang diperoleh sampai didapat kesimpulkan guna menjawab pertanyaan awal, dan yang terakhir (5) siswa mengomunikasikan apa yang dilakukan dan didapatkannya terkait dengan jawaban atas pertanyaan semula secara lisan, secara tulisan, atau melalui unjuk kerja. Setelah langkah kelima bisa dilanjutkan lagi ke langkah pertama, jika diperoleh hasil yang tidak tepat maka perlu dicari penyebabnya dan jika hasilnya sesuai maka dilanjutkan dengan mengamati situasi kelanjutannya atau situasi baru.



Gambar 1. Lima Langkah Pendekatan Saintitik

Kelima kegiatan siswa dalam Gambar 1 adalah saling berurutan yang dimulai dari siswa mengamati, siswa menanya, siswa mengumpulkan data/informasi, siswa mengasosiasi dan menyimpulkan, dan yang terakhir siswa mengomunikasikan. Dua langkah pertama merupakan langkah yang paling krusial yang menentukan masalah apa yang akan diselesaikan di kelas berdasarkan atas pertanyaan-pertanyaan dari siswa. Agar mampu bertanya, siswa diberikan situasi atau informasi yang memunculkan rasa ingin tahunya. Memunculkan pertanyaan siswa merupakan pekerjaan yang sangat sulit sebab sebagian besar siswa belum terbiasa bertanya namun sebaliknya siswa hampir selalu diberi pertanyaan baik oleh guru secara lisan atau dalam buku secara tertulis. Gambar 2 diambil dari buku Kurikulum 2013 pada halaman 6 [10] yang menyajikan informasi berkenaan dengan peternak hewan dan diakhiri dengan pertanyaan-pertanyaan yang harus dijawab siswa. Jika demikian, siswa tidak akan mengajukan pertanyaan kecuali bertanya "Bagaimana cara mengerjakannya?" atau "Bagaimana cara menuliskan kelompok dan anggotanya?" Hal penting yang harus dipikirkan adalah kapan siswa diberi kesempatan mengajukan pertanyaan yang mana bermula dari pertanyaan siswa tersebut dilanjutkan ke langkah mencoba, mengasosiasi, dan diakhiri dengan mengomunikasikannya.


MASALAH-1.2

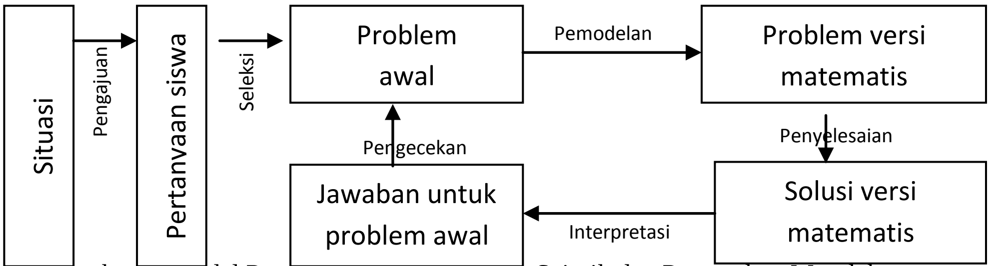
Pak Darwis, Pak Marto, dan Pak Sumantri adalah penduduk sebuah desa yang pekerjaannya beternak. Ternak yang dipelihara Pak Darwis adalah ayam, bebek, dan kambing. Ternak yang dipelihara Pak Marto adalah kerbau, kambing, dan sapi. Pak Sumantri memelihara ayam dan kambing.

a) Kelompok-kelompok apa saja yang bisa kamu sebutkan dari keterangan di atas?

b) Berapa banyak anggota-anggota kelompok yang kamu temukan? Sebutkanlah!

Gambar 2. Informasi dan Pengajuan Pertanyaan dalam Buku

Dua langkah pertama dari pendekatan saintik, yakni mengamati suatu situasi atau informasi dan mengajukan pertanyaan yang relevan dengan yang diamati, dapat dilanjutkan dengan empat langkah penyelesaian masalah yang terdapat dalam [11]. Pertanyaan siswa berdasarkan situasi tersebut dijadikan sebagai masalah awal, kemudian dilanjutkan dengan memodelkan matematika, mencari solusi matematis, dan mengembalikan ke masalah awal. Proses ini terlihat pada Gambar 3. Masalah mendasar yang perlu ditelaah adalah bagaimana cara memilih situasi atau informasi yang disajikan kepada siswa yang mampu memicu siswa untuk mengajukan pertanyaan.



Gambar 3. Model Pemaduan antara Langkah Saintik dan Pemecahan Masalah

SITUASI MATEMATIS YANG PRODUKTIF

Situasi matematis dapat dikemas dalam suatu konteks yang dekat dengan siswa. Semakin jelas aspek matematika dalam suatu situasi, semakin produktif dalam memancing siswa mengajukan pertanyaan yang berkualitas dan mengarah pada topik matematika yang terkait. Situasi yang produktif mengandung konten matematika yang esensial serta memungkinkan siswa melakukan penyelesaian dengan beragam cara dari mulai cara yang informal, semi-formal (model dari situasi dan model untuk matematika), hingga formal. Dalam prakteknya, guru tidak mudah dalam menemukan suatu situasi yang produktif. Selain itu siswa harus aktif mengajukan pertanyaan agar guru lebih mudah dalam menentukan situasi-situasi seperti apa yang produktif. Jika siswa pasif maka situasi apapun yang diberikan tidak akan menjadi produktif. Syarat diperolehnya situasi matematis yang produktif adalah guru yang kreatif serta siswa yang aktif.

