T – 13

Aplikasi Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi dalam Peramalan Jumlah Penduduk

Iesyah Rodliyah

Fakultas Ilmu Pendidikan, Universitas Hasyim Asy'ari
iesyah_rodliyah@yahoo.co.id

Abstrak**—** Kepadatan penduduk merupakan batas maksimal kuota suatu daerah tidak mencukupi. Indonesia merupakan salah satu negara yang menduduki peringkat keempat kategori jumlah penduduk terbanyak di dunia. Perlu adanya inventarisasi, identifikasi, klasifikasi, evaluasi dan analisis untuk mengetahui jumlah penduduk di suatu tempat, karakteristik sosial dan demografi, kelahiran dan kematian, karakteristik pendidikan dan ekonomi yaitu dengan diadakan Sensus Penduduk. Sensus penduduk merupakan kegiatan BPS (Badan Pusat Statistik) yang dilakukakan sepuluh tahun sekali berfungsi untuk pengumpulan, pengelolaan, penyajian dan penilaian data penduduk. Pengetahuan tentang perkembangan penduduk tiap tahun akan sulit diketahui jika sensus penduduk hanya dilakukan dalam sepuluh tahun sekali. Oleh karena itu, alternatif matematika yang dapat dijadikan sebagai acuan untuk penyelesaian masalah jumlah penduduk tiap tahun adalah peramalan secara numerik. Salah satunya adalah teknik interpolasi lagrange dan ekstrapolasi yang merupakan metode untuk menaksir suatu fungsi. Solusi ini adalah untuk mencari fungsi dengan mencocokkan titik-titik data di dalam tabel-tabel. Pendekatan seperti ini di dalam metode numerik disebut pencocokan kurva (*curve fitting)*. Fungsi yang diperoleh dengan pendekatan ini merupakan fungsi hampiran, karena itu nilai fungsinya tidak setepat nilai sejatinya.

Kata kunci: ekstrapolasi, fungsi, interpolasi lagrange, peramalan

I. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara yang diperhitungkan di bidang pertumbuhan penduduk karena lebih dari satu juta bayi dilahirkan tiap bulan, dari fenomena tersebut tentu menimbulkan beberapa masalah yaitu kepadatan penduduk. Kepadatan penduduk merupakan batas maksimal kuota suatu daerah tidak mencukupi. Seandainya dalam satu juta bayi dilahirkan hidup dengan selamat di wilayah Jawa, tentu akan bermasalah dari berbagai aspek seperti area dan kualitas hidup (pekerjaan).

Dalam masalah kepadatan penduduk yang berdampak ke aspek penyempitan wilayah tentu harus ada penyelesaian tentang :

1. Penyebaran penduduk yang padat wilayahnya untuk pemanfaatan sumber daya alam
2. Persebaran penduduk di wilayah yang lama ditempati dan padat ke wilayah yang jarang penduduknya.
3. Persebaran penduduk untuk pemerataan pekerjaan [1].

Untuk menjawab hal tersebut tentu perlu adanya inventarisasi, identifikasi, klasifikasi, evaluasi dan analisis untuk mengetahui jumlah penduduk di suatu tempat, karakteristik sosial dan demografi, kelahiran dan kematian, karakteristik pendidikan dan ekonomi yaitu dengan diadakan Sensus Penduduk.

Sensus penduduk merupakan kegiatan BPS (Badan Pusat Statistik) yang berfungsi pengumpulan, pengelolaan, penyajian dan penilaian data penduduk yang menyangkut ciri-ciri demografi, sosial ekonomi dan lingkungan hidup. Dengan diketahui ciri demografi, sosial ekonomi dan lingkungan hidup tentu dapat diklasifikasikan wilayah mana yang padat penduduknya, banyak penganggurannya, serta wilayah yang tertinggal [1].

Sensus Penduduk secara tidak langsung dapat memberikan gambaran yang nyata pada kondisi masyarakat pada masa mendatang khususnya pada tingkat pertumbuhan penduduk di kota Probolinggo. Namun, permasalahannya disini adalah gambaran tingkat pertumbuhan penduduk hanya bisa diketahui tiap sepuluh tahun sekali. Adapun alternatif matematika yang bisa dijadikan s acuan untuk penyelesaian masalah jumlah penduduk adalah peramalan secara numerik. Penelitian ini mencoba meramalkan tingkat pertumbuhan penduduk tiap tahun di Kota Probolinggo mulai tahun

1980 s/d 2010 dengan menggunakan metode Interpolasi Lagrange dan meramalkan tingkat pertambahan penduduk di Kota Probolinggo sepuluh tahun mendatang dengan menggunakan metode ekstrapolasi. Tujuannya adalah untuk mengetahui tingkat pertambahan penduduk di Kota Probolinggo tahun 1980 s/d 2010 dan taksiran tingkat pertambahan penduduk di Kota Probolinggo sepuluh tahun mendatang dengan menggunakan metode Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi.

