BAB II
KAJIAN TEORI

A. Kanker Serviks

Kanker serviks merupakan penyakit yang menyerang leher rahim yang merupakan bagian reproduksi wanita. Kanker serviks terjadi ketika sel-sel pada serviks berubah dan tumbuh tidak terkendali. Sel-sel ini dapat berubah dari normal menjadi pra-kanker dan kemudian menjadi kanker.

1. Penyebab

Human Papilloma Virus (HPV) merupakan virus penyebab utama dari kanker serviks, khususnya virus HPV tipe 16 dan 18 . Virus ini sangat mudah berpindah dan menyebar, tidak hanya melalui cairan, tetapi juga dapat berpindah melalui sentuhan kulit. Selain itu, penggunaan toilet umum yang sudah terkena virus HPV dapat menjangkit seseorang yang menggunakannya jika tidak membersihkannya dengan baik. (Bidanku, 2015).

Faktor lain yang menjadi penyebab kanker serviks menurut Tim Kanker-Serviks pada Panduan Lengkap Menghadapi Bahaya Kanker Serviks sebagai berikut :

a. Kurangnya tes Pap Smear secara teratur. Kanker leher rahim lebih sering terjadi pada wanita yang tidak menjalani tes Pap Smear secara teratur. Dengan melakukan tes ini dapat membantu dokter menemukan sel abnormal pada serviks.

b. Seringnya merokok dapat meningkatkan kemungkinan resiko kanker leher rahim untuk wanita yang terinfeksi virus HPV.

c. Melemahnya sistem kekebalan tubuh karena sejarah kehidupan seksual. Wanita yang memiliki banyak pasangan seksual memiliki risiko tinggi terkena kanker serviks. Selain itu, seorang wanita yang telah berhubungan seks dengan pria yang memiliki banyak pasangan seksual juga memiliki risiko tinggi untuk mengalami kanker serviks. Dalam kedua kasus di atas, risiko menderita kanker leher rahim lebih tinggi karena wanita memiliki risiko yang lebih tinggi terinfeksi HPV.
d. Menggunakan pil KB untuk waktu yang lama atau memiliki banyak anak. Penelitian menunjukkan bahwa melahirkan banyak anak (5 atau lebih) meningkatkan resiko kanker leher rahim pada wanita dengan infeksi HPV.
e. Wanita yang yang terkena obat *dietilstilbestrol* (DES) sebelum kelahiran dapat meningkatkan risiko kanker serviks.
f. Faktor kemiskinan dan kebersihan juga dapat meningkatkan resiko untuk mengalami kanker serviks.

2. Gejala Kanker Serviks

Gejala pada kanker serviks stadium awal umumnya tidak terlihat. Namun gejala baru muncul ketika sel-sel kanker serviks sudah menginvasi jaringan sekitarnya, yaitu berupa (www.kankerserviks.com):

a. Keputihan abnormal, beraroma tidak enak dan tidak sembuh-sembuh.
b. Terjadi pendarahan apabila sel-sel rahim telah berubah sifat menjadi kanker dan menyerang jaringan-jaringan di sekitarnya.
c. Pendarahan abnormal di luar siklus menstruasi dan setelah berhubungan seks.

d. Siklus menstruasi tidak teratur.

e. Nyeri selama berhubungan seks.

f. Rasa nyeri saat berkemih.

g. Nyeri sekitar panggul.

h. Pendarahan pada masa pra atau paska menopause.

i. Bila kanker sudah mencapai stadium tinggi, akan terjadi pembengkakan pada anggota tubuh seperti betis, paha, tangan dan sebagainya.

3. Deteksi Dini

Deteksi dini merupakan langkah awal untuk mengetahui perkembangan sel pada tubuh sejak awal. Deteksi dini untuk kanker serviks dapat dilakukan dengan berbagai metode. Adapun metode yang dapat digunakan untuk deteksi dini menurut Tim Kanker-Serviks sebagai berikut:

a. Tes Pap Smear

Tes Pap Smear dilakukan secara teratur agar dapat mengurangi resiko kanker serviks. Tes ini dilakukan dengan mengambil sampel sel leher rahim. Kemudian sampel tersebut dianalisis lebih lanjut di laboratorium. Tes ini dapat menemukan sel-sel abnormal (kanker) yang kemungkinan dapat menjadi kanker serviks.

b. Tes IVA

Inspeksi Visual dengan Asam asetat (IVA) merupakan metode pemeriksaan dengan mengoles serviks atau leher rahim dengan asam asetat. Kemudian diamati ada tidaknya kelainan seperti area berwarna putih. Jika tidak ada perubahan warna, maka dapat dianggap tidak ada infeksi pada serviks. Tes ini dapat dilakukan hanya untuk deteksi dini. Jika terlihat tanda yang mencurigakan, maka metode deteksi lainnya yang lebih lanjut harus dilakukan.

Jika hasil tes Pap Smear atau IVA tidak normal, maka dianjurkan melakukan tes lain untuk membuat diagnosis. Tes lain yang dapat dilakukan antara lain:

1) *Kolposkopi*

   Dalam tes ini, dokter menggunakan sebuah alat yang disebut *kolposkopi* untuk memeriksa leher rahim. *Kolposkopi* menggabungkan suatu cahaya yang terang dengan lensa pembesar untuk membuat jaringan rahim mudah dilihat. Alat ini tidak dimasukkan ke dalam vagina. *Kolposkopi* biasanya dilakukan di tempat praktek dokter atau klinik.

2) Biopsi

   Metode biospi dilakukan dengan pengangkatan jaringan untuk mencari sel-sel sebelum bersifat kanker atau sel-sel kanker. Lalu seorang ahli patologi memeriksa jaringan di bawah mikroskop untuk memeriksa adanya sel-sel abnormal.

3) *Punch Biopsi*

   Metode ini dilakukan dengan mengambil sampel kecil dari jaringan leher rahim dengan alat berongga.

4) *Loop Electrical Excision Procedure* (LEEP)

   Metode ini menggunakan loop kawat listrik untuk mengiris sepotong, bulat tipis dari jaringan serviks.

5) *Endoservikal Kuret*

Dalam tes ini, dokter menggunakan kuret (alat kecil berbentuk sendok) untuk mengikis contoh kecil jaringan dari leher rahim. Beberapa dokter mungkin menggunakan kuas tipis lembut, bukan kuret.

6) *Conization*

Proses ini, dokter mengambil sebuah sampel jaringan berbentuk kerucut. Sebuah *conization,* atau biopsi kerucut, memungkinkan ahli patologi melihat ada tidaknya sel-sel abnormal dalam jaringan di bawah permukaan leher rahim.

