

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan setiap makhluk hidup tidak dapat terlepas dengan yang namanya interaksi. Interaksi merupakan suatu jenis tindakan yang terjadi ketika dua atau lebih objek mempengaruhi atau memiliki efek satu sama lain. Salah satu interaksi yang terjadi adalah interaksi antara mangsa dan pemangsa, yang sering disebut dengan interaksi *predator prey*. Pada interaksi *predator* (pemangsa) mengkonsumsi *prey* (mangsa) agar dapat bertahan hidup dan fungsi *predator* (pemangsa) terhadap *prey* (mangsa) adalah sebagai pengendali populasi *prey* (mangsa).

Dalam cabang ilmu matematika, setiap fenomena yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari dapat dibuat dalam model matematika. Begitu juga dengan hubungan antara *predator* dan *prey* dapat dibuat model matematika. Hal tersebut berfungsi agar stabilitas jumlah populasi mangsa dan pemangsa yang ada dalam sebuah lingkungan dapat diamati dalam bentuk perumusan yang sistematis sehingga dapat digunakan oleh peneliti untuk mengendalikan populasi mangsa agar tidak terjadi kepunahan.

Penelitian terhadap model *predator prey* ini mulai terkenal saat diperkenalkan oleh Alfred Lotka dan Vito Volterra pada tahun 1926, namun dalam model *predator prey* yang mereka perkenalkan masih sederhana, asumsi dasar dari model mangsa pemangsa ini adalah bahwa setiap populasi mengalami pertumbuhan atau peluruhan secara eksponensial dimana faktor-faktor lain ditiadakan. Kemudian model mangsa pemangsa Lotka Volterra dimodifikasi dengan menambahkan asumsi bahwa jumlah populasi juga dipengaruhi oleh adanya tingkat kompetisi di dalam populasi tersebut. Persamaan *predator prey* Lotka Volterra adalah sebagai berikut, (Verhulst,1990:180)

$$\frac{dx}{dt} = x(r - \alpha y) \dots\dots\dots(1.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(-d + \beta x) \dots\dots\dots(1.2)$$

Pada tahun 1953 Holling memperkenalkan fungsi respon. Fungsi respon *predator* adalah tingkat predasi (daya makan) *predator* terhadap jumlah makanan/*prey*. Sehingga fungsi respon berkaitan erat dengan peningkatan populasi *predator* atau pengurangan populasi *prey* saat saling berinteraksi. Holling memperkenalkan 3 fungsi respon, yaitu fungsi respon tipe I, fungsi respon tipe II dan fungsi respon tipe III.

Fungsi respon tipe I adalah fungsi linear, dimana ketika populasi mangsa meningkat daya konsumsi *predator* pun meningkat, sehingga jumlah populasi *predator* semakin meningkat pula. Contoh interaksi yang bersesuaian dengan fungsi respon ini adalah interaksi antara laba-laba sebagai *predator* dan mangsanya. Persamaan dari fungsi respon tipe I ini adalah (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

$$p(x) = \frac{mx}{a+x}$$

Pada fungsi respon tipe II lebih kompleks dari fungsi respon tipe I karena pada fungsi respon ini memperhatikan waktu *predator* dalam mencerna mangsa. Contoh interaksi yang bersesuaian dengan fungsi ini adalah interaksi antara serigala sebagai pemangsa dan karibu sebagai mangsanya. Persamaan dari fungsi respon tipe II ini adalah (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

$$p(x) = \frac{mx^2}{ax^2+bx+c}$$

Fungsi respon tipe III adalah fungsi sigmoidal dimana *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain ketika populasi *prey* yang dimakan mulai berkurang. Contoh interaksi yang bersesuaian dengan fungsi ini adalah interaksi antara rusa tikus (*mice deer*) sebagai pemangsa dan kepompong kupu-kupu sebagai mangsanya. Persamaan dari fungsi respon tipe III ini adalah (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

$$p(x) = \frac{mx^2}{a+x^2}$$

Ketiga fungsi respon tersebut merupakan fungsi monoton naik. Namun ada interaksi *predator prey* yang memiliki sifat yang tidak monoton, yaitu ketika pada jumlah populasi *prey* tertentu, tingkat konsumsi *predator* menurun karena ada sifat bertahan dari *prey*, yaitu ketika *prey* meningkat tingkat pertahanan

kelompoknya pun meningkat. Contoh interaksi seperti ini adalah interaksi antara serigala dan banteng, ketika jumlah banteng hanya sedikit maka tingkat konsumsi serigala cenderung meningkat, namun ketika jumlah banteng meningkat pertahanan hidup kelompok bantengpun meningkat, sehingga tingkat predasi serigala cenderung menurun.

Contoh lainnya adalah proses pada penjernihan air. Salah satu cara menjernihkan air adalah dengan memasukkan tawas ke dalam air tersebut untuk membunuh sejumlah bakteri dalam air. Ketika bakteri dalam jumlah tertentu, tawas dengan jumlah tertentu, dapat dengan mudah membunuh (memangsa) bakteri tersebut. Namun, ketika bakteri semakin banyak tawas akan semakin sulit membunuh bakteri, dan saat bakteri mencapai jumlah tertentu daya predasi tawas terhadap bakteri cenderung semakin menurun. (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