Gambar 4. Situasi Susunan Kaleng

Satu uji coba kecil berkenaan dengan situasi matematis yang produktif telah penulis praktikkan kepada para mahasiswa calon guru tahun ketiga. Semula para mahasiswa diberikan situasi berupa tumpukan kaleng (Gambar 4.a) dan kemudian diminta untuk mengajukan pertanyaan. Tujuan pemberian situasi tersebut adalah munculnya pertanyaan dari mereka seputar barisan dan deret, terutama terkait dengan pencarian rumusnya. Faktanya sulit bagi mahasiswa untuk mengajukan pertanyaan yang produktif. Contoh pertanyaan yang diajukan mahasiswa adalah " (1) Berapa jumlah seluruh kaleng? (Jawab: 1 + 2 + 3 + 4 + 5; pertanyaan ini merupakan pertanyaan siswa SD kelas I atau II), (2) Bagaimana pola dari susunan kaleng? (Jawab: susunannya dari atas adalah 1, 2, 3, 4, 5; jawabannya terbatas pada gambar saja), (3) Bagaimana jika jumlah keleng setiap lapis berbeda dari gambar? (Pertanyaan ini sangat terbuka dan berpontensi menyimpang dari tujuan pembelajaran sehingga bukan merupakan pertanyaan yang produktif untuk ditindaklanjuti. Pertanyaan ini merupakan pertanyaan kreatif namun perlu ditunda menjawabnya setelah selesai dengan situasi semula), (3) Bagaimana jika setiap baris diambil satu kaleng (Jawab: dari atas 0, 1, 2, 3, dan 4; pertanyaan kurang produktif karena hanya sekedar menjumlahkan), dan (4) Berapa tinggi satu kaleng? (Merupakan materi pengukuran).

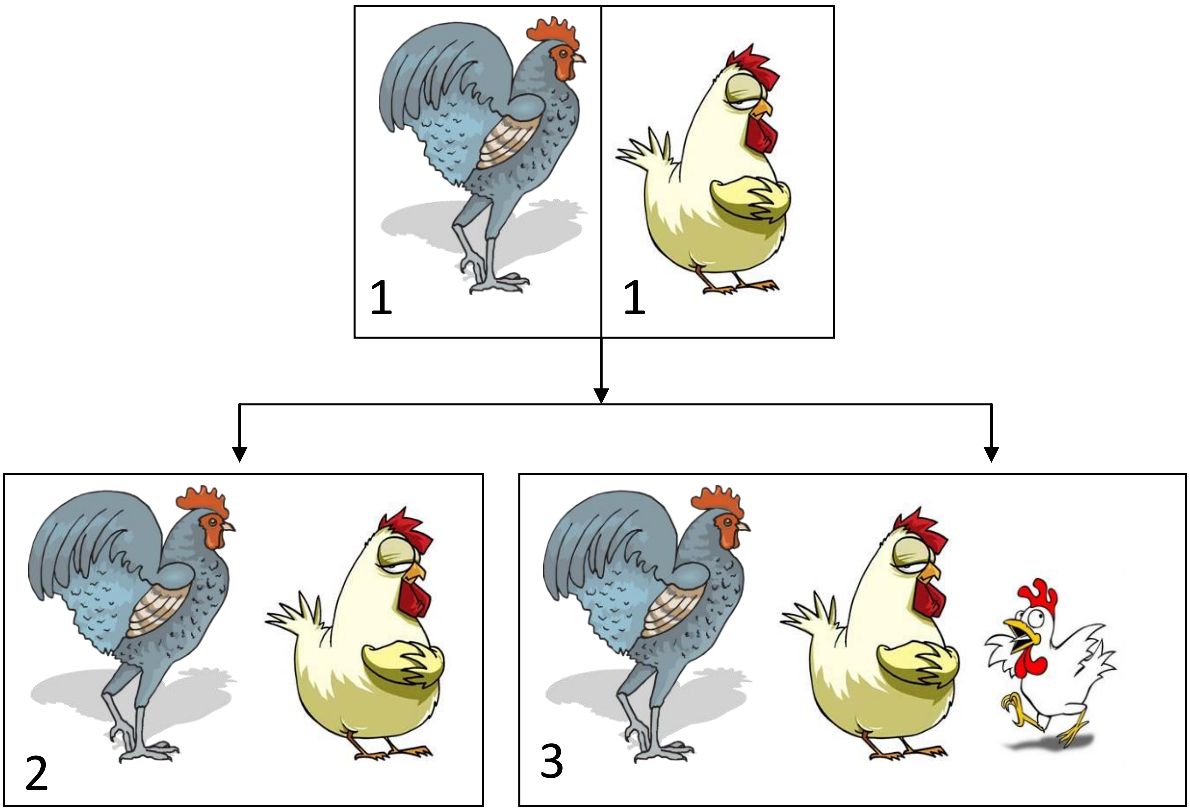
Karena terdapat indikasi kurang produktif, situasi susunan kaleng dilengkapi dengan tulisan "pola susunan" agar lebih mengarahkan pada barisan dan deret, lihat Gambar 4.b. Pertanyaan selanjutnya yang muncul adalah (1) Berapa selisih jumlah kaleng pada baris pertama dan kedua, kedua dan ketiga, ketiga dan keempat, serta keempat dan kelima? (Jawab: selalu sama dengan 1; merupakan beda tetap dalam barisan aritmetika), (2) Berapa jumlah total kaleng jika ditambah satu baris lagi? (Merupakan deret), (3) Jika ada 10 baris, berapa jumlah kaleng seluruhnya? (Merupakan deret), (4) Jika terdapat 20 baris, berapa jumlah kaleng seluruhnya? (Merupakan deret), (5) Jika ada sejumlah n baris, berapa jumlah kaleng seluruhnya? (Merupakan rumus deret), dan (6) Berapa banyak kaleng pada baris ke-n? (Merupakan rumus barisan). Pertanyaan yang muncul akibat pemberian tulisan "pola bilangan" terbukti lebih mempercepat memunculkan pertanyaan perihal barisan dan deret. Jika situasi susunan kaleng tersebut diberikan kepada siswa SMP maka hasilnya akan lebih menarik lagi untuk ditelaah.