Banyak manfaat yang bisa diambil dari penelitian tentang Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi ini, salah satunya adalah sebagai bahan informasi mengenai perkiraan atau taksiran tingkat pertumbuhan jumlah penduduk Kota Probolinggo setiap tahunnya baik masa sebelum, sekarang dan di masa mendatang sehingga bisa diketahui lebih detail laju perkembangan jumlah penduduknya. Peramalan ini bisa dijadikan tolak ukur tingkat pertumbuhan penduduk, sehingga dapat digunakan sebagai acuan dasar penentuan kebijakan pihak-pihak yang terkait dengan pendataan jumlah penduduk, contohnya dengan pengendalian jumlah penduduk di masa mendatang.

Interpolasi dalam pengertian matematika adalah perkiraan suatu nilai tengah dari satu set nilai yang diketahui. Pengertian interpolasi yang lebih luas merupakan upaya mendefinisikan suatu fungsi analitik yang tidak diketahui atau pengganti fungsi yang rumit yang tidak mungkin diperoleh persamaan analitiknya [2].

Apabila y=f(x) suatu fungsi dengan nilai-nilai :

$$\begin{array}{ll} y_0 \text{ untuk } & x_0 \\ y_1 & x_1 \\ y_2 & x_2 \\ . & . \\ . & \\ y_n & x_n \end{array}$$

Dan jika $\boldsymbol{\phi}\ (x_n)$ merupakan fungsi sederhana sembarang sehingga variable $x_0, x_{1,} \dots\ x_n$ memberikan nilai yang sama dengan f(x), maka bila f(x) digantikan dengan $\boldsymbol{\phi}\ (x_n)$ pada interval yang diketahui, inilah yang disebut proses interpolasi dan fungsi $\boldsymbol{\phi}\ (x_n)$ adalah rumusan interpolasi bagi fungsi [2].

Macam-macam Interpolasi :

Interpolasi Linear

Interpolasi Linear adalah interpolasi dua buah titik dengan sebuah garis lurus. Misal diberikan dua buah titik (x_0,y_0) dan (x_1,y_1). Polinom yang menginterpolasi kedua titik itu adalah persamaan garis lurus yang berbentuk :

$$P_1(x) = a_0 + a_1 x \tag{1}$$

a_0 , $a_1 \in R, a_1 \neq 0, x$ merupakan variabel bebas dan $P_1(x)$ = y merupakan variabel terikat. Adapun koefisien a_0 dan a_1 dapat dicari dengan proses substitusi dan eliminasi.

$$y_0 = a_0 + a_1 x_0$$

$$y_1 = a_0 + a_1 x_1$$

Kedua persamaan ini diselesaikan dengan proses eliminasi, yang memberikan

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \tag{2}$$

Dan

$$a_0 = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1}{x_1 - x_0} \tag{3}$$

Substitusikan (2) dan (3) ke dalam (1) untuk mendapatkan persamaan garis lurus:

$$P_1(x) = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1}{x_1 - x_0} + \frac{(y_1 - y_0)x}{(x_1 - x_0)} \tag{4}$$

Dengan melakukan sedikit manipulasi aljabar, persamaan (4) ini dapat disusun menjadi

$$P_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0) \tag{5}$$

Persamaan (5) adalah persamaan garis lurus yang melalui dua buah titik, (x_0,y_0) dan (x_1,y_1) [3].

Interpolasi kuadratik

Misal diberikan tiga buah titik data, $(x_0\ y_0)$, $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$. Polinom yang menginterpolasi ketiga buah titik itu adalah polinom kuadrat yang berbentuk :

$$P_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \tag{6}$$

Substitusikan $(x_i,\ y_i)$ ke dalam persamaan (6), i = 0, 1, 2. Dari sini diperoleh tiga buah persamaan dengan tiga buah parameter yang tidak diketahui,yaitu $a_0\ a_{1,}\ a_2$ [3] :

$$a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 = y_0 \tag{7}$$

$$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 = y_1$$
$$a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 = y_2$$

