

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

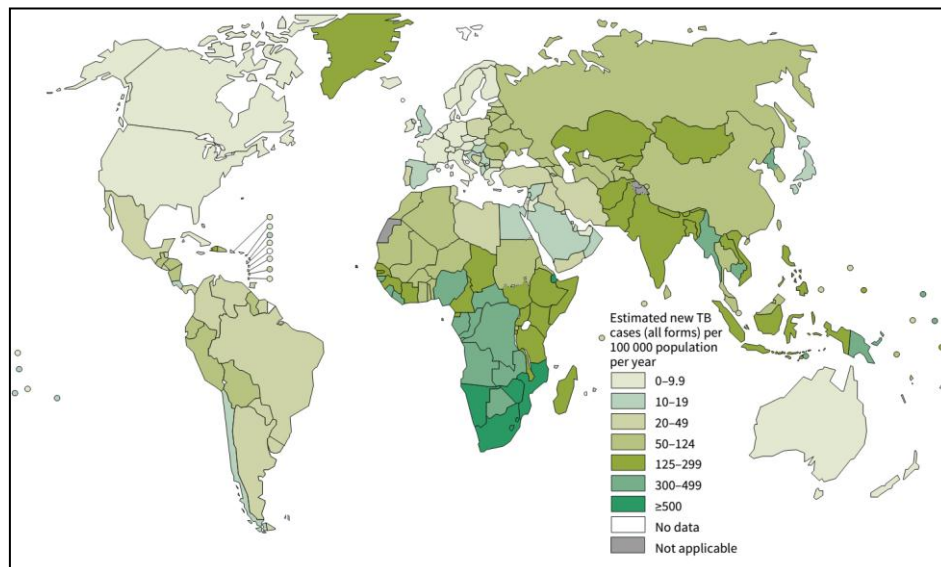
Maternal antibody merupakan kekebalan tubuh pasif yang ditransfer oleh ibu kepada anaknya melalui plasenta pada saat usia kandungan 1 – 2 bulan di akhir masa kehamilan. *Maternal antibody* yang diterima dari ibu pada umumnya tidak bertahan lama yaitu kurang dari enam bulan (Bona, 2005: 163). Jika kekebalan tubuh yang dimiliki seorang anak mulai menghilang, maka anak tersebut akan rentan terhadap suatu penyakit di antaranya yaitu penyakit tuberkulosis (TB).

Tuberkulosis merupakan penyakit infeksi yang menyerang paru-paru dan disebabkan oleh *Mycobacterium tuberculosis*. Penyakit ini dapat menyebar ke bagian tubuh lain seperti meningen (selaput yang melindungi sistem saraf pusat), ginjal, tulang, dan nodus limfe (kelenjar getah bening) (Somantri, 2007: 59). Penyakit tuberkulosis termasuk ke dalam kelompok penyakit menular dan mematikan tanpa memperhatikan usia dan jenis kelamin. Penularan penyakit tuberkulosis dengan cara menyebarkan bakteri ke udara dalam bentuk *droplet* (percikan dahak) (Depkes RI, 2007).

Pada tahun 1993, TB telah menginfeksi sepertiga penduduk dunia dengan area penyebaran penyakit TB yang tidak terkendali di sebagian besar negara di dunia. Menurut laporan terbaru Badan Kesehatan Dunia WHO (2014), secara global pada tahun 2012 diperkirakan sekitar 12 juta kasus TB dan sekitar 1,2 kematian yang disebabkan oleh penyakit tuberkulosis. Hal ini mengalami

penurunan yakni sekitar 11 juta kasus TB yang terjadi pada tahun 2013 dengan kasus kematian sekitar 1,1 juta.

Indonesia merupakan salah satu negara dengan pengidap penyakit TB terbanyak di dunia. Menurut laporan WHO (2014), Indonesia berada pada peringkat ketiga dunia setelah India dan China dengan sekitar 680.000 kasus TB yang terjadi pada tahun 2013 atau diperkirakan setiap 100.000 populasi terdapat 272 penderita TB. Angka kematian akibat penyakit tuberkulosis pada tahun 2013 yakni sekitar 64.000 jiwa atau diperkirakan setiap 100.000 populasi terdapat 25 penderita TB yang meninggal.



Gambar 1.1 : Perkiraan penyebaran kasus TB 2013

Untuk mengetahui penyebaran penyakit tuberkulosis, diperlukan suatu model matematika yang dapat merepresentasikan permasalahan yang terjadi guna mencegah penyebaran penyakit tersebut. Model matematika diperoleh melalui suatu proses penerjemahan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari ke dalam bahasa matematika yang disebut dengan pemodelan matematika. Dari model matematika tersebut akan terbentuk suatu sistem persamaan diferensial yang dapat

diketahui suatu titik kesetimbangannya (titik kritis atau titik ekuilibrium) dan menganalisis kestabilannya (Wulandari, 2013: 1).