Barisan dan deret di SMP merupakan materi baru namun bukan merupakan pengetahuan baru bagi siswanya. Siswa sering menjumpai barisan dan deret secara nyata dalam kehidupan sehari-hari. Akibatnya materi ini mempunyai potensi lebih mudah dalam mencarikan situasi yang merangsang siswa mengajukan pertanyaan. Lebih lanjut menurut [1] pengetahuan matematika yang tergolong sama sekali baru bagi siswa sebaiknya diberikan kepada siswa secara eksplisit mengenai apa yang dimaksudkan dan bagaimana mengerjakannya. Jika siswa diminta menemukannya maka ia akan mengalami kesulitan kecuali dengan bantuan yang cukup besar dari guru. Dalam suatu penelitian ditemukan bahwa bantuan yang banyak akan mempengaruhi hasil yang baik selama proses belajar, tetapi terlalu banyak bantuan berpotensi berdampak negatif pada hasil-hasil pada tahap berikutnya. Lebih lanjut, membantu siswa dalam membetulkan kesalahannya akan membuat lemahnya siswa dalam mengingat kembali apa yang pernah diketahuinya. Artinya upaya siswa sendiri untuk menemukan kesalahan-kesalahan yang dilakukan akan membuatnya semakin memahami dan bisa bertahan dalam waktu yang lama. Prinsip kemandirian siswa semacam ini kurang disadari oleh siswa itu sendiri, sehingga jika diterapkan di dalam kelas seringkali tidak disukai siswa.

PEMANFAATAN KEBENARAN MATEMATIKA

Kebenaran matematika adalah kebenaran yang berdasarkan fakta dan logika; meskipun demikian ada kebenaran faktual lainnya yang tidak sejalan dengan kebenaran matematika [12]. Sebagai contoh satu binatang ditambah satu binatang bisa menjadi 0, 1, 2, 3, atau 4. Matematika tentunya berpihak pada jawaban yang universal kebenarannya, meskipun kadang-kadang tidak selalu sesuai dengan fakta. Satu ayam jantan dan satu ayam betina jika dikurung dalam kandang yang sama bisa menjadi tetap dua ayam atau berubah menjadi tiga ayam, yakni 1 + 1 = 2 dan mungkin juga 1 + 1 = 3, lihat Gambar 5. Jawaban 1 + 1 = 2 merupakan proses tunggal yakni penggabungan semata sedangkan jawaban 1 + 1 = 3 terjadi karena proses ganda yakni penggabungan yang dilanjutkan dengan perkembangbiakan. Jika ayam jantan diganti dengan sawo dan ayam betina diganti dengan jeruk maka yang terjadi hanyalah proses penggabungan saja dan diperoleh 1 + 1 = 2. Untuk menghindari jawaban yang relatif maka objek matematika yang berupa bilangan harus dijadikan objek yang *kosong dari arti*. Maksudnya bilangan 1 dapat diwakili satu orang, satu apel, satu jeruk, atau satu ayam.

Definisi dalam matematika dimaksudkan untuk menjaga konsistensi, bisa disebabkan karena kegunaannya sebagai konsekuensi dari pola atau rumus lainnya atau bisa juga berdasarkan pilihan dari beberapa kemungkinan yang tersedia. Contoh pendefinisian yang disebabkan kegunaannya adalah 0! = 1. Misal ditanyakan "Mengapa 0!=1?", "Bolehkan 0! ≠ 1", dan "Bagaimana jika 0! = 2?" Untuk menjawab hal ini perlu meruntut kembali pada penggunaan 0! dalam kombinasi. Banyaknya seluruh hasil yang mungkin jika diambil sekaligus k kelereng dari n kelereng yang tersedia adalah $C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Pada saat $n = k$ maka hanya terdapat 1 hasil sehingga diperoleh $1 = C(n,k) = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{1}{0!}$ dan berarti haruslah 0! = 1.