Interpolasi lagrange

Persamaan polinom Linear :

$$P_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$$

Persamaan ini dapat diatur kembali sedemikian rupa sehingga menjadi

$$P_1(x) = y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (8)$$

atau dinyatakan dalam bentuk Polinom Lagrange derajat 1

$$P_1(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) \quad (9)$$

yang dalam hal ini

$$a_0 = y_0, \qquad L_0(x) = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)}$$

dan

$$a_1 = y_1, \qquad L_1(x) = \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$$

Persamaan (9) dinamakan polinom Lagrange derajat 1. Bentuk polinom umum Lagrange derajat $\leq n$ untuk (n + 1) titik berbeda adalah

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i L_i(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) + \cdots + a_n L_n(x) \quad (10)$$

yang dalam hal ini

$$a_i = y_i, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots, n$$

dan,

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}$$

mudah dibuktikan bahwa :

$$L_i(x_i) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

dan polinom interpolasi $P_n(x)$ melalui setiap titik data.

Bukti :

Jika t = j, maka

$$L_i(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)} = 1$$

(karena penyebut = pembilang)

Jika i ≠ j, maka

$$L_i(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

$$= \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}$$

(karena pembilang = 0, yaitu $(x_j - x_j) = 0$)

$$= \frac{0}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots\ldots(x_i - x_{i-1})((x_i - x_{i+1})\ldots.(x_i - x_n)}$$

$$= 0$$

Akibatnya,

$$\begin{aligned} P_n(x_0) &= L_0(x_0)y_0 + L_1(x_0)y_1 + \cdots + L_n(x_0)y_n \\ &= 1.y_0 + 0.y_1 + \cdots + 0.y_n \\ &= y_0 \end{aligned}$$

$$P_n(x_1) = y_1$$
$$\ldots$$
$$P_n(x_n) = y_n$$

Dengan demikian,

$$P_n(x_1) = y_1,\ i = 0, 1, 2, \ldots, n$$

atau dengan kata lain, polinom interpolasi $P_n(x)$ melalui setiap titik data [3].

Sejauh ini telah dibicarakan harga f(x) untuk $x = \bar{x}$ dimana $\bar{x}$ berada di antara kisaran harga x yang dipergunakan untuk penentuan kurva penyesuaian *f(x)*, atau

$$x_k \leq \bar{x} \leq x_{k+1}$$

Untuk suatu harga k dimana harga f(x_1), f(x_2),…, f(x_m) diberikan. Ada suatu persyaratan dasar : Apa yang harus dilakukan jika $\bar{x} < x_1$ atau $\bar{x} < x_m$? Tinjau interpolasi linear, apabila diberlakukan untuk $\bar{x} < x_1$ maka dipergunakan k = 1, yaitu

$$\bar{x} = y_1 + \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)(y_2 - y_1)$$

Sedang bila $\bar{x} > x_m$ dipergunakan $k = m - 1$, atau

$$\bar{y} = y_{m-1} + \left(\frac{x - x_{m-1}}{x_m - x_{m-1}}\right)(y_m - y_{m-1})$$

Proses yang dilakukan disini disebut ekstrapolasi, karena $\bar{x}$ terletak di luar kisaran. Galat pemotongan untuk $\bar{x} < x_1$ adalah

$$E_T = \frac{f''(\xi)}{2}(\bar{x} - x_1)(\bar{x} - x_2)$$

dimana $\bar{x} \leq \xi \leq x_2$. Terlihat bahwa $\bar{x} - x_2$ dapat menjadi besar. Galat pembulatan, dibatasi juga oleh persamaan, menjadi lebih besar. Jadi galat dalam ekstrapolasi lebih tidak terbatas dibandingkan dengan galat dalam interpolasi.

Tentu saja ekstrapolasi dapat juga menggunakan perumusan Lagrange. Bila $\bar{x} < x_1$ maka digunakan n titik yang pertama, sedang bila $\bar{x} > x_n$ maka digunakan n titik terakhir [4]. Berikut perumusan ekstrapolasi yang menggunakan perumusan Lagrange :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{f(x_0)} \frac{(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\ldots(x_0-x_n)} + \boldsymbol{f(x_1)} \frac{(x-x_0)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\ldots(x_1-x_n)} + \\ \boldsymbol{f(x_2)} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)\ldots(x_2-x_n)} + \boldsymbol{f(x_3)} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)\ldots(x_3-x_n)} + \\ \ldots \quad + \boldsymbol{f(x_n)} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\ldots\ldots(x_n-x_{n-1})} \end{aligned} \tag{11}$$

Adapun nilai x pada persamaan (11) merupakan nilai yang akan diramalkan.