4. Stadium Kanker Serviks

Penentuan diagnosis stadium kanker serviks sangat penting untuk pengobatan atau penanganan yang tepat. Stadium kanker serviks dibedakan menjadi 5 jenis. Menurut *Cancer Research UK* tentang jenis kanker serviks diberikan sebagai berikut:

a. Normal

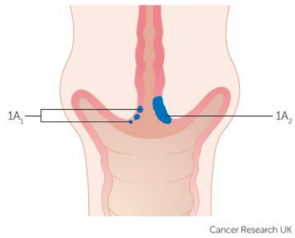
Pada stadium ini disebut juga "*Carsinoma In Situ* (CIS)" yang berarti bahwa beberapa sel serviks mengalami perubahan. Namun sel-sel abnormal mulai terdapat dan terkandung dalam lapisan permukaan serviks dan masih pada tempatnya. *Carsinoma in situ* bukan kanker tetapi pada beberapa wanita perubahan akan berkembang menjadi kanker setelah beberapa tahun.

b. Stadium 1

Stadium satu ditandai dengan sel kanker yang hanya ada di serviks dan ukuran kelainannya kurang dari 3 mm. Stadium ini berarti bahwa kanker hanya terdapat dalam leher rahim. Biasanya dibagi menjadi 2 tahap pada stadium ini, yaitu:

1) Stadium 1A

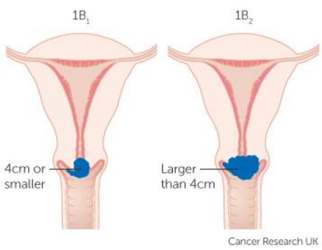
   Pada stadium 1A pertumbuhan sangat kecil hanya dapat dilihat dengan mikroskop. Stadium $1A_1$ berarti kanker telah tumbuh kurang dari 3 milimeter (mm) ke dalam jaringan leher rahim, dan kurang dari 7 mm lebarnya. Stadium $1A_2$ berarti kanker telah tumbuh antara 3 dan 5 mm ke dalam jaringan serviks, tetapi masih kurang dari 7 mm lebarnya.



Gambar 2. 1 Stadium $1A_1$ dan $1A_2$

2) Stadium 1B

   Pada stadium 1B daerah kanker mulai meluas, tetapi kanker masih hanya dalam jaringan serviks dan belum menyebar. Biasanya dapat dilihat tanpa mikroskop, tetapi tidak selalu terlihat. Pada stadium $1B_1$ kanker tidak lebih besar dari 4 cm. Pada tahap $1B_2$ kanker lebih besar dari 4 cm.



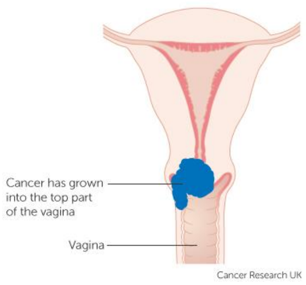
Gambar 2. 2 Stadium $1B_1$ dan $1B_2$

c. Stadium 2

Pada kanker serviks stadium 2, kanker telah mulai menyebar di luar leher rahim ke dalam jaringan sekitarnya. Namun belum tumbuh ke dalam otot atau ligamen yang melapisi pelvis (dinding panggul) maupun bagian bawah vagina. Tahapan ini di bagi menjadi dua, yaitu:

1) Stadium 2A

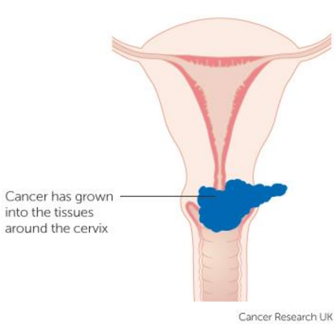
Pada tahap 2A kanker telah menyebar ke dalam bagian atas vagina.



Gambar 2. 3 Stadium 2A

2) Stadium 2B

Pada tahap 2B kanker tersebar sampai ke jaringan di sekitar leher rahim.



Gambar 2. 4 Stadium 2B

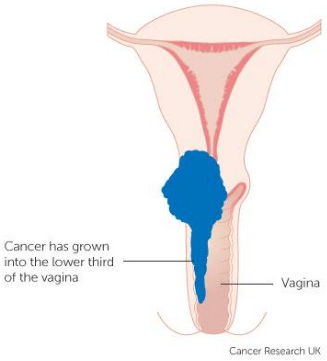
d. Stadium 3

Kanker serviks stadium 3 telah menyebar keluar rahim tapi masih berada didalam rongga panggul dan belum masuk sampai kandung kemih atau rektum.

Namun kelenjar getah bening sudah bisa mengandung sel kanker. Kanker pada stadium ini adalah kanker yang tingkat dan gejalanya sudah semakin parah. Stadium 3 ini dibagi menjadi dua, yaitu:

1) Stadium 3A

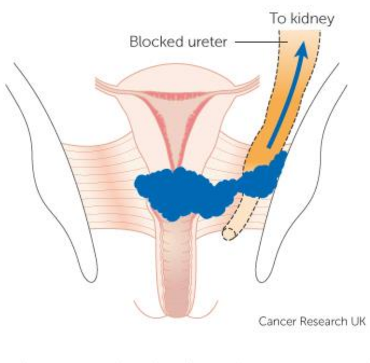
   Stadium 3A apabila sel kanker telah menyebar ke sepertiga bagian bawah vagina namun belum sampai ke dinding panggul.



Gambar 2. 5 Stadium 3A

2) Stadium 3B

   Sedangkan stadium 3B, sel kanker telah menyebar ke dinding panggul bahkan sudah bisa memblokir ureter karena ukurannya yang sudah membesar. Sumbatan ini bisa menyebabkan ginjal berhenti bekerja.



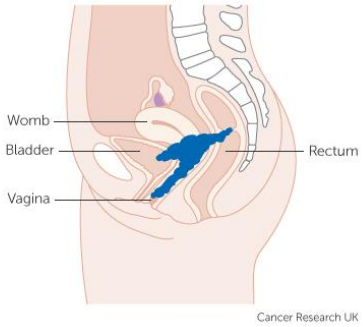
Gambar 2. 6 Stadium 3B

e. Stadium 4

Kanker serviks stadium 4 telah menyebar ke kandung kemih, rektum atau yang lainnya. Stadium 4 juga dibagi menjadi dua, yaitu 4A dan 4B.

