

# Evaluasi Dampak Program Edukasi, Skrining Dan Terapi HIV Pada Model Penyebaran Infeksi HIV

Marsudi<sup>1</sup>, Noor Hidayat<sup>2</sup>, Ratno Bagus Edy Wibowo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya

<sup>2,3</sup>Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya  
marsudi61@ub.ac.id.

**Abstrak**—Makalah ini mengkaji dampak dari program edukasi, skrining dan terapi HIV pada model penyebaran infeksi HIV/AIDS (*human immunodeficiency virus/acquired immune deficiency syndrome*) dalam populasi. Sebuah model matematika deterministik nonlinear untuk masalah ini dianalisis secara kualitatif menggunakan teori kestabilan dan analisis sensitivitas. Angka reproduksi efektif  $R_e$  diturunkan menggunakan metode matriks generasi berikutnya menunjukkan rata-rata jumlah infeksi baru yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi HIV dalam populasi di mana program edukasi, skrining dan terapi HIV digunakan sebagai strategi kontrol. Hasil menunjukkan bahwa program edukasi, skrining dan terapi HIV dapat mereduksi penyebaran HIV/AIDS. Simulasi numerik dari model diimplementasikan untuk menyelidiki sensitivitas dari parameter-parameter kunci tertentu pada penyebaran infeksi HIV/AIDS.

**Kata kunci:** HIV/AIDS, edukasi, skrining dan terapi, angka reproduksi efektif, analisis sensitivitas

## I. PENDAHULUAN

Infeksi *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) atau *Acquired Immune Deficiency Syndrome* (AIDS) merupakan salah satu masalah kesehatan yang menimbulkan dampak yang sangat luas dan sampai saat ini belum ditemukan vaksin. HIV adalah virus yang menyerang dan menghancurkan sistem kekebalan dalam tubuh manusia. Sistem kekebalan merupakan sistem pertahanan tubuh yang alami untuk melawan segala jenis infeksi dan penyakit. AIDS merupakan kondisi pada pengidap HIV yang mengalami sakit serius karena sistem kekebalan tubuhnya tidak dapat lagi berfungsi secara efektif melawan penyakit. Penderita AIDS kehilangan begitu banyak sel darah putih (sel CD4). Jika sel CD4 yang tersedia  $\pm 200$  sel/mm<sup>3</sup> darah, maka tubuh tidak cukup terlindungi.

Sepanjang sejarah epidemi infeksi HIV/AIDS, program pencegahan ditujukan terutama untuk menurunkan resiko penularan pada individu yang negatif HIV atau individu yang tidak mengetahui status HIVnya. Salah satu prioritas kegiatan penanggulangan HIV/AIDS adalah perubahan perilaku resiko tinggi pada kelompok rentan (*susceptible* aktif-seksual), kelompok beresiko tertular (Infected HIV tanpa gejala AIDS) dan kelompok tertular (Infected HIV dengan gejala AIDS). Salah satu intervensi program untuk meminimalisasi prevalensi HIV/AIDS adalah edukasi kesehatan, skrining VCT (*voluntary counselling and testing*) dan terapi ARV (*antiretroviral*) bagi orang yang terdeteksi positif HIV maupun orang yang negatif HIV. Sampai saat ini, banyak penelitian menggunakan program atau strategi-strategi untuk pengendalian penyebaran HIV/AIDS, misalnya [1] mengkaji efek vaksinasi pada penyebaran HIV/AIDS dalam populasi homogen, referensi [2] dan [7] mengkaji pengaruh skrining dan tritmen pada penyebaran infeksi HIV/AIDS dalam populasi. Referensi [3] dan [6] mengkaji program edukasi kesehatan publik dalam penyebaran HIV. Salah satu permasalahan yang timbul adalah bagaimana mengukur efektifitas dari program-program pengendalian tersebut. Saat ini, perkembangan efektifitas program edukasi, skrining dan terapi HIV belum memadai meskipun cakupan program meningkat. Banyak aspek penanggulangan yang belum diketahui, misalnya fenomena penyebaran epidemik HIV. Disinilah perlunya penelitian melalui pemodelan matematika untuk membantu menjelaskan fenomena penyebaran epidemik penyakit menular seperti HIV/AIDS.