II. METODE PENELITIAN

A. *Jenis Penelitian*

Penelitian ini adalah jenis penelitian kuantitatif. Penelitian kuantitatif adalah penelitian yang banyak dituntut menggunakan angka mulai dari pengumpulan data, penafsiran terhadap data tersebut serta dalam menampilkan hasilnya [5].

B. *Sumber Data*

Sumber data yang diperoleh penulis dalam penelitian ini adalah sumber data sekunder, yaitu data yang diperoleh secara *time series* selama empat tahun (1980, 1990, 2000, 2010) yang telah diolah dan disajikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Probolinggo yang berupa data tentang Sensus Penduduk di Kota Probolinggo setiap sepuluh tahun sekali.

C. *Teknik Pengumpulan Data*

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah :

1. Dokumentasi yaitu pengumpulan data dengan jalan mencatat secara langsung dan mengkopi arsip-arsip yang berhubungan dengan masalah penelitian.
2. Kajian pustaka, adalah pengumpulan data yang dilakukan dengan cara membaca dari buku-buku atau literatur yang berkaitan dengan masalah penelitian

D. *Teknik Analisis Data*

1. Tabulasi,
   Data yang sudah dikelompokkan per kecamatan, dimasukkan ke dalam tabel pertahun supaya mudah membacanya.
2. Penerapan data sesuai dengan pendekatan penelitian,
   Langkah-langkahnya yaitu :
   a. Setelah data dikonversi dalam bentuk tabel per tahun, peneliti melakukan peramalan dengan menggunakan analisis interpolasi Lagrange dan ekstrapolasi
   - Analisis Interpolasi Lagrange
     Perhitungan interpolasi Lagrange dengan menggunakan rumus Lagrange polinom berderajat 3 sebagai berikut:

$$\boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{f(x_0)} \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + \boldsymbol{f(x_1)} \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} +$$

$$f(x_2)\,\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + f(x_3)\,\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

- Analisis Ekstrapolasi

  Ekstrapolasi merupakan suatu metode untuk menentukan atau memperkirakan suatu nilai yang berada diluar interval atau dua titik yang segaris.

b. Melakukan peramalan dengan menggunakan matlab 2008

c. Membuat grafik hasil peramalan jumlah penduduk pertahun di kota Probolinggo

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Data*

Untuk perhitungan jumlah penduduk dengan teknik interpolasi dan ekstrapolasi ini, digunakan data sensus penduduk di Kota Probolinggo pada rentang waktu antara tahun 1980, 1990, 2000 dan 2010. Adapun data hasil sensus penduduk Kota Probolinggo tahun 1980 dan 1990 bisa dilihat pada tabel 1 [6].

TABEL 1. HASIL SENSUS PENDUDUK KOTA PROBOLINGGO TAHUN 1980 DAN 1990

Kode	Kecamatan	Penduduk Hasil Sensus Penduduk 1980	Penduduk Hasil Sensus Penduduk 1990
1	2	3	4
01	Kademangan	30226	38113
02	Wonoasih	28420	34053
03	Mayangan	90920	104740
	Jumlah	149566	176906

Sumber : BPS Kota Probolinggo (Penduduk Kotamadya Probolinggo Hasil SP 1990)

Data hasil sensus penduduk tahun 2000 bisa dilihat pada tabel 2 [7].

TABEL 2. HASIL SENSUS PENDUDUK KOTA PROBOLINGGO TAHUN 2000

Kotamadya	Laki-laki	Perempuan	Jumlah
Probolinggo	94283	98126	192409

Sumber : BPS Kota Probolinggo (Penduduk Indonesia Hasil SP 2000. BPS, Jakarta-Indonesia)

Sedangkan data hasil Sensus penduduk tahun 2010 bisa dilihat pada tabel 3 [8].

TABEL 3. HASIL SENSUS PENDUDUK TAHUN 2010 KOTA PROBOLINGGO[1]

Kec/Kel	Laki-Laki	Perempuan	Jumlah
Kademangan	19477	20426	39903
Kedopok	15193	15211	30404
Wonoasih	15673	16014	31687
Mayangan	29368	30742	6011
Kanigaran	26565	27332	53897
Kota Probolinggo	106276	109725	216001

Sumber : BPS (Print Out dari Staf bagian Statistik Sosial)

B. *Analisis Data*

- Analisis Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi dalam meramalkan Jumlah Penduduk

Selanjutnya akan dicari perhitungan jumlah populasi penduduk pada setiap tahunnya yang berada pada interval data tahun 1980-2010, Karena data di atas hanya menyajikan jumlah populasi penduduk pada tiap sepuluh tahun, maka perhitungan yang akan digunakan adalah interpolasi lagrange. Untuk lebih spesifiknya adalah Lagrange polinom pangkat tiga. Langkah pertama adalah data pada tabel 1, 2, dan 3 dikonversi dalam bentuk tabel seperti pada tabel 4.

