

**PELABELAN *GRACEFUL* PADA GRAF BUKU, GRAF GABUNGAN  
 $m$  BUAH GRAF BUKU, DAN GRAF BUKU TERSUSUN  
(*STACKED BOOKS*)  $S_n \times P_m$**

Oleh:  
Rahmat Isnaeni  
NIM. 023114031

**ABSTRAK**

Pelabelan *graceful* pada graf sederhana  $G(V(G), E(G))$  adalah fungsi satu-satu  $\lambda : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \dots, |E(G)|\}$  sehingga jika setiap rusuk-rusuk  $e=uv \in E(G)$  diberi label  $|\lambda(u) - \lambda(v)|$  menghasilkan label rusuk yang semua berbeda. Suatu graf  $G$  disebut *graceful* jika terdapat pelabelan  $\lambda$  yang memenuhi aturan pelabelan *graceful* dari graf  $G$ . Pelabelan  $\lambda$  tersebut dinamakan rumus pelabelan *graceful*. Penelitian ini bertujuan untuk: (1) Menentukan apakah jenis graf buku  $B_n$ , graf gabungan  $m$  buah graf buku  $mB_n$ , dan graf buku tersusun  $S_n \times P_m$  adalah *graceful*, dan (2) Menentukan rumus pelabelan *graceful* dari graf-graf yang dikaji tersebut.

Penelitian ini dimulai dengan menyatakan setiap simpul  $v$  dari setiap graf  $G$  yang dikaji ke dalam suatu indeks (didefinisikan menurut keberadaan simpul tersebut pada graf  $G$ ), serta rusuk-rusuknya sebagai himpunan dari pasangan tak terurut  $(u,v)$  dari simpul-simpul  $u,v$  di  $G$ . Selanjutnya setiap  $G$  dapat dinotasikan sebagai  $G(V(G), E(G))$ . Setelah penotasian graf-graf  $G$  yang dikaji dalam bentuk himpunan simpul dan himpunan rusuknya, maka akan dicari suatu  $\lambda(v) \forall v \in G$ , sehingga menyebabkan  $G$  *graceful*.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa (1) (a) Graf  $B_{4n+3}$  adalah graf yang tidak *Graceful*, (b) Graf-graf  $B_{2n}$ ,  $B_{4n+1}$ ,  $mB_{2n}$ ,  $mB_{4n+1}$ ,  $2B_{4n+3}$ ,  $S_{2n} \times P_m$ ,  $S_3 \times P_3$ , dan  $S_5 \times P_3$  masing-masing adalah *graceful*. (2) Didapatkan rumus pelabelan *graceful* dari graf-graf  $G$  yang *graceful* tersebut yaitu suatu fungsi  $\lambda(v) \forall v \in G$  sebagai berikut: (i) Suatu fungsi  $\lambda(i, n)$  masing-masing untuk graf  $B_{2n}$  dan  $B_{4n+1}$ , (ii)  $\lambda(i, j, n, m)$  masing-masing untuk graf jenis  $mB_{2n}$ ,  $mB_{4n+1}$ , dan  $S_{2n} \times P_m$ . (iii) Suatu fungsi  $\lambda(i, j, n)$  untuk graf  $2B_{4n+3}$ , (iv) Suatu fungsi  $\lambda(i, j)=c$ ;  $c \in \{0, 1, 2, \dots, 17\}$  untuk graf  $S_3 \times P_3$ , dan (vi) Suatu fungsi  $\lambda(i, j)=k$ ;  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 27\}$  untuk graf  $S_5 \times P_3$ . Pada graf  $B_{2n}$ ,  $mB_{2n}$ ,  $B_{4n+1}$ , dan  $S_{2n} \times P_m$  masing-masing ditentukan dua rumus pelabelan *graceful*.

**Kata Kunci:** pelabelan *graceful*, graf *graceful*, graf buku, gabungan graf, graf buku tersusun