1) Stadium 4A

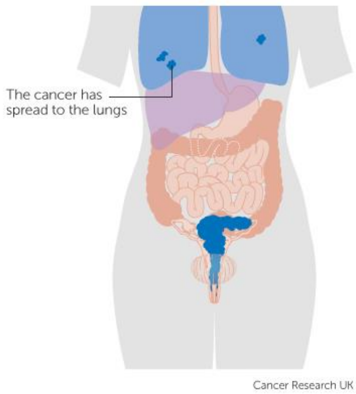
Stadium 4A telah menyebar ke kandung kemih, rektum serta kelenjar getah bening.



Gambar 2. 7 Stadium 4A

2) Stadium 4B

Stadium 4B, kanker telah menyebar keluar panggul dan kelenjar getah bening lain selain panggul seperti hati, perut, paru-paru, saluran pencernaan, tulang.



Gambar 2. 8 Stadium 4B

B. Penelitian Terdahulu

Dalam membantu bidang kesehatan khususnya mengenai kanker serviks, telah banyak dilakukan penelitian dengan berbagai metode. Penelitian sebelumnya antara lain:

Anas Quteishat, dkk (2013) menggunakan sistem berbasis *Neural Network* (NN) untuk mengklasifikasi sel serviks. Sel-sel serviks tersegmentasi menggunakan algoritma *clustering Adaptive Fuzzy Moving K-Means* (AFMKM). Selanjutnya dilakukan proses ekstraksi gambar yang digunakan untuk membangun model dengan mengunakan *Fuzzy Min-Max* (FMM). Hasil akurasi dari model ini adalah 75 %.

Yushaila N S W (2013) mengklasifiksi stadium kanker serviks menggunakan model *fuzzy*. *Input* yang digunakan pada penelitian ini adalah hasil ekstrasi gambar *kolposkopi* dari berbagai stadium kanker serviks. Hasil ekstrasi yang digunakan sebagai *input* adalah entropi, kontras, korelasi, energi, homogen, *Inverse Difference Moment* (IDM), sum varian, max probabilitas, dan dissimilar. Hasil dari penelitian ini adalah seseorang dapat didiagnosis menjadi normal, stadium 1, stadium 2, stadium 3, atau stadium 4. Tingkat akurasi dari model yang dibentuk untuk data *training* dan *data testing* mencapai 90%.

Almas Amalina Fadhila (2015) mengklasifikasi kanker serviks dengan kombinasi model *fuzzy* dan regresi *stepwise*. *Input* yang digunakan adalah hasil ekstrasi gambar *kolposkopi* dari berbagai stadium kanker serviks. *Input* tersebut diseleksi menggunakan regresi *stepwise* sehingga mendapatkan sifat yang signifikan terhadap diagnosis untuk model *fuzzy*. Sistem inferensi yang digunakan untuk membangun model adalah Mamdani. Kemudian model digunakan untuk memprediksi diagnosis seseorang normal, stadium 1, stadium 2, stadium 3, stadium 4. Tingkat akurasi dari model mencapai 95% pada data *training* dan 90% pada data *testing*.

C. Ekstraksi

Proses ekstraksi citra merupakan salah satu proses yang penting dalam pengenalan pola. Hal ini dikarenakan metode ekstraksi citra yang tepat akan mampu memberikan informasi yang detail tentang kelas suatu citra. Proses ekstraksi citra menggunakan metode *Gray Level Co-occurrence Matrix* (GLCM). GLCM merupakan suatu metode ekstraksi citra yang banyak digunakan dalam klasifikasi citra. Menurut Gadkari (2014), metode GLCM merupakan salah satu metode yang cukup efektif dalam melakukan klasifikasi karena mampu memberikan informasi yang detail tentang suatu citra dalam hal tekstur. Dalam proses ekstraksi citra dengan menggunakan GLCM, citra akan dikonversi ke dalam format keabuan *(grayscale)* sehingga untuk setiap *pixel* dalam wilayah citra hanya terdapat 1 nilai keabuan. Ciri statistik yang dapat diekstraksi dari metode GLCM antara lain *energy, entropy, contrast, sum of squares* atau *variance, correlation, inverse difference moment, sum average, sum entropy, sum variance, difference variance, difference entropy, maximum probability, homogenety* dan *dissimilarity*. Proses ekstraksi citra menggunakan bantuan *software* Matlab.

D. Regresi *Stepwise*

Prosedur regresi bertahap atau regresi *stepwise* merupakan salah satu prosedur pemilihan himpunan variabel. Persamaan umum dari regresi *stepwise* adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon \qquad 2.1$$

dengan,

Y = variabel dependen.

β_0 = konstanta regresi.

$\beta_{1,2,\ldots,}\beta_k$ = koefisien regresi.

$X_{1,2,\ldots,}X_k$ = variabel bebas.

ε = galat taksiran (sisa residu).

Menurut Hanke dan Wichern (2005), Regresi *stepwise* dapat dijabarkan dengan langkah-langkah dasar sebagai berikut:

1. Menentukan matriks korelasi antara variabel dependen (Y) terhadap variabel bebas (X_i) untuk memilih koefisien korelasi yang besar.
2. Variabel bebas yang mempunyai koefisien korelasi paling besar dengan variabel dependen adalah variabel pertama yang masuk ke persamaan regresi.
3. Variabel selanjutnya yang masuk ke persamaan adalah salah satu variabel (selain yang sudah masuk sebelumnya) yang mempunyai kontribusi signifikan terbesar pada jumlah kuadrat regresi. Signifikansi dari variabel yang masuk pada persamaan regresi ditentukan oleh *F test*. Nilai dari statistik *F* yang harus dilampaui oleh variabel bebas disebut sebagai *F to enter.*
4. Saat variabel tambahan masuk ke dalam persamaan, kontribusi individu untuk jumlah kuadrat regresi dari variabel lainnya yang sudah masuk dalam

persamaan dihitung signifikansinya menggunakan F *test*. Jika statistik F kurang dari nilai yang disebut F *to remove*, maka variabel tersebut dihilangkan dari persamaan regresi.

5. Langkah ke 3 dan 4 diulang sampai variabel yang bisa ditambahkan tidak signifikan dan semua penghapusan variabel yang mungkin signifikan. Pada poin ini, seleksi variabel berhenti.

Menurut Almas (2015), Seleksi variabel pada penelitiannya menggunakan regresi *stepwise* karena setelah dicoba dengan metode regresi linier yang lain, *output* model *fuzzy* dengan *input* hasil regresi *stepwise* lebih baik dibandingkan dengan regresi yang lainnya. Dengan demikian, dalam penelitian ini juga menggunakan regresi *stepwise* dalam pemilihan variabel.