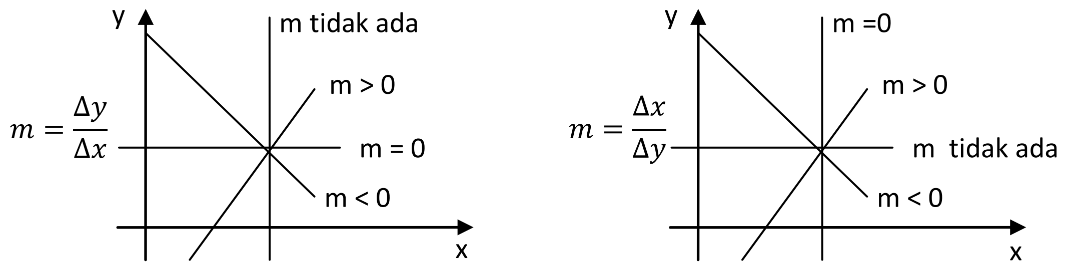


Gambar 5. Penggabungan Dua Objek dan Hasilnya

Gradien m yang didefinisikan dengan $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ merupakan definisi demi keseragaman dan menghindari perbedaan. Siswa yang kritis akan mengajukan pertanyaan "Bagaimana jika $m = \frac{\Delta x}{\Delta y}$?" Lihat Gambar 6. Guru sangat beruntung mempunyai siswa yang mengajukan pertanyaan "Bagaimana jika .... " karena ini merupakan pertanyaan level sangat tinggi yang selalu diajukan para matematikawan hebat pada saat mereka mencari temuan baru terkait definisi, sifat, lemma, teorema, atau korolari. Untuk mampu menanggapi pertanyaan siswa serupa itu guru harus benar-benar menguasai ilmu matematika dan juga siswa harus siap bereksplorasi. Melatih siswa untuk belajar bermatematika dengan mengajukan pertanyaan "Bagaimana jika .... " atau "Bagaimana jika tidak ...?" adalah sangat tepat. Dampaknya adalah siswa belajar bermatematika pada tingkat lanjut yang melatih siswa untuk berfikir ektensif dan kreatif

ISBN. 978-602-73403-0-5

yang disertai dengan pemahaman serta penalaran yang baik. Pertanyaan selanjutnya adalah “Siapkah guru untuk menghadapi siswa yang serupa itu?”



Gambar 6. Perbedaan Dua Definisi Gradien

Lanjutan pertanyaan berdasar Gambar 6 sebelah kiri yang pernah muncul dari siswa adalah “Mengapa untuk garis mendatar bergradien nol dan untuk garis tegak tidak mempunyai gradien?” Siswa yang mengajukan pertanyaan ini tentu merupakan siswa yang sangat besar rasa ingin tahunya. Guru yang bijaksana adalah guru yang bisa memuaskan rasa ingin tahu siswanya. Pada umumnya siswa hanya menerima apa adanya apapun yang diberikan guru. Mereka berusaha untuk memahami apa yang disampaikan guru, kalaupun belum mengerti siswa biasanya hanya menahan diri saja. Sebaliknya beberapa guru merasa tidak nyaman jika ada siswa yang bertanya dengan pertanyaan serupa itu.

Perihal gradien, garis dengan persamaan $y = 2x + 3$ mempunyai gradien 2, garis mendatar mempunyai persamaan $y = a$ dan dapat ditulis dengan $y = 0x + a$ sehingga mempunyai gradien 0, adapun garis vertikal mempunyai persamaan $x = b$ yang tidak mungkin memuat variabel y dan oleh karenanya garis tegak tidak memiliki gradien. Argumen lain bisa berangkat dari rumus gradien $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Garis mendatar tidak ada perubahan ketinggian dan yang ada adalah perubahan mendatar, dengan demikian Δy = 0 sedangkan $\Delta x > 0$ atau $\Delta x < 0$. Karena nol dibagi sembarang bilangan tak nol hasilnya nol maka $m = 0$. Di lain pihak, untuk garis tegak terjadi perubahan ketinggian namun tidak terjadi perubahan mendatar, artinya $\Delta y \neq 0$ dan $\Delta x = 0$. Karena dalam matematika pembagian dengan nol tidak didefinsikan maka untuk garis tegak tidak mempunyai gradien atau gradiennya tidak didefinisikan.

Bisa jadi dalam pembelajaran yang menerapkan pendekatan eksploratif ada siswa yang bertanya “Mengapa pembagian dengan nol tidak didefinisikan, bukankah ada yang mengatakan $\frac{0}{0} =$ tak tentu?” Tidak semua guru merasa senang dan bangga dengan pertanyaan seperti itu sebab untuk menjawabnya memerlukan kejelian serta membutuhkan waktu. Padahal waktu yang disediakan untuk pelajaran matematika sangat terbatas yang dikarenakan padatnya materi dalam kurikulum.