TABEL 4. HASIL SENSUS PENDUDUK 10 TAHUN SEKALI DI KOTA PROBOLINGGO SETELAH DIKONVERSI

x_i	1980	1990	2000	2010
$f(x_i)$	149.566	176.906	192.409	216.001

[1]Catatan : Tidak termasuk penduduk yang tidak berempat tinggal tetap (tuna wisma, awak kapal, barak militer, penjara, pondok pesantren) yang berjumlah : 1061 orang

Setelah data dikonversi dalam bentuk tabel 4, data digunakan untuk meramalkan jumlah penduduk pada tahun 1981-2009 dengan menggunakan rumus interpolasi Lagrange berderajat tiga.

- Analisis Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi

Untuk meramalkan jumlah penduduk pada tahun 1981-2009, dengan menggunakan rumus interpolasi Lagrange berderajat tiga sebagai berikut

$$f(x) = f(x_0)\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + f(x_1)\frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + f(x_2)\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_2)} + f(x_3)\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)},$$

dimana *x* adalah tahun yang diramalkan.

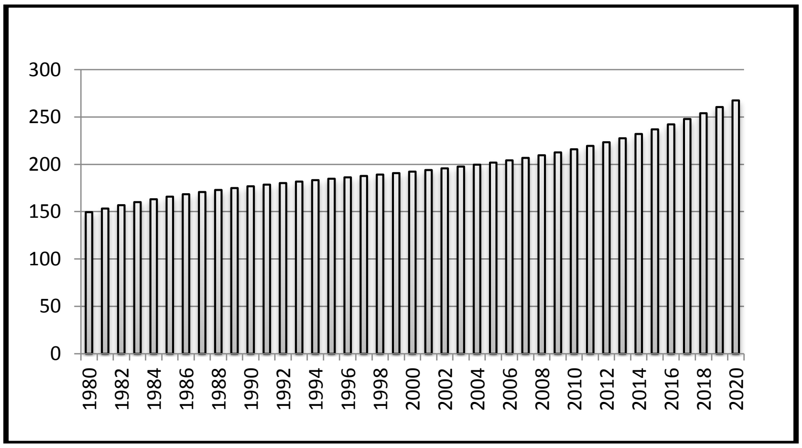
Hasil peramalan dengan metode Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi bisa mudah diperoleh dengan **Program Matlab R2008a** yang dibuat oleh Calzino pada tanggal 07 oktober 2001. Output dari program tersebut ada pada tabel 5.

TABEL 5. HASIL PERAMALAN JUMLAH PENDUDUK DI KOTA PROBOLINGGO DENGAN MENGGUNAKAN MATLAB R2008A

```
>> lagrange(1981,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 153.4006
>> lagrange(1982,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 156.9374
>> lagrange(1983,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 160.1965
>> lagrange(1984,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 163.1977
>> lagrange(1985,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 165.9610
>> lagrange(1986,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 168.5063
>> lagrange(1987,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 170.8535
>> lagrange(1988,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 173.0226
>> lagrange(1989,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 175.0334
>> lagrange(1991,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 178.6602
>> lagrange(1992,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 180.3159
>> lagrange(1993,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 181.8932
>> lagrange(1994,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 183.4118
>> lagrange(1995,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 184.8918
>> lagrange(1996,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 186.3530
>> lagrange(1997,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 187.8154
>> lagrange(1998,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 189.2989
>> lagrange(1999,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 190.8235
>> lagrange(2001,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 194.0754
>> lagrange(2002,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 195.8426
>> lagrange(2003,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 197.7306
>> lagrange(2004,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 199.7593
```

```
>> lagrange(2005,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 201.9485
>> lagrange(2006,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 204.3183
>> lagrange(2007,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 206.8885
>> lagrange(2008,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 209.6790
>> lagrange(2009,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 212.7099
>> lagrange(2011,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 219.5722
>> lagrange(2012,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 223.4436
>> lagrange(2013,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  227.6349
>> lagrange(2014,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  232.1661
>> lagrange(2015,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  237.0573
>> lagrange(2016,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  242.3281
>> lagrange(2017,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  247.9987
>> lagrange(2018,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans =  254.0890
>> lagrange(2019,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
ans = 260.6187
>> lagrange(2020,[1980 1990 2000 2010],[149.566 176.906 192.409 216.001])
```

Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi dapat di simulasi ke dalam suatu program. Hal ini bertujuan untuk efisiensi perhitungan dan waktu, terutama jika perhitungan Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasinya memiliki derajat yang tinggi. Adapun grafik untuk menggambarkan tingkat pertumbuhan jumlah penduduk di Kota Probolinggo bisa dilihat pada gambar 1.