E. Dekomposisi Nilai Singular

Dekomposisi nilai singular adalah pemfaktoran suatu matriks dengan mengurangi suatu matriks ke dalam dua matrik. Pembentuakan dua matriks tersebut berdasar pada nilai singular. Menurut Lay (1997: 468), nilai singular matriks A_{mxn} adalah akar kuadrat dari nilai eigen matriks $A^T A$ (matriks simetris) yang dinotasikan dengan $\sigma_1, \dots, \sigma_n$. Sehingga:

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}\,, \; i = 1, \dots, n. \qquad 2.2$$

Dalam memperoleh nilai eigen diberikan definisi sebagai berikut:

Definisi 2.1 (Lay, 1997: 297). *Diberikan matriks A berukuran* $n \times n$. *Vektor eigen dari matriks A adalah vektor tak nol* x *sedemikian sehingga* $Ax = \lambda x$ *untuk beberapa scalar* λ. *Skalar* λ *disebut nilai eigen dari matriks A jika terdapat solusi nontrivial* x *dari persamaan* $Ax = \lambda x$.

Persamaan $Ax = \lambda x$ dapat ditulis kembali ke dalam bentuk:

$$(A - \lambda I)x = 0 \tag{2.3}$$

Persamaan 2.3 memiliki penyelesaian *nontrivial* jika $A - \lambda I$ adalah matriks yang singular atau matriks yang tidak mempunyai invers, sehingga:

$$det(A - \lambda I) = 0 \tag{2.4}$$

Nilai eigen dapat diperoleh dengan menyelesaikan Persamaan 2.4.

Contoh 2.1

Diberikan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan Persamaan 2.4 diperoleh

$$det(A - \lambda I) = \left| \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 3 - \lambda & 2 \\ 3 & -2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda - 12 = 0.$$

Dengan demikian diperoleh nilai eigen dari matriks A, yaitu $\lambda_1 = 4$ dan $\lambda_2 = -3$. Setelah diperoleh nilai eigen, untuk $\lambda_1 = 4$,

$$(A - \lambda I)x = \begin{bmatrix} 3 - \lambda & 2 \\ 3 & -2 - \lambda \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} x = 0$$

memiliki salah satu vektor eigen, yaitu $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} x_2$ dengan $x_2 \neq 0$. Kemudian untuk $\lambda_2 = -3$,

$$(A - \lambda I)x = \begin{bmatrix} 3 - \lambda & 2 \\ 3 & -2 - \lambda \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} x = 0$$

memiliki salah satu vektor eigen, yaitu $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} x_1$ dengan $x_1 \neq 0$.

Matriks hasil pemfaktoran dari suatu matriks memiliki beberapa syarat. Berikut diberikan beberapa definisi yang berhubungan dengan syarat matriks hasil pemfaktoran.

Definisi 2.2 (Leon,1998: 322). *Suatu matriks A disebut Hermite jika $A = A^H$.* Matriks A^H merupakan transpose dari matriks $\bar{A}$. Sedangkan $\bar{A}$ adalah matriks yang terbentuk dengan mengambil sekawan dari setiap entri A.

Contoh 2.2 Matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2-i \\ 2+i & 4 \end{bmatrix}$$

merupakan matriks Hermite, karena

$$A^H = \begin{bmatrix} \bar{3} & \overline{2-i} \\ \overline{2+i} & \bar{4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & 2-i \\ 2+i & 4 \end{bmatrix} = A.$$

Oleh karena itu, jika A suatu matriks dengan entri *real* maka $A^H = A^T$.

Selanjutnya, mengenai matriks uniter yang merupakan salah satu matriks hasil pemfaktoran. Menurut Goldberg (1992: 285), apabila terdapat A yang merupakan matriks bujur sangkar dengan entri real maka A adalah matriks ortogonal, yaitu memenuhi $A^T A = I$. Kemudian menurut Leon (1998: 323), suatu matriks ortogonal adalah suatu matriks uniter. Dengan demikian, jika terdapat A merupakan matriks yang bujur sangkar dengan entri real yang memenuhi $A^T A = I$ maka A merupakan matriks uniter.

Contoh 2.3

Diberikan matriks

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

merupakan matriks uniter, karena A merupakan matriks bujur sangkar dengan entri real dan

$$A^T A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I.$$

Definisi 2.4 (Leon, 1998: 239). *Diberikan vektor $v_1, v_2, \dots, v_n$ dalam ruang hasil kali dalam V. Jika $\langle v_i, v_j \rangle = 0$ untuk setiap $i \neq j$, maka himpunan $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ merupakan himpunan ortogonal. Kemudian himpunan ortogonal dari sebuah vektor yang $\sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 + \cdots + {v_n}^2} = 1$ adalah himpunan ortonormal. Himpunan $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ akan ortonormal jika dan hanya jika*

$$\langle u_i, u_j \rangle = \delta_{ij} \qquad \textit{2.5}$$

dengan $\delta_{1j} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$

Apabila diberikan himpunan ortogonal dari vektor tak nol $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, maka himpunan tersebut dapat diubah menjadi himpunan ortonormal dengan

$$u_i = \left(\frac{1}{\|v_i\|}\right) v_i, \; i = 1,2, \dots, n \qquad 2.6$$

Contoh 2.4

Diberikan himpunan ortogonal di R^3, $\{v_1, v_2, v_3\} = \{(1, 1, 1)^T, (2, 1, -3)^T, (4, -5, 1)^T\}$. Menggunakan Persamaan 2.6, diperoleh himpunan ortonormal $\{u_1, u_2, u_3\}$ dengan

$$u_1 = \left(\frac{1}{\|v_1\|}\right) v_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} (1, 1, 1)^T = \frac{1}{\sqrt{3}} (1, 1, 1)^T$$

$$u_2 = \left(\frac{1}{\|v_2\|}\right) v_2 = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}} (2, 1, -3)^T = \frac{1}{\sqrt{14}} (2, 1, -3)^T$$

$$u_3 = \left(\frac{1}{\|v_3\|}\right) v_3 = \frac{1}{\sqrt{4^2 + (-5)^2 + 1^2}} (4, -5, 1)^T = \frac{1}{\sqrt{42}} (4, -5, 1)^T.$$

Berikut akan diberikan definisi mengenai dekomposisi nilai singular dari suatu matriks.