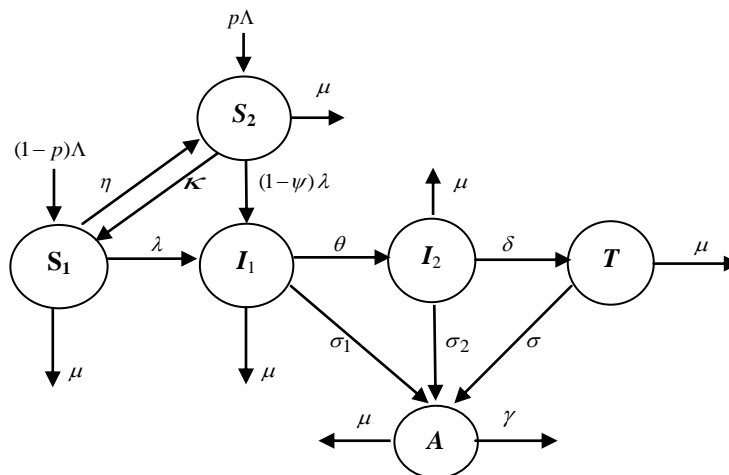
Berdasarkan uraian di atas, tujuan penelitian ini adalah (1) membuat model matematika nonlinear untuk mempelajari pengaruh intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV dalam dinamika penyebaran HIV dengan memastikan bahwa seorang individu yang tidak infeksi diberi edukasi dan yang terinfeksi dan memenuhi syarat diberikan terapi HIV, (2) menentukan titik kesetimbangan model dan (3) Menentukan pengaruh setiap parameter pada dinamika model HIV.

## II. METODE PENELITIAN

Dalam mengevaluasi dampak program edukasi, skrining dan terapi HIV pada model penyebaran infeksi HIV, keseluruhan proses melalui beberapa tahapan sebagai berikut:

### A. Desain Model

Model HIV dengan intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV diterjemahkan dari model kompartemen. Secara demografi, populasi total ( $N$ ) dibagi menjadi enam subpopulasi: *susceptibles* atau negatif HIV adalah individu-individu yang tidak mengidap infeksi HIV ( $S_1$ ), *educated susceptibles* adalah individu-individu yang tidak mengidap infeksi HIV dan mendapat edukasi HIV/AIDS ( $S_2$ ), *unaware infectives* atau positif HIV tetapi tidak mengetahui bahwa mereka terinfeksi ( $I_1$ ), *aware infectives* atau positif HIV dan mereka mengetahui terinfeksi setelah terdeteksi secara medik dengan metode skrining ( $I_2$ ), *therapy infectives* atau positif HIV dan menerima terapi HIV ( $T$ ), dan *AIDS patients* adalah populasi dari individu-individu dengan klinis AIDS ( $A$ ). Secara skematis, transisi antar subpopulasi dapat disajikan dalam diagram kompartemen (Gambar 1).



GAMBAR 1. DIAGRAM KOMPARTEMEN MODEL

Parameter  $\Lambda$  adalah laju rekrutmen susceptible,  $\gamma$  adalah laju kematian karena penyakit,  $\eta$  adalah laju pemberian edukasi,  $\kappa$  adalah laju penyusutan adanya edukasi,  $\mu$  adalah laju kematian alami,  $\sigma_1$  ( $\sigma_2$ ) adalah laju progresi dari  $I_1$  ( $I_2$ ) ke  $A$ ,  $\lambda$  adalah laju infeksi dari  $S$  ke  $I_1$ ,  $\theta$  adalah laju skrining dari  $I_1$  ke  $I_2$ ,  $\delta$  adalah laju terapi dari  $I_2$  ke  $T$  dan  $\sigma$  adalah laju progresi dari  $T$  ke  $A$ ,  $p$  adalah proporsi rekrutmen *educated susceptible* dan  $\psi$  ( $0 \leq \psi \leq 1$ ) adalah laju keefektifan edukasi.

### B. Metode Analisis

Setelah model HIV dengan intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV dikonstruksi akan dilakukan analisis perilaku model penyebaran HIV menggunakan teori-teori kestabilan dan sensitivitas dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Diagram kompartemen model pada Gambar 1 diterjemahkan ke dalam sistem persamaan diferensial nonlinear.

- Menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik dan melakukan analisis kestabilan terhadap titik-titik kesetimbangan.
- Menentukan angka reproduksi efektif model yang diturunkan menggunakan metode matriks generasi berikutnya.
- Menentukan indeks sensitivitas dari angka reproduksi efektif terhadap parameter-parameter model yang dihitung menggunakan rasio dari perubahan relatif dalam angka reproduksi efektif dengan perubahan relatif dalam parameter.
- Melakukan simulasi numerik dan plotting grafik untuk memverifikasi hasil-hasil (analitik) dari analisis kestabilan model dan analisis sensitivitas angka reproduksi efektif. Nilai parameter model diperoleh dari [2] dan sebagai alat bantu perhitungan digunakan Matlab dan Maple.