GAMBAR 1. JUMLAH PENDUDUK KOTA PROBOLINGGO TIAP TAHUN (DALAM RIBUAN)

Dari gambar 1 diperoleh gambaran pertumbuhan penduduk di Kota Probolinggo setiap tahunnya mengalami kenaikan. Apabila hal ini terus berlanjut hingga beberapa tahun kemudian. Kemungkinan buruk yang terjadi adalah kota Probolinggo mengalami kepadatan penduduk yang nantinya akan sangat berdampak pada kesejahteraan penduduk di kota Probolinggo.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Dari pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa tingkat pertambahan penduduk di Kota Probolinggo tahun 1981 s/d 2009 dengan menggunakan interpolasi Lagrange setiap tahunnya mengalami kenaikan rata-rata sebesar 1,2333%. Hal ini bisa dikarenakan angka kelahiran penduduk sangat pesat, atau adanya para transmigran yang menetap di kota tersebut, sehingga menjadikan tingkat perkembangan jumlah penduduknya selalu naik.

Hasil taksiran tingkat pertambahan penduduk di Kota Probolinggo sepuluh tahun mendatang menunjukkan tingkat pertumbuhan yang selalu mengalami kenaikan sebesar 2,223%. Sama halnya pada tahun-tahun sebelumnya, hal ini bisa disebabkan oleh banyak faktor, bisa karena faktor internal atau eksternal. Salah satu contoh faktor internal adalah angka kelahiran yang lebih tinggi dibandingkan angka kematian. Sedangkan faktor eksternal terjadi karena banyak para transmigran yang ingin menetap di Kota Probolinggo yang terkenal sebagai Kota Adipura dan Adiwiyata.

B. Saran

Pada penelitian ini peneliti menggunakan metode interpolasi Lagrange dan ekstrapolasi dalam meramalkan suatu penduduk. Karena itu, peneliti menyarankan pembaca bisa menggunakan metode analisis lain dalam meramalkan suatu penduduk disuatu daerah, supaya hasil yang didapatkan bisa dibandingkan dengan metode yang dipakai peneliti sekarang.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kampus Universitas Hasyim Asy’ari, Suami Tercinta Imam Danarto, Orang Tua Tersayang Ibu Hj. Fahiroh, Bapak Ach. Thoifur Mas’udi (alm), Ibu Suparmi, dan Bapak Haris Nur lette, keluarga besar serta teman-teman yang telah berjasa dalam hidup penulis, selalu menjadi motivator dan penyemangat di setiap langkah penulis untuk terus berkarya dan berproses menjadi insan kamil. Semoga tulisan ini bisa bermanfaat bagi para pembaca.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Wijayanto, Dwi Wahyu, http://www.scribd.com/doc/23740586/Makalah-sensus-penduduk#fullscreen:on diakses pada tanggal 01 September 2015

[2] Benny Irawan. benny_irawan.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/.../**interpolasi**.pdf diakses pada tanggal 01 September 2015

[3] Munir, Rinaldi, Metode Numerik. Bandung : Informatika Bandung, 2006.

[4] Djojodiharjo, Harijono, Metode Numerik. Jakarta : PT Gramedia Pustaka Utama, 2000.

[5] Prof. Dr.Sugiyono, Metode Penelitian Kuantitatif dan Kualitatif dan R & D. Bandung : Alfabeta, cv, 2011.

[6] Badan Pusat Statistik, Statistik Penduduk. Penerbit Biro Pusat Statistik. Jakarta Indonesia, 1983.

[7] Badan Pusat Statistik, Penduduk Propinsi Jawa Timur hasil SP 1990. Penerbit : Kantor Statistik Propinsi Jawa Timur, 1990.

[8] Badan Pusat Statistik, Penduduk Indonesia *Hasil SP 2000*. Penerbit Badan Pusat Statistik Jakarta Indonesia, 2000.