Definisi 2.5 (Scheick,1997: 373-374) *Diberikan matriks A berukuran $m \times n$. Terdapat bilangan bulat $r > 0$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_r \geq 0$, sebuah matriks uniter $U_{m\times m}$ dan $V_{n\times n}$, dan matriks $S_{m\times n}$ yanng semua entrinya adalah 0 kecuali $S_{ii} = \sigma_i$, $i = 1,2, \dots, r$ sedemikian sehingga*

$$A = USV^H. \qquad 2.7$$

Matriks U dan V dijelaskan sebagai berikut:

1. $V = [V_1, V_2, \dots, V_n]$, dan $\{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ merupakan basis ruang eigen yang ortonormal untuk matriks $A^H A$. ${\sigma_i}^2$ dengan $i = 1,2, \dots, r$ adalah nilai eigen tak nol dari matriks $A^H A$ dan $V_1, \dots, V_r$ bersesuaian dengan vektor eigen.
2. $U = [U_1, U_2, \dots, U_n]$ dan $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ merupakan basis ruang eigen yang ortonormal untuk matriks AA^H. ${\sigma_i}^2$ dengan $i = 1,2, \dots, r$ adalah nilai eigen tak nol dari matriks AA^H dan $U_1, \dots, U_r$ bersesuaian dengan vektor eigen.
3. Hubungan antara vektor U_i, V_i, dengan $i = 1,2, \dots, r$ didefinisikan sebagai berikut :

$$AV_i = \sigma_i U_i \qquad 2.8$$

Kemudian untuk diagonal dari matriks $S_{m\,x\,n}$ disusun berdasarkan nilai singular dari matriks A dan 0 untuk melengkapi diagonal utamanya. Sehingga, matriks S dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & & & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & & \ddots & \sigma_r & & \\ & & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Contoh 2.5

Diberikan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Setiap entri dari matriks A adalah bilangan real sehingga $A^H = A^T$. Selanjutnya untuk menentukan nilai singular maka dibentuk matriks

$$A^T A = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}.$$

Dengan menggunakan Persamaan 2.4 diperoleh

$$det(A^T A - \lambda I)x = \left| \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 9-\lambda & 9 \\ 9 & 9-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - 18\lambda = 0.$$

Dengan demikian diperoleh nilai eigen dari matriks $A^T A$, yaitu $\lambda_1 = 18$ dan $\lambda_2 = 0$. Oleh karena itu, sesuai Persamaan 2.2 diperoleh nilai singular dari matrik A adalah $\sqrt{18}$ dan 0. Selanjutnya dalam menentukan vektor-vektor eigen dapat diperoleh dengan mensubtitusikan nilai – nilai eigen ke dalam persamaan $(A^T A - I\lambda)x = 0$.

Untuk $\lambda = 18$,

$$\begin{bmatrix} 9-\lambda & 9 \\ 9 & 9-\lambda \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -9 & 9 \\ 9 & -9 \end{bmatrix} x = 0$$

$$\begin{cases} -9x_1 + 9x_2 = 0 \\ 9x_1 - 9x_2 = 0 \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x_2, \qquad x_2 \neq 0$$

Untuk $\lambda = 0$,

$$\begin{bmatrix} 9-\lambda & 9 \\ 9 & 9-\lambda \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} x = 0$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 9x_2 = 0 \\ 9x_1 + 9x_2 = 0 \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} x_1, \qquad x_1 \neq 0.$$

Dengan Persamaan 2.6 diperoleh matriks $V = [V_1, V_2]$ dengan

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$

Kemudian untuk menentukan matriks U, maka dibentuk matriks

$$AA^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}.$$

Dengan langkah yang sama, diperoleh nilai eigen dari matriks AA^T adalah 18, 0, dan 0 serta vektor eigen dari AA^T sebagai pembentuk matriks $U = [U_1, U_2, U_3]$, yaitu:

$$\left(18, U_1 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right); \left(0, U_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right); \left(0, U_3 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right).$$

Kemudian diperoleh matriks U dan S yang entri untuk diagonalnya merupakan nilai singular dari matriks A, yaitu:

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{-2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} \sqrt{18} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dengan demikian terlihat bahwa $A = USV^T$.

Contoh 2.6

Diberikan matriks

$$A = [2 \quad 1 \quad 2].$$

Diketahui entri dari matriks A *real* sehingga $A^H = A^T$. Selanjutnya, untuk menentukan nilai singular maka dibentuk matriks

$$A^T A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Kemudian diperoleh pasangan nilai eigen dan basis ruang eigen untuk membentuk matriks $V = [V_1, V_2, V_3]$, yaitu:

$$\left(9, V_1 = \tfrac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right); \left(0, V_2 = \tfrac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}\right); \text{dan } \left(0, V_3 = \tfrac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}\right).$$

Diperoleh matriks V sebagai berikut:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

Karena $AA^T = [9]$ maka matriks A memiliki nilai singular $\sigma_1 = 3$. Kemudian dengan menggunakan Persamaan 2.8 diperoleh matriks

$$U = \left(\frac{1}{\sigma_1}\right) AV_1 = \frac{1}{\sigma_1} [2 \quad 1 \quad 2] \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix} = [1]$$

dan matriks

$$S = [3 \quad 0 \quad 0].$$

Dengan demikian terlihat bahwa $A = USV^T$

Contoh 2.7

Diberikan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Diketahui entri dari matriks A *real* sehingga $A^H = A^T$. Selanjutnya untuk menentukan nilai singular maka dibentuk matriks

$$A^T A = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 1 \\ -5 & 6 & -5 \\ 1 & -5 & 10 \end{bmatrix}.$$

Kemudian diperoleh pasangan nilai eigen dan basis ruang eigen untuk membentuk matriks $V = [V_1, V_2, V_3]$, yaitu:

$$\left(16, V_1 = \tfrac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}\right); \left(9, V_2 = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}\right); \text{ dan } \left(1, V_3 = \tfrac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}\right).$$

Diperoleh matriks V sebagai berikut:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, untuk membentuk matriks U, dapat dengan menentukan pasangan nilai eigen dan basis ruang eigen dari

$$AA^T = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 1 \\ -5 & 6 & -5 \\ 1 & -5 & 10 \end{bmatrix}.$$

Diketahui AA^T=$A^T A$, maka matriks $U = V$. Diperoleh matriks

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

dan matriks

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dengan demikian terlihat bahwa $A = USV^T$.