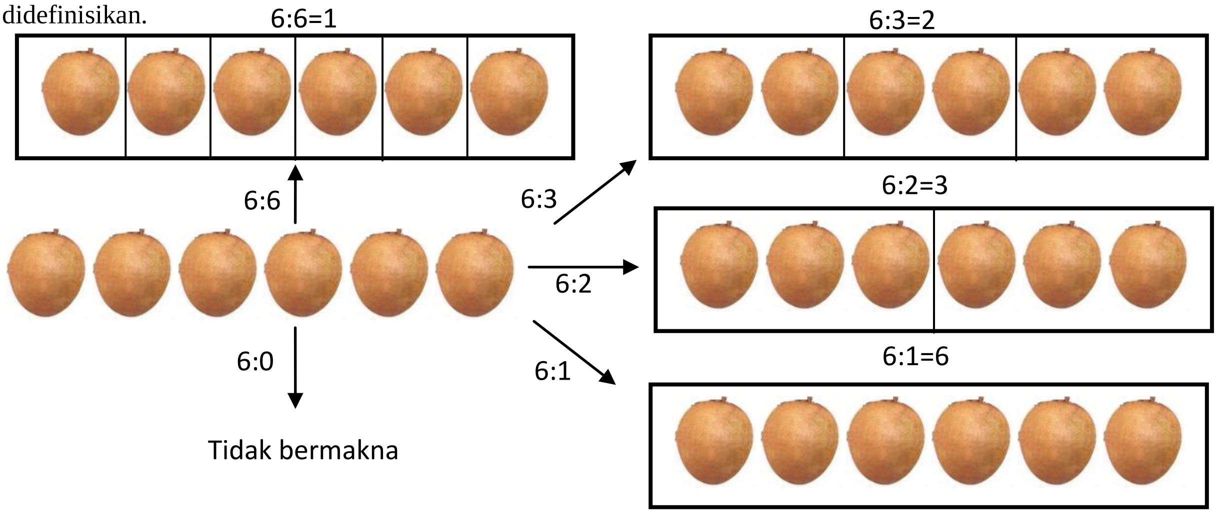
Membagi dengan nol adalah haram hukumnya dalam matematika, jika ini kita lakukan akan muncul inkonsistensi padahal matematika merupakan ilmu yang konsisten. Sebagai contoh dengan melakukan kanselasi (pencoretan) 3 – 3 akan berakibat diperolehnya kesalahan matematis yakni 3 = 6, yaitu

$$3 = \frac{3(3-3)}{3-3} = \frac{3^2-3^2}{3-3} = \frac{(3-3)(3+3)}{3-3} = 3 + 3 = 6.$$

Oleh karenanya dalam matematika tidak dibenarkan membagi dengan nol. Problematika pembagian dengan nol juga dapat dijelaskan dengan memakai konteks kehidupan.

Bermula dari pembagian 6 sawo kepada 6, 3, 2, 1, dan 0 anak maka akan memunculkan kepekaan (*sense*) perihal pembagian dengan nol yang tidak mempunyai makna, lihat Gambar 7. Jika 6 sawo dibagi kepada 6 anak maka setiap anak akan mendapat 1 sawo, sehingga 6:6 = 1. Jika 6 sawo dibagi kepada 3 anak maka setiap anak akan mendapat 2 sawo, yakni 6:3=2. Jika 6 sawo dibagi kepada 2 anak, maka setiap anak mendapat 3 sawo, oleh karenanya 6:2 =3. Jika 6 sawo dibagi kepada 1 anak maka anak tersebut akan mendapat 6 sawo, jadi 6:1 = 6. Tibalah saatnya jika 6 sawo tersebut dibagi kepada 0 anak maka tidak ada seorangpun yang mampu melakukan pekerjaan pembagian tersebut, artinya 6:0 tidak ada, tidak bisa dikerjakan, atau tidak didefinisikan. Terlebih 0:0 semakin tidak didefisikan sebab tak seorangpun yang bisa melakukan perkerjaan "membagi sebanyak 0 sawo kepada sebanyak 0 siswa."

Terkait pembagian dengan nol, beberapa siswa SMA dan mahasiswa calon guru sering menuliskan $\lim_{x\to 1}\frac{6x^2}{x-x}=\frac{6}{0}=\infty$. Secara sepintas jawaban tersebut benar, akan tetapi jawaban yang benar adalah tidak mempunyai limit sebab untuk x mendekati kiri diperoleh nilai limit $-\infty$ dan dari kanan didapat ∞. Kesalahan lainnya adalah menuliskan jika $\frac{6}{0}=\infty$ padahal pembagian dengan nol tidak didefinisikan.



Gambar 7. Pembagian dengan nol adalah tidak bermakna

Proses penemuan rumus matematika oleh siswa SMP yang terjadi di kelas pada umumnya menggunakan cara berfikir induktif, yaitu dengan mengamati beberapa gejala atau beberapa fenomena dan setelah dirasa cukup kemudian menentukan rumusnya. Rumus yang diperoleh ini sebenarnya masih merupakan rumus dugaan yang seringkali disebut dengan konjektur. Konjektur mempunyai peran yang sangat vital dalam proses penemuan rumus-rumus matematika. Namun sayangnya, dengan konjektur saja tidaklah cukup bagi para matematikawan untuk meyakini kebenarannya. Euler, seorang matematikawan terkenal yang berasal dari Swiss, mengemukakan bahwa $P(n)=n^2+n+41$ merupakan rumus untuk mendapatkan bilangan-bilangan prima. Apa yang dikemukan oleh Euler tersebut masih berupa konjektur sebab ia belum membuktikannya secara matematis. Setelah sekian lama kemudian, ada yang menemukan bahwa konjektur dari Euler tersebut salah manakala $n=41$.