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### A. Model HIV

Untuk mengkonstruksi model matematika HIV dengan intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV diasumsikan bahwa:

- Laju penyebaran infeksi HIV ( $\lambda$ ) proporsional dengan dengan *susceptibles* rasio antara anggota-anggota populasi terinfeksi dengan total populasi.
- *Unaware infectives* dapat bergerak menuju kelompok positif HIV dan mengetahui mereka terinfeksi setelah terdeteksi dengan metode skrining dan *unaware infectives* dapat diskriminasi dengan laju  $\theta$ .
- *Unaware infectives*, *aware infectives* dan *therapy infectives* yang bergerak menjadi *AIDS patients* dengan laju masing-masing  $\sigma_1, \sigma_2$  dan  $\sigma$  di mana  $\sigma < \sigma_2 < \sigma_1$ .
- Hanya individu-individu positif HIV dan mengetahui mereka terinfeksi setelah terdeteksi dengan metode skrining yang menjadi *therapy infectives* dan menerima terapi HIV dengan laju  $\delta$ .
- *Unaware infectives*, *aware infectives* dan *therapy infectives* dapat menginfeksi populasi *unaware infectives* dengan laju masing-masing  $\beta_1, \beta_2$  dan  $\beta_3$  di mana  $\beta_3 < \beta_2 < \beta_1$ .
- Ada kematian karena penyakit.
- Infeksi hanya melalui interaksi seksual.
- Tidak ada penyebaran dari *AIDS patients* karena diasumsikan infeksi hanya melalui interaksi seksual.

Berdasarkan diagram kompartemen Gambar 1 dan asumsi di atas, transisi antara keenam subpopulasi dapat disajikan ke dalam model matematika berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_1}{dt} &= (1-p)\Lambda + \kappa S_2 - (\lambda + \eta + \mu)S_1 \\
 \frac{dS_2}{dt} &= p\Lambda + \eta S_1 - [(1-\psi)\lambda + \kappa + \mu]S_2 \\
 \frac{dI_1}{dt} &= \lambda S_1 + (1-\psi)\lambda S_2 - (\theta + \sigma_1 + \mu)I_1 \\
 \frac{dI_2}{dt} &= \theta I_1 - (\delta + \sigma_2 + \mu)I_2 \\
 \frac{dT}{dt} &= \delta I_2 - (\sigma + \mu)T \\
 \frac{dA}{dt} &= \sigma_1 I_1 + \sigma_2 I_2 + \sigma T - (\gamma + \mu)A
 \end{aligned} \tag{1}$$

di mana  $\lambda = \frac{c_1\beta_1 I_1 + c_2\beta_2 I_2 + c_3\beta_3 T}{N}$  dan  $N = S_1 + S_2 + I_1 + I_2 + T + A$  dengan kondisi awal

$$S_1(0) = S_{10}, S_2(0) = S_{20}, I_1(0) = I_{10}, I_2(0) = I_{20}, T(0) = T_0, A(0) = A_0. \tag{2}$$

#### B. Analisis Model

##### 1. Daerah Invarian positif

Karena sistem (1) memonitor perubahan dalam populasi manusia, maka variabel-variabel dan parameter-parameter model diasumsikan nonnegatif untuk setiap  $t \geq 0$ . Dengan menambahkan keenam persamaan diferensial dalam sistem (1) diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= \Lambda - \mu(S_1 + S_2 + I_1 + I_2 + T + A) - \gamma A \\ &= \Lambda - \mu N - \gamma A \\ &\leq \Lambda - \mu N\end{aligned}\quad (3)$$

Menggunakan teorema dari Birchoff dan Rota pada pertidaksamaan diferensial (3) dan dengan memisah variabel diperoleh

$$\frac{dN}{\Lambda - \mu N} \leq dt. \quad (4)$$

Dengan mengintegrasikan ketidaksamaan (4) pada kedua ruas diperoleh

$$\Lambda - \mu N \geq C e^{-\mu t} \quad (5)$$

Menggunakan kondisi awal,  $N(0) = N_0$  dalam (5) diperoleh

$$C = \Lambda - \mu N_0. \quad (6)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (6) ke dalam ketidaksamaan (5) diperoleh

$$N \leq \frac{\Lambda}{\mu} - \left( \frac{\Lambda - \mu N_0}{\mu} \right) e^{-\mu t}. \quad (7)$$

Ini berarti,  $N(t) \leq N(0)$  untuk  $t \rightarrow 0$  dan  $N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu}$  untuk  $t \rightarrow \infty$ . Akibatnya,  $0 \leq N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu}$ .

Jadi, daerah  $\Gamma = \left\{ (S_1, S_2, I_1, I_2, T, A) \in \mathbb{R}_6^+ \mid N \leq \frac{\Lambda}{\mu} \right\}$  adalah himpunan invarian positif untuk sistem (1).

**Lemma 5.1** Jika  $S_1(0) > 0, S_2 \geq 0, I_1(0) \geq 0, I_2(0) \geq 0, T(0) \geq 0, A(0) \geq 0$ , maka solusi  $S_1(t), S_2(t), I_1(t), I_2(t), T(t), A(t)$  dari sistem (1) adalah positif untuk setiap  $t > 0$ .