Contoh 2.8

Diberikan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Diketahui entri dari matriks A *real* sehingga $A^H = A^T$. Selanjutnya untuk menentukan nilai singular maka dibentuk matriks

$$A^T A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Kemudian diperoleh pasangan nilai eigen dan basis ruang eigen untuk membentuk matriks $V = [V_1, V_2, V_3]$, yaitu:

$$\left(10, V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right); \left(0, V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right).$$

Diperoleh matriks V sebagai berikut:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, untuk membentuk matriks U, dapat dengan menentukan pasangan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks

$$AA^T = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Diperoleh pasangan nilai eigen dan basis ruang eigen dari matriks AA^T untuk membentuk matriks $U = [U_1, U_2]$, yaitu:

$$\left(10, U_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right); \left(0, U_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}\right).$$

Dengan demikian, diperoleh matriks

$$U = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

dan matriks

$$S = \begin{bmatrix} \sqrt{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

sehingga terlihat bahwa $A = USV^T$.

F. Konsep Himpunan *Fuzzy*

Semua proposisi atau pernyataan dalam logika klasik yang baik bernilai pasti benar atau pasti salah, sehingga pengambilan kesimpulan hanya terbatas pada dua nilai kebenaran tersebut. Sedangkan dalam kenyataan terdapat proposisi yang tidak dapat diklasifikasikan dalam 1 (benar) atau 0 (salah).

1. Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan perkembangan dari himpunan tegas. Menurut Klir, Clair, dan Yuan (1997: 63), himpunan tegas mendefinisikan secara tegas untuk setiap elemen anggotanya yang hanya mempunyai dua kemungkinan derajat keanggotaan, yaitu:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1; jika\ x \in a \\ 0; jika\ x \notin a \end{cases} \qquad 2.9$$

dengan μ_a adalah fungsi karakteristik dari himpunan a. Sedangkan pada himpunan *fuzzy* derajat keanggotaan untuk setiap elemennya terletak pada rentang [0,1].

Definisi 2.6 (Wang, 1997: 21). *Suatu himpunan fuzzy pada himpunan semesta P direpresentasikan oleh fungsi keanggotaan $\mu_a(x)$ yang nilainya berada pada interval [0,1].*

Fungsi keanggotaan $\mu_a(x)$ dinotasikan sebagai berikut :

$$\mu_a(x): P \to [0,1] \qquad 2.10$$

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2013), himpunan *fuzzy* mempunyai dua atribut sebagai berikut :

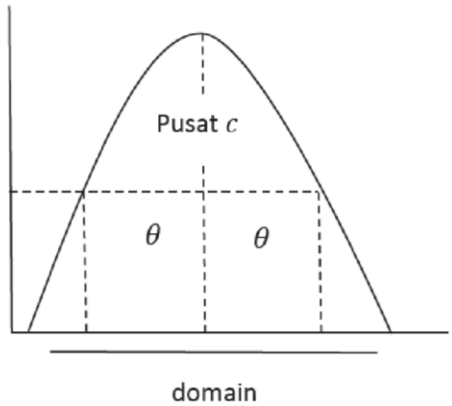
a. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami. Contohnya pembagian umur orang yang dibedakan menjadi muda, dewasa, tua. Penamaan suatu grup dapat juga menggunakan alfabet seperti pada variabel *difference entropy* yang dibagi menjadi 9 himpunan *fuzzy*, yaitu $C_1, C_2, \dots, C_9$.
b. Numerik, yaitu suatu nilai angka yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel. Contohnya pada variabel *difference entropy* memiliki nilai 0,19753 dan 0,61939.

2. Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah fungsi yang memetakan elemen suatu himpunan ke dalam nilai keanggotaanya pada interval [0,1]. Menurut Sri Kusumadewi & Hari Purnomo (2013), salah satu cara untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Adapun beberapa fungsi yang dapat digunakan, yaitu:

a. Representasi Linear (Linear naik dan Linear turun)
b. Representasi Kurva Segitiga
c. Representasi Kurva Trapesium
d. Representasi Kurva Bentuk Bahu
e. Representasi Kurva S
f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*)

Terdapat 3 jenis kurva loceng berdasarkan gradiennya, yaitu kurva PI, kurva BETA, dan kurva Gauss. Representasi kurva Gauss merupakan salah satu representasi kurva lonceng yang memiliki beberapa parameter, yaitu pusat kurva (c) dan setengah lebar kurva (θ).



Gambar 2. 9 Representasi Kurva Gauss

Fungsi keanggotaan kurva Gauss sebagai berikut:

$$f(x,\theta,c) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2\theta^2}} \quad 2.11$$

Menurut Almas A F (2015), representasi kurva Gauss memberikan hasil yang lebih baik dalam keakurasian model *fuzzy* untuk diagnosis kanker serviks. Dengan demikian dalam penelitian ini menggunakan representasi kurva Gauss pada pendefinisian *input*.

G. Model *Fuzzy*

Model *fuzzy* terdiri dari empat elemen dasar, yaitu fuzzifikasi, pembentukan aturan, inferensi *fuzzy*, dan defuzzifikasi. Empat tahapan model *fuzzy* dijelaskan sebagai berikut:

1. Fuzzifikasi

Menurut Wang (1997: 105), fuzzifikasi adalah pemetaan dari himpunan tegas ke himpunan *fuzzy* dengan suatu fungsi keanggotaan. Kriteria yang harus dipenuhi pada proses fuzzifikasi adalah semua anggota pada himpunan tegas harus termuat dalam himpunan fuzzy. Melalui fungsi keanggotaan yang telah disusun maka nilai-nilai *input* yang ditentukan menjadi informasi *fuzzy*.

2. Aturan *Fuzzy*

Aturan yang digunakan pada himpunan *fuzzy* adalah aturan *If-Then* atau Jika-Maka. Menurut Wang (1997: 62-63) Aturan *fuzzy If-Then* merupakan pernyataan yang direpresentasikan dengan

$$IF < proposisi\ fuzzy > THEN < proposisi\ fuzzy >$$

Proposisi *fuzzy* dibedakan menjadi dua, yaitu proposisi *fuzzy atomic* dan proposisi *fuzzy compound*. Proposisi *fuzzy atomic* adalah pernyataan single dengan x sebagai variabel linguistik dan F adalah himpunan *fuzzy* dari x. Proposisi *fuzzy compound* adalah gabungan dari proposisi *fuzzy atomic* yang dihubungkan dengan operator “or”, “and” dan “not”.