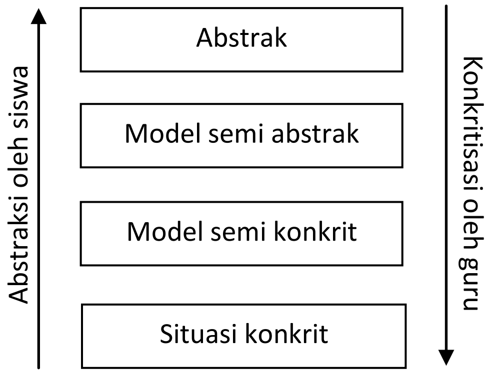
Berbeda dengan konjektur pada barisan aritmetika, konjektur yang muncul dari suatu soal pemecahan masalah harus dibuktikan kebenarannya, minimal oleh guru sendiri. Jika tidak maka kesalahan yang pernah dilakukan Euler bisa terulang lagi. Sebagai contoh perhatikan soal pemecahan masalah: "Sebanyak 10 titik ditempatkan pada suatu lingkaran dan setiap pasang titik dihubungkan dengan sebuah tali busur. Tentukan maksimal banyak daerah yang mungkin dibuat! Bagaimana jika terdapat sebanyak n titik?" Dengan menggambar akan diperoleh hubungan antara banyak titik dan banyak daerah maksimal secara berturut-turut: 1 ➔1, 2 ➔ 2, 3 ➔ 4, 4 ➔ 8, dan 5 ➔16. Karena $1 = 2^0$, $2 = 2^1$, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, dan $16 = 2^4$ maka akan diduga bahwa jika terdapat 6 titik maka dapat dibuat sebanyak $2^5 = 32$ titik. Dengan demikian diduga 6 ➔32. Dugaan rumus atau konjektur yang diperoleh adalah n ➔2^{n-1}. Dugaan tersebut ternyata salah. Setelah dilakukan penggambaran didapat yang benar adalah 6 ➔31. Kemudian untuk menemukan rumus umumnya digunakan *prinsip beda tetap* dan diperoleh hubungan n ➔ $\frac{1}{24}n^4-\frac{1}{4}n^3+\frac{23}{24}n^2-\frac{3}{4}n+1$. Prinsip beda tetap tersebut tergolong sederhana sehingga guru SMP bisa mengajarkannya di kelas.

LEVEL KOGNISI SISWA

Guru sebagai individu yang matang telah mengenal secara baik objek-objek matematika yang bersifat abstrak meskipun objek tersebut disajikan dalam bentuk simbol. Sebenarnya memang seluruh objek matematika merupakan benda pikiran yang hanya ada pada pikiran manusia. Sebaliknya siswa

ISBN. 978-602-73403-0-5

masih mengalami proses abstraksi terhadap objek matematika dengan urutan (situasi konkrit) ➔ (model semi konkrit) ➔ (model semi abstrak) ➔ (abstrak). Siswa SD cenderung berada pada level konkrit-model semi konkrit- model semi abstrak; siswa SMP cenderung berada pada level model semi konkrit-model semi abstrak-abstrak; dan siswa SMA cenderung pada level model semi abstrak-abstrak. Dalam proses pembelajaran, tugas guru adalah menuntun dan tidak hanya sekedar menuntut siswanya untuk mencapai derajat level abstrak. Cara yang efektif yang dilakukan guru matematika dalam menuntun siswa menuju abstrak adalah membuat jembatan penghubung antara empat level keabstrakan. Jembatan tersebutlah yang akan dilintasi siswanya, lihat Gambar 8.