## 2. Titik kesetimbangan model

Misalkan  $E = (S_1^*, S_2^*, I_1^*, I_2^*, T^*, A^*)$  adalah titik kesetimbangan sistem (1). Titik kesetimbangan diperoleh dengan mengambil ruas kanan dari sistem (1) sama dengan nol, artinya  $\frac{dS_1}{dt} = \frac{dS_2}{dt} = \frac{dI_1}{dt} = \frac{dI_2}{dt} = \frac{dT}{dt} = \frac{dA}{dt} = 0$ . Titik kesetimbangan bebas penyakit diperoleh jika tidak ada infeksi dalam populasi ( $I_1^* = 0, I_2^* = 0, T^* = 0$  dan  $A^* = 0$ , yaitu:

$$E_0^* = \left( \frac{[(1-p)(\kappa + \mu) + p\kappa]\Lambda}{\mu(\kappa + \eta + \mu)}, \frac{[(1-p)\eta + p(\eta + \mu)]\Lambda}{\mu(\kappa + \eta + \mu)}, 0, 0, 0, 0 \right). \quad (8)$$

Titik kesetimbangan endemik terjadi jika penyakit ada dalam populasi, artinya dapat diperoleh jika  $I_1^{**} \neq 0, I_2^{**} \neq 0, T^{**} \neq 0, A^{**} \neq 0$ . Untuk memperoleh titik kesetimbangan endemik  $E_1 = (S_1^{**}, S_2^{**}, I_1^{**}, I_2^{**}, T^{**}, A^{**})$ , setiap persamaan dalam sistem (1) disamakan dengan nol dan dinyatakan dalam  $\lambda^*$  dan diperoleh

$$\begin{aligned}
 S_1^{**} &= \frac{\Lambda P}{Q}, S_2^{**} = \frac{(\eta + p(\lambda^* + \mu))\Lambda}{Q}, I_1^{**} = \frac{\Lambda \lambda^* V}{(\theta + \sigma_1 + \mu)Q}, \\
 I_2^{**} &= \frac{\theta I_1^{**}}{D}, T^{**} = \frac{\delta I_1^{**}}{(\sigma + \mu)D}, A^{**} = \frac{U I_1^{**}}{(\sigma + \mu)(\gamma + \mu)D}
 \end{aligned} \tag{9}$$

di mana

$$\begin{aligned}
 P &= [(1-p)(1-\psi)\lambda^* + (1-p)\mu + \kappa]\Lambda, \\
 Q &= (1-\psi)\lambda^{*2} + (\eta - \psi\eta + \kappa + 2\mu)\lambda^* + \mu^2 + (\eta + \kappa)\mu \\
 U &= (c_1\mu^2 + [\sigma_1(\delta + \sigma) + \sigma_2(\sigma_1 + \theta)]\mu + (\sigma_1 + \theta)(\delta + \sigma_2)\sigma, \\
 V &= (1-\psi)\lambda^{*2} + [(1-\psi)p\mu + (1-p)\mu + \kappa]\lambda^*, D = \delta + \sigma_2 + \mu, \\
 \lambda^* &= \frac{c_1\beta_1 I_1^{**} + c_2\beta_2 I_2^{**} + c_3\beta_3 T}{N^{**}}, N = S^{**} + E^{**} + I_1^{**} + I_2^{**} + T^{**} + A^{**}.
 \end{aligned}$$

### C. Angka Reproduksi Efektif

Angka reproduksi efektif mengukur rata-rata jumlah infeksi baru yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi HIV dalam suatu populasi di mana program edukasi, skrining dan terapi HIV digunakan sebagai strategi kontrol. Angka reproduksi efektif ( $R_e$ ) dari sistem (1) diperoleh menggunakan metode matriks generasi berikutnya. Secara matematis, angka reproduksi efektif adalah radius spektral (nilai eigen terbesar (dominan)) dari matriks generasi berikutnya ([3]).

$$\begin{aligned}
 R_e &= \frac{c_1\beta_1 [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\sigma_1 + \theta + \mu)} \\
 &+ \frac{c_2\beta_2\theta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\theta + \sigma_1 + \mu)(\delta + \sigma_2 + \mu)} \\
 &+ \frac{c_3\beta_3\theta\delta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\theta + \sigma_1 + \mu)(\delta + \sigma_2 + \mu)(\sigma + \mu)}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Dari ekspresi angka reproduksi efektif (10),  $R_e$  merupakan jumlahan angka reproduksi dari *unaware infectives*  $I_1$  ( $R_{e1}$ ), angka reproduksi dari *aware infectives*  $I_2$  ( $R_{e2}$ ), dan angka reproduksi dari *therapy infectives*  $T$  ( $R_{e3}$ ). Rumus angka-angka reproduksi ini adalah sebagai berikut:

$$R_{e1} = \frac{c_1\beta_1 [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\sigma_1 + \theta + \mu)} \tag{11}$$

$$R_{e2} = \frac{c_2\beta_2\theta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\theta + \sigma_1 + \mu)(\delta + \sigma_2 + \mu)} \tag{12}$$

$$R_{e3} = \frac{c_3\beta_3\theta\delta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\kappa + \eta + \mu)(\theta + \sigma_1 + \mu)(\delta + \sigma_2 + \mu)(\sigma + \mu)}. \tag{13}$$