Fenomena ini telah diteliti oleh Monod dan Haldane sehingga diperkenalkan olehnya fungsi respon tak monoton yang juga sering disebut fungsi respon Monod Haldane atau fungsi respon tipe IV. Fungsi ini merupakan modifikasi dari fungsi respon tipe II. Persamaan dari fungsi respon tipe IV Monod Haldane ini adalah (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

$$p(x) = \frac{mx}{ax^2 + bx + c}$$

Sokol and Howell juga meneliti tentang interaksi *predator prey* yang memiliki sifat tak monoton ini pada phenol dan pseudomonas putida, dia mengajukan fungsi Monod-Haldane yang lebih sederhana, dan menyatakan bahwa, model fungsi respon tak monoton yang baru ini menghasilkan nilai yang lebih baik dan lebih sederhana. Fungsi respon yang dia ajukan merupakan pengembangan dari fungsi respon tipe III. Persamaan dari fungsi respon tipe IV ini adalah (Ruan,S dan Xiao,D, 2001)

$$p(x) = \frac{mx}{a + x^2}$$

Model *predator prey* merupakan salah satu dari model yang dibahas dalam sistem dinamik. Sistem dinamik membahas tentang perilaku jangka panjang untuk meningkatkan sistem. Dalam sistem dinamik ada suatu kejadian yang disebut dengan bifurkasi. Bifurkasi adalah perubahan kualitatif (dalam hal

ini kestabilan) suatu sistem yang terjadi akibat perubahan nilai parameter. (Guckenheimer, 1985: 151-152)

Ada macam-macam jenis bifurkasi, bifurkasi yang terjadi pada sistem dengan menggerakkan satu parameter, ada bifurkasi *saddle node*, bifurkasi *transcritical*, bifurkasi *pitchfork*, dan bifurkasi *hopf*. Sedangkan jika 2 parameter yang digerakkan ada jenis bifurkasi *hysteresis*, *supercritical pitchfork*, dan *subcritical pitchfork*.

Terjadinya bifurkasi *saddle node* ditandai oleh penambahan titik ekuilibrium pada saat nilai parameter tertentu. Misalkan parameter yang digerakkan adalah μ dan nilai parameter tertentu tersebut μ_0 . Ketika $\mu < \mu_0$ terdapat 2 titik ekuilibrium, ketika $\mu = \mu_0$ terdapat 3 titik ekuilibrium, dan ketika $\mu > \mu_0$ terdapat 4 titik ekuilibrium pada sistem.

Bifurkasi *transcritical* ditandai oleh persilangan dari dua cabang ekuilibrium dalam suatu diagram bifurkasi yang mana ekuilibrium setiap cabang mengalami perubahan kestabilan ketika $\mu = \mu_0$.

Sedangkan bifurkasi *hopf* terjadi pada suatu sistem jika ada titik ekuilibrium yang memiliki sepasang nilai eigen imajiner murni dan memenuhi kondisi transversal ($\frac{d}{d\mu}(Re(\lambda(\mu))) \neq 0$). (Guckenheimer, 1985: 151-152)

Pada skripsi ini akan dibahas tentang analisis bifurkasi model *predator prey* dengan fungsi respon tak monoton, berparameter μ , μ adalah tingkat perbandingan penambahan populasi pemangsa terhadap banyaknya pengurangan jumlah mangsa. Dipilih fungsi respon tak monoton dengan model yang diperkenalkan oleh Sokol dan Howell karena bagi penulis fungsi respon tak monoton memiliki permasalahan yang lebih menarik untuk dibahas dibandingkan dengan fungsi respon yang lain dan menurut Sokol dan Howell model ini menghasilkan nilai yang lebih baik dan sederhana dibandingkan fungsi respon tak monoton Monod Haldane.

Model sistem *predator prey* dengan fungsi respon tipe IV pada saat nilai μ sama dengan 0,744 diperkirakan terjadi bifurkasi *saddle node*, ketika nilai μ

sama dengan $\frac{0,372(1+1,809^2)}{1,809}$ diperkirakan terjadi bifurkasi *hopf*, dan pada saat nilai μ sama dengan 0,767808 diperkirakan terjadi bifurkasi *transcritical*.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dirumuskan dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagaimana membentuk model matematika dari sistem *predator prey* dengan fungsi respon tak monoton?
2. Bagaimana pengaruh perubahan parameter μ (tingkat perbandingan penambahan populasi pemangsa terhadap banyaknya pengurangan jumlah *prey*) terhadap keadaan dinamik dari sistem *predator prey* dengan fungsi respon tak monoton?

C. Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Untuk mengetahui pembentukan model matematika dari sistem *predator prey* dengan fungsi respon tak monoton.
2. Untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter terhadap keadaan dinamik dari sistem *predator prey* dengan fungsi respon tak monoton.

D. Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam penelitian skripsi ini tidak meluas, maka penulis perlu memberikan batasan yaitu sistem dinamik yang digunakan untuk memodelkan sistem *predator prey* di sini adalah sistem dinamik dimensi 2 dengan 1 parameter.

E. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Mahasiswa

Menambah wawasan dan kemampuan dalam mengaplikasikan ilmu-ilmu matematika, dalam bidang biologi yaitu tentang keseimbangan interaksi antar makhluk hidup khususnya model *predator prey*.

2. Bagi Peneliti

a. Memberikan informasi kepada peneliti tentang keseimbangan suatu ekosistem khususnya model *predator prey*.

b. Dapat digunakan untuk memprediksi seberapa besar populasi *predator* dan populasi *prey* agar terjadi keseimbangan ekosistem.

3. Bagi Universitas

a. Menambah koleksi buku referensi yang ada di Perpustakaan Universitas Negeri Yogyakarta.

b. Menjadi acuan bagi mahasiswa lain untuk menambah dan mengembangkan ilmu pengetahuan khususnya pemodelan *predator prey*.