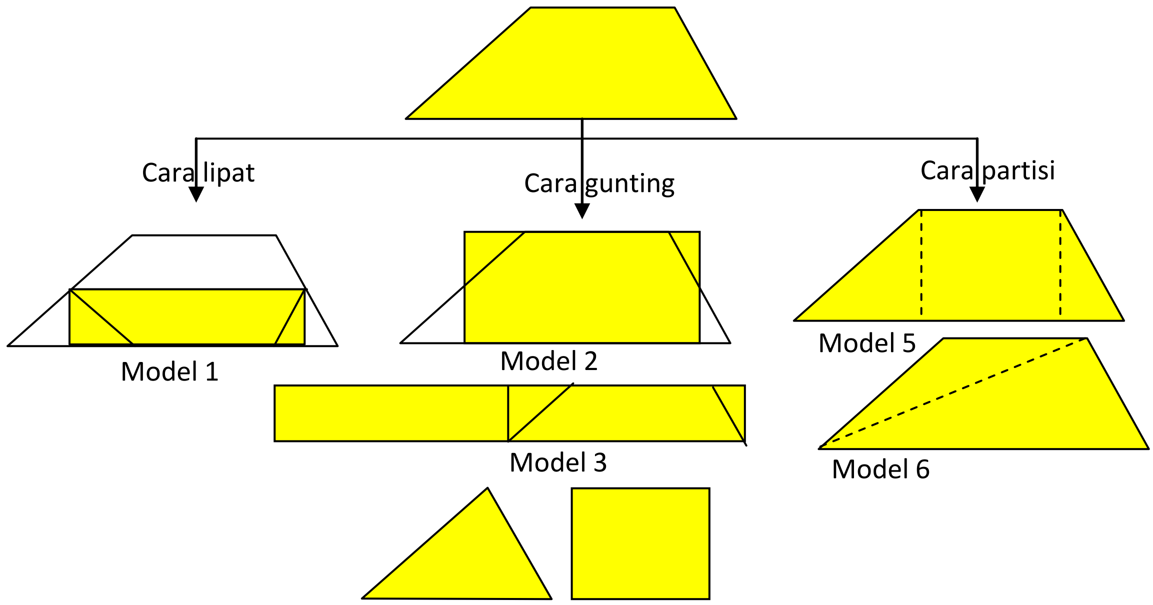


Gambar 8. Abstraksi Siswa dan Konkritisasi Guru

Proses konkritisasi yang berarti penurunan derajat keabstrakkan dari objek matematika tidak selalu berarti turun sampai ke level situasi konkrit, akan tetapi disesuaikan dengan kemampuan siswa. Siswa yang cerdas dalam matematika mudah dalam mencapai level abstrak dan akibatnya ia tidak suka apabila bekerja dalam taraf situasi konkrit atau model semi abstrak. Sebagai contoh, pada suatu penataran Pendidikan Matematika Realistik bagi guru SD ditampilkan acara simulasi pembelajaran yang melibatkan sekelompok siswa SD kelas V dengan topik luas jajar genjang. Seorang siswa terlihat sangat aktif terlibat dalam kegiatan menggunting, menempel, dan menghitung luas trapesium. Hasil yang didapat kelompok siswa tersebut benar. Sesaat setelah selesai kegiatan, siswa tersebut diminta menanggapinya. Berbeda dari ekspektasi peserta seminar, siswa tersebut mengatakan bahwa kegiatan seperti itu malah menjadikannya ribet dan repot. Apa yang dikatakan siswa tersebut sejalan dengan hasil beberapa penelitian yang menemukan bahwa siswa SD kelas V banyak yang lebih suka pada argumentasi langsung secara matematis dibanding harus dengan melakukan kegiatan enaktif maupun kegiatan memakai ikonik [13]. Terlebih bagi siswa SMP dan SMA.

Berdasarkan pengamatan penulis selama menjadi observer di kelas matematika SMP maupun menjadi pendamping guru SMP dan mahasiswa calon guru diperoleh indikasi terjadinya kecenderungan penurunan derajat keabstrakan dan kecenderungan penurunan tingkat kompleksitas dari level SMP turun menjadi SD. Sebagai contoh, agar siswa melakukan kegiatan inkuiri, guru memberi LKS beserta dengan kertas berbentuk trapesium (bahkan ada yang menggunakan makanan sebenarnya seperti kue), penggaris, beserta gunting. Kelompok siswa melakukan kegiatan penemuan rumus tersebut di dalam kelas dan selanjutnya menyajikannya di depan kelas. Mereka melakukan kegiatan pembelajaran dengan senang, mendapat bimbingan dari guru dalam membuat perubahan bentuk trapesium menjadi persegi panjang, berlatih mengukur panjang dua sisi yang sejajar dan tinggi trapesium, menemukan rumus secara induktif, berlatih menuliskan ide dan temuan, berlatih bekerja berkelompok, berlatih mempresentasikan hasil di depan kelas, dan berlatih menanggapi. Di balik keberhasilan tersebut terdapat pula unsur negatif yang muncul di kelas berkaitan dengan manajemen waktu serta penataan proses kognisi siswa, misalnya (1) persiapan pembelajaran yang memakan waktu beserta dengan pengelompokan siswanya (problem pengelolaan kelas), (2) pekerjaan menggunting dan menempel yang dikerjakan secara lama (kegiatan enaktif yang lazim dilakukan siswa SD), (3) menuliskan rumus $Luas = \frac{a+b}{2} \times t$ yang telah dikenalnya di SD tanpa melalui proses operasi aljabar (terjadi lompatan proses abstraksi), (4) mengabaikan pembuktian rumus luas secara deduktif (masalah belajar membuktikan), serta (5) presentasi kelompok siswa tidak disimak oleh seluruh siswa (terjadi masalah budaya kelas). Pertanyaan yang muncul selanjutnya adalah apakah materi luas trapesium memiliki potensi untuk dieksplorasi secara matematis agar siswa melakukan kegiatan yang beruntun dan bermakna?

Pembelajaran luas trapesium pada dasarnya sangat berpotensi dalam melatih siswa dalam melakukan kegiatan pembelajaran matematika yang disebabkan oleh sifat materinya yang sederhana dan juga cara mencari rumus luas juga beragam. Siswa bisa berlatih melakukan pembuktian matematika dengan menggunakan kaidah yang telah dipelajari pada materi aljabar. Untuk mencari rumus luas trapesium dapat dilakukan dengan tiga teknik perubahan bentuk trapesium menjadi bentuk segitiga dan persegi panjang, yakni (1) cara melipat , (2) cara menggunting dan menempel, dan (3) cara mempartisi, lihat Gambar 9.