3. Inferensi *Fuzzy*

Inferensi *fuzzy* merupakan penalaran menggunakan *input* dan aturan *fuzzy* untuk memperoleh *output*. Sistem inferensi *fuzzy* memiliki beberapa metode, namun yang sering digunakan dalam berbagai penelitian menurut Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo (2013: 31-46) adalah

a. Metode Tsukamoto

Pada metode ini, setiap konsekuen pada aturan yang berbentuk *if-then* direpresentasikan ke dalam suatu himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan monoton. Sebagai hasilnya, *output* hasil inferensi dari setiap aturan yang diberikan secara tegas berdasarkan tingkat keanggotaanya. Kemudian untuk menentukan hasil tegas digunakan rumus penegasan (defuzifikasi) yaitu dengan menggunakan rata rata terbobot.

b. Metode Mamdani

Metode Mamdani pertama kali diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Metode ini merupakan metode paling sederhana dan paling sering digunakan pada penelitian dibandingan penelitian lainnya. Inferensi metode Mamdani menggunakan fungsi implikasi Min, sedangkan komposisi aturannya mengunakan Max. Sedangkan untuk variabel *input* maupun *output* dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

c. Metode Sugeno

Metode Sugeno mirip dengan metode Mamdani. Perbedaan kedua metode tersebut terletak pada fungsi keanggotaan *output*. Jika *output* dari metode Mamdani masih berupa himpunan *fuzzy*, maka *output* dari metode Sugeno berupa konstanta atau persamaan linier. Metode ini pertama kali dikenalkan oleh Sugeno pada tahun 1985. Menurut Cox (1994), metode Sugeno terbagi menjadi dua sistem yaitu

1) Model *fuzzy* Sugeno orde nol

Secara umum bentuk *fuzzy* Sugeno orde nol adalah

IF $(x_1 is\ A_1)\ o\ (x_2 is\ A_2)\ o\ \dots\ o\ (x_i is\ A_i)$ THEN $y = k$

A_i = himpunan *fuzzy* ke$-i$ pada variabel x_i

k = konstanta tegas sebagai konsekuen

◇ = operator *fuzzy*

2) Model *fuzzy* Sugeno orde satu

Secara umum bentuk *fuzzy* Sugeno orde satu adalah

IF $(x_1 is\ A_1)\ o\ (x_2 is\ A_2)\ o\ \dots\ o\ (x_i is\ A_i)$ THEN $y = b_1 * x_1 + \cdots + b * x_i + b_0$

A_i = himpunan *fuzzy* ke$-i$ pada variabel x_i

b_i = konstanta tegas ke$-i$ pada variabel x_i

b_0 = konstanta tegas sebagai konsekuen

◇ = operator *fuzzy*

Output dari sistem inferensi masih berupa himpunan *fuzzy*, oleh karena itu harus diubah ke himpunan tegas dengan proses defuzzifikasi. Defuzzifikasi metode sugeno adalah dengan cara mencari nilai rata-rata dari aturan yang dibangun. Dalam penelitian ini, sistem inferensi yang digunakan adalah metode Sugeno orde satu.

4. Defuzzifikasi

Defuzzifikasi merupakan proses terakhir dalam pemodelan *fuzzy*. Proses ini mengubah himpunan *fuzzy* ke dalam bilangan real. Nilai dari hasil defuzzifikasi adalah *output* dari model *fuzzy*. Dalam penelitian ini metode defuzzifikasi yang digunakan adalah *weight average*. Rumus defuzzifikasi *weight average* yang digunakan untuk metode Sugeno orde satu menurut Agus dan Dhoriva (2013) sebagai berikut:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{L} y_i\big(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \dots \mu_{in}(x_n)\big)}{\sum_{i=1}^{L} \mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \dots \mu_{in}(x_n)}$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{L}(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \cdots + b_{in}x_n)\big(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \dots \mu_{in}(x_n)\big)}{\sum_{i=1}^{L}(\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2) \dots \mu_{in}(x_n)}$$

$$y = \sum_{i=1}^{L} w_i(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \cdots + b_{in}x_n) \qquad 2.14$$

dengan $w_i = \frac{\mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2)\dots\mu_{in}(x_n)}{\sum_{i=1}^{L} \mu_{i1}(x_1)\mu_{i2}(x_2)\dots\mu_{in}(x_n)}$, dan $\mu_{ij}(x_j) = \mu_{A_{ij}}(x_j)$.

Selanjutnya akan dibentuk model di atas yang meminimumkan fungsi tujuan *J* dengan

$$J = \sum_{k=1}^{N}\big(d(k) - y(k)\big)^2 = (d - Xb)^T(d - Xb) \qquad 2.15$$

dengan $d(k)$ adalah *output* sebenarnya untuk pasangan data ke-*k*, dan $y(k)$ adalah *output* model Sugeno orde satu untuk pasangan data ke-*k*. Kemudian $d = [d(1)\ d(2) \dots d(N)]^T$ dan X adalah matriks ukuran $Nx[(n+1)xL]$ dengan *N* merupakan banyaknya data, n merupakan banyaknya *input* dan L merupakan banyaknya aturan serta $b = [b_{10}\ b_{11}\ \dots\ b_{1n} \dots\ b_{L0}\ b_{L1} \dots\ b_{Ln}]^T$ merupakan suatu matriks ukuran $[(n+1)xL]x1$.

Fungsi *J* pada akan mencapai minimum jika $d - Xb = 0$ atau $Xb = d$, dengan X berbentuk :

$$X = \begin{bmatrix} w_1(1) & w_1(1)x_1(1) & \dots & w_1(1)x_n(1) & \dots & w_L(1) & \dots & w_L(1)x_n(1) \\ w_1(2) & w_1(2)x_1(2) & \dots & w_1(2)x_n(2) & \dots & w_L(2) & \dots & w_L(2)x_n(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_1(N) & w_1(N)x_1(N) & \dots & w_1(N)x_n(N) & \dots & w_L(N) & \dots & w_L(N)x_n(N) \end{bmatrix}.$$

Dalam penelitian ini menghasilkan matriks X yang singular maka untuk menentukan solusi dari $Xb = d$ dapat menggunakan metode dekomposisi nilai singular.