Dari ekspresi persamaan-persamaan  $R_{e1}$ ,  $R_{e2}$  dan  $R_{e3}$  di atas, tampak bahwa  $R_{e1} > R_{e2} > R_{e3}$  artinya: *unaware infectives* ( $I_1$ ) mempunyai kontribusi yang signifikan pada penyebaran infeksi HIV/AIDS diikuti oleh *aware infectives* ( $I_2$ ) dan mempertahankan endemik penyakit dalam populasi melalui  $c_1\beta_1$  dan  $c_2\beta_2$ . Kemudian diikuti oleh *therapy infectives* ( $T$ ) melalui  $c_3\beta_3$ . Dalam hal tidak ada infeksi, ukuran populasi mendekati sebuah titik mantab  $\Lambda/\mu$ .

Selanjutnya dianalisis empat keadaan dalam populasi untuk mengevaluasi dampak program edukasi, skrining dan terapi HIV pada penyebaran infeksi HIV dalam populasi:

#### 1. Model tanpa intervensi ( $S_2 = 0, I_2 = 0, T = 0$ )

Jika model tanpa intervensi ( $\theta = \delta = \eta = \kappa = \sigma_2 = \sigma = 0$ ), maka angka reproduksi efektif  $R_e$  direduksi menjadi angka reproduksi dasar

$$R_0 = \frac{c_1 \beta_1 \Lambda}{\mu N (\sigma_1 + \mu)} = \frac{c_1 \beta_1}{\sigma_1 + \mu}. \quad (14)$$

Perhatikan bahwa  $R_e \ll R_0$ , ini berarti intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV mempunyai dampak positif pada penurunan penyebaran infeksi HIV dalam populasi.

## 2. Model hanya dengan skrining ( $S_2 = 0, T = 0$ )

Jika model hanya dengan skrining tetapi tanpa edukasi dan terapi HIV ( $\delta = \eta = \kappa = \sigma = 0$ ), maka angka reproduksi efektif  $R_e$  direduksi menjadi angka reproduksi terinduksi skrining

$$R_S = \frac{c_1 \beta_1 (\sigma_2 + \mu) + c_2 \beta_2 \theta}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \mu)}. \quad (15)$$

Jika  $\theta \rightarrow 0$ , maka  $R_S \rightarrow R_0$ . Ekspresi  $R_S$  dapat ditulis sebagai

$$R_S = R_1 + R_2 \quad (16)$$

di mana

$$R_1 = \frac{c_1 \beta_1}{\sigma_1 + \theta + \mu} \quad \text{dan} \quad R_2 = \frac{c_2 \beta_2 \theta}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \mu)}.$$

Perhatikan bahwa  $R_1 > R_2$  dan dari ekspresi  $R_S$  (15), HIV dapat dieliminasi dari masyarakat jika  $R_S < 1$  dan ini hanya mungkin jika laju skrining  $\theta$  meningkat.

## 3. Model hanya dengan skrining dan edukasi ( $T = 0$ )

Jika model hanya dengan skrining dan edukasi tetapi tidak ada terapi HIV ( $\delta = \sigma = 0$ ), maka angka reproduksi efektif  $R_e$  direduksi menjadi angka reproduksi terinduksi skrining-edukasi

$$R_{SE} = \frac{c_1 \beta_1 [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\kappa + \eta + \mu)} + \frac{c_2 \beta_2 \theta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \mu)(\kappa + \eta + \mu)}. \quad (17)$$

Ekspresi dari  $R_{SE}$  dapat ditulis sebagai

$$R_{SE} = R_3 + R_4 \quad (18)$$

di mana

$$R_3 = \frac{c_1 \beta_1 [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\kappa + \eta + \mu)}$$

$$R_4 = \frac{c_2 \beta_2 \theta [p(\kappa + (1-\psi)(\eta + \mu)) + (1-p)(\kappa + \mu + (1-\psi)\eta)]}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \mu)(\kappa + \eta + \mu)}.$$

Perhatikan bahwa  $R_3 > R_4$ . Jika laju edukasi  $\eta$  turun, maka HIV ada dan menjadi endemik dalam populasi.