Gambar 9. Ragam Perubahan Bentuk Trapesium

Misalkan suatu trapesium mempunyai panjang dua garis sejajarnya a dan b dengan $a < b$ dan tinggi t. Setelah diubah menjadi model 3 dengan cara menggunting dan menempel maka diperoleh persegi panjang dengan alas $a + b$ dan tinggi t/2. Dengan demikian diperoleh:

Luas trapesium = luas persegi panjang model 3 .... (hukum kekekalan luas)

= alas × tinggi .... (rumus luas persegi panjang)

= $(a+b) \times \frac{1}{2} t$ .... (subtitusi)

= $((a+b) \times \frac{1}{2}) \times t$ .... (asosiatif)

= $\frac{a+b}{2} \times t.$

Pada cara partisi diperoleh model 5 yang terdiri dari segitiga pertama dengan tinggi t dan alas x, persegi panjang dengan alas a dan tinggi t, serta segitiga kedua dengan alas b – x – a dan tinggi t. Luas trapesium tersebut adalah:

Luas trapesium = luas segitiga I + luas persegi panjang +luas segitiga II

= (½ alas x tinggi) + (alas x tinggi) + (½ alas x tinggi) .... (rumus luas)

$= \quad (\frac{1}{2}x \times t) + (a \ \times t) + (\frac{1}{2} \times (b - x - a) \times t)$ .... (subtitusi)

$= \quad \frac{1}{2}(x + 2a + (b - x - a)) \times t$ .... (distributif)

$= \quad \frac{1}{2}(x + 2a + b - x - a) \times t$ .... (asosiatif)

$= \frac{1}{2}(a + b)t$

Tingkat kompleksitas pembuktian rumus trapesium dari model 1, 2, 3, 4, dan 5 berbeda-beda. Pembuktian rumus yang paling rumit adalah pada model 5. Kekomplekan pembuktikan disebabkan oleh banyaknya operasi, sifat operasi aljabar, serta variabel yang digunakan. Pertanyaan selanjutnya adalah apa yang dikerjakan dengan adanya banyaknya alternatif cara pembuktian? Cukupkah jika diambil satu saja atau harus keempatnya? Dalam suatu riset terhadap multi representasi di negara Jerman ditemukan bahwa siswa dan guru yang berasal sekolah unggulan lebih menyukai dikenalkan banyak representasi dan sebaliknya siswa dan guru yang berasal dari sekolah dengan pencapaian rendah lebih suka pada satu representasi saja [13].

SIMPULAN

Dalam pembelajaran matematika guru dan siswa dituntut untuk aktif serta harus didukung dengan ketersediaan bahan ajar dan media yang baik. Keterbukaan guru terhadap kemungkinan munculnya beragam cara atau jawaban dalam pemecahan masalah akan mendorong siswa menjadi lebih berani untuk bertanya dan berbeda pendapat. Siswa akan terlatih untuk mengajukan pertanyaan matematis baik yang berangkat dari situasi atau informasi yang dihadapi, selama mengerjakan soal, atau setelah mengerjakan soal. Sifat keterbukaan guru harus ditopang dengan penguasaannya terhadap materi matematika itu sendiri. Perihal bantuan, guru memberikan bantuan kepada siswa sesuai dengan kebutuhan siswa tersebut, tidak sedikit dan tidak terlalu banyak, sehingga siswa tersebut akan tumbuh menjadi siswa yang konstruktif.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Kirschner, P.A., Sweller, J. And Clark, R.E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist* (41: 75 - 86)

[2] Ruseffendi, E.T. (2006). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA.* Bandung: Tarsito.

[3] Kaur, B. (2004). *Teaching of Mathematics in Singapore Schools*. Paper Presented at ICME – 10 Copenhagen, Denmark.

[4] Romberg, T.A. (1994). “Classroom Instruction that Foster Mathematical Thinking and Problem Solving: Connections between Theory and Practice”. In *Mathematical Thinking and Problem Solving.* Editor: Schoenfeld, A.H. Hove: Lawrence Erlbaum Associates, Publisherser

[5] Branca, N.A. (1980). “Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill”. *Problem Solving in School Mathematics*. Editor: Krulik, S. and Reys, R.E. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

[6] Schoen, H.L. and Oehmke, T. (1980). A New Approach to the Measurement of Problem-solving Skills. In *Problem Solving in School Mathematics*. Editors: Krulik, S. and Reys, R.E. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

[7] Bell, F.H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools*. Second Printing. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown. Company.

[8] Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

[9] Wong, N.Y. (2007). Hong Kong teachers’ views of effective mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education* (39:301–314)

[10] Bornok Sinaga, dkk. (2013). *Matematika SMP/MTs Kelas VII*. Jakarta: Politeknik Negeri Media Kreatif.

[11] Musser, G.L., Burger W.F., Peterson, B.E. (2011). Mathematics for Elementary Teacher: A Contenporary Aproach. Edition: 9th. Haboken, N.J.: John Wlley and Soon, Inc.

[12] Justin, C.D. (2012). Morality and Mathematics: The Evolutionary Challenge. *Ethics* (122: 313-340)

[13] Levenson, E. (2010). Fifth-grade students’ use and preferences for mathematically and practically based explanation. *Educational Study in Mathematics* (73:121-142)