Corollary 2.7 (Goldberg, 1992: 399). *Diberikan matriks* A *berukuran* $m \times n$ *dan elemen-elemenya anggotanya bilangan real, serta rank* $(A) = r, r > 0$. *Kemudian sistem persamaan* $Ax = B$ *tetap jika dan hanya jika*

$$< B, u_i > = 0,\ untuk\ i = r+1, r+2, \dots, n \qquad 2.16$$

dengan $A = USV^T$ *merupakan dekomposisi nilai singular dari matriks* A,$U = [u_1, \dots, u_i]$. *Solusi partisi dari* $Ax = B$ *adalah*

$$x_p = \sum_{i=1}^{r} \frac{<b, u_i>}{\sigma_i} v_i \qquad 2.17$$

Rank (A) menurut Anton (1998: 169) merupakan banyaknya vektor pada basis untuk ruang baris dan kolom dari matriks A. Sedangkan hasil kali dalam didefinisikan sebagai berikut:

Jika $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $v = v_1, v_2, \dots, v_n)$ adalah vektor-vektor pada R^n, maka hasil kali dalam dari u dan v dinyatakan dengan

$$< u, v >= u_1 v_1 + u_2 u_2 + \cdots + u_n u_n \qquad 2.18$$

Contoh 2.10

Diberikan matriks $U = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $V = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

maka $< U, V >= 1(-1) + 2(0) + 3(3) + 4(2) = 16$.

Dengan demikian, penyelesaian optimal dari $Xb = d$ dengan $X = USV^T$ adalah

$$\hat{b} = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^{-1} < d, u_i > v_i = \sum_{i=i}^{r} \frac{u_i^T d}{\sigma_i} v_i \qquad 2.19$$

dengan r banyaknya nilai singular tak nol, $U = [u_1, \dots, u_N]$, dan $V = [v_1, \dots, v_{(n+1)L}]$. Sedangkan proses dekomposisi nilai singular dari suatu matriks sudah dijelaskan pada subbab sebelumnya. Jadi parameter-parameter b_{ij} yang merupakan entri-entri matriks b diestimasi dengan entri-entri matriks $\hat{b}$.

H. Uji Ketepatan Diagnosis

Dalam mendiagnosis melalui model dapat memberikan hasil yang tidak tepat. Tingkat ketepatan suatu model dapat dilihat dari tingkat akurasi, sensitivitas, dan spesifikasi dari model yang telah dibuat. Berikut ukuran hasil diagnosis untuk menghitung sensitifitas dan spesifikasi menurut Sharma dan Mukherjee (2013) :

a. *True Positive* (TP), yaitu pasien memiliki penyakit dan hasil klasifikasi menyatakan pasien memiliki penyakit.
b. *False Positive* (FP), yaitu pasien tidak memiliki penyakit dan hasil klasifikasi menyatakan pasien memiliki penyakit.
c. *True Negative* (TN), yaitu pasien tidak memiliki penyakit dan hasil klasifikasi menyatakan pasien tidak memiliki penyakit.
d. *False Negative* (FN), yaitu pasien memiliki penyakit dan hasil klasifikasi menyatakan pasien tidak memiliki penyakit.

1. Sensitivitas

Sensitivitas berkaitan dengan tes kemampuan untuk mengidentifikasi hasil yang positif. Rumus untuk menghitung sensitivitas menurut Altman DG (1994) adalah

$$sensitivitas = \frac{TP}{TP+FN} x\ 100\% \qquad 2.20$$

2. Spesifisitas

Spesifisitas berkaitan dengan tes kemampuan untuk mengidentifikasi hasil negatif. Rumus untuk spesifisitas menurut Altman DG (1994) adalah

$$spesifisitas = \frac{TN}{TN+FP} x\ 100\% \qquad 2.21$$

3. Akurasi

Hasil klasifikasi melalui model dapat dibandingkan kebenarannya dengan klasifikasi yang asli atau sesungguhnya untuk mengetahui tingkat akurasi. Model yang baik akan memiliki tingkat akurasi 100 %. Secara umum akurasi dapat dihitung dengan rumus:

$$akurasi = \frac{jumlah\ data\ benar}{jumlah\ data\ keseluruhan} x\ 100\% \qquad 2.22$$

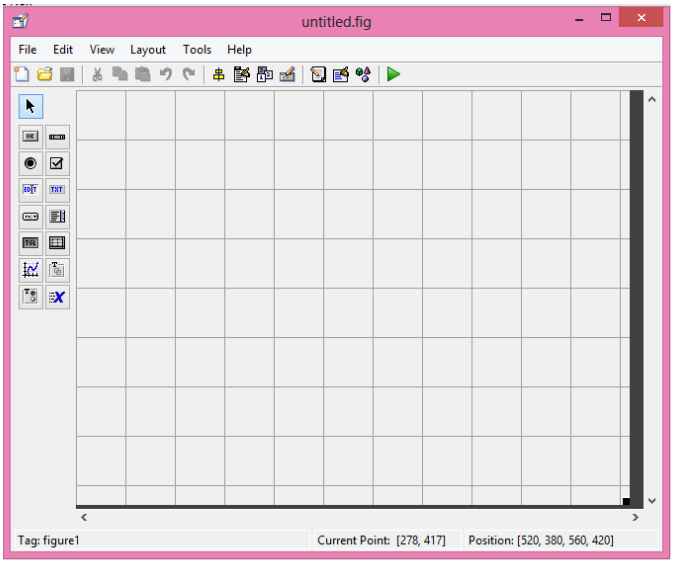
I. Graphical User Interface (GUI)

Matlab (Matrix Laboratory) merupakan salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan untuk mengerjakan permasalahan yang berkaitan dengan matematika khususnya mengenai matriks. Salah satu alat yang ada pada Matlab adalah *Graphical User Interface Design* (GUIDE). Menurut Ira Prasetyaningrum, GUIDE atau GUI *builder* merupakan sebuah *graphical user interface* (GUI) yang dibangun dengan obyek grafik seperti tombol, kotak teks, slider, menu dan lain-lain. Aplikasi yang menggunakan GUI umumnya lebih mudah dipelajari dan digunakan karena orang yang menjalankannya tidak perlu mengetahui perintah yang ada dan bagaimana kerjanya. Kelebihan GUI pada Matlab adalah

1. GUIDE Matlab banyak digunakan dan cocok untuk aplikasi-aplikasi berorientasi sains.

2. GUIDE Matlab mempunyai fungsi *built-in* yang siap digunakan dan pemakai tidak perlu membuatnya sendiri.
3. Ukuran file, baik FIG-file maupun M-file, yang dihasilkan relatif kecil.
4. Kemampuan grafisnya cukup baik dan tidak kalah dibandingkan dengan bahasa pemrograman lainnya.

Memulai GUIDE pada Matlab dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan mengetik "*guide*" pada *command window* atau dengan meng-klik menu File kemudian pilih New dan selanjutnya klik GUI. Format penyimpanan file akhir GUI terdiri dari dua ekstensi yaitu fig-file dan m-file. Tampilan dasar GUI pada Matlab ditujukkan pada Gambar 2. 10.



Gambar 2. 10 Tampilan Dasar GUI