## 4. Model hanya dengan skrining dan terapi HIV ( $S_2 = 0$ )

Jika model hanya dengan skrining dan terapi HIV tetapi tanpa edukasi HIV ( $p = \eta = \kappa = 0$ ), maka angka reproduksi efektif  $R_e$  direduksi menjadi angka reproduksi terinduksi skrining-terapi

$$R_{ST} = \frac{c_1\beta_1(\sigma_2 + \delta + \mu)(\sigma + \mu) + c_2\beta_2\theta(\sigma + \mu) + c_3\beta_3\theta\delta}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \delta + \mu)(\sigma + \mu)}. \quad (19)$$

Ekspresi dari  $R_{ST}$  dapat ditulis sebagai

$$R_{ST} = R_1 + R_5 + R_6 \quad (20)$$

di mana

$$R_1 = \frac{c_1\beta_1}{\sigma_1 + \theta + \mu}, \quad R_5 = \frac{c_2\beta_2\theta}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \delta + \mu)}, \quad R_6 = \frac{c_3\beta_3\theta\eta}{(\sigma_1 + \theta + \mu)(\sigma_2 + \delta + \mu)(\sigma + \mu)}.$$

Perhatikan bahwa  $R_1 > R_5 > R_6$ , yang berarti bahwa edukasi kesehatan kurang berkontribusi pada penyebaran infeksi HIV. Laju edukasi  $\eta$  sangat penting dalam mereduksi penyebaran infeksi dalam populasi. Nilai parameter  $\eta$  besar akan menurunkan  $R_{ST}$  dan akan mengeliminasi penyakit jika  $R_{ST} < 1$ .

Angka reproduksi efektif  $R_e$  yang diperoleh dari metode matriks generasi berikutnya menentukan kestabilan lokal dari titik kesetimbangan bebas penyakit. Menggunakan teori kestabilan dan dari Teorema 2 dalam [3], diperoleh hasil sebagai berikut.

**Teorema 1** Titik kesetimbangan bebas penyakit  $E_0^*$  dari sistem (1) adalah stabil asimtotik lokal jika  $R_e < 1$  dan tidak stabil jika  $R_e > 1$ .

**Teorema 2** Titik kesetimbangan endemik tunggal  $E_1^*$  sistem (1) adalah stabil asimtotik lokal jika  $R_e > 1$ .

Dari Teorema 1 diperoleh kesimpulan bahwa HIV dapat dieliminasi dari komunitas jika  $R_e < 1$ , artinya jika ukuran subpopulasi awal dari model dengan program edukasi, skrining dan terapi HIV diberikan dalam daerah stabil  $E_0^*$ . Dari Teorema 2, titik kesetimbangan endemik sistem (1),  $E_1^* = (S_1^{**}, S_2^{**}, I_1^{**}, I_2^{**}, T^{**}, A^{**})$  ada dan positif jika  $R_e > 1$ .

#### D. Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk menemukan parameter-parameter model yang berpengaruh tinggi pada nilai angka reproduksi efektif  $R_e$ . Indeks sensitivitas dari  $R_e$  mengukur penyebaran penyakit awal dan untuk mengukur perubahan relatif dalam  $R_e$  jika suatu parameter berubah sementara parameter-parameter lain tetap. Indeks sensitivitas pada parameter yang mempunyai pengaruh tinggi pada  $R_e$  dapat dijadikan sasaran intervensi dalam rangka mengendalikan penyebaran penyakit. Indeks sensitivitas dari nilai  $R_e$  dihitung menggunakan rumus normalisasi maju dari  $R_e$  yang bergantung pada suatu parameter  $\phi$ ,

$$I_\phi^{R_e} = \frac{\partial R_e}{\partial \phi} \times \frac{\phi}{R_e}. \quad (18)$$

Menggunakan nilai-nilai parameter model dari [2] dan [6]:

$$\beta_1 = 0.86, \beta_2 = 0.15, \beta_3 = 0.10, \theta = 0.6, \mu = 0.1, \delta = 0.99, c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 1, \sigma_1 = 0.20, \sigma_2 = 0.01, \sigma = 0.001, \eta = 0.32, \kappa = 0.015, \delta = 0.99, \psi = 0.615, p = 0.145 \text{ dan } \Lambda = 700 \quad (19)$$

diperoleh nilai angka-angka reproduksi

$$R_e = 1.9199, R_S = 4.6849, R_{ST} = 3.6425, R_{SE} = 2.4693 \text{ dan } R_0 = 8.60. \quad (20)$$

Dari (20),  $R_e \leq R_{SE} \leq R_{ST} \leq R_S \leq R_0$ . Ini berarti, kombinasi program edukasi, skrining dan terapi HIV lebih efisien dibandingkan dengan kombinasi program edukasi dan skrining. Kombinasi program edukasi dan skrining lebih efisien dibandingkan dengan program skrining dan terapi HIV. Program skrining dan terapi HIV lebih efisien dibandingkan dengan program skrining saja. Program skrining lebih efisien dibandingkan dengan tanpa intervensi.