Penelitian mengenai model matematika untuk penyebaran penyakit tuberkulosis telah banyak dilakukan, salah satunya yaitu Adetunde (2008) dalam jurnal yang berjudul *On the Control and Eradication Strategies of Mathematical Models of the Tuberculosis in A Community*. Jurnal tersebut menghasilkan model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis pada kelas *susceptible* (kelas yang rentan terhadap penyakit TB), *latent* (kelas yang terinfeksi penyakit TB tetapi tidak dapat menularkannya), *infection* (kelas yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit TB), dan *recovered* (kelas yang sembuh dari penyakit TB). Jurnal tersebut juga menjelaskan pengaruh total area hunian terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis yaitu untuk meminimalkan penyebaran penyakit tuberkulosis, total area yang dihuni harus lebih besar dari kemungkinan hidup individu dari kelas *latent* ke kelas *infection* dan jumlah individu pada kelas *latent*. Prihutami (2009) dalam skripsi yang berjudul *Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis* menjelaskan tentang model penyebaran penyakit *tuberculosis* (TB) yang menghasilkan model matematika penyebaran penyakit TB pada kelas *susceptible*, *latent infectious* dan *active infectious*, dimana sub populasi *susceptible* adalah sub populasi yang rentan terhadap penyakit TB, sub populasi *latent infectious* adalah sub populasi penderita laten TB, dan sub populasi *active infectious* adalah sub populasi penderita penyakit TB. Model penyebaran penyakit TB ini dapat diselesaikan secara numerik dan disimulasikan menggunakan laju kecepatan penyebaran penyakit TB yang berbeda pada kondisi

awal penyakit TB mulai menyebar. Keseimbangan untuk kondisi *disease free* adalah stabil, keseimbangan endemik dapat menjadi stabil, tidak stabil atau *saddel* bergantung kombinasi nilai parameter yang digunakan. Penelitian mengenai model penyebaran penyakit tuberkulosis juga dilakukan oleh Fredlina, Oka, & Dwipayana (2012) dalam jurnal matematika yang berjudul *Model SIR (Susceptible, Infectious, Recovery) untuk Penyebaran Penyakit Tuberkulosis* yang menjelaskan tentang model penyebaran penyakit TB dan menghasilkan persamaan model penyebaran penyakit TB pada kelas *susceptible (S)*, *infectious (I)*, dan *recovered (R)* yakni

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{I}{N} S - \mu S + \Pi$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{I}{N} S - (\mu + \mu_t + \gamma)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$$

dengan $N = S + I + R$.

Jumlah populasi S akan bertambah karena kelahiran sebesar Π , dengan Π adalah konstan dan berkurang karena kematian dengan laju μ , kontak langsung dengan individu yang terinfeksi menyebabkan individu pada populasi rentan akan ikut terinfeksi dan masuk menjadi populasi I dengan laju penularan penyakit TB sebesar β . Kelas I menyatakan individu yang terinfeksi dan dapat menularkan TB kepada orang lain. Berkurangnya populasi ini disebabkan oleh kematian alami dengan laju μ dan kematian karena penyakit TB dengan laju μ_t . Individu yang terinfeksi TB dapat sembuh dengan laju γ dan masuk dalam populasi R . Hal ini juga menyebabkan berkurangnya populasi I . Individu dalam kelas R diasumsikan

tidak akan kambuh kembali menjadi penderita TB. Berkurangnya populasi ini disebabkan oleh kematian dengan laju μ . Pada model tersebut, dianalisis dengan mencari titik kritis, kestabilan, dan tingkat penyebaran suatu penyakit (*basic reproduction ratio*). Dari hasil analisis di dapat parameter yang paling berpengaruh dalam penyebaran TB adalah laju penularan (β) dan laju kesembuhan (γ). Dengan demikian penyebaran TB dapat dikendalikan dari kejadian epidemi (fenomena suatu penyakit tiba-tiba muncul dalam suatu populasi dan menjangkit secara cepat kemudian akan muncul kembali dalam jangka waktu tertentu) dengan menurunkan laju penularan dan meningkatkan laju kesembuhan. Model penyebaran penyakit tuberkulosis tersebut menghasilkan titik kritis bebas penyakit $E_1 = \left(\frac{\Pi}{\mu}, 0, 0\right)$ dan titik kritis endemik $E_2 = \left(\frac{\Pi J}{\mu K}, \frac{\Pi L}{M K}, \frac{\gamma \Pi L}{\mu M K}\right)$ dengan $J = \mu + \gamma$, $K = \beta - \mu_t$, $L = \beta - \mu - \mu_t - \gamma$, dan $M = \mu + \mu_t + \gamma$. Rosadi (2014) dalam tesis yang berjudul *Model Dua Strain Penyakit Tuberculosis* menjelaskan tentang model penyebaran penyakit TB pada kelas *susceptible* (S), *infectious* (I), dan *susceptible* (S) dengan kelas *infectious* yang terdiri dari dua strain/jenis yaitu strain kelas infeksi TB yang resisten terhadap obat anti TB (I_1) dan strain kelas infeksi TB yang sensitif terhadap obat anti TB (I_2). Model penyebaran penyakit TB menurut Rosadi yakni

$$\frac{dS}{dt} = -(S - 1)b + \gamma_1 I_1 + \gamma_2 I_2 - (\beta_1 I_1 + \beta_2 I_2)S$$

$$\frac{dI_1}{dt} = -(b + \gamma_1)I_1 + v I_1 I_2 + \beta_1 I_1 S$$

$$\frac{dI_2}{dt} = -(b + \gamma_2)I_2 - v I_1 I_2 + \beta_2 I_2 S$$

dengan b merupakan laju kelahiran dan kematian, β merupakan laju penularan penyakit TB, ν merupakan laju kontak antara penderita TB antar strain, dan γ merupakan laju sembuh. Model tersebut menghasilkan 1 titik ekuilibrium bebas penyakit dan 3 titik ekuilibrium endemik.

Pada kajian model penyebaran penyakit tuberkulosis yang telah dilakukan di atas tidak memperhatikan adanya pengaruh dari kekebalan tubuh yang telah dimiliki oleh seorang anak sehingga penulis ingin mengkaji mengenai penyebaran penyakit tuberkulosis dengan memperhatikan pengaruh dari kekebalan tubuh yang telah dimiliki sebelumnya.

Pada skripsi ini akan dibahas mengenai pembentukan dan analisis model matematika MSEIR untuk penyebaran penyakit tuberkulosis. Model MSEIR (*Maternal antibody – Susceptible – Exposed – Infected (Resistant & Sensitive) – Recovered*) menggambarkan kelas individu yang dilindungi dengan kekebalan tubuh (*maternal antibody*), kelas individu yang rentan terhadap penyakit TB (*susceptible*), kelas individu yang terdeteksi penyakit TB (*exposed*), kelas individu yang terinfeksi penyakit TB dengan adanya resistansi terhadap obat anti TB (*infected resistant*), kelas individu yang terinfeksi penyakit TB dengan adanya sensitifitas terhadap obat anti TB (*infected sensitive*), dan kelas individu yang sembuh dari penyakit TB (*recovered*). Dari model yang terbentuk akan ditentukan titik ekuilibrium bebas penyakit, titik ekuilibrium endemik, bilangan reproduksi dasar, kemudian akan dilakukan analisa mengenai kestabilannya.

B. Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah yang perlu diperhatikan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut

1. pembentukan model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis berdasarkan asumsi yang diberikan,
2. menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan titik ekuilibrium endemik (*endemic equilibrium*) dari model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis,
3. menentukan hubungan antara kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan titik ekuilibrium endemik (*endemic equilibrium*) dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis,
4. menentukan hubungan antara bilangan reproduksi dasar dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, dapat diambil perumusan masalah sebagai berikut

1. Bagaimana model penyebaran penyakit tuberkulosis secara matematis?
2. Bagaimana hubungan antara kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan titik ekuilibrium endemik (*endemic equilibrium*) dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis?

3. Bagaimana hubungan antara bilangan reproduksi dasar dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis?

D. Tujuan Penulisan

Berdasarkan perumusan masalah di atas, tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah

1. mengetahui model penyebaran penyakit tuberkulosis secara matematis,
2. mengetahui hubungan antara kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan titik ekuilibrium endemik (*endemic equilibrium*) dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis,
3. mengetahui hubungan antara bilangan reproduksi dasar dengan laju kekebalan tubuh pada model matematika penyebaran penyakit tuberkulosis.

E. Manfaat Penulisan

Penulisan tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut

1. menambah pengetahuan dan kemampuan dalam mengaplikasikan ilmu matematika terapan khususnya mengenai pemodelan penyebaran penyakit tuberkulosis,
2. menjadi acuan bagi mahasiswa lain untuk menambah referensi penulisan tugas akhir mengenai pemodelan matematika dan analisis penyebaran penyakit.