BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Persamaan Diferensial merupakan salah satu topik dalam matematika yang cukup menarik untuk dikaji lebih lanjut. Hal itu karena banyak permasalahan kehidupan sehari-hari yang dapat dimodelkan dengan persamaan Diferensial, diantaranya dalam bidang kesehatan yaitu pemodelan penyakit, perkembangan bakteri, sedangkan dalam bidang teknik yaitu pemodelan gelombang air laut, pemodelan perambatan panas pada batang logam, dan sistem kerja pada pegas. Persamaan Diferensial secara umum dibedakan menjadi dua, yaitu persamaan Diferensial biasa dan persamaan Diferensial parsial. Persamaan Diferensial biasa adalah persamaan yang hanya memuat turunan yang terdiri dari satu atau lebih variabel tak bebas dengan satu variabel bebas, sedangkan persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat turunan parsial satu atau lebih variabel tak bebas terhadap dua atau lebih variabel bebas (Ross,1984:4).

Dalam proses pemodelan matematika banyak ditemukan kasus dalam bentuk Persamaan Diferensial parsial, diantaranya pada pemodelan persamaan panas, persamaan gelombang, persamaan Laplace, dan persamaan telegraf. Peristiwa dalam kehidupan sehari-hari seperti perambatan panas pada kemasan kaleng, perambatan panas pada kabel, sistem kerja pada lemari pendingin merupakan aplikasi dari persamaan panas. Selain itu, contoh perambatan panas pada bidang datar antara lain setrika listrik dan prosesor. Secara umum terdapat tiga cara perpindahan panas, yaitu perpindahan panas secara konduksi, konveksi, dan radiasi.

Masalah persamaan Diferensial parsial dapat diselesaikan dengan menggunakan metode separasi variabel, metode kanonik, metode *d'Alembert*, Metode Transformasi Laplace. Metode separasi variabel adalah suatu metode yang digunakan untuk metransformasikan suatu persamaan Diferensial parsial kedalam persamaan Diferensial biasa dengan cara memisahkan solusi persamaan diferensial parsial menjadi fungsi-fungsi yang memuat satu variabel. Setelah didapatkan persamaan Diferensial biasa, kemudian selesaikan dengan integral biasa. Berdasarkan langkah tersebut diperoleh solusi dari persamaan Diferensial parsial. Untuk memperoleh solusi khusus, diperlukan adanya nilai awal dan syarat batas. Apabila yang menjadi bahan tinjauan adalah potongan batang logam, dengan mengambil permisalan $u(x, 0)$ yang menyatakan suhu pada posisi x saat waktu t sama dengan nol. Suhu saat $t = 0$ untuk setiap posisi dikatakan masalah nilai awal. Syarat batas adalah suhu yang terletak dikedua ujung batang logam. Terdapat tiga syarat batas yaitu syarat batas Dirichlet, syarat batas Neumann, dan syarat batas Robin atau yang biasa dikenal dengan syarat batas campuran.

Penelitian tentang persamaan panas dimensi satu pernah diteliti oleh Agah D. Garnadi (2004) dengan judul *Masalah Syarat Batas Bebas Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Satu*. Penelitian tersebut membahas tentang Pendekatan berbagai masalah syarat batas bebas yang eksplisit maupun implisit untuk persamaan difusi satu-dimensi dengan mempergunakan satu barisan masalah syarat batas dari satu persamaan diferensial biasa. Penelitian lain dilakukan oleh Eminugroho, dkk (2013) dengan judul *Eksistensi dan Ketunggalan Solusi Persamaan Panas*. Dalam penelitian tersebut membahas tentang pembetukan persamaan panas dimensi satu dan ketunggalan solusi dalam suatu persamaan panas dimensi satu yang dilengkapi syarat awal dan syarat batas. Di tahun yang sama Yang, Ai-Ming, dkk meneliti tentang persamaan panas dimensi satu dengan judul *Analytical Solutions of the One-Dimensional Heat Equations Arising in Fractal Transient Conduction with Local Fractional Derivative*, penelitian tersebut membahas tentang gradasi panas pada persamaan panas dimensi satu yang timbul pada konduksi fraktal.

Persamaan panas dimensi satu dengan nilai awal dan syarat batas yang berbeda telah dibahas pada buku berjudul "*Advanced Engineering Mathematics with Matlab Second Edition*" oleh *Dean G.Duffy*, namun pada buku tersebut lebih menekankan perhitungan secara matematis pada kasus nilai awal dan syarat batas yang berbeda. Oleh karena itu, tugas akhir ini membahas persamaan panas dimensi satu secara matematis dan diberikan implementasi secara riil dengan nilai awal dan syarat batas yang berbeda. Syarat batas yang digunakan dalam hal ini adalah syarat batas Dirichlet, syarat batas Neumann, serta syarat batas Robin. Proses penyelesaian persamaan panas dimensi satu akan digunakan metode separasi variabel. Metode ini dipilih karena penyelesaian kasus persamaan panas dimensi satu dapat dipisahkan menjadi fungsi-fungsi yang memuat satu variabel. Berdasarkan pemaparan di atas, pada tugas akhir ini diambil judul “ Tinjauan Kasus Persamaan Panas Dimensi Satu secara Analitik ”.

B. Batasan Masalah

Beberapa batasan permasalahan yang perlu diperhatikan dalam tugas akhir ini, sebagai berikut.

1. Persamaan panas satu dimensi.
2. Persamaan panas dimensi satu tentang masalah nilai awal dan syarat batas yang berbeda.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana model persamaan panas dimensi satu?.
2. Bagaimana solusi persamaan panas dimensi satu dengan nilai awal dansyarat batas yang berbeda?.

D. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Menjelaskan model persamaan panas dimensi satu.
2. Menjelaskan solusi persamaan panas dimensi satu dengan nilai awal dan syarat batas yang berbeda.

E. Manfaat Penulisan

Manfaat dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagi mahasiswa

   Menambah pengetahuan tentang model persamaan panas dimensi satu, dapat menyelesaikan persamaan panas dimensi satu dengan masalah nilai awal dan syarat batas yang berbeda.

2. Bagi universitas

   Hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah bahan referensi yang bermanfaat bagi Universitas Negeri Yogyakarta, khususnya pada Jurusan Pendidikan Matematika.

3. Bagi pembaca

   Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai bahan acuan dalam penelitian persamaan panas dimensi satu.