Menggunakan nilai-nilai parameter (19), indeks sensitivitas dari  $R_e$  terhadap parameter-parameter model disajikan dalam Tabel 1.

TABEL 1. INDEKS SENSITIVITAS DARI ANGKA REPRODUKSI

No	Parameter	Indeks sensitivitas
1	$\psi$	-0.8972
2	$\beta_1$ and $c_1$	0.7870
3	$\theta$	-0.4537
4	$\sigma_1$	-0.2222
5	$\eta$	-0.1983
6	$\beta_3$ and $c_3$	0.1631
7	$\mu$	-0.1246
8	$\beta_2$ and $c_2$	0.0499
9	$p$	-0.0389
10	$\kappa$	0.0309
11	$\delta$	-0.0286
12	$\sigma_2$	-0.0019
13	$\sigma$	-0.0016

Dari Tabel 1, secara umum menunjukkan bahwa parameter-parameter  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, c_1, c_2, c_3$  dan  $\kappa$  mempunyai indeks sensitivitas positif, artinya: jika salah satu parameter dari  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, c_1, c_2, c_3$  dan  $\kappa$  dinaikkan (diturunkan) sementara parameter-parameter yang lain dianggap konstan, maka nilai  $R_e$  akan naik (turun). Sebaliknya, parameter-parameter  $\psi, \mu, \sigma_1, \theta, \eta, \delta, p, \sigma_2$  dan  $\sigma$  mempunyai indeks sensitivitas negatif, artinya: jika salah satu parameter dari  $\psi, \mu, \sigma_1, \theta, \eta, \delta, p, \sigma_2$  dan  $\sigma$  dinaikkan (diturunkan) sementara parameter-parameter yang lain dianggap konstan, maka nilai  $R_e$  akan turun (naik). Nilai indeks sensitivitas dari parameter-parameter model dalam Tabel 1 menunjukkan urutan parameter yang paling sensitif sampai yang kurang sensitif terhadap perubahan  $R_e$ . Parameter yang paling sensitif adalah laju keefektifan edukasi ( $\psi$ ), diikuti oleh laju skrining (frekuensi hubungan) dari *unaware infectives* dengan *susceptibles* ( $\beta_1(c_1)$ ), laju skrining ( $\theta$ ), dan seterusnya. Parameter yang kurang sensitif adalah laju progresi dari *therapy infectives* ke *AIDS patient* ( $\sigma$ ).

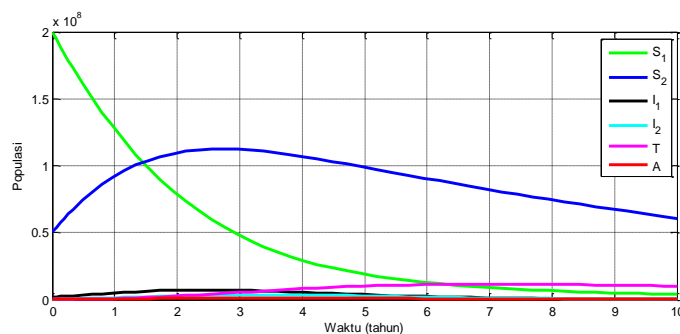
#### E. Simulasi Numerik

Untuk melihat distribusi populasi terhadap waktu (tahun) digunakan nilai-nilai parameter model dalam (19) dan nilai awal

$$\begin{aligned} S_1(0) &= 200000000, S_2(0) = 50000000, I_1(0) = 2000000, \\ I_2(0) &= 250000, T(0) = 50000, A(0) = 20000. \end{aligned} \quad (21)$$

Menggunakan rumus (10)-(14), diperoleh angka-angka reproduksi ( $R_e = 1.9199, R_{e1} = 1.5110, R_{e2} = 0.0958$  dan  $R_{e3} = 0.3131$ ). Karena  $R_e > 1$ , maka infeksi HIV/AIDS akan bertahan dalam populasi. Selanjutnya, grafik variasi populasi model HIV dengan intervensi (edukasi, skrining dan terapi HIV) ditunjukkan dalam Gambar 2.

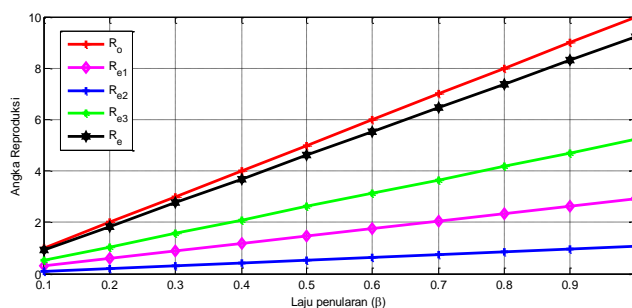




GAMBAR 2. GRAFIK VARIASI POPULASI MODEL HIV DENGAN INTERVENSI

Dari Gambar 2 tampak bahwa dinamika populasi *susceptible* ( $S_1$ ) turun seiring berjalannya waktu karena infeksi HIV. Sebelum diberikan intervensi, *unaware infectives* ( $I_1$ ) naik dengan bertambahnya waktu dan akhirnya menuju ke titik kesetimbangannya. Demikian juga halnya dengan populasi *educated susceptible* ( $S_2$ ), *aware infectives* ( $I_2$ ) dan *AIDS patient* ( $A$ ). Akan tetapi, dinamika *therapy infectives* ( $T$ ) naik sejak awal hingga menuju ke titik kesetimbangannya (titik kesetimbangan endemik).

Gambar 3 menunjukkan hubungan antara angka reproduksi efektif ( $R_e$ ) jika laju kontak *susceptible* dengan *unaware infectives*, *aware infectives* dan *treated infectives* dapat menginfeksi populasi *unaware infectives* dengan laju masing-masing  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  dan  $\beta_3$ . Nampak bahwa jika  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  atau  $\beta_3$  naik, maka angka reproduksi efektif juga naik. Dengan demikian, laju kontak dengan populasi terinfeksi mempunyai dampak langsung terhadap dinamika penyakit.


 GAMBAR 3. HUBUNGAN ANTARA ANGKA REPRODUKSI JIKA  $\beta$  BERUBAH

#### IV. SIMPULAN DAN SARAN

Dalam penelitian ini, model matematika nonlinear digunakan untuk memodelkan penyebaran infeksi HIV dengan intervensi edukasi, skrining dan terapi HIV. Menggunakan data simulasi, angka reproduksi efektif sama dengan 1,9199 (infeksi HIV tetap ada di dalam populasi). Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa dengan menurunkan laju kontak (frekwensi hubungan) antara *unaware infectives*, *screened infectives* dan *therapy infectives* dengan *susceptible* akan menurunkan angka reproduksi efektif. Parameter yang paling sensitif adalah laju keefektifan edukasi, diikuti oleh laju kontak (frekwensi hubungan) dari *unaware infectives* dengan *susceptibles*, kemudian diikuti oleh laju skrining dan parameter yang kurang sensitif adalah laju progresi dari *therapy infectives* ke *AIDS patient*. Jika laju keefektifan edukasi, laju skrining, laju terapi, laju pemberian edukasi dan laju progresi dinaikkan, maka akan menurunkan penyebaran infeksi HIV. Mengingat program edukasi, skrining dan terapi HIV dapat mereduksi penyebaran HIV/AIDS, maka program ini harus dipertahankan dan ditingkatkan jangkauannya.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Isi makalah ini merupakan bagian dari hasil PUPU tahun anggaran 2015. Ucapan terima kasih disampaikan kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal Pembelajaran dan Kemahasiswaan, Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi, Sesuai dengan Addendum Surat Perjanjian Penugasan dalam rangka Pelaksanaan, Program Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Nomor : 007/Add/SP2H/PL/DIT.LITABMAS/V/2015, tanggal 12 Mei 2015.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Naresh, A. Tripathi, and D. Sharma, "Modelling the Effect of Risky Sexual Behavior on The Spread of HIV/AIDS," *International Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 1 (3), pp. 132-147, 2009.
- [2] R. Safiel, E.S. Massawe, and D.O. Makinde, "Modelling the Effect Screening and Treatment on Transmission of HIV/AIDS Infection in a Population," *American Journal of Mathematics and Statistics*, Vol. 2 (4), pp. 75-88, 2012.
- [3] N. Hussaini, M. Winter, and A.B. Gumel, "Qualitative Assesment of The Role of Public Health Education Program on HIV Transmission Dynamics," *Mathematical Medicine and Biology*, Vol. 28 No.3, pp. 245-270, 2011.
- [4] P. van den Driessche, and J. Watmough, "Reproduction Numbers and Subthreshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of DiseaseTransmission," *Mathematical Biosciences*, Vol. 180, pp. 29-48, 2002.
- [5] N. Chitnis, J.M. Hyman, and J.M. Cushing, "Determining Important Parameter in the Spread of Malaria Through the Sensitivity Analysis of Mathematical Model," *Department of Public Health and Epidemiology*, Vol. 70, pp.1272-1296, 2008.
- [6] Marsudi, "Analisis Sensitivitas Model Epidemiologi HIV dengan Edukasi," *Prosiding KNM XVII 2014*, ISBN:978-602-96426-3-6, pp. 907-917, 2014.
- [7] Marsudi, Marjono and A. Andari, "Sensitivity Analysis of Effect of Screening and HIV Therapy on the Dynamics of Spread of HIV," *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 8 (155), pp. 7749 - 7